Лекция 4

Синтаксический анализ

§17. Постановка задачи синтаксического анализа

Определение. Порождающую грамматику $G = \langle N, T, P, S\rangle$ называют *контекстно-свободной* (КС-грамматикой), если каждое правило вывода из множества P имеет вид
$A \to \gamma$,
где $A \in N$ – нетерминал, а $\gamma \in (N \cup T)^\star$ – цепочка в объединённом алфавите грамматики.

Будем говорить, что uxv выводится за один шаг из uAv (и записывать это как $uAv \Rightarrow uxv$), если $A \to x$ – правило вывода, и u и v – произвольные цепочки из $(N \cup T)^\star$.

Если $u_1 \Rightarrow u_2 \Rightarrow \ldots \Rightarrow u_n$, будем говорить, что из u_1 выводится u_n, и записывать это как $u_1 \Rightarrow^\star u_n$.

Для отношения $\Rightarrow^\star$ справедливы утверждения:
1. $u \Rightarrow^\star u$ для любой цепочки u;
2. если $u \Rightarrow^\star v$ и $v \Rightarrow^\star w$, то $u \Rightarrow^\star w$.

Аналогично, $\Rightarrow^+$ означает «выводится за один или более шагов».

Определение. Цепочка u называется *сентенциальной формой* в грамматике $G = \langle N, T, P, S\rangle$, если $S \Rightarrow^\star u$.

Определение. Сентенциальная форма u называется *левой сентенциальной формой*, если на каждом шаге вывода u из аксиомы грамматики S осуществляется подстановка самого левого нетерминала. При этом такой вывод называется *левосторонним*.

Аналогично, *правая сентенциальная форма* и *правосторонний вывод*.

Определение. *Предложение* – это сентенциальная форма, не содержащая нетерминалов.

Определение. *Упорядоченным графом* называется пара $\langle V, E\rangle$, где V обозначает множество вершин, а E – множество линейно упорядоченных списков дуг, каждый элемент которого имеет вид $\langle\langle v, e_1\rangle, \langle v, e_2\rangle, \ldots \langle v, e_n\rangle\rangle$.
Этот элемент указывает, что из вершины v выходят n дуг, причем первой из них считается дуга, входящая в вершину e_1, второй – дуга, входящая в вершину e_2, и т.д.

Определение. *Дерево вывода* в КС-грамматике $G = \langle N, T, P, S\rangle$ – это упорядоченное дерево, каждая вершина которого помечена символом из множества $N \cup T \cup \{\varepsilon\}$. При этом:

1. корень дерева помечен аксиомой S;
2. каждый лист помечен либо терминалом, либо ε;
3. каждая внутренняя вершина помечена нетерминалом;
4. если N – нетерминал, которым помечена нелистовая вершина, и $X_1, \ldots, X_n$ – метки её прямых потомков в указанном порядке, то $N \to X_1 \ldots X_n$ – правило из множества P.

Задача синтаксического анализа. Дано:

$G = \langle N, T, P, S \rangle$ – КС-грамматика языка;

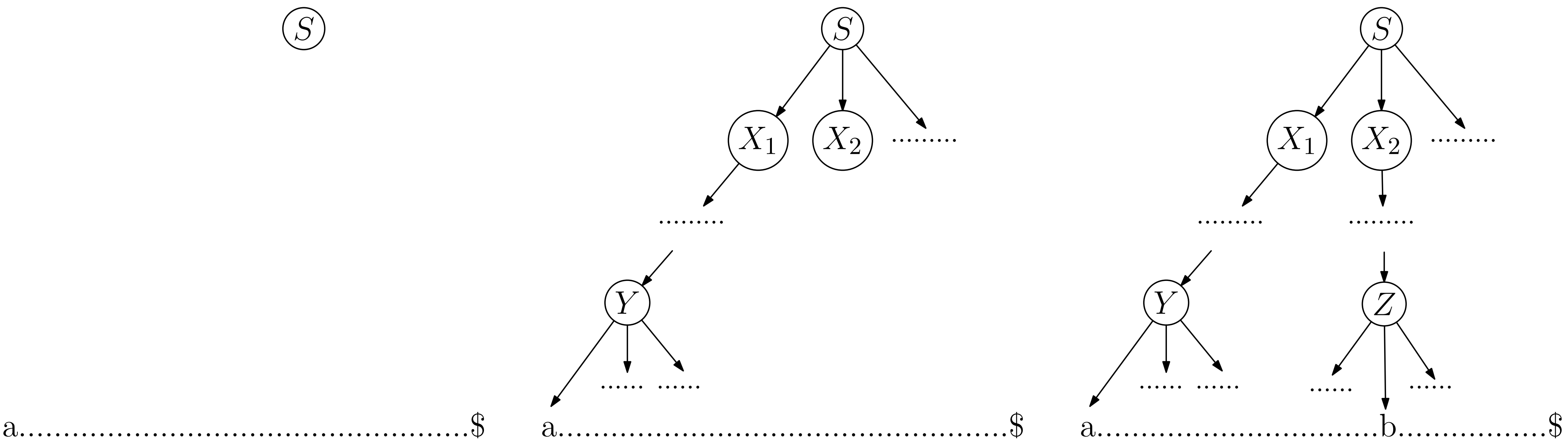
$x \in T^\star$ – цепочка.

Требуется определить, является ли цепочка x предложением в грамматике G. В случае положительного ответа на этот вопрос следует построить дерево вывода цепочки x в грамматике G.

Замечание. Следует понимать, что реальный синтаксический анализатор вовсе не обязан строить настоящее дерево вывода. Достаточно, чтобы он в процессе работы формировал некие данные, по которым можно построить дерево вывода.

