

Ardışık Sayılar Toplam Formülleri

Ardışık sayıların toplamı:

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$$

Ardışık çift sayıların toplamı :

$$2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n \cdot (n+1)$$

Ardışık tek sayıların toplamı:

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n \cdot n = n^2$$

Ardışık tam kare sayıların toplamı:

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n \cdot (n+1) \cdot (2n+1)}{6}$$

Ardışık ve küp şeklindeki sayıların toplamları:

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left[\frac{n \cdot (n+1)}{2} \right]^2$$

Ardışık 4.dereceli sayıların toplamı:

$$1^4 + 2^4 + 3^4 + \dots + n^4 = \frac{n \cdot (n+1) \cdot (2n+1) \cdot (3n^2 + 3n + 1)}{6}$$

Terim sayısı:

$$\frac{(\text{Büyük terim} - \text{Küçük Terim})}{\text{Artış Miktarı}} + 1$$

$$\frac{(\text{Son terim} - \text{İlk Terim})}{\text{Artış Miktarı}} + 1$$

Belirli bir sayıdan başlayan ve sabit artış gösteren dizilerin toplamı:

r: ilk terim n: son terim

x: ardışık iki terimin farkı ise ,

$$r + (r+x) + (r+2x) + \dots + n = \frac{(n+r) \cdot (n-r+x)}{2x}$$

Devirli Ondalık Sayıyı Rasyonel Sayıya Çevirme:

Sayının tamamından devretmeyen kısım çıkarılır. Paydaya virgülden sonraki devreden basamak sayısı kadar 9 ve sağına devretmeyen basamak sayısı kadar sıfır yazılarak rasyonel sayı oluşturulur.

$$a, \overline{bcde} = \frac{abcde - abc}{9900}$$

Bir Sayının Pozitif Tam Bölenlerinin Sayısı:

$A = a^p \cdot b^r \cdot c^s$ farklı asal çarpanlarının çarpımı şeklinde olsun.

* A sayısının pozitif tam bölenlerinin sayısı, $(p+1) \cdot (r+1) \cdot (s+1)$

* A sayısının pozitif tam bölenlerinin ters işaretlileri de negatif tam bölenidir.

A sayısının tam sayı bölenleri sayısı $2 \cdot (p+1) \cdot (r+1) \cdot (s+1)$

* A sayısının tam sayı bölenlerinin toplamı **sıfırdır**.

* A sayısının pozitif tam bölenlerinin toplamı

$$\frac{a^{p+1} - 1}{a - 1} \cdot \frac{b^{r+1} - 1}{b - 1} \cdot \frac{c^{s+1} - 1}{c - 1}$$

* A sayısının asal olmayan tam sayı bölenleri toplamı $-(a + b + c)$

* A sayısının pozitif tam sayı bölenlerinin çarpımı

$$\sqrt{A^{(p+1) \cdot (r+1) \cdot (s+1)}}$$

Çarpanlara Ayırma – Özdeşlikler

Tam Kare Özdeşliği:

İki Terim Toplamının Karesi :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

İki Terim farkının Karesi :

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Üç Terim Toplamının Karesi:

$$(a + b + c)^2 =$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2 \cdot (ab + ac + bc)$$

İki Terim Toplamının Küpü:

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

İki Terim Farkının Küpü :

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

İki Kare Farkı Özdeşliği:

$$a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$$

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$$

$$x^2 + y^2 = (x - y)^2 + 2xy$$

$$(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy$$

$$(x + y)^2 = (x - y)^2 + 4xy$$

$$x^3 - y^3 = (x - y)^3 + 3xy(x - y)$$

$$x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y)$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = (x + y + z)^2 - 2(xy + xz + yz)$$

