

Démonstration

Si  $G = (V, E)$ , soit  $v \in V$

Supposons que :

- $v \in e_1$  où  $e_1 \in M \Delta P$
- $v \in e_2$  où  $e_2 \in M \Delta P$

On ne peut pas avoir  $e_1 \in M$  et  $e_2 \in M$  (car  $M$  couplage) ni  $e_1 \in P \setminus M$  et  $e_2 \in P \setminus M$  (car ce ne serait pas alternant). Par symétrie, supposons  $e_1 \in M \setminus P$  et  $e_2 \in P \setminus M$

1. Si  $v$  est extrémité de  $P$ : **absurde** car  $v$  est libre ( $P$  augmentant) mais  $v$  adjacent à  $e_1 \in M$
2.  $\exists e_3 \neq e_2 \in P$  adjacent à  $v$ ,  $P$  est augmentant et  $e_2 \notin M$  donc  $e_3 \in M$  **absurde** car  $v$  adjacent à 2 arêtes de  $M$