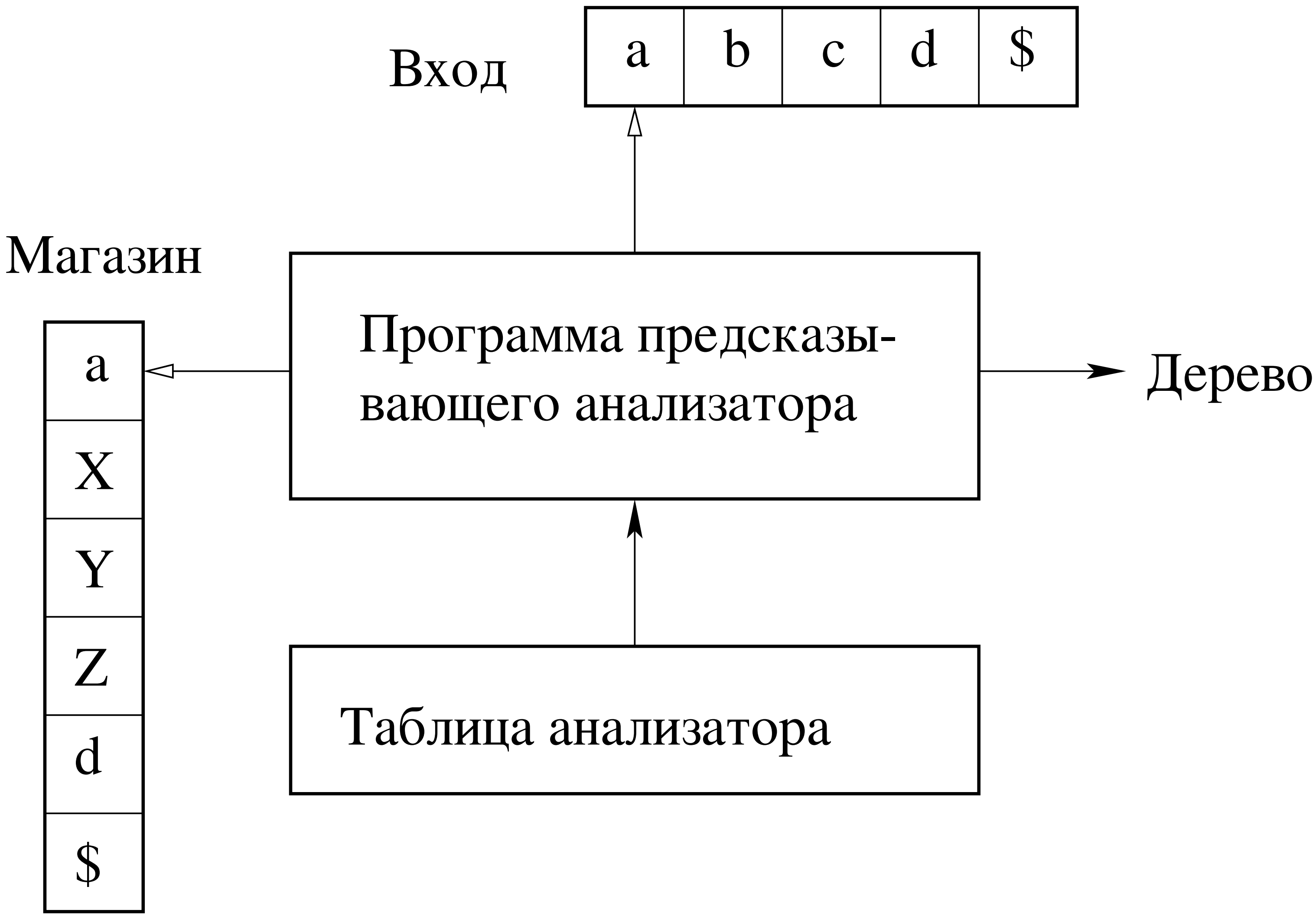
§18. Алгоритм предсказывающего синтаксического разбора

Последовательность формирования дерева вывода в процессе предсказывающего синтаксического разбора (сверху-вниз):



Основная проблема предсказывающего разбора – определение правила вывода, которое нужно применить к нетерминалу.

Структура предсказывающего анализатора:



Предсказывающий анализатор для грамматики $G = \langle N, T, P, S\rangle$ получает на вход цепочку $x \in T^\star$, в конце которой обязательно стоит правый концевой маркер \$.

Магазин содержит последовательность символов $y \in (N \cup T)^\star$ с символом \$ на дне. В начале магазин содержит аксиому грамматики S на верхушке и \$ на дне.

Пока будем считать, что на выходе анализатора получается последовательность применённых правил вывода.

Таблица анализатора задаёт функцию $\delta : N \times T \longrightarrow (N \cup T)^\star \cup \{\text{ERROR}\}$.

Программа предсказывающего анализатора работает следующим образом. Она рассматривает X – символ на верхушке магазина и a – текущий входной символ. При этом имеются три возможности.

1. Если $X = a = \$$, анализатор останавливается и сообщает об успешном окончании разбора.

2. Если $X = a \neq \$$, анализатор удаляет X из магазина и продвигает указатель входа на следующий входной символ.

3. Если X – нетерминал, программа заглядывает в таблицу $\delta\,(X, a)$, где хранится либо правило для X, либо ошибка. Если, например, $\delta\,(X, a) = UVW$, анализатор заменяет X на верхушке магазина на WVU (U оказывается на верхушке) и отправляет на выход правило $X \rightarrow UWV$. Если $\delta\,(X, a) =$ ERROR, анализатор переходит в режим восстановления при синтаксических ошибках.

```
TopDownParse(N, T (содержит $), S, δ, цепочка x) {
  Result = пустая последовательность;
  поместить в магазин S$;  a = первый символ из x;
  do {
      X = верхний символ магазина;
      if (X ∈ T) {
          if (X == a) {
              удалить X из магазина;
              a = очередной символ из x;
          } else error();
      } else {
          if (δ(X,a) == Y1Y2...Yk) {
              удалить X из магазина;
              поместить Yk...Y2Y1 в магазин (Y1 сверху);
              добавить правило X → Y1Y2...Yk в Result;
          } else error();
      }
  }
  while (X ≠ $);
  return Result;
}
```

Пример. Объектные Рефал-выражения

$T = \{\mathrm{symbol}, '(', ')', \$\}$, $N = \{\mathrm{expr}, \mathrm{term}\}$, $S = \mathrm{expr}$,
$P =$

```
expr ::= term expr | ε.
term ::= symbol | '(' expr ')'.
```

Функция δ:

	symbol	'('	')'	\$
expr	term expr	term expr	ε	ε
term	symbol	'(' expr ')'	ERROR	ERROR

§19. Множества FIRST и FOLLOW

Пусть дана грамматика $G = \langle N, T, P, S \rangle$. Будем обозначать нетерминальные символы грамматики буквами X и Y, терминальные символы – буквой a, а цепочки – буквами u и v.