$x^n + y^n$ veya $x^n - y^n$ biçimindeki polinomların Özdeşliği

İki Küp Toplamı :

$$a^3 + b^3 = (a + b) \cdot (a^2 - ab + b^2)$$

İki Küp Farkı :

$$a^3 - b^3 = (a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$$

$$a^4 + b^4 = (a + b) \cdot (a^3 - a^2b + ab^2 - b^3)$$

$$a^4 - b^4 = (a^2 + b^2) \cdot (a + b) \cdot (a - b)$$

$$a^5 + b^5 =$$

$$(a + b) \cdot (a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4)$$

$$a^5 - b^5 =$$

$$(a - b) \cdot (a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4)$$

$$a^6 + b^6 =$$

$$(a + b) \cdot (a^5 - a^4b + a^3b^2 - a^2b^3 + ab^4 - b^5)$$

$$a^6 - b^6 =$$

$$(a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2) \cdot (a + b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$$

$$a^7 + b^7 = (a + b) \cdot (a^6 - a^5b + a^4b^2 - a^3b^3 + a^2b^4 - ab^5 + b^6)$$

$$a^7 - b^7 = (a - b) \cdot (a^6 + a^5b + a^4b^2 + a^3b^3 + a^2b^4 + ab^5 + b^6)$$

$$a^7 - b^7 = (a - b) \cdot (a^6 + a^5b + a^4b^2 + a^3b^3 + a^2b^4 + ab^5 + b^6)$$

Ortalama Çeşitleri

Aritmetik Ortalama: Verilerin toplamının veri sayısına bölümüdür.

$a_1, a_2, a_3 \dots a_n$ gibi n tane sayının aritmetik ortalaması;

$$AO = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n}$$

Geometrik Ortalama:

a ve b sayıları için $x = \sqrt{a \cdot b}$ ise, x sayısına a ile b nin **geometrik ortalaması** veya x sayısı a ile b arasında **orta orantılı** denir.

$a_1, a_2, a_3 \dots a_n$ gibi n tane sayının geometrik ortalaması;

$$x = \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \dots a_n} \text{ dir.}$$

Harmonik Ortalama:

a ve b reel sayıları için $x = \frac{2ab}{a+b}$ sayısına

a ile b nin **harmonik ortalaması** denir.

$a_1, a_2, a_3 \dots a_n$ gibi n tane sayının harmonik ortalaması;

$$x = \frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}}$$

Üslü Sayılar

$a \in \mathbb{R}$ ve $n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere ;

$a.a \dots a = a^n$ (a: taban, n: üs)

1) $a \neq 0$ için $a^0 = 1$ dir. (0^0 belirsizdir.)

$a^1 = a$, $a^2 = a.a$ (a kare),
 $a^3 = a.a.a$ (a küp)

2) $a > 0$ için $(-a)^{2n} = a^{2n} > 0$ dir.

3) $a > 0$ için $(-a)^{2n-1} = -a^{2n-1} < 0$ dir.

4) $(a-b)^{2n} = (b-a)^{2n}$, $(a-b)^{2n-1} = -(b-a)^{2n-1}$

5) $a^n = a^m$ ise $n=m$ dir.
($a \neq 0$, $a \neq 1$, $a \neq -1$)

$$6) ax^n + bx^n + cx^m - dx^m + ex^m = (a+b)x^n + (c-d+e)x^m$$

$$7) a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$$

$$8) a^m : a^n = a^{(m-n)}$$

$$9) a^m : b^m = (a:b)^m$$

$$10) (a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$11) a^{-m} = 1/(a^m)$$

Köklü Sayılar

$$1. \sqrt[n]{b^m} = b^{\frac{m}{n}}$$

$$2. \sqrt[m]{b} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[m \cdot n]{b}$$

$$3. \sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \cdot \sqrt[p]{c} = \sqrt[m \cdot n \cdot p]{a \cdot b \cdot c}$$

$$4. \sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a+c}{2}} \pm \sqrt{\frac{a-c}{2}}$$

$$c = \sqrt{a^2 - b} \text{ dir.}$$

$$5. \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{a} \dots = \sqrt[n-1]{a}$$

$$6. \sqrt{a} \cdot \sqrt{a} \dots \sqrt{a} = \sqrt[n]{a^{2^n - 1}}$$

$$7. \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{a} \dots = \sqrt[n+1]{a}$$

$$8. \sqrt{a + \sqrt{a + \sqrt{a + \dots}}} = \frac{1 + \sqrt{1 + 4a}}{2}$$

NOT: a sayısı ardışık iki tamsayının çarpımına eşit ise sonuç büyük olan sayıya eşittir.

