Задача №1

а) $\left(\frac{1}{6}\right)^4 = \frac{1}{1296}$

в) Вероятность того, что никто не угадает:

$\left(\frac{1295}{1296}\right)^{56}$

Вероятность того, что хоть кто-то угадает:

$1-\left(\frac{1295}{1296}\right)^{56}$

с) Вероятность того, что одна пара неуг.: $\frac{\cancel{1295}\cdot 1294}{1296\cdot \cancel{1295}} = \frac{1294}{1296}$

что никто не угадает: $\left(\frac{1294}{1296}\right)^{28}$

что хоть кто-то угадает: $1-\left(\frac{1294}{1296}\right)^{28}$

Задача N3:

a) $\forall_y \exists_x \; P(x,y)$

b) $\exists_x \exists_z \; P(x,y) \,\&\, P(z,y)$

c) $\exists_x \exists_z \; P(x,y) \,\&\, P(z,u) \,\&\, \overline{y=u}$

d) $\overline{\forall_x \exists_y (\in C) \; P(x,y)}$

e) $\overline{\forall_y \exists_x \; P(x,y) \,\&\, M(x)}$

f) $\forall_y \exists_x \; P(x,y) \,\&\, \overline{M(x)}$

g) $\left(\overline{\exists_y \exists_u \; P(x,y) \,\&\, P(z,u) \,\&\, \overline{y=u} \,\&\, M(x) \,\&\, M(z)}\right) \,\&\, \left(\forall_x \exists_y \; P(x,y) \,\&\, M(x)\right)$

a, b, c понятны

d) Неверно, что для любого студента существует кофейня, куда он ходит.

e) Неверно, что для любой кофейни существует студент, посещающий её и являющийся мужчиной (т.е. есть та, где только женщины)

f) Для любой кофейни найдётся студент, посещающий её и не мужчина (т.е. чисто мужской нет)

g) (Неверно, что есть две разные кофейни, которые посещают мужчины) & (Любой мужчина где-то да пьёт) (т.е. все ходят в одну)

Scanned by CamScanner

Задача 4

а) $\bar{x}\& y \vee x \& \bar{y} = x \oplus y$

x	y	$x\&\bar{y}$	$\bar{x}\&y$	$x\&\bar{y}\vee\bar{x}\&y$	$x\oplus y$
0	0	0	0	0	0
0	1	0	1	1	1
1	0	1	0	1	1
1	1	0	0	0	0

$y \to x$ $x \to y$

б) $(x \vee \bar{y}) \& (\bar{x} \vee y) = x \leftrightarrow y$

x	y	$\bar{x}\vee y$	$x\vee\bar{y}$	$(x\vee\bar{y})\&(\bar{x}\vee y)$	$x\leftrightarrow y$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1

c) $x \oplus y \oplus z \oplus 1$

x	y	z	$x \oplus y$	$(x \oplus y) \oplus z$	$x \oplus y \oplus z \oplus 1$
0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	1	0
0	1	0	1	1	0
0	1	1	1	0	1
1	0	0	1	1	0
1	0	1	1	0	1
1	1	0	0	0	1
1	1	1	0	1	0

d) $x \oplus y \oplus x \& y = x \vee y$

x	y	$x \& y$	$x \oplus y$	$x \oplus y \oplus x \& y$	$x \vee y$
0	0	0	0	0	0
0	1	0	1	1	1
1	0	0	1	1	1
1	1	1	0	1	1

e) $(x \oplus (x \to y)) \to x$

x	y	$x \to y$	$x \oplus (x \to y)$	$(x \oplus (x \to y)) \to x$
0	0	1	1	0
0	1	1	1	0
1	0	0	1	1
1	1	1	0	1

Scanned by CamScanner

x	y	z	u	x → y	y → z	z → u	3 (y → z) → u	0 (x → y) → z	1 x → (y → z)	4 y → (z → u)
0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1
0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1
0	0	1	0	1	1	0	0	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1
0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1
1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1
1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1
1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1
1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1
1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

$0 = ((x \to y) \to z) \to u$

$1 = (x \to (y \to z)) \to u$

$2 = (x \to y) \to (z \to u)$

$3 = x \to ((y \to z) \to u)$

$4 = x \to (y \to (z \to u))$

значащие скобки

незначащие скобки

Задача 5

0	1	2	3	4
1	0	1	1	1
1	1	1	1	1
0	0	0	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
0	0	0	1	1
1	1	1	1	1
0	0	1	0	1
1	1	1	1	1
0	0	1	0	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
0	0	0	0	0
1	1	1	1	1

Задача 6:

а) 1) Делимость на 17 в 18-СС:

Сумма цифр делится на 17

2) Делимость на 19 в 18-СС:

Суммы цифр на чётных и нечётных местах либо равны, либо отличаются на 19. (

Рассмотрим общий случай для N-СС и делимости на $(N-1)$ и $(N+1)$ соответственно.

1) Возьмём число $\overline{abcde}_n$ и представим его в виде суммы: $e+n\cdot d+n^2\cdot c+n^3\cdot d+n^4\cdot a$.

