

# TD - Langages Rationnels

## I Règles Opératives

1. Vrai.
2. Faux :  $e_1e_2 \in (e_1|e_2)^*$  mais  $e_1e_2 \notin e_1^*|e_2^*$
3. Faux :  $e_1e_1 \notin (e_1e_2)^*$  mais  $e_1e_1 \in e_1^*e_2^*$
4. Vrai.

## II Petites Questions

1.  $(c^*ac^*bc^*|c^*bc^*ac^*)$
2. Ce langage correspond à  $1(0|1)^*0^2|0$
3.  $(a(b|c)|b|c)^*(a|\varepsilon)$
4.  $(bc|b)^*a(bc|b)^*a(bc|b)^*$
5.
  - $L(\frac{1}{6}) = \varepsilon|16^*$
  - $L(\frac{1}{7}) = (142857)^*(\varepsilon|1|14|142|1428|14285)$
6. TODO

## III Distance de Hamming

1.
  - $\forall u, v \in \Sigma, d(u, v) \geq 0$
  - $\forall u, v \in \Sigma, d(u, v) = 0 \implies u = v$
  - $\forall u, v, w \in \Sigma, d(u, v) \leq d(u, w) + d(w, v)$

Ainsi la distance de Hamming est bien une distance.

2.  $\mathcal{H}(L(0^*1^*)) = (0^*(1|\varepsilon)0^*)|(0^*1^*(0|\varepsilon)1^*)$
- 3.
4. 

```
let rec voisinage = function
| Vide -> Vide
| Epsilon -> Epsilon
| L(a) -> L(1 - a)
| Union(e1, e2) -> Union(voisinage e1, voisinage e2)
| Concat(e1, e2) -> Union(Concat(voisinage e1, e2), Concat(e1, voisinage e2))
| Etoile(e) -> Concat(Etoile(e), Concat(voisinage e, Etoile(e)))
```

## IV Hauteur d'étoile

- 1.

$$\begin{aligned}
 h((ba^*b)^*) &= 1 + h(ba^*b) \\
 &= 1 + \max(h(b), h(a^*b)) \\
 &= 1 + \max(0, \max(h(a^*), h(b))) \\
 &= 1 + \max(1 + h(a), 0) \\
 &= 1 + 1 = 2
 \end{aligned}$$

2. `let rec hauteur = function`  
    `| Vide | Epsilon | L(_) -> 0`  
    `| Union(e1, e2) | Concat(e1, e2) -> max (hauteur e1) (hauteur e2)`  
    `| Etoile(e) -> 1 + hauteur e`
3. Ce sont des langages finies