$$9. \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

$$10. \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

$$11. \sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$$

$$12. a\sqrt{x} + b\sqrt{x} = (a+b)\sqrt{x}$$

$$13. \sqrt[n]{x} \text{ n çift ise } x \geq 0 \text{ dir.}$$

14. Paydayı kökten kurtarmak

$$\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a}{\sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b}$$

$$\frac{a}{\sqrt[n]{b}} = \frac{a}{\sqrt[n]{b}} \cdot \frac{\sqrt[n]{b^{n-1}}}{\sqrt[n]{b^{n-1}}} = \frac{a\sqrt[n]{b^{n-1}}}{b}$$

Mutlak Değer

Sayı doğrusu üzerinde bir $x \in \mathbb{R}$ sayısının sıfıra olan uzaklığına **Mutlak Değer** denir.

$|x|$ ifadesi alttaki şartlarda belirtilen değerleri alır.

a) $x > 0$ ise $|x| = x$

b) $x < 0$ ise $|x| = -x$

c) $x=0$ ise $|x| = 0$

Özellikleri

$$1) |x| \geq 0$$

$$2) |x| = |-x|$$

$$3) |x^2| = |x|^2 = x^2 \text{ ve } \forall x = |x|$$

$$4) |x \cdot y| = |x| \cdot |y|$$

$$5) |x/y| = |x|/|y|$$

$$6) c > 0 \text{ için } |x-a| = c \text{ ise } x-a = \pm c \text{ dir. } x = a \pm c$$

$$7) |x-a| \leq c \text{ için } -c \leq x-a \leq c \Rightarrow a-c \leq x \leq a+c$$

$$8) |x-a| \geq c \text{ için } x-a \geq c \text{ veya } x-a \leq -c$$

$$9) ||a| - |b|| \leq |a+b| \leq |a| + |b|$$

Oran – Orantı

a ve b reel sayılarından en az biri sıfırdan farklı olmak üzere $\frac{a}{b}$ ifadesine a'nın b'ye oranı denir.

$\frac{a}{b}$ ve $\frac{c}{d}$ oranları için, $a.d=b.c$ ise

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ dir. Yani iki oranın eşitliğine

orantı denir.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad a:b=c:d$$

a ile d ye **dışlar**, c ile b ye **içler** denir.

1. İçler yer değiştirebilir.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \text{ise} \quad \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \quad \text{de orantıdır.}$$

2. Dışlar yer değiştirebilir.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \text{ise} \quad \frac{d}{b} = \frac{c}{a} \quad \text{de orantıdır.}$$

3. Orantı ters çevrilebilir.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \text{ise} \quad \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \quad \text{dir.}$$

4. $m \neq 0$ ve $n \neq 0$ için,

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{m.a+n.c}{m.b+n.d} \quad \text{olabilir.}$$

$$5. \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \text{ise}$$

$$\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d} \quad \text{veya} \quad \frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d} \quad \text{dir.}$$

$$6. \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \text{ise}$$

$$\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d} \quad \text{veya} \quad \frac{a}{a-b} = \frac{c}{c-d} \quad \text{dir.}$$

$$7. \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \quad \text{ise} \quad \frac{a^2}{b^2} = \frac{c^2}{d^2} = k^2$$

$$\frac{a^2+c^2}{b^2+d^2} = k^2 \quad (k \text{ orantı sabiti})$$

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$ üçlü orantısı $a:c:e=b:d:f$ şeklinde yazılabilir.

Doğru Orantı:

$x, y \in \mathbb{R}^+$ ve $k > 0$ sabit bir reel sayı olmak: x ile y doğru orantılı ise:

$$\frac{y}{x} = k \quad \text{ise} \quad y = k.x$$

Ters Orantı

$x, y \in \mathbb{R}^+$ çoklukları ters orantılı ise bunların çarpımı sabit olup

$$y.x=k \quad \text{ise} \quad y = \frac{k}{x} \quad \text{olur.}$$

KÜMELER

Kümelerde Birleşim İşlemi Özellikleri

* A ve B kümelerinin birleşimi, iki kümenin elemanları bir eleman bir kez kullanılacak şekilde bir küme içinde birleştirilmesidir.

