

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Э. БАУМАНА  
Факультет информатики и систем управления  
Кафедра теоретической информатики и компьютерных технологий

Лабораторная работа №1  
по курсу «Математическое моделирование»

«Установление степенной взаимосвязи между двумя выборками»

Выполнил:  
студент ИУ9-111  
Выборнов А. И.  
Руководитель:  
Домрачева А. Б.

Москва 2015

# 1. Постановка задачи

Имеются две выборки. Одна задаёт курс рубля по отношению к доллару в промежутки от 03.01.2012 до 26.10.2015, другая задаёт курс нефти марки Brent в долларах за такой же промежуток. Необходимо установить взаимосвязь (параметры степенной зависимости) между этими двумя выборками.

## 2. Реализация

## 3. Ход выполнения

Пусть выборка  $\xi_1$  задаёт курс рубля, а выборка  $\xi_2$  — стоимость нефти. Необходимо установить степенную зависимость между двумя выборками:

$$\xi_1 = \alpha \xi_2^\beta.$$

Преобразуем степенную зависимость, прологарифмировав обе части равенства, получим:

$$\ln \xi_1 = \ln \alpha + \beta \ln \xi_2 \quad (1).$$

Представив выборку  $\xi_1 = \{x_1, \dots, x_n\}$ , а выборку  $\xi_2 = \{y_1, \dots, y_m\}$ , получим:

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln x_i = \ln \alpha + \frac{\beta}{n} \sum_{i=1}^n \ln y_i,$$

$$\alpha = e^{M_1 - \beta M_2}.$$

Аналогичным образом найдём параметр  $\beta$ , взяв дисперсию от обеих частей равенства 1:

$$D(\ln \xi_1) = D(\ln \alpha + \beta \ln \xi_2),$$

$$D(\ln \xi_1) = D(\ln \alpha) + D(\beta \ln \xi_2) + 2 \operatorname{cov}(\ln \alpha, \beta \ln \xi_2),$$

$$D(\ln \xi_1) = \beta^2 D(\ln \xi_2),$$

$$\beta = \sqrt{\frac{D(\ln \xi_1)}{D(\ln \xi_2)}}$$

Было написано приложение, позволяющее получать по выборкам коэффициенты  $\alpha$  и  $\beta$ . Результаты работы показаны на рисунке 1 в виде зависимости коэффици-

циентов  $\alpha$  и  $\beta$  от объёмов выборки. Из рисунка видно, что коэффициенты быстро стабилизируются, что указывает на наличие высокой корреляции между двумя выборками. А также, что существует нелинейная зависимость между двумя исходными выборками вида:

