TD - Langages Rationnels

I Règles Opératives

II Petites Questions

1. $c^*ac^*bc^*|c^*bc^*ac^*$
2. $\{0,1\}^*\infty$
3. $((a+\varepsilon)(b+\varepsilon))^*(a+\varepsilon)$
4. Soit $e = (bc+b)^*$, $eaeae$ marche.
5. $L(\frac{1}{6}) = \varepsilon|16^*$; $L(\frac{1}{7}) = (142857) * (e|\varepsilon)$

III Distance de Hamming

1. Positif, symétrique, nulle : $\forall i, u_i = v_i \implies u - v = 0$, IT ...
2. ```
   let dist u v =
     let d = ref 0 in
     for i = 0 to String.length u - 1 do
       if u.(i) <> v.(i) then incr d
     done ;
     !d ;;
   ```
3. $\mathcal{H}(L) = 0^*10^*1^*|0^*1^*01^*|\varepsilon$
4. - $f(\varnothing) = \varnothing$; $f(\varepsilon) = \varepsilon$; si $a \in \sum$, $f(a) = \sum$
   - $f(e_1|e_2) = f(e_1)f(e_2)$
   - $f(e_1e_2) = f(e1)e2|e_1f(e_2)$
   - $f(e^*) = e^*f(e)e^*$

   P_n : Si e est une expression rationnel de taille n alors $\mathcal{H}$ est rationel.

   - P_1 est vraie :
     - $\mathcal{H}(\varnothing) = \varnothing$
     - $\mathcal{H}(\epsilon) = \epsilon$ ...
   - $\forall k \leq n, P_k \implies P_{n+1}$, soit e une expression de talle $n+1$
     Si $e = e_1|e_2$, on applique P_k sur e_1 et e_2, ce qui nous donne e_1' et e_2' d'où $\mathcal{H}(e) = e_1'|e_2'$
5. ```
   let rec f e = match e with
       |Vide -> Vide
       |Epsilon -> Epsilon
       |L a -> Union(L 0, L 1)
       |Union(e_1, e_2) -> Union(f e_1, f e_2)
       |Concat(e_1, e_2) -> Union(Concat(f e_1, e_2), Concat(e_1, f e_2))
       |Etoile e -> Concat(Concat(Etoile e, f e), Etoile e)
   ```

IV Hauteur d'étoile

1. $h((ba^*b)^*) = 1 + h(ba^*b) = 1 + max(h(ba^*), h(b)) = 1 + max(h(a^*), h(b)) = 2$
2. ```
   let rec h expr = match expr with
       |Vide |Epsilon |L(_) -> 0
       | Union(a, b) |Concat(a, b) -> max(h(a), h(b))
       | Etoile(a) -> 1 + h(a)
   ```
3. Les languages d'hauteur d'étoile 0 contiennent uniquement un nombre fini de mots.
   ```

V Clôture par sous-mot

VI Utilisisation de la programmation dynamique sur les mots

VII Lemme d'Arden