* Kümelerde birleşim işlemi işareti \cup sembolüdür.

* A ve B kümelerinin birleşim işlemi $A \cup B$ şeklin de gösterilir.

* $A \cup B = \{x: x \in A \text{ veya } x \in B\}$

* Her A ve B kümesi için $A \cup B = B \cup A$ dir.

- 1) $A \cup A = A$
- 2) $A \cup B = B \cup A$
- 3) $A \cup \emptyset = A$
- 4) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
- 5) $A \cup B = \emptyset$ ise $A = \emptyset$ ve $B = \emptyset$ dir.
- 6) $A \subset B$ ise $A \cup B = B$ dir
- 7) $s(A \cup B) = s(A) + s(B) - s(A \cap B)$
- 8) $s(A \cup B \cup C) = s(A) + s(B) + s(C) - s(A \cap B) - s(A \cap C) - s(B \cap C) + s(A \cap B \cap C)$
- 9) $s(A \cup B) = s(A - B) + s(A \cap B) + s(B - A)$
- 10) $A \subset (A \cup B)$ ve $B \subset (A \cup B)$
- 11) $(A \cap B) \subset (A \cup B)$
- 12) $A \subset (A \cup B)$
- 13) $B \subset (A \cup B)$
- 14) $(A \cap B) \subset (A \cup B)$

Kümelerde Kesişim İşlemi Özellikleri

* A ve B kümelerinin her ikisinde de ortak olarak bulunan elemanların kümesine bu iki kümenin **kesişimi** yada arakesiti denir.

* Kümelerde kesişim işlemi işareti \cap sembolüdür.

* A ve B kümelerinin kesişim işlemi $A \cap B$ şeklin de gösterilir.

* $A \cap B = \{x: x \in A \text{ ve } x \in B\}$

- 1) $A \cap A = A$
- 2) $A \cap B = B \cap A$
- 3) $A \cap \emptyset = \emptyset$
- 4) $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
- 5) $A \cap B = \emptyset$ ise

i) $A = \emptyset$ veya $B = \emptyset$ dir

ii) A ve B kümeleri ayrıktır.

6) $A \subset B$ ise $A \cap B = A$ dir

7) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

8) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

9) $s(A \cap B) = s(A) + s(B) - s(A \cup B)$

10) $s(A \cap B) = s(A \cup B) - s(A - B) - s(B - A)$

11) $(A \cap B) \subset A$ ve $(A \cap B) \subset B$

12) $(A \cap B) \subset (A \cup B)$

13) $(A \cap B) \subset A$

14) $(A \cap B) \subset B$

15) $(A \cap B) \subset (A \cup B)$

Kümelerde Fark İşlemi Özellikleri

A ve B iki küme olsun. A kümesine ait olup B kümesine ait olmayan elemanlardan meydana gelen kümeye A fark B kümesi denir. $A \setminus B$ veya $A - B$ şeklinde gösterilir.

Buna göre, $A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ ve } x \notin B\}$ olur. Şekilde Venn şeması ile gösterilmiştir.

A, B, C birer küme olmak üzere

- 1) $A \setminus A = \emptyset$
- 2) $A \setminus \emptyset = A$
- 3) $\emptyset \setminus A = \emptyset$
- 4) $A \setminus B \neq B \setminus A$
- 5) $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$
- 6) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$
- 7) $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C)$
- 8) $(A \setminus B) \cup B = A \cup B$
- 9) $(A \setminus B) \cap (A \cap B) = \emptyset$
- 10) $(B \setminus A) \cap (A \cap B) = \emptyset$
- 11) $A \setminus (A \setminus B) = A \cap B$
- 12) $A \setminus (B \setminus A) = A$
- 13) $B \setminus (A \setminus B) = B$
- 14) $(A \setminus B) \cap (B \setminus A) = \emptyset$
- 15) $(A \setminus B) \setminus (B \setminus A) = A \setminus B$
- 16) $(B \setminus A) \setminus (A \setminus B) = B \setminus A$
- 17) $(A \setminus B) \subset A$
- 18) $(B \setminus A) \subset B$
- 19) $(A \setminus B) \cap B = \emptyset$
- 20) $A \setminus (A \cap B) = A \setminus B$
- 21) $A = (A \setminus B) \cup (A \cap B)$
- 22) $B = (B \setminus A) \cup (A \cap B)$
- 23) $A \subset B$ ise $A \setminus B = \emptyset$
- 24) $A \cup B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A) \cup (A \cap B)$

