

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Э. БАУМАНА**
Факультет информатики и систем управления
Кафедра теоретической информатики и компьютерных технологий

Лабораторная работа №2
по курсу «Математическое моделирование»

Выполнил:
студент ИУ9-111
Выборнов А. И.

Руководитель:
Домрачева А. Б.

Москва 2015

1. Постановка задачи

Рассматриваются 6 станций чешского метрополитена. Для каждой станции, вручную была посчитана следующая информация:

- Среднее число пассажиров, вошедших с данной станции в метрополитена в день.
- Среднее число пассажиров, вышедших с данной станции в день.

В качестве периода для усреднения рассматривается 1 месяц. Предположим, что связь между данными и метрополитеном, к которому они относятся — неизвестна. Необходимо применить метод кластеризации с целью объединить наиболее коррелирующие данные в соответствующую станцию метрополитена. В качестве алгоритма кластеризации рассматривается k-means.

2. Кластеризация методом k-means

k-means (метод k-средних) — наиболее популярный метод кластеризации. Действие алгоритма таково, что он стремится минимизировать суммарное квадратичное отклонение точек кластеров от центров этих кластеров.

Алгоритм разбивает множество элементов векторного пространства на заранее известное число кластеров k . Основная идея заключается в том, что на каждой итерации перевычисляется центр масс для каждого кластера, полученного на предыдущем шаге, затем векторы разбиваются на кластеры вновь в соответствии с тем, какой из новых центров оказался ближе по выбранной метрике. Алгоритм завершается, когда на какой-то итерации не происходит изменения центра масс кластеров. Это происходит за конечное число итераций, так как количество возможных разбиений конечного множества конечно, а на каждом шаге суммарное квадратичное отклонение не увеличивается, поэтому заикливание невозможно.

У метода k-means есть несколько существенных проблем:

- Не гарантируется достижение глобального минимума суммарного квадратичного отклонения V , а только одного из локальных минимумов.
- Результат зависит от выбора исходных центров кластеров, их оптимальный выбор неизвестен.
- Число кластеров надо знать заранее.

3. Реализация

В рамках работы был реализован метод k-means на языке python, метод принимает на вход множество точек X и желаемое количество кластеров k ,

```
def kmeans(X, k):
    def equal(a,b):
        return set([tuple(x) for x in a]) == set([tuple(x) for x in b])

    def clusterize(X, centers):
        clusters = defaultdict(list)
        for x in X:
            cluster_index = min([(i[0], np.linalg.norm(x-centers[i[0]])) \
                                for i in enumerate(centers)], key=lambda t:t[1])[0]
            clusters[cluster_index].append(x)
        return clusters

    def get_centers(clusters):
        centers = []
        for k in sorted(clusters.keys()):
            centers.append(np.mean(clusters[k], axis = 0))
        return centers

    old_centers = random.sample(X, k)
    centers = random.sample(X, k)

    while not equal(centers, old_centers):
        old_centers = centers
        clusters = clusterize(X, centers)
        centers = get_centers(clusters)

    return (centers, clusters)
```

4. Тестирование

В рамках решения задачи рассматриваются точки в двумерном пространстве, где одна из осей задаёт среднее число пассажиров, вошедших с данной станции метрополитена в день, а другая среднее число пассажиров, вышедших с данной станции в день. Каждая точка определяет одну станцию в один из 12 месяцев.

Все точки были поданы на вход k-means с заданным значением числа кластеров равном 6. Так как результат алгоритма k-means зависит от выбора исходных центров кластеров, а они, в нашем случае, выбираются случайным образом, то было проведено множество запусков программы кластеризации, рассмотрим два из них:

4.1. Случай 1

Были получены следующие результаты кластеризации — каждому кластеру соответствует список станций метро в него попавших, которые разделены пробелами:

1. A0 A0 A1 C1

2. A0 A0 A1 B0 B0 B0 B1 B1 B1 B1 B1 C0 C0 C1

3. A1 A1 A1 A1 A1 B0 B0 B0 B0 B0 B1 C0 C0 C1 C1
4. A1 B0 B1 B1 B1 C0 C1 C1 C1 C1 C1
5. A0 A0 A0 A0 A0 A0 A0 A0 A1 B0 C0 C0 C0 C1 C1 C1
6. A1 A1 A1 B0 B0 B1 B1 B1 C0 C0 C0 C0

Результаты провизуализированы на рисунке 1. На нём большие голубые точки задают центры полученных кластеров, а голубые линии связывают между собой принадлежащие одному кластеру точки. Точки принадлежащие разным станциям метро, раскрашены разным цветом.

