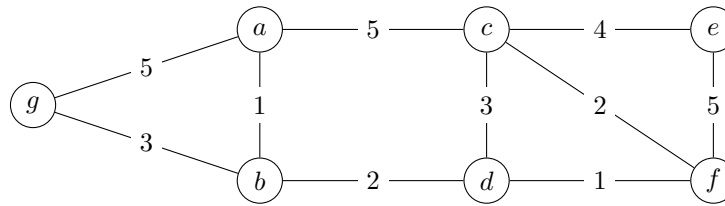
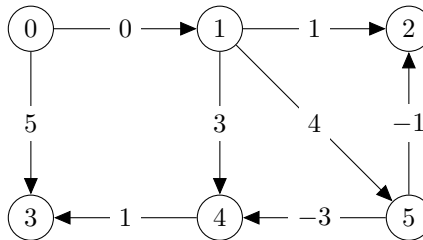


I Application des algorithmes

1. Appliquer l'algorithme de Kruskal à la main sur le graphe suivant :



2. Appliquer l'algorithme de Dijkstra à la main pour trouver les distances depuis a vers n'importe quel autre sommet :



II Plus courts chemin et Dijkstra

1. Trouver un exemple de graphe pour lequel Dijkstra ne fonctionne pas (ne donne pas les plus courts chemins).
2. Change t-on les plus courts chemins si on additionne/multiplie les poids de toutes les arêtes d'un graphe par une constante?
3. Le graphe orienté $\vec{G} = (V, \vec{E})$ d'une chaîne de Markov possède une probabilité sur chaque arc. La probabilité d'un chemin est le produit des probabilités de ses arcs. Comment trouver un chemin le plus probable d'un sommet à un autre?
4. Soit \vec{G} un graphe sans arc de poids négatif et s, t deux sommets. Montrer que l'on peut trouver tous les arcs utilisés par au moins un plus court chemin de s à t , en utilisant 2 fois l'algorithme de Dijkstra.
5. On suppose avoir un graphe orienté \vec{G} dont les **sommets** sont pondérés par w , au lieu des arêtes. Le poids d'un chemin est alors la somme des poids de ses sommets. Comment modifier \vec{G} pour pouvoir trouver des chemins de plus petit poids de \vec{G} , avec les algorithmes du cours?

III Mise à jour d'arbre couvrant de poids minimum

Soit $G = (V, E)$ un graphe pondéré et T un arbre couvrant de poids minimum de G . Soit $e \in E$.

1. On diminue le poids de e . Expliquer comment mettre à jour T pour qu'il soit toujours un arbre couvrant de poids minimum.
2. On augmente le poids de e . Expliquer comment mettre à jour T pour qu'il soit toujours un arbre couvrant de poids minimum.

IV Widest path

Soit $G = (V, E)$ un graphe pondéré. La **largeur** d'un chemin est le minimum des poids de ses arêtes. Soient $u, v \in V$. Un chemin de u à v est un **plus large chemin** (*widest path*) s'il n'existe pas d'autre chemin de u à v de plus grande largeur.

1. Donner un plus large chemin de g à f dans le graphe du I.1.
2. Comment modifier l'algorithme de Kruskal de façon à trouver un arbre couvrant T de poids maximum dans G ?
3. Montrer que le chemin de u à v dans T est un plus large chemin de u à v (l'algo. de Kruskal permet donc de trouver les plus larges chemins).