Множества FIRST и FOLLOW связаны с грамматикой языка и позволяют построить таблицу предсказывающего разбора.

Определим FIRST(u) как множество терминалов, с которых начинаются цепочки, выводимые из u. Если $u \Rightarrow^\star \varepsilon$, то ε также принадлежит FIRST(u).

$$\mathrm{FIRST}\,(u) = \{a \in T \mid u \Rightarrow^\star av\} \cup \{\varepsilon \mid u \Rightarrow^\star \varepsilon\}$$

Определим FOLLOW(X) как множество терминалов a таких, что существует вывод вида $S \Rightarrow^\star uXav$. Если X может быть самым правым символом некоторой сентенциальной формы, то \$ принадлежит FOLLOW(X).

$$\mathrm{FOLLOW}\,(X) = \{a \in T \mid S\$ \Rightarrow^\star uXav\}$$

Определим функцию $\mathcal{F} : (N \cup T)^{\star} \longrightarrow 2^{T}$, работающую в предположении, что для каждого нетерминального символа грамматики определено некоторое множество FIRST, и вычисляющую множество FIRST для любой цепочки, то есть $\mathsf{FIRST}\,(u) = \mathcal{F}[\![u]\!]$.

$$
\begin{array}{lcl}
\mathcal{F}[\![au]\!] & = & \{a\} \\
\mathcal{F}[\![Xu]\!] & = & \begin{cases} \mathsf{FIRST}\,(X)\,, & \text{если } \varepsilon \notin \mathsf{FIRST}\,(X) \\ (\mathsf{FIRST}\,(X) \setminus \{\varepsilon\}) \cup \mathcal{F}[\![u]\!], & \text{если } \varepsilon \in \mathsf{FIRST}\,(X) \end{cases} \\
\mathcal{F}[\![\varepsilon]\!] & = & \{\varepsilon\}
\end{array}
$$

Запишем <u>алгоритм построения множеств FIRST для нетерминальных символов</u>:

Шаг 1. Пусть $\mathsf{FIRST}\,(X) = \emptyset$ для любого $X \in N$.

Шаг 2. Для каждого правила $X \to u$ добавить $\mathcal{F}[\![u]\!]$ в $\mathsf{FIRST}\,(X)$.

Шаг 3. Повторять шаг 2 до тех пор, пока множества FIRST не перестанут изменяться.

Запишем <u>алгоритм построения множеств FOLLOW для всех нетерминальных символов:</u>

Шаг 1. Положить FOLLOW(X)=$\emptyset$ для любого $X \in N$.

Шаг 2. Поместить \$ в FOLLOW(S), где S – аксиома.

Шаг 3. Если есть правило вывода $X \to uYv$, то все из FIRST(v), за исключением ε, добавить к FOLLOW(Y).

Шаг 4. Пока ничего нельзя будет добавить ни к какому множеству FOLLOW(X): если есть правило вывода $X \to uY$ или $X \to uYv$, где FIRST(v) содержит ε (т.е. $v \Rightarrow^\star \varepsilon$), то все символы из FOLLOW(X) добавить к FOLLOW(Y).

Пример. Арифметические выражения

$T = \{'+', '*', \mathsf{n}, '(', ')', \$\}$, $N = \{\mathsf{E}, \mathsf{E}', \mathsf{T}, \mathsf{T}', \mathsf{F}\}$, $S = \mathsf{E}$,
$P =$

$$
\begin{array}{lll}
\mathsf{E} & ::= & \mathsf{T}\ \ \mathsf{E}'\,. \\
\mathsf{E}' & ::= & '+'\ \ \mathsf{T}\ \ \mathsf{E}'\ \ |\ \ \varepsilon\,. \\
\mathsf{T} & ::= & \mathsf{F}\ \ \mathsf{T}'\,. \\
\mathsf{T}' & ::= & '*'\ \ \mathsf{F}\ \ \mathsf{T}'\ \ |\ \ \varepsilon\,. \\
\mathsf{F} & ::= & \mathsf{n}\ \ |\ \ '('\ \ \mathsf{E}\ \ ')'\,.
\end{array}
$$

Множества FIRST и FOLLOW:

FIRST(E) =FIRST(T)=FIRST(F)={'(',n}
FIRST(E$'$)={'+',ε}
FIRST(T$'$)={'*',ε}
FOLLOW(E)=FOLLOW(E$'$)={')',\$}
FOLLOW(T)=FOLLOW(T$'$)={'+',')',\$}
FOLLOW(F)={'+','*',')',\$}

§20. LL(1)-грамматики

Определение. Грамматика G является LL(1) тогда и только тогда, когда для любых двух правил вида $A \to u \,|\, v$ выполняется следующее:

1. $\mathrm{FIRST}\,(u) \cap \mathrm{FIRST}\,(v) = \emptyset$;

(Поясняющий пример 1. Предположим, что $a \in \mathit{FIRST}\,(u) \cap \mathit{FIRST}\,(v)$. Тогда невозможно решить, по какому правилу раскрывать A.)

(Поясняющий пример 2. Предположим, что $\varepsilon \in \mathit{FIRST}\,(u) \cap \mathit{FIRST}\,(v)$ и $a \in \mathit{FOLLOW}(A)$. Тогда A нужно раскрыть, как ε, но непонятно, каким из двух правил при этом нужно воспользоваться.)

2. если $v \Rightarrow^{\star} \varepsilon$, то $\mathrm{FIRST}\,(u) \cap \mathrm{FOLLOW}\,(A) = \emptyset$.

