

ข้อสอบกลางภาค
ภาคเรียนที่ ๒ ปีการศึกษา ๒๕๕๘
วิชา การวิเคราะห์และการออกแบบขั้นตอนวิธี รหัส ๓๐๕๑๗๑
วันศุกร์ที่ ๒๕ กุมภาพันธ์ พ.ศ. ๒๕๕๙ เวลา ๐๙.๐๐ – ๑๒.๐๐ น. ห้องเรียน EN-510

ชื่อ-สกุลของนิสิต..... รหัส.....

คำชี้แจงสำหรับการสอบ (นิสิตจะต้องอ่านให้เข้าใจก่อนทำข้อสอบ และเซ็นชื่อกำกับด้านล่าง มิฉะนั้น จะไม่ได้รับการพิจารณาตรวจข้อสอบ)

1. นิสิตต้องนั่งตามผังที่นั่งสอบที่ติดไว้หน้าห้องสอบ
2. นิสิตที่เข้าสอบจะต้องนำบัตรนิสิตติดตัวมาด้วยทุกครั้ง เพื่อให้ผู้คุมสอบตรวจสอบได้ และนิสิตจะต้องเซ็นชื่อลงในใบเซ็นชื่อด้วยปากกา เพื่อยืนยันการเข้าสอบ
3. ห้ามนิสิตเข้าสอบช้ากว่าเวลา 15 นาที และไม่ให้ออกจากห้องสอบก่อน 30 นาทีหลังเริ่มสอบ เว้นเสียแต่จะได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษรจากผู้คุมสอบหรือคณบดี
4. ข้อสอบมี 4 ข้อ 2 หน้า (รวมใบปะหน้า)
5. ในการสอบนี้อนุญาตให้นิสิตนำเอกสาร เครื่องเขียน และเครื่องคำนวณที่ไม่ได้ต่อกับสัญญาณสื่อสารใดๆ เข้าห้องสอบได้
6. ไม่อนุญาตให้ใช้/เปิดโทรศัพท์มือถือระหว่างทำข้อสอบ ทั้งนี้รวมถึงไม่อนุญาตให้นิสิตใช้โทรศัพท์มือถือในการคำนวณแทนเครื่องคิดเลข มิฉะนั้นจะถือว่านิสิตมีเจตนาทุจริต
7. ห้ามเยี่ยมของกัน และห้ามนิสิตพูดคุยกันระหว่างการทำข้อสอบ มิฉะนั้น จะถือว่าส่อเจตนาทุจริต
8. เมื่อปรากฏว่ามีการทุจริตในการสอบ ผู้ควบคุมการสอบจะรวบรวมพยานหลักฐาน และบันทึกลักษณะความผิดไว้ในกระดาษคำตอบ พร้อมกับลงลายมือชื่อรับรอง แล้วให้รับรายงานคณบดี เพื่อนำเสนอมหาวิทยาลัยพิจารณาดำเนินการตามข้อบังคับของมหาวิทยาลัยว่าด้วยการสอบของนิสิตต่อไป

ข้าพเจ้าได้อ่านคำชี้แจงในการทำข้อสอบและทำความเข้าใจเป็นอย่างดีแล้ว และพร้อมปฏิบัติตาม

ลงชื่อ

นิสิตผู้เข้าสอบ

1. สมมติว่ามีแก้ว $2n$ ใบวางอยู่บนโต๊ะ แก้ว n ใบมีน้ำอยู่ในขณะที่แก้วอีก n ใบว่างเปล่า จงออกแบบขั้นตอนวิธี (algorithm) ในการที่จะเทน้ำจากแก้วที่มีน้ำอยู่ไปยังแก้วว่างเปล่าแล้ว ผลลัพธ์เป็นแก้วที่มีน้ำสลับกับแก้วว่างเปล่า พร้อมทั้งวิเคราะห์ความซับซ้อนของขั้นตอนวิธีดังกล่าว ตัวอย่างเช่นถ้ามีแก้ว 10 ใบ ดังภาพ



เมื่อเทน้ำเสร็จแล้วจะผลลัพธ์ดังภาพ



2. คุณสามารถบวกเลข n จำนวนด้วยวิธี Divide-and-Conquer ด้วยการแบ่งเลขทั้งหมดเป็น 2 ส่วน โดยส่วนแรกมี $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ จำนวน และส่วนที่สองมี $n - \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ จำนวน

$$\left(a_0 + a_1 + \cdots + a_{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor - 1}\right) + \left(a_{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} + \cdots + a_{n-1}\right)$$

ส่วนแรกนั้นยังแบ่งต่อไปได้อีกเป็น

$$\left(a_0 + a_1 + \cdots + a_{\lfloor \frac{n}{4} \rfloor - 1}\right) + \left(a_{\lfloor \frac{n}{4} \rfloor} + \cdots + a_{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor - 1}\right)$$

ส่วนที่สองก็สามารถแบ่งได้ในทำนองเดียวกัน เมื่อแบ่งไปเรื่อยๆ จะไปถึงสุดที่มีเพียงจำนวนเดียว ในส่วนนั้นก็ให้ผลลัพธ์เป็นค่านั้นคืนมา จงออกแบบขั้นตอนวิธีโดยใช้เทคนิค Divide-and-Conquer ดังที่บรรยาย พร้อมทั้งวิเคราะห์ Complexity ของขั้นตอนวิธีที่ออกแบบมา

3. เทคนิคหนึ่งสำหรับตรวจสอบว่า Binary Tree เป็น Binary Search Tree หรือไม่ คือการใช้ Transform-and-Conquer แปลงค่าจาก Binary Tree ให้เป็น list แล้วตรวจสอบว่า list นั้น เรียงจากน้อยไปมากหรือไม่ สมมติ Binary Tree ไม่มีค่าซ้ำ จงออกแบบขั้นตอนวิธี

3.1. (Transform) แปลง Binary Tree ให้เป็น list โดยใช้วิธี Tree Traverse

3.2. (Conquer) ตรวจสอบว่าค่าใน List เรียงจากน้อยไปมาก

3.3. วิเคราะห์ Complexity ของขั้นตอนทั้ง 2

4. จงออกแบบขั้นตอนวิธี (algorithm) สำหรับหาความยาวของ Longest Alternating Subsequence (LAS) พร้อมทั้งวิเคราะห์ Complexity ของขั้นตอนวิธีที่ออกแบบมา ตัวอย่างเช่น

Sequence คือ 235 ความยาวของ LAS คือ 1 (LAS คือ 235)

Sequence คือ 123 186 ความยาวของ LAS คือ 2 (LAS คือ 123 186)

Sequence คือ 7 8 9 ความยาวของ LAS คือ 2 (LAS คือ 7 9)

Sequence คือ 7 8 9 2 ความยาวของ LAS คือ 3 (LAS คือ 7 9 2)