

ข้อสอบปลายภาค
ภาคเรียนที่ ๒ ปีการศึกษา ๒๕๕๘
วิชา การวิเคราะห์และการออกแบบขั้นตอนวิธี รหัส ๓๐๕๒๓๓
วันอังคารที่ ๒๖ เมษายน พ.ศ. ๒๕๕๙ เวลา ๑๓.๐๐ – ๑๖.๐๐ น. ห้องเรียน EN-309

ชื่อ-สกุลของนิสิต..... รหัส.....

คำชี้แจงสำหรับการสอบ (นิสิตจะต้องอ่านให้เข้าใจก่อนทำข้อสอบ และเซ็นชื่อกำกับด้านล่าง มิฉะนั้น จะไม่ได้รับการพิจารณาตรวจข้อสอบ)

1. นิสิตต้องนั่งตามผังที่นั่งสอบที่ติดไว้หน้าห้องสอบ
2. นิสิตที่เข้าสอบจะต้องนำบัตรนิสิตติดตัวมาด้วยทุกครั้ง เพื่อให้ผู้คุมสอบตรวจสอบได้ และนิสิตจะต้องเซ็นชื่อลงในใบเซ็นชื่อด้วยปากกา เพื่อยืนยันการเข้าสอบ
3. ห้ามนิสิตเข้าสอบช้ากว่าเวลา 15 นาที และไม่ให้ออกจากห้องสอบก่อน 30 นาทีหลังเริ่มสอบ เว้นเสียแต่จะได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษรจากผู้คุมสอบหรือคณบดี
4. ข้อสอบมี 4 ข้อ 2 หน้า (รวมใบปะหน้า)
5. ในการสอบนี้อนุญาตให้นิสิตนำเอกสาร เครื่องเขียน และเครื่องคำนวณที่ไม่ได้ต่อกับสัญญาณสื่อสารใดๆ เข้าห้องสอบได้
6. ไม่อนุญาตให้ใช้/เปิดโทรศัพท์มือถือระหว่างทำข้อสอบ ทั้งนี้รวมถึงไม่อนุญาตให้นิสิตใช้โทรศัพท์มือถือในการคำนวณแทนเครื่องคิดเลข มิฉะนั้นจะถือว่านิสิตมีเจตนาทุจริต
7. ห้ามเยี่ยมของกัน และห้ามนิสิตพูดคุยกันระหว่างการทำข้อสอบ มิฉะนั้น จะถือว่าส่อเจตนาทุจริต
8. เมื่อปรากฏว่ามีการทุจริตในการสอบ ผู้ควบคุมการสอบจะรวบรวมพยานหลักฐาน และบันทึกลักษณะความผิดไว้ในกระดาษคำตอบ พร้อมกับลงลายมือชื่อรับรอง แล้วให้รับรายงานคณบดี เพื่อนำเสนอมหาวิทยาลัยพิจารณาดำเนินการตามข้อบังคับของมหาวิทยาลัยว่าด้วยการสอบของนิสิตต่อไป

ข้าพเจ้าได้อ่านคำชี้แจงในการทำข้อสอบและทำความเข้าใจเป็นอย่างดีแล้ว และพร้อมปฏิบัติตาม

ลงชื่อ

นิสิตผู้เข้าสอบ

1. สมมติว่ามีเหรียญ $2n$ เหรียญวางอยู่บนโต๊ะ หางหัว (H) n เหรียญ หางก้อย (T) n เหรียญ จงออกแบบขั้นตอนวิธี (algorithm) ในการที่จะสลับเหรียญแล้วผลลัพธ์เป็นหัวสลับกับก้อย พร้อมทั้งวิเคราะห์ความซับซ้อนของขั้นตอนวิธีดังกล่าว ตัวอย่างเช่นถ้ามีเหรียญ 10 เหรียญดังนี้

T T H T T H H H T H

เมื่อสลับเสร็จแล้วจะผลลัพธ์ดังนี้

H T H T H T H T H T

2. คุณสามารถบวกเลข n จำนวนด้วยการแบ่งเลขทั้งหมดเป็นคู่ๆ จำนวน $\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$ คู่

$$(a_0 + a_1) + \dots + (a_{n-2} + a_{n-1})$$

แล้วบวกทีละคู่ก็จะได้ผลลัพธ์ $\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$ ค่า ($a_{p,q}$ หมายถึงผลลัพธ์ของ $a_p + a_q$)

$$(a_{0,1} + a_{2,3}) + \dots + (a_{n-4,n-3} + a_{n-2,n-1})$$

จากนั้นนำผลลัพธ์ที่ได้มาแบ่งเป็นคู่ๆ ก็จะได้ $\left\lfloor \frac{n}{4} \right\rfloor$ คู่แล้วบวกทีละคู่ ก็จะได้ผลลัพธ์จำนวน $\left\lfloor \frac{n}{4} \right\rfloor$

คู่ ทำเช่นนี้ไปเรื่อยๆจะได้ผลลัพธ์เพียงค่าเดียว จงออกแบบขั้นตอนวิธีโดยใช้เทคนิค Divide-and-Conquer ดังที่บรรยาย พร้อมทั้งวิเคราะห์ Complexity ของขั้นตอนวิธีที่ออกแบบมา

3. เทคนิคหนึ่งสำหรับตรวจสอบว่า Binary Tree เป็น Heap หรือไม่ คือการใช้ Transform-and-Conquer แปลงค่าจาก Binary Tree ให้เป็น array แล้วตรวจสอบว่า array นั้นว่าค่า ณ ตำแหน่ง i มากกว่าค่า ณ ตำแหน่ง $2*i+1$ และค่า ณ ตำแหน่ง $2*i+2$ จงออกแบบขั้นตอนวิธี

3.1. (Transform) แปลง Binary Tree ให้เป็น array โดยใช้วิธี Tree Traverse

3.2. (Conquer) ตรวจสอบว่าค่าใน array ค่า ณ ตำแหน่ง i มากกว่าค่า ณ ตำแหน่ง $2*i+1$ และค่า ณ ตำแหน่ง $2*i+2$

3.3. วิเคราะห์ Complexity ของขั้นตอนทั้ง 2

4. จงออกแบบขั้นตอนวิธี (algorithm) สำหรับหาความยาวของ Longest Odd-Even Subsequence (LOES) นั่นคือมีเลขคี่สลับกับเลขคู่พร้อมทั้งวิเคราะห์ Complexity ของขั้นตอนวิธีที่ออกแบบมา ตัวอย่างเช่น

Sequence คือ 2 ความยาวของ LOES คือ 1 (LOES คือ 2)

Sequence คือ 3, 4 ความยาวของ LOES คือ 2 (LOES คือ 3, 4)

Sequence คือ 7, 8, 5 ความยาวของ LOES คือ 3 (LOES คือ 7, 8, 5)

Sequence คือ 7, 8, 2, 9 ความยาวของ LOES คือ 3 (LOES คือ 7, 8 หรือ 2, 9)