Разложим каждое слагаемое на скобки:

$$\overline{abcde}=\begin{cases} e=e \\ n\cdot d=(n-1)d+d \\ n^2\cdot c=((n-1)c+c)((n-1)+1) \\ n^3\cdot b=((n-1)b+b)((n-1)+1)((n-1)+1) \\ n^4\cdot a=((n-1)a+a)((n-1)+1)((n-1)+1)((n-1)+1) \end{cases}$$

Если раскрыть все скобки, то мы получим много слагаемых, кратных $(n-1)$, и e, d, c, b, a в каждой строчке. Так как $\overline{abcde}$ равно сумме всех строчек, то оно будет кратно $(n-1)$ только тогда

когда сумма $a+b...+e$ будет кратна $(n-1)$.
известно, что это работает для 10-СС.

2) Так как в любой системе счисления $(n+1)$ будет записано как 11 (т.к. $n+1_{10} = 1 \cdot n^1 + 1 \cdot n^0 = 11_n$), я буду записывать его так.

Возьмём число $\overline{abcde}_n$ и умножим на 11_n.

$$\begin{array}{r} \times \quad 11 \\ \overline{abcde} \\ \hline ee \\ dd \\ cc \\ bb \\ aa \\ \hline a ... \end{array}$$

~~Можно заметить, что каждая цифра полученного числа~~ -

Можно заметить, что число, получившееся в результате умножения, можно представить

как $\overline{a(a+b)(b+c)(c+d)(d+e)(e)}$

если все цифры при попарном сложении не дало перенос разряда, то всё хорошо.

Но если, скажем, $a = 9$ и $b = 9$, то их сумма будет равна 18 (в 18-СС), и разряд придётся переносить. Однако в таком случае значение этого разряда уменьшается на N, а значение соседнего разряда увеличивается на 1, что описано во второй части ответа („либо отличаются на 19").

Проверим:

b) $5+1+2+1+3+5+0+4+3+5+3+1+4+2+3+4+1+5+3+0+3+2+1+0+5=66$. На 17 не делится. На 17 делится 68, которое можно представить как $5+1+2+1\ldots+1+0+\underline{\underline{7}}$ (!), которое больше нашего числа всего на 2. Значит, у нашего остаток 15.

~~c) 5 2 1~~
~~2 3~~

c) $5+4+3+5+3+5+5+3+4=37$
$2+1+3+6+5+2+5+3=27$

Разность между суммами 10. Если к последней цифре прибавить 9, то получится число 52...33D, где D = 13 , и вот оно и будет делиться на 19 (т.к. разность м/у суммами будет 19 ровно.) А у данного нам числа тогда получается остаток 10.

Задача №7

а)

$a \cdot 14801 + b \cdot 28037$

28037	14801
14801	1
13236	

14801	13236
13236	1
565	

13236	565
1130	23
1936	
1695	
241	

565	241
482	2
83	

241	83
166	2
75	

83	75
75	1
8	

75	8
72	9
3	

8	3
6	2
2	

3	2
2	1
1	

2	1
2	2
0	

Scanned by CamScanner

$$\frac{a}{b} = \frac{28037}{14801} = 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{23 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{9 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}}}}}}$$

$$\vdots$$

$$= 1 + \dots 9 + \frac{1}{3} = 1 + \dots \frac{1}{\frac{28}{3}} \neq$$

$$= 1 + \dots + 1 + \frac{3}{28} = 1 + \dots \frac{1}{\frac{31}{28}} \neq$$

$$= 1 + \dots + 2 + \frac{28}{31} = 1 + \dots + \frac{1}{\frac{90}{31}} =$$

$$= 1 + \dots + 2 + \frac{31}{90} = 1 + \dots \frac{1}{\frac{211}{90}} \neq$$

$$= 1 + \dots 23 + \frac{90}{211} = 1 + \dots \frac{1}{\frac{4943}{211}} =$$

$$= 1 + \dots 1 + \frac{211}{4943} = 1 + \dots + \frac{1}{\frac{5154}{4943}} =$$

$$= 1 + \frac{4943}{5154} = \frac{10097}{5154} = \frac{a}{b}.$$

$a = 10097$

$b = 5154$

Задача №8

Метод решения:

Допустим, даны 2 числа: $a, b \in N$, $a > b$

Допустим также наличие у них НОД z.

Если в a z помещается сколько-то раз, и в b z помещается сколько-то раз, то если вычесть b из a, в $(a-b)$ тоже должно помещаться сколько-то z. Простым языком это объясняется так: если на курсе 92 чел, и их можно поделить на группы по 4, то выбрав 16 чел, которых можно поделить по 4, можно быть уверенными, что оставшиеся 76 тоже делятся на группы по 4.

Если в $(a-b)$ z помещается сколько-то раз, и в b z тоже помещается сколько-то раз, то в $(a-2b)$ z тоже будет помещаться целое число раз. Так можно вычитать n раз до тех пор, пока $c = a - n \times b$ не станет $< b$, то есть остатком от деления a на b:

$c \in N$, $a \equiv c \mod b$. На примере

студентов это работает так: было 92 (в диск-ре)
студента, препод взял 16 самых шарящих,
осталось ~~1~~76, из них тоже взяли 16
лучших, и так пока не осталось 12.