Kümelerde Evrensel Küme ve Tümlen Özellikleri

Evrensel küme

Elemanları incelenen kümeye göre, yapılması gereken bütün işlemleri içine alabilecek şekilde belirlenen, en geniş kümeye evrensel küme denir. Genel olarak E ile gösterilir. Evrensel küme sonlu veya sonsuz küme olabilir. Evrensel küme, incelenen probleme göre değişir. Hiç bir zaman boş küme olamaz. Evrensel kümeyi Venn şeması ile gösterirken, diğer kümelerden ayırt etmek için dikdörtgen şeklinde gösterilir.

Tümleme

E evrensel kümesi içinde bir A kümesi veriliyor. A kümesi, E evrensel kümenin bir alt kümesidir. Buna göre, E evrensel kümesine ait olup, A kümesine ait olmayan elemanların oluşturduğu kümeye, A kümesinin tümleniyeni denir. A' veya A sembolü ile gösterilir.

E, evrensel küme
 $A \subset E$, $B \subset E$,
 A' A'nın tümleniyeni
 B' B'nin tümleniyeni
 olmak üzere,

- 1) $A' \subset E$
- 2) $A \cup A' = E$
- 3) $A \cap A' = \emptyset$
- 4) $A \cup E = E$
- 5) $E' = \emptyset$
- 6) $\emptyset' = E$
- 7) $A \cap E = A$
- 8) $(A')' = A$
- 9) $E \setminus A = A'$
- 10) $A \setminus B = A \cap B'$ ($A \cup B \neq E$ ise)
- 11) $(A \setminus B)' = A' \cup B$
- 12) $A \setminus B = B'$ ($A \cup B = E$ ise)
- 13) $A \setminus A' = A$

DE MORGAN KURALLARI

- 1) $(A \cup B)' = A' \cap B'$
- 2) $(A \cap B)' = A' \cup B'$

Alt Küme Sorularında Kullanılan Formüller

Herhangi iki A ve B kümeleri verilmiş olsun. A kümesinin her elemanı B kümesinin de bir elemanı ise A kümesine B kümesinin bir alt kümesi denir. $A \subset B$ şeklinde yazılır "A alt küme B" diye okunur.

Bu tanıma göre, $(A \subset B) \Leftrightarrow (\forall x \in A \Rightarrow x \in B)$ dir.

n elemanlı bir kümenin alt küme sayısı 2^n formülüyle bulunur. Ayrıca

n elemanlı bir kümeden seçilmiş 2 elemandan

- a) Her ikisinin de bulunduğu altküme sayısı : 2^{n-2}
- b) Hiçbirinin bulunmadığı altküme sayısı : 2^{n-2}
- c) En az birinin bulunmadığı altküme sayısı : $3 \cdot 2^{n-2}$
- d) En az birinin bulunduğu altküme sayısı : $3 \cdot 2^{n-2}$
- e) Herhangi birinin bulunmadığı altküme sayısı : $3 \cdot 2^{n-2}$
- f) İkisinin beraber bulunmadığı altküme sayısı : $3 \cdot 2^{n-2}$
- g) Birinin bulunduğu, diğerinin bulunmadığı altküme sayısı : $3 \cdot 2^{n-2}$

n elemanlı bir kümeden seçilmiş r elemandan

- a) Hepsinin bulunduğu altküme sayısı : 2^{n-r}
- b) Birarada bulunmadığı altküme sayısı : $2^n - 2^{n-r}$
- c) Hiçbirinin bulunmadığı altküme sayısı : 2^{n-r}
- d) $r = x + y$ olmak üzere x tanesinin bulunduğu y tanesinin bulunmadığı altküme sayısı : 2^{n-r}

Küme Problemlerinde Kullanılan Formüller

E, evrensel küme
 $A \subset E$, $B \subset E$, $C \subset E$
 A' A'nın tümleniyeni
 olmak üzere,