(Поясняющий пример. Предположим, что $a \in \mathit{FIRST}\,(u) \cap \mathit{FOLLOW}\,(A)$. Тогда невозможно определить, то ли A надо раскрыть как u, то ли A раскрывается как ε, и символ a расположен после A.)

(Примечание. В поясняющих примерах A находится на верхушке магазина, a – текущий входной символ.)

Напомним, что программа предсказывающего разбора работает на основе таблицы, задаваемой функцией $\delta : N \times T \longrightarrow (N \cup T)^{\star} \cup \{\text{ERROR}\}$. Такая таблица может быть построена только для LL(1)-грамматик.

Основная трудность при использовании предсказывающего анализа – это составление для входного языка LL(1)-грамматики.

Грамматики языков программирования часто бывают «почти LL(1)», то есть отличаются от LL(1)-грамматики тем, что содержат левую рекурсию и нуждаются в левой факторизации.

Удаление левой рекурсии

Определение. КС-грамматика *леворекурсивна*, если в ней имеется нетерминал A такой, что существует вывод $A \Rightarrow^{+} Au$, где u – некоторая цепочка.

Мы не будем рассматривать алгоритм удаления левой рекурсии, ограничившись рассмотрением простейшего случая.

Пусть в грамматике есть правила $A \to Av_1 \,|\, Av_2 \,|\, \ldots \,|\, Av_n \,|\, u_1 \,|\, u_2 \,|\, \ldots \,|\, u_m$.

Тогда для удаления левой рекурсии выполним преобразование:
$A \to u_1A' \,|\, u_2A' \,|\, \ldots \,|\, u_mA'$.
$A' \to v_1A' \,|\, v_2A' \,|\, \ldots \,|\, v_nA' \,|\, \varepsilon$.

Левая факторизация

Пусть в грамматике имеются два правила для нетерминала A:
$A \to uv_1 \,|\, uv_2$.

Основная идея левой факторизации заключается в том, что, когда неясно, какую из двух альтернатив надо использовать для развертки нетерминала A, нужно переделать правила для A так, чтобы отложить решение до тех пор, пока не будет досточно информации, чтобы принять правильное решение.

Для левой факторизации надо преобразовать грамматику:
$A \to uA'$.
$A' \to v_1 \,|\, v_2$.

То есть если входная цепочка начинается с непустой цепочки, выводимой из u, то в исходной грамматике мы не знаем, разворачивать ли A по uv_1 или по uv_2. Однако в факторизованной грамматике можно отложить решение, развернув $A \to uA'$. Тогда после анализа того, что выводимо из u, можно развернуть $A' \to v_1$ или $A' \to v_2$.

§21. Построение таблиц предсказывающего анализатора

Алгоритм построения таблиц работает для любой КС-грамматики, так как реально строит функцию $\delta' : N \times T \longrightarrow 2^{(N \cup T)^\star} \cup \{\text{ERROR}\}$. То есть в ячейке таблицы в общем случае могут находиться несколько правил.

Алгоритм построения таблиц предсказывающего анализатора

Пусть для начала $\delta'(X, a) = \text{ERROR}$ для любых $X \in N$ и $a \in T$.

Затем проходим по всем правилам грамматики, и для каждого правила $X \to u$ выполняем следующее:

а) перебираем все $a \in \text{FIRST}(u)$ и добавляем u к $\delta'(X, a)$.
б) если $\varepsilon \in \text{FIRST}(u)$, перебираем все $b \in \text{FOLLOW}(X)$ и добавляем u к $\delta'(X, b)$.

Замечание. Добавление u к $\delta'(X, a)$ заключается в том, что если $\delta'(X, a) = \text{ERROR}$, то $\delta'(X, a)$ становится равным $\{u\}$, а если $\delta'(X, a) = A$, то $\delta'(X, a)$ становится равным $A \cup \{u\}$.

Пример. Грамматика арифметических выражений

$$
\begin{array}{lll}
E & ::= & T\ E'. \\
E' & ::= & \text{'+'}\ T\ E'\ \mid\ \varepsilon. \\
T & ::= & F\ T'. \\
T' & ::= & \text{'}*\text{'}\ F\ T'\ \mid\ \varepsilon. \\
F & ::= & n\ \mid\ \text{'('}\ E\ \text{')'}.
\end{array}
$$

Инициализируем таблицу:

	'+'	'*'	n	'('	')'	$
E	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR
E′	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR
T	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR
T′	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR
F	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR

Рассматриваем правило

E ::= T E$'$

Имеем

FIRST(T E$'$) = {'(', n},

FOLLOW(E) = {')', $}.

Заполняем таблицу:

	'+'	'*'	n	'('	')'	$
E	ERROR	ERROR	T E$'$	T E$'$	ERROR	ERROR
E$'$	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR
T	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR
T$'$	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR
F	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR

Рассматриваем правило
$E' ::= '+' \ T \ E'$

Имеем
$FIRST('+' \ T \ E') = \{'+'\}$,
$FOLLOW(E') = \{')', \$\}$.

Заполняем таблицу:

	'+'	'*'	n	'('	')'	$
E	ERROR	ERROR	T E′	T E′	ERROR	ERROR
E′	<u>'+' T E′</u>	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR
T	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR
T′	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR
F	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR

Рассматриваем правило

$E' ::= \varepsilon$

Имеем

$FIRST(\varepsilon) = \{\varepsilon\}$,

$FOLLOW(E') = \{')', \$\}$.

Заполняем таблицу:

	'+'	'*'	n	'('	')'	$
E	ERROR	ERROR	T E′	T E′	ERROR	ERROR
E′	'+' T E′	ERROR	ERROR	ERROR	$\underline{\varepsilon}$	$\underline{\varepsilon}$
T	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR
T′	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR
F	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR

Рассматриваем правило

T ::= F T'

Имеем

FIRST(F T') = {'(',n},

FOLLOW(T) = {'+',')',\$}.

Заполняем таблицу:

	'+'	'*'	n	'('	')'	\$
E	ERROR	ERROR	T E'	T E'	ERROR	ERROR
E'	'+' T E'	ERROR	ERROR	ERROR	ε	ε
T	ERROR	ERROR	<u>F T'</u>	<u>F T'</u>	ERROR	ERROR
T'	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR
F	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR

Рассматриваем правило
$T' ::= '*' \ F \ T'$

Имеем
$FIRST('*' \ F \ T') = \{'*'\}$,
$FOLLOW(T') = \{'+', ')', \$\}$.