То есть по окончании вычитания остаток c
должен иметь z в списке множителей,
и b тоже должно иметь z в списке
множителей. А как проверить их наличие,
мы только что разобрали
Со студентами: $c = 12$, $b = 16$. НОД =
4. НОД $(92, 16) = 4$ (вручную). Метод
работает (вроде).

№8.1

$$\begin{array}{r} 166544355 \\ -\ 31748129 \end{array}$$ больше / меньше

$$\begin{array}{r|l} 166544355 & 31748129 \\ 158740645 & 5 \\ \hline 7803710 & \end{array}$$

0 можно убрать, т.к. число не делится ни на 2, ни на 5

$$\begin{array}{r|l} 31748129 & 780371 \\ 31214840 & 40 \\ \hline 533289 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 780371 & 533289 \\ -533289 & 1 \\ \hline 247082 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 533289 & 247082 \\ 494164 & 2 \\ \hline 39125 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 247082 & 39125 \\ 234750 & 6 \\ \hline 12332 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 39125 & 12332 \\ 36996 & 3 \\ \hline 2129 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 12332 & 2129 \\ 10645 & 5 \\ \hline 1687 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2129 & 1687 \\ 1687 & 1 \\ \hline 442 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 1687 & 442 \\ 1326 & 3 \\ \hline 361 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 442 & 361 = 19^2 \\ 361 & 1 \\ \hline 81 = 9^2 & \end{array}$$

Взаимно простые

Задача №9

не выспался

пришёл нормально

b) $\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{6}+\frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{3}}\cdot\frac{\cancel{3}}{\cancel{4}_{2}}=\frac{1}{18}+\frac{1}{2}=\frac{10}{18}=\frac{5}{9}$

выспался успел белом

успел

не успел опоздал

c) $\frac{5}{9}\cdot\frac{5}{6}+\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}=\frac{25}{54}+\frac{1}{12}=$

успел выпил без спешки

выпил кофе

$=\frac{25}{9\cdot6}+\frac{1}{2\cdot6}=\frac{50}{9\cdot6\cdot2}+\frac{9}{9\cdot6\cdot2}=\frac{59}{108}$

выспался выпил кофе вкусный

d) $\frac{1}{3}+\frac{59}{\cancel{108}_{12}}\cdot\frac{\cancel{9}}{10}=\frac{1}{3}+\frac{59}{120}=$

$=\frac{40+59}{120}=\frac{99}{120}=\frac{33}{40}$

e) Вероятность выпивания кофе: $\frac{59}{108}$

Вероятность и выпить, и успеть: $\frac{25}{54}$

Вероятность успевания на элку при условии выпитого кофе: $\cancel{\frac{25}{54}} \cdot \frac{\cancel{108}^{2}}{59} = \frac{50}{59}$

f) Вероятность успеть на элку: $\frac{5}{9}$

Вероятность успеть и выспаться: $\frac{1}{18}$

Вероятность того, что Игорь не сонный, при условии, что он успел: $\frac{1}{\cancel{18}_{2}} \cdot \frac{\cancel{9}}{5} = \frac{1}{10}$

Scanned by CamScanner

а) $\overset{\text{выспался}}{A} + \overset{\text{не высп}}{\bar{A}} \cdot \overset{\text{успел}}{B} \cdot \overset{\text{купил}}{C} \cdot \overset{\text{вкусный}}{D} + \overset{\text{не высп}}{\bar{A}} \cdot \overset{\text{опоздал}}{\bar{B}} \cdot \overset{\text{купил}}{C} \cdot \overset{\text{вкусный}}{D} =$

$$A + \bar{A} \cdot C \cdot D \cdot (B \vee \bar{B}) = A + \bar{A} \cdot C \cdot D$$

Как видно, успевание/неуспевание на элку на настроение препода не влияет, если он зайдёт за кофе.

Задача №2

a = третье число

1. Для Бяки возможный исход:

+2; +8; +15; −4; −11; −a

Матож: $\frac{\overset{10}{2+8}+15\overset{-15}{-4-11}-a}{6} = \frac{10-a}{6} = 0$

Для Буки аналогично, но с другими знаками:

~~Бука~~ −2; −8; −15; +4; +11; +a.

Матож: $\frac{a-10}{6} = 0.$

2. a = 10.

3. $E(x^2\ буки) = \frac{2^2}{6} + \frac{15^2}{6} + \frac{8^2}{6} + \frac{(-4)^2}{6} + \frac{(-11)^2}{6} +$

$+ \frac{(-10)^2}{6} = \frac{4}{6} + \frac{225}{6} + \frac{64}{6} + \frac{16}{6} + \frac{121}{6} +$

$+ \frac{100}{6} = \frac{20}{6} + \frac{346}{6} + \frac{164}{6} = \frac{530}{6} =$

$= \frac{215}{3} = E(x^2\ бяки)$

$D(x_{бу}) = \frac{215}{3} = D(x_{бя}) = \frac{215}{3}$