$$\xi_1 = 0.78 * \xi_2^{0.69}.$$

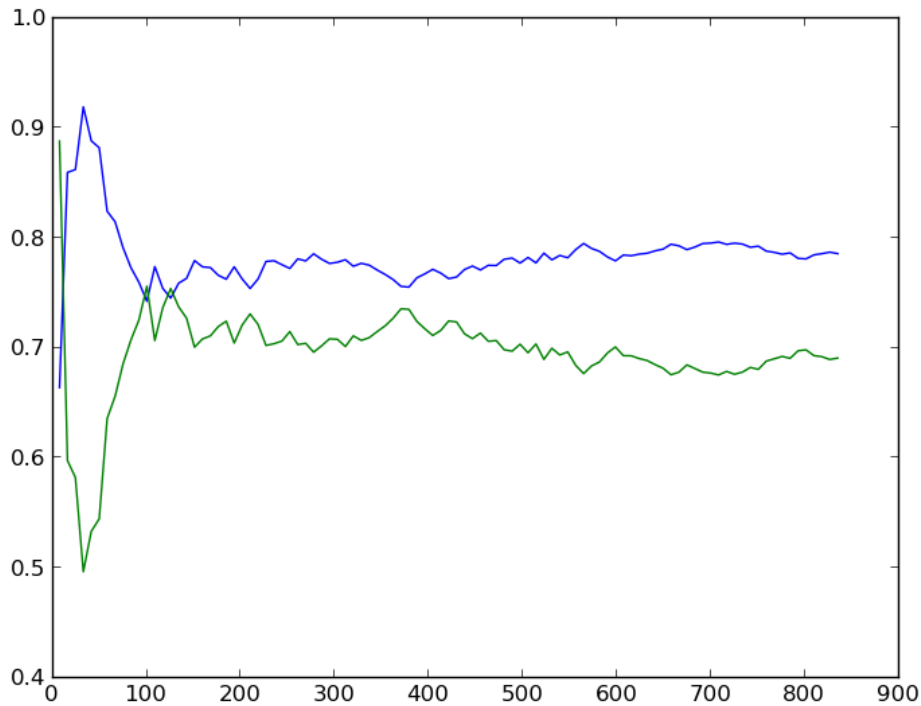


Рисунок 1 — Зависимость коэффициентов  $\alpha$  (синий график) и  $\beta$  (зелёный график) от объёма выборки

С помощью критерия Колмогорова-Смирнова изучим влияние размера обучающей выборки на качество построенной модели.

Входные данные делились на две части: обучающая и контрольная выборка. То есть чем больше обучающая, тем меньше контрольная и наоборот.

На рисунке 2 показана зависимость качества полученной модели от размера обучающей выборки (чем значение функции меньше, тем более высокое качество модели). Из рисунка видно, что с увеличением размера обучающей выборки качество долгое время остаётся неизменным, а затем резко возрастает. Повышение качества при большом объёме обучающей выборки, предположительно связано, с малым количеством элементов, которые попали в контрольную выборку.

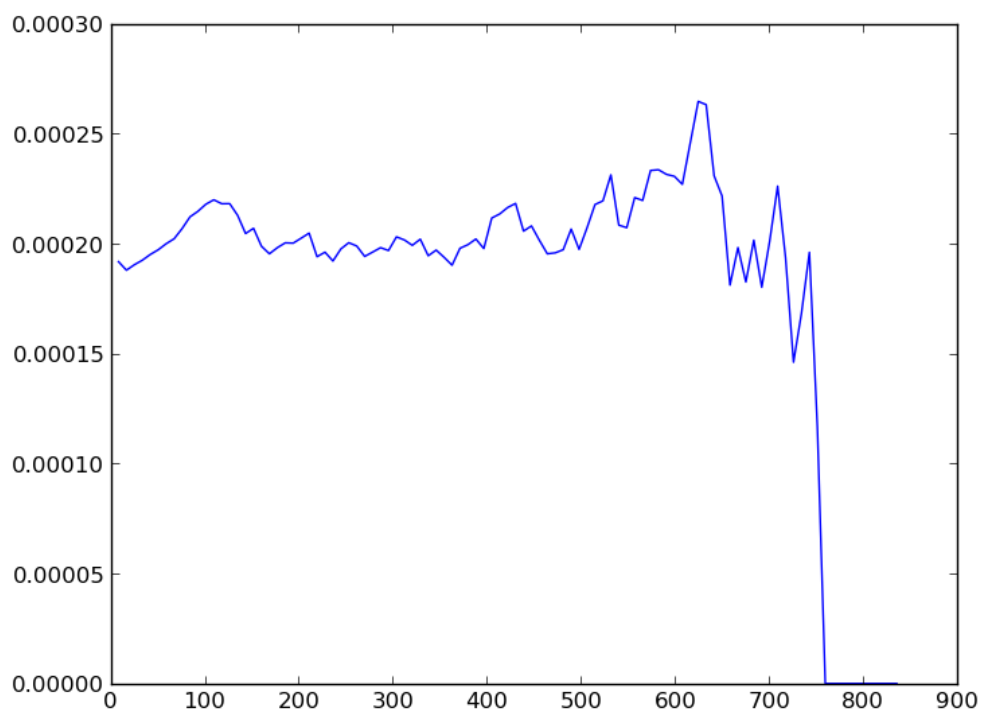


Рисунок 2 — Зависимость качества построенной модели от размера обучающей выборки (чем значение меньше, тем качество выше)