Заполняем таблицу:

	'+'	'*'	n	'('	')'	$
E	ERROR	ERROR	T E′	T E′	ERROR	ERROR
E′	'+' T E′	ERROR	ERROR	ERROR	ε	ε
T	ERROR	ERROR	F T′	F T′	ERROR	ERROR
T′	ERROR	'*' F T′	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR
F	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR

Рассматриваем правило

$T' ::= \varepsilon$

Имеем

$\text{FIRST}(\varepsilon) = \{\varepsilon\}$,

$\text{FOLLOW}(T') = \{\text{'+'}, \text{')'}, \$\}$.

Заполняем таблицу:

	'+'	'*'	n	'('	')'	$
E	ERROR	ERROR	T E′	T E′	ERROR	ERROR
E′	'+' T E′	ERROR	ERROR	ERROR	ε	ε
T	ERROR	ERROR	F T′	F T′	ERROR	ERROR
T′	$\underline{\varepsilon}$	'*' F T′	ERROR	ERROR	$\underline{\varepsilon}$	$\underline{\varepsilon}$
F	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR	ERROR

Рассматриваем правило

F ::= n

Имеем

FIRST(n) = {n},

FOLLOW(F) = {'+','*',')',$}.

Заполняем таблицу:

	'+'	'*'	n	'('	')'	$
E	ERROR	ERROR	T E'	T E'	ERROR	ERROR
E'	'+' T E'	ERROR	ERROR	ERROR	ε	ε
T	ERROR	ERROR	F T'	F T'	ERROR	ERROR
T'	ε	'*' F T'	ERROR	ERROR	ε	ε
F	ERROR	ERROR	$\underline{\text{n}}$	ERROR	ERROR	ERROR

Рассматриваем правило

F ::= '(' E ')'

Имеем

FIRST('(' E ')') = {'('},

FOLLOW(F) = {'+','*',')',$}.

Заполняем таблицу:

	'+'	'*'	n	'('	')'	$
E	ERROR	ERROR	T E$'$	T E$'$	ERROR	ERROR
E$'$	'+' T E$'$	ERROR	ERROR	ERROR	ε	ε
T	ERROR	ERROR	F T$'$	F T$'$	ERROR	ERROR
T$'$	ε	'*' F T$'$	ERROR	ERROR	ε	ε
F	ERROR	ERROR	n	'(' E ')'	ERROR	ERROR

§22. Алгоритм Эрли

Earley, J. *An Efficient Context-Free Parsing Algorithm* [PhD Thesis]. – Carnegie-Mellon University, 1968.

Алгоритм Эрли подходит для любой КС-грамматики и для заданного предложения языка позволяет найти все левые выводы. Алгоритм Эрли относится к алгоритмам, работающих «сверху-вниз».

Оценка времени: $O(n)$ – для LL(1)-грамматик, $O\left(n^2\right)$ – для непротиворечивых грамматик, $O\left(n^3\right)$ – для всех остальных КС-грамматик.

Работа алгоритма основана на построении последовательности множеств, называемых *множествами Эрли*. Для входной цепочки $a_1 a_2 \ldots a_n$ конструируются $n+1$ множеств: начальное множество S_0 и по одному множеству S_i для каждого входного символа a_i.

Определение. *Элемент множества Эрли* (Earley item), принадлежащий множеству S_k – это тройка $\langle p, i, j\rangle$, в которой:
p – это правило грамматики;
i – позиция в правой части правила, показывающая, какая часть правила уже обработана;
$j \leq k$ – номер множества Эрли, в котором началось распознавание по правилу p.

Элемент $\langle p, i, j\rangle$ принято записывать в виде $[A \to u \bullet v,\ j]$, где $A \to uv$ – это правило p, а знак $\bullet$ задаёт позицию i.

В начале работы алгоритма Эрли в множество S_0 записывается единственный элемент $[S' \to \bullet S,\ 0]$, в котором S – это аксиома грамматики, а $S' \to S$ – вспомогательное правило, добавляемое в грамматику для удобства описания алгоритма.

В процессе работы алгоритма Эрли одни элементы порождают другие. Для того чтобы можно было восстановить последовательность применяемых правил, необходимо строить *дерево потомков*, в узлах которого находятся элементы Эрли, а дуги отражают тот факт, что один элемент породил другой элемент.

Алгоритм Эрли работает за $n+1$ шагов.

На каждом шаге происходит вычисление множества S_i и инициализация множества S_{i+1}:

```
S_{i+1} = ∅;
Q = S_i;
loop {
   Q' = ∅;
   for (каждый элемент x ∈ Q) {
      SCANNER(x);          /* Может добавлять в S_{i+1} */
      PREDICTOR(x, Q');    /* Может добавлять в Q' */
      COMPLETER(x, Q');    /* Может добавлять в Q' */
   }

   if (Q' ⊆ S_i) break;

   S_i = S_i ∪ Q';
   Q = Q';
}
```

Пусть $a_1 a_2 \ldots a_n$ – входная цепочка, A и B обозначают нетерминальные символы, b обозначает терминальный символ, u обозначает цепочку, составленную из терминальных и нетерминальных символов.

SCANNER(x). Если $x = [A \to \ldots \bullet b \ldots,\ j]$ и $b = a_{i+1}$,
добавить $[A \to \ldots b \bullet \ldots,\ j]$ в S_{i+1}.

PREDICTOR(x,Q). Если $x = [A \to \ldots \bullet B \ldots,\ j]$, то для каждого правила вида $B \to u$ добавить в Q элемент $[B \to \bullet u,\ i]$.
При этом, если $B \Rightarrow^{\star} \varepsilon$, то в Q также нужно добавить элемент $[A \to \ldots B \bullet \ldots,\ j]$.

