

TD - Langages Rationnels

I Règles Opératives

II Petites Questions

1. $c^*ac^*bc^*|c^*bc^*ac^*$
2. $\{0,1\}^*\infty$
3. $((a + \varepsilon)(b + \varepsilon))^*(a + \varepsilon)$
4. Soit $e = (bc + b)^*$, $eaeae$ marche.
5. $L(\frac{1}{6}) = \varepsilon|16^*$; $L(\frac{1}{7}) = (142857) * (e|\varepsilon)$

III Distance de Hamming

1. Positif, symétrique, nulle : $\forall i, u_i = v_i \implies u - v = 0$, IT ...

2.

```
let dist u v =
  let d = ref 0 in
  for i = 0 to String.length u - 1 do
    if u.(i) <> v.(i) then incr d
  done ;
  !d ;;
```

3. $\mathcal{H}(L) = 0^*10^*1^*|0^*1^*01^*|\varepsilon$

4.
 - $f(\emptyset) = \emptyset$; $f(\varepsilon) = \varepsilon$; si $a \in \Sigma$, $f(a) = \Sigma$
 - $f(e_1|e_2) = f(e_1)f(e_2)$
 - $f(e_1e_2) = f(e_1)e_2|e_1f(e_2)$
 - $f(e^*) = e^*f(e)e^*$

P_n : Si e est une expression rationnel de taille n alors \mathcal{H} est rationnel.

- P_1 est vraie :
 - $\mathcal{H}(\emptyset) = \emptyset$
 - $\mathcal{H}(\epsilon) = \epsilon \dots$
- $\forall k \leq n, P_k \implies P_{n+1}$, soit e une expression de taille $n + 1$
 Si $e = e_1|e_2$, on applique P_k sur e_1 et e_2 , ce qui nous donne e'_1 et e'_2 d'où $\mathcal{H}(e) = e'_1|e'_2$

5.

```
let rec f e = match e with
| Vide -> Vide
| Epsilon -> Epsilon
| L a -> Union(L 0, L 1)
| Union(e_1, e_2) -> Union(f e_1, f e_2)
| Concat(e_1, e_2) -> Union(Concat(f e_1, e_2), Concat(e_1, f e_2))
| Etoile e -> Concat(Concat(Etoile e, f e), Etoile e)
```

IV Hauteur d'étoile

1. $h((ba^*b)^*) = 1 + h(ba^*b) = 1 + \max(h(ba^*), h(b)) = 1 + \max(h(a^*), h(b)) = 2$

2.

```
let rec h expr = match expr with
| Vide | Epsilon | L(_) -> 0
| Union(a, b) | Concat(a, b) -> max(h(a), h(b))
| Etoile(a) -> 1 + h(a)
```

3. Les langages d'hauteur d'étoile 0 contiennent uniquement un nombre fini de mots.

V Clôture par sous-mot

VI Utilisation de la programmation dynamique sur les mots

VII Lemme d'Arden