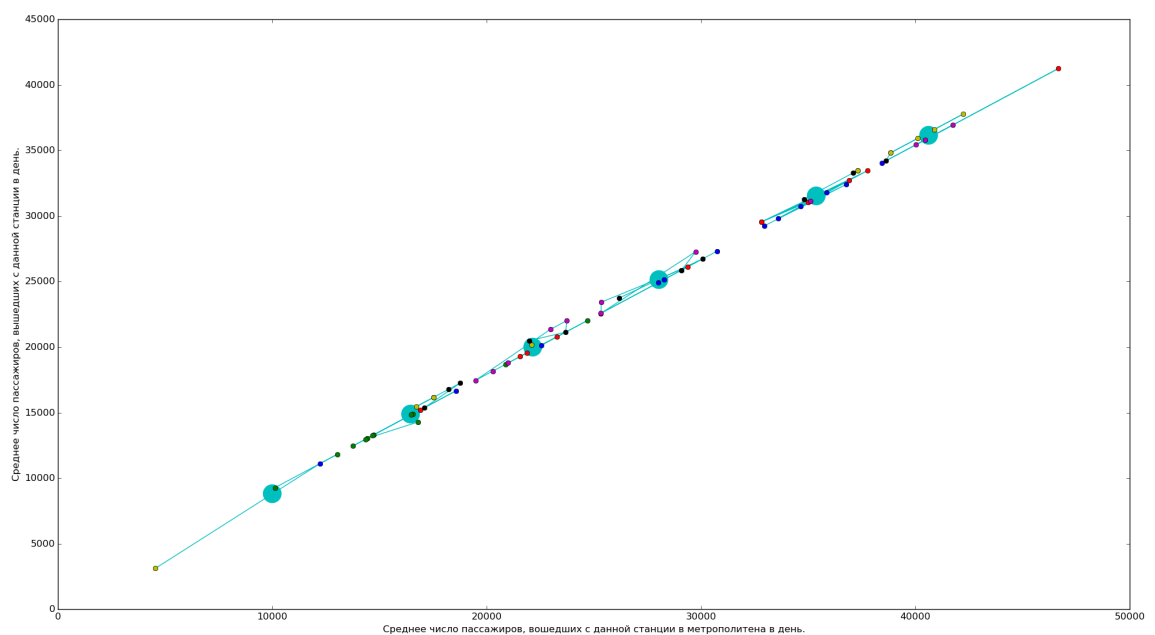


Рисунок 1 — Визуализация результатов кластеризации

4.2. Случай 2

Были получены следующие результаты кластеризации — каждому кластеру соответствует список станций метро в него попавших, которые разделены пробелами:

1. A0 A0 A1 A1 B0 B0 B0 B1 B1 B1 B1 B1 C0 C0 C0 C0 C1
2. A1 A1 B0 B0 B1 B1 C0 C0 C1 C1 C1 C1 C1 C1

3. A0 A0 A0 A0 A0 A0 A0 A0 A0 A0 A0 A1 B0 C0 C1 C1 C1 C1
4. A1 A1 A1 A1 B0 B0 B0 B1 C0
5. B0 B1 C1
6. A1 A1 A1 B0 B0 B1 B1 B1 C0 C0 C0 C0

Результаты провизуализированы на рисунке 2. На нём большие голубые точки задают центры полученных кластеров, а голубые линии связывают между собой принадлежащие одному кластеру точки. Точки принадлежащие разным станциям метро, раскрашены разным цветом.

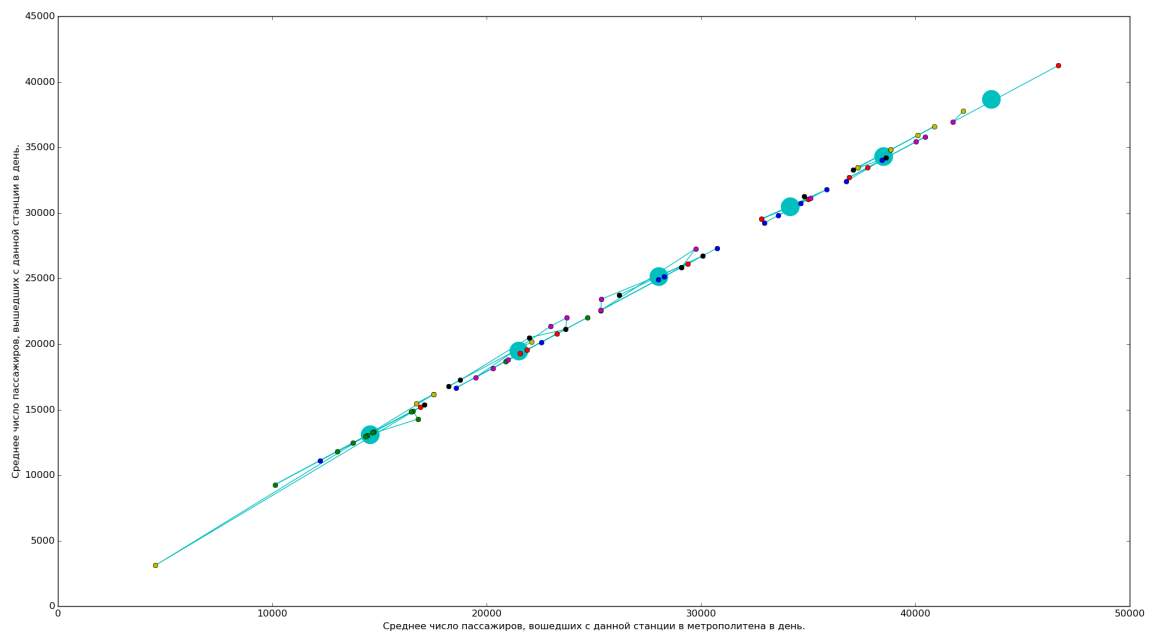


Рисунок 2 — Визуализация результатов кластеризации

Из результатов кластеризации видно, что в обоих случаях в целом кластеры не совпали с данными о станциях, что позволяет сделать вывод о сильной однородности входных данных. Также можно заметить, что достаточно много точек станции A0 (в первой случае 8, во втором 10) попали в рамки одного кластера, что говорит, об заметном отличии данных о станции A0, от остальных.