COMPLETER(x,Q). Если $x = [A \to \ldots \bullet,\ j]$, то для каждого элемента $[B \to \ldots \bullet A \ldots,\ k] \in S_j$ добавить в Q элемент $[B \to \ldots A \bullet \ldots,\ k]$.

Пример. Грамматика $E \to E\,\text{'+'}\,E \mid n$ и входная цепочка $n\,\text{'+'}\,n$.

S_0

$$
\begin{array}{ll}
Q_1 & \left\{ \begin{array}{llll} S' & \to & \bullet E & ,\ 0 \end{array} \right. \\
Q_2 & \left\{ \begin{array}{llll} E & \to & \bullet E\,\text{'+'}\,E & ,\ 0 \\ E & \to & \bullet n & ,\ 0 \end{array} \right.
\end{array}
$$

n

S_1

$$
\begin{array}{ll}
Q_1 & \left\{ \begin{array}{llll} E & \to & n\bullet & ,\ 0 \end{array} \right. \\
Q_2 & \left\{ \begin{array}{llll} S' & \to & E\bullet & ,\ 0 \\ E & \to & E\bullet\,\text{'+'}\,E & ,\ 0 \end{array} \right.
\end{array}
$$

'+'

S_2

$$
\begin{array}{ll}
Q_1 & \left\{ \begin{array}{llll} E & \to & E\,\text{'+'}\bullet\,E & ,\ 0 \end{array} \right. \\
Q_2 & \left\{ \begin{array}{llll} E & \to & \bullet E\,\text{'+'}\,E & ,\ 2 \\ E & \to & \bullet n & ,\ 2 \end{array} \right.
\end{array}
$$

n

S_3

$$
\begin{array}{ll}
Q_1 & \left\{ \begin{array}{llll} E & \to & n\bullet & ,\ 2 \end{array} \right. \\
Q_2 & \left\{ \begin{array}{llll} E & \to & E\,\text{'+'}\,E\bullet & ,\ 0 \\ E & \to & E\bullet\,\text{'+'}\,E & ,\ 2 \end{array} \right. \\
Q_3 & \left\{ \begin{array}{llll} S' & \to & E\bullet & ,\ 0 \\ E & \to & E\bullet\,\text{'+'}\,E & ,\ 0 \end{array} \right.
\end{array}
$$

§23. Расширенная БНФ

Определение. Говорят, что КС-грамматика $G = \langle N, T, E, S \rangle$ записана в расширенной форме Бэкуса-Наура (РБНФ), если её правила имеют вид $X \rightarrow R$, где $X \in N$ – нетерминальный символ, а R – дерево, синтаксис которого задаётся грамматикой

$$
\begin{array}{lll}
R & ::= & \varepsilon & \text{; пустое дерево} \\
& | & a & \text{; терминальный символ} \\
& | & X & \text{;нетерминальныйсимвол} \\
& | & R\,R & \text{; конкатенация поддеревьев} \\
& | & R\,\text{'|'}\,R & \text{; альтернатива} \\
& | & R^{\text{'*'}} & \text{; вхождение 0 и более раз} \\
& | & R^{\text{'+'}} & \text{; вхождение 1 и более раз} \\
& | & R^{\text{'?'}}. & \text{; вхождение 0 или 1 раз}
\end{array}
$$

Множество таких синтаксических деревьев мы будем обозначать как RHS.

При текстовой записи правил наивысший приоритет имеют операции '*', '+' и '?', за ними следует конкатенация, а наименьший приоритет имеет альтернатива. При этом круглые скобки служат для изменения приоритета.

Пример. Арифметические выражения.

$$
\begin{aligned}
\text{Expr} &::= (\text{'+'} \mid \text{'-'})^{?}\ \text{Term}\ ((\text{'+'} \mid \text{'-'})\ \ \text{Term})^{\star}. \\
\text{Term} &::= \text{Factor}\ ((\text{'*'} \mid \text{'/'})\ \ \text{Factor})^{\star}. \\
\text{Factor} &::= \text{Number} \mid \text{'('}\ \text{Expr}\ \text{')'}.
\end{aligned}
$$

В книгах Н. Вирта используется альтернативная запись РБНФ, называемая синтаксической нотацией Вирта:

Метасимвол	Значение
=	Разделяет левую и правую части правила.
.	Конец правила.
|	Альтернатива
[ ]	Вхождение 0 или 1 раз.
{ }	Вхождение 0 или более раз.
( )	Изменение приоритета операций.

Приоритет операций – такой же, как и в РБНФ.

Пример. Арифметические выражения.

```
Expr   = ["+"|"-"] Term { ("+"|"-") Term }.
Term   = Factor { ("*"|"/") Factor }.
Factor = Number | "(" Expr ")".
```

§24. Множества FIRST и FOLLOW для РБНФ

Пусть дана грамматика $G = \langle N, T, E, S\rangle$, правила которой заданы в РБНФ. Будем обозначать нетерминальные символы грамматики буквами X и Y, терминальные символы – буквой a, а выражения РБНФ – буквами u и v.

Определим функцию $\mathcal{F} : \mathsf{RHS} \longrightarrow 2^T$, работающую в предположении, что для каждого нетерминального символа грамматики определено некоторое множество FIRST, и вычисляющую множество FIRST для любого выражения РБНФ, то есть $\mathsf{FIRST}\,(u) = \mathcal{F}[\![u]\!]$.

$$
\begin{array}{lcl}
\mathcal{F}[\![a]\!] & = & \{a\} \\
\mathcal{F}[\![X]\!] & = & \mathsf{FIRST}\,(X) \\
\mathcal{F}[\![uv]\!] & = & \begin{cases} \mathcal{F}[\![u]\!], & \text{если } \varepsilon \notin \mathcal{F}[\![u]\!] \\ (\mathcal{F}[\![u]\!] \setminus \{\varepsilon\}) \cup \mathcal{F}[\![v]\!], & \text{если } \varepsilon \in \mathcal{F}[\![u]\!] \end{cases} \\
\mathcal{F}[\![u \mid v]\!] & = & \mathcal{F}[\![u]\!] \cup \mathcal{F}[\![v]\!] \\
\mathcal{F}[\![u^\star]\!] & = & \mathcal{F}[\![u]\!] \cup \{\varepsilon\} \\
\mathcal{F}[\![u^+]\!] & = & \mathcal{F}[\![u]\!] \\
\mathcal{F}[\![u^?]\!] & = & \mathcal{F}[\![u]\!] \cup \{\varepsilon\} \\
\mathcal{F}[\![\varepsilon]\!] & = & \{\varepsilon\}
\end{array}
$$

Алгоритм построения множеств FIRST
для всех нетерминальных символов грамматики:

Шаг 1. Пусть FIRST $(X) = \emptyset$ для любого $X \in N$.