- 1) $s(A \cup B) = s(A) + s(B)$ ($A \cap B = \emptyset$ ise)
- 2) $s(A \cup B) = s(A) + s(B) - s(A \cap B)$ ($A \cap B \neq \emptyset$ ise)
- 3) $s(A \cup B \cup C) = s(A) + s(B) + s(C) - s(A \cap B) - s(A \cap C) - s(B \cap C) + s(A \cap B \cap C)$
- 4) $s(A) + s(A') = s(E)$
- 5) $s(A) = s(A \setminus B) + s(A \cap B)$
- 6) $s(B) = s(B \setminus A) + s(A \cap B)$
- 7) $s(A \cup B) = s(A \setminus B) + s(B \setminus A) + s(A \cap B)$
- 8) $s(A \cup B) = s(A \setminus B) + s(A)$
- 9) $s(E) = s(A \cup B) + s[(A \cup B)']$

Faktöriyel

$n_{+} - \{1\}$ olmak üzere; 1 den n ye kadar olan doğal sayıların çarpımına **n faktöriyel** denir, **n!** biçiminde gösterilir.

$n \in \mathbb{N}_{+}$ için;

$$a) n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$b) n! = n \cdot (n-1)! \\ n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2)! \\ n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3)!$$

c) $m < n$ ise $m!$ ifadesi, $n!$ içinde vardır.

Permütasyon

n tane farklı elemanın bir sıra üzerinde r li ($r \leq n$) sıralanışlarından her birine **n nin r li permütasyonu** denir.

n elemanlı A kümesinin r li permütasyonlarının sayısı;

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Not: $r = n$ ise; n farklı elemanın n li permütasyonlarının sayısı $P(n, n) = n!$ dir.

Yani n farklı elemanın doğrusal bir sıra üzerindeki farklı sıralanışlarının sayısı $n!$ tanedir.

Tekrarlı Permütasyon

n tane nesnenin n_1 tanesi bir türden, n_2 tanesi ikinci türden, ... n_r tanesi r türden ve $n_1+n_2+...+n_r=n$ ise n nesnenin n li permütasyonlarının sayısı;

n tane eleman içerisinde;
 n_1 tanesi 1. çeşit ve özdeş,
 n_2 tanesi 2. çeşit ve özdeş,
 n_3 tanesi 3. çeşit ve özdeş,

 n_r tanesi r . çeşit ve özdeş olmak üzere;
 bu n eleman bir sıra üzerinde

$\frac{n!}{(n_1)!(n_2)!(n_3)!...(n_r)!}$ farklı sıralanabilir.

Kombinasyon

n elemanlı bir A kümesinin r elemanlı ($r \leq n$) alt kümelerinin her birine A kümesinin r li kombinasyonu denir.
 n elemanlı bir kümenin r li kombinasyonlarının sayısı;

$$C(n,r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)! \cdot r!}$$

Olasılık

Bir deneyde olanaklı sonuçların kümesine **örnek uzay**, örnek uzayın her alt kümesine **olay** denir.

E örnek uzayı için boş kümeye **olanaksız olay**(imkânsız olay), E kümesine **kesin olay** denir. E örnek uzayının A ve B gibi iki olayı için, $A \cap B = \emptyset$ ise, A ve B olaylarına **ayrık olaylar** denir.

Olasılık Nedir?

Bir E örnek uzayının tüm alt kümelerinin kümesi T ve değer kümesi $R = \{x \in R : 0 \leq x \leq 1\}$ olan P fonksiyonu aşağıdaki aksiyomları gerçekleştiriyorsa buna olasılık fonksiyonu denir.

$A \in T$ ise $p(A)$ reel sayısına da A olayının **olasılığı** denir.

- 1) $\forall A \in T$ için $0 \leq p(A) \leq 1$ dir.
- 2) $p(E)=1$ dir.
- 3) $A, B \in T$ ve $A \cap B = \emptyset$ ise $p(A \cup B)=p(A)+p(B)$ dir.

Özellikler

- 1) $P(\emptyset)=0$ dir.
- 2) $A \subset B$ ise $p(A) \leq p(B)$
- 3) $p(A)=1 - p(A)$ (A olayının olmama olasılığı)
- 4) $p(A \cup B)=p(A)+p(B)-p(A \cap B)$ dir.
- 5) $E=\{x_1, x_2, x_3\}$ örnek uzayları için: $p(x_1)+p(x_2)+p(x_3)=1$ dir

Eş Olumlu Örnek Uzay Nedir?

Olayların gerçekleşme olasılığı eşit olan örnek uzaya denir.
 E eş olumlu örnek uzay ve $A \subset E$ bir olay ise, A nın olasılığı;

$$P(A) = \frac{s(A)}{s(E)}$$

$S(A)$ = A nın eleman sayısı

$S(E)$ = E nin eleman sayısı

E örnek uzayı $A \subset E, B \subset E$ ve $p(A \cap B)=p(A) \cdot p(B)$ ise, A ve B olaylarına **bağımsız olaylar** denir.

$$[p(A) \neq 0, p(B) \neq 0]$$

Bir E örnek uzayının iki olayı A ve B olsun. A olayının olasılığı B olayına bağlı ise, **A olayının olasılığına, A olayının B koşullu olasılığı** denir ve bu olasılık;

$$p\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)}$$
 ile gösterilir. Örnek uzay eş olumlu ise;

$$p\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{s(A \cap B)}{s(B)}$$
 olur.

Trigonometri

$$\sin \alpha = \frac{\text{Karşı Dik Kenar Uzunluğu}}{\text{Hipotenüs Uzunluğu}}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{Komşu Dik Kenar Uzunluğu}}{\text{Hipotenüs Uzunluğu}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{Karşı Dik Kenar Uzunluğu}}{\text{Komşu Dik Kenar Uzunluğu}}$$

$$\cot \alpha = \frac{\text{Komşu Dik Kenar Uzunluğu}}{\text{Karşı Dik Kenar Uzunluğu}}$$

$$\sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha} = \frac{\text{Hipotenüs Uzunluğu}}{\text{Komşu Dik Kenar Uzunluğu}}$$

$$\csc \alpha = \frac{1}{\sin \alpha} = \frac{\text{Hipotenüs Uzunluğu}}{\text{Karşı Dik Kenar Uzunluğu}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\text{Eğim} = \tan \alpha$$

Merkezi Eğilim ve Yayılm Ölçüleri

Ortanca (medyan): Veriler küçükten büyüğe veya büyükten küçüğe sıralandığında tam ortada kalan değer ortancadır. Eğer tam ortada sayı yoksa ortaya gelen iki sayı alınır ve ikiye bölünür, çıkan sonuç virgüllüde olsa ortancadır.

Tepe değer (mod): Veriler küçükten büyüğe veya büyükten küçüğe sıralandığında en çok tekrar eden sayı tepe değeridir. Bir veri grubunda birden fazla en çok tekrar eden terim bulunabilir. Bu durumda veri grubunun birden fazla tepe değeri vardır.

Aritmetik Ortalama: Verilerin toplamının veri sayısına bölümüdür.

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ gibi n tane sayının aritmetik ortalaması;

$$AO = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n}$$

Açıklık (aralık) (ranj): Veri grubu küçükten büyüğe sıralanır. En büyük değerden en küçük değer çıkarılır.

Ranj=

En Büyük Değer – En Küçük Değer

Çeyrek Açıklık

Alt çeyrek, ortancaya göre verilerin alt yarısının ortanca değeridir.

Üst çeyrek, ortancaya göre verilerin üst yarısının ortanca değeridir.

Çeyrekler açıklığı = üst çeyrek – alt çeyrek şeklinde hesaplanır.

Çeyrekler açıklığı, uçlarda yer alan verilerden daha az etkilendiği için verilerin yayılması hakkında **açıklıktan daha iyi bilgi verir.**

Faiz Problemleri

(A anapara, n faiz yüzdesi, t zaman)

$$\text{Yıllık Faiz} = F = \frac{A \cdot n \cdot t}{100}$$

$$\text{Aylık Faiz} = F = \frac{A \cdot n \cdot t}{1200}$$

$$\text{Günlük Faiz} = F = \frac{A \cdot n \cdot t}{36000}$$