Шаг 2. Для каждого правила $X \to u$ добавить $\mathcal{F}[\![u]\!]$ в FIRST (X).

Шаг 3. Повторять шаг 2 до тех пор, пока множества FIRST не перестанут изменяться.

Определим функцию $\mathcal{H} : N \longrightarrow 2^T$, работающую в предположении, что для каждого нетерминального символа грамматики вычислено множество FIRST и определено некоторое приближение множества FOLLOW, и вычисляющую новое приближение множества FOLLOW для некоторого X.

$$\mathcal{H}(X) = \bigcup_{(Y \to u) \in E} \mathcal{H}'(X, \mathsf{FOLLOW}(Y), [\![u]\!])$$

Вспомогательная функция $\mathcal{H}' : N \times 2^T \times \mathsf{RHS} \longrightarrow 2^T$ определяется как:

$$\begin{array}{lcl}
\mathcal{H}'(X, s, [\![a]\!]) & = & \emptyset \\
\mathcal{H}'(X, s, [\![Y]\!]) & = & \begin{cases} s, & \text{если } X = Y \\ \emptyset, & \text{если } X \neq Y \end{cases} \\
\mathcal{H}'(X, s, [\![uv]\!]) & = & \begin{cases} \mathcal{H}'(X, \mathcal{F}(v), [\![u]\!]) \cup \mathcal{H}'(X, s, [\![v]\!]), & \text{если } \varepsilon \notin \mathcal{F}(v) \\ \mathcal{H}'(X, (\mathcal{F}(v) \setminus \{\varepsilon\}) \cup s, [\![u]\!]) \cup \mathcal{H}'(X, s, [\![v]\!]), & \text{если } \varepsilon \in \mathcal{F}(v) \end{cases} \\
\mathcal{H}'(X, s, [\![u \mid v]\!]) & = & \mathcal{H}'(X, s, [\![u]\!]) \cup \mathcal{H}'(X, s, [\![v]\!]) \\
\mathcal{H}'(X, s, [\![u^\star]\!]) & = & \mathcal{H}'(X, (\mathcal{F}(u) \setminus \{\varepsilon\}) \cup s, [\![u]\!]) \\
\mathcal{H}'\left(X, s, [\![u^+]\!]\right) & = & \mathcal{H}'(X, (\mathcal{F}(u) \setminus \{\varepsilon\}) \cup s, [\![u]\!]) \\
\mathcal{H}'\left(X, s, [\![u^?]\!]\right) & = & \mathcal{H}'(X, s, [\![u]\!]) \\
\mathcal{H}'(X, s, [\![\varepsilon]\!]) & = & \emptyset
\end{array}$$

Алгоритм построения множеств FOLLOW
для всех нетерминальных символов грамматики:

Шаг 1. Пусть FOLLOW(S)={\$} и FOLLOW(X)=$\emptyset$ для любого $X \neq S$.

Шаг 2. FOLLOW$(X) = \mathcal{H}(X)$ для каждого $X \in N$.

Шаг 3. Повторять шаг 2 до тех пор, пока множества FOLLOW не перестанут изменяться.

§25. Рекурсивный спуск

Мы будем рассматривать метод рекурсивного спуска применительно к LL(1)-грамматикам, записанным в РБНФ.

В синтаксическом анализаторе, написанном методом рекурсивного спуска, каждому нетерминалу грамматики соответствует отдельная функция, в которой закодирован эффект применения соответствующего нетерминалу правила (мы будем считать, что такое правило единственно).

Цель этой функции – анализ последовательности токенов, которые по её запросу выдаёт лексический анализатор, и проверка соответствия этой последовательности правилу грамматики:

```
X() {
    PARSE(правило);
}
```

Функция, соответствующая нетерминалу X грамматики, составляется с учётом того, что:

- существует глобальная переменная Sym, в которую ДО вызова функции помещается токен, соответствующий первому символу цепочки, в которую раскрывается нетерминал X;

- функция должна либо полностью потребить последовательность токенов, в которую раскрывается нетерминал X, либо сгенерировать сообщение об ошибке;

- после завершения функции переменная Sym должна содержать токен, непосредственно следующий за раскрытым нетерминалом X.

Код функции, соответствующая нетерминалу X грамматики, порождается из правила грамматики согласно следующим шаблонам:

1. Пустое дерево

PARSE(ε) $\Rightarrow$
```
      ; /* Ничего не делать. */
```

2. Терминальный символ

PARSE(a) $\Rightarrow$
```
      {
            if (Sym == a)
                  Sym = NextToken();
            else
                  ReportError();
      }
```

3. Нетерминальный символ

PARSE(X) $\Rightarrow$

```
X();
```

4. Конкатенация поддеревьев

PARSE($R_1\, R_2$) $\Rightarrow$

{ PARSE(R_1); PARSE(R_2); }

5. Альтернатива ($\varepsilon \notin$ FIRST (R_1))

PARSE($R_1 \mid R_2$) $\Rightarrow$

{
  if ($Sym \in$ FIRST (R_1))
    PARSE(R_1);
  else
    PARSE(R_2);
}

6. Вхождение 0 или более раз

$\text{PARSE}(R^\star) \;\Rightarrow$

```
{
        while  (Sym ∈ FIRST(R))
              PARSE(R);
}
```

$$\begin{array}{l} \{ \\ \quad \textbf{while} \; (Sym \in \text{FIRST}(R)) \\ \qquad \text{PARSE}(R); \\ \} \end{array}$$

7. Вхождение 1 или более раз

$\text{PARSE}(R^+) \;\Rightarrow$

$$\begin{array}{l} \{ \\ \quad \textbf{do} \\ \qquad \text{PARSE}(R); \\ \quad \textbf{while} \; (Sym \in \text{FIRST}(R)) \\ \} \end{array}$$

8. Вхождение 0 или 1 раз

$$\mathsf{PARSE}(\,R^{?}\,) \;\;\Rightarrow$$

$$\{$$

$$\qquad\textbf{if}\quad (\,Sym \in \mathsf{FIRST}\,(R))\,)$$

$$\qquad\qquad \mathsf{PARSE}(\,R\,)\,;$$

$$\}$$

Пример. Арифметические выражения.

1. Имеем правило для нетерминала Expr:

$$\text{Expr} ::= (\text{'+'} \mid \text{'-'})^? \ \text{Term} \ ((\text{'+'} \mid \text{'-'}) \ \text{Term})^\star .$$

Создаём функцию Expr:

```
Expr() {
      PARSE(  ('+'|'-')? Term (('+'|'-') Term)*  );
}
```

2. Правило для Expr представляет собой конкатенацию трёх поддеревьев:

```
Expr() {
      PARSE(  ('+'|'-')?  );
      PARSE(  Term  );
      PARSE(  (('+'|'-') Term)*  );
}
```

3. Раскрываем PARSE($('+' \mid '-')^?$):

```
Expr()  {
      if  (Sym ∈ FIRST('+'|'−'))
           PARSE(  '+'|'−'  );
      PARSE(  Term  );
      PARSE(  (('+'|'−') Term)*  );
}
```

4. Раскрываем PARSE(Term):

```
Expr()  {
      if  (Sym ∈ FIRST('+'|'−'))
           PARSE(  '+'|'−'  );
      Term();
      PARSE(  (('+'|'−') Term)*  );
}
```

5. Раскрываем PARSE((('+' | '−') Term)*):

```
Expr() {
      if (Sym ∈ FIRST('+' | '−'))
            PARSE( '+' | '−' );
      Term();
      while (Sym ∈ FIRST(('+' | '−') Term))
            PARSE( ('+' | '−') Term );
}
```

6. Раскрываем PARSE('+' | '−'):

```
Expr()  {
      if  (Sym ∈ FIRST('+'|'−'))  {
            if  (Sym ∈ FIRST('+'))
                  PARSE(  '+'  );
            else
                  PARSE(  '−'  );
      }
      Term();
      while  (Sym ∈ FIRST(('+'|'−') Term))
            PARSE(  ('+'|'−') Term  );
}
```

7. Раскрываем PARSE('+') и PARSE('−'):

```
Expr() {
    if (Sym ∈ FIRST('+'|'−')) {
        if (Sym ∈ FIRST('+')) {
            if (Sym == '+') Sym = NextToken();
            else ReportError();
        } else {
            if (Sym == '−') Sym = NextToken();
            else ReportError();
        }
    }
    Term();
    while (Sym ∈ FIRST(('+'|'−') Term))
        PARSE( ('+'|'−') Term );
}
```

8. Упрощаем функцию:

```
Expr() {
    if (Sym == '+' || Sym == '-')
        Sym = NextToken();
    Term();
    while (Sym ∈ FIRST(('+'|'−') Term))
        PARSE( ('+'|'−') Term );
}
```

9. Раскрываем PARSE(('+'|'−') Term):

```
Expr() {
    if (Sym == '+' || Sym == '-')
        Sym = NextToken();
    Term();
    while (Sym ∈ FIRST(('+'|'−') Term)) {
        PARSE( '+'|'−' );
        PARSE( Term );
    }
}
```

10. Раскрываем PARSE('+' | '−'):

```
Expr() {
    if (Sym == '+' || Sym == '-')
        Sym = NextToken();
    Term();
    while (Sym ∈ FIRST(('+'|'−') Term)) {
        if (Sym ∈ FIRST('+'|'−')) {
            if (Sym ∈ FIRST('+')) {
                if (Sym == '+') Sym = NextToken();
                else ReportError();
            } else {
                if (Sym == '-') Sym = NextToken();
                else ReportError();
            }
        }
        PARSE( Term );
    }
}
```

11. Упрощаем функцию и раскрываем PARSE(Term):

```
Expr() {
    if (Sym == '+' || Sym == '-')
        Sym = NextToken();
    Term();
    while (Sym == '+' || Sym == '-') {
        Sym = NextToken();
        Term();
    }
}
```

12. Имеем правило для нетерминала Term:

Term ::= Factor (('*'|'/') Factor)*.

Создаём функцию Term:

```
Term() {
      PARSE( Factor (('*'|'/') Factor)* );
}
```

13. После раскрытия PARSE(Factor (('*'|'/') Factor)*) и упрощения получаем:

```
Term() {
      Factor();
      while (Sym == '*' || Sym == '/') {
            Sym = NextToken();
            Factor();
      }
}
```

14. Имеем правило для нетерминала Factor:

Factor ::= Number | '(' Expr ')'.

Создаём функцию Factor:

```
Factor() {
      PARSE( Number|'(' Expr ')' );
}
```

15. Раскрываем PARSE(Number | '(' Expr ')'):

```
Factor() {
      if (Sym ∈ FIRST(Number))
            PARSE( Number );
      else
            PARSE( '(' Expr ')' );
}
```

15. Раскрываем PARSE(Number):

```
Factor() {
    if (Sym ∈ FIRST(Number)) {
        if (Sym == Number)
            Sym = NextToken();
        else
            ReportError();
    } else
        PARSE( '(' Expr ')' );
}
```

16. Упрощаем функцию:

```
Factor() {
    if (Sym == Number)
        Sym = NextToken();
    else
        PARSE( '(' Expr ')' );
}
```

17. Раскрываем PARSE('(' Expr ')'):

```
Factor() {
    if (Sym == Number)
        Sym = NextToken();
    else {
        PARSE( '(' );
        PARSE( Expr );
        PARSE( ')' );
    }
}
```

19. Раскрывая все вхождения PARSE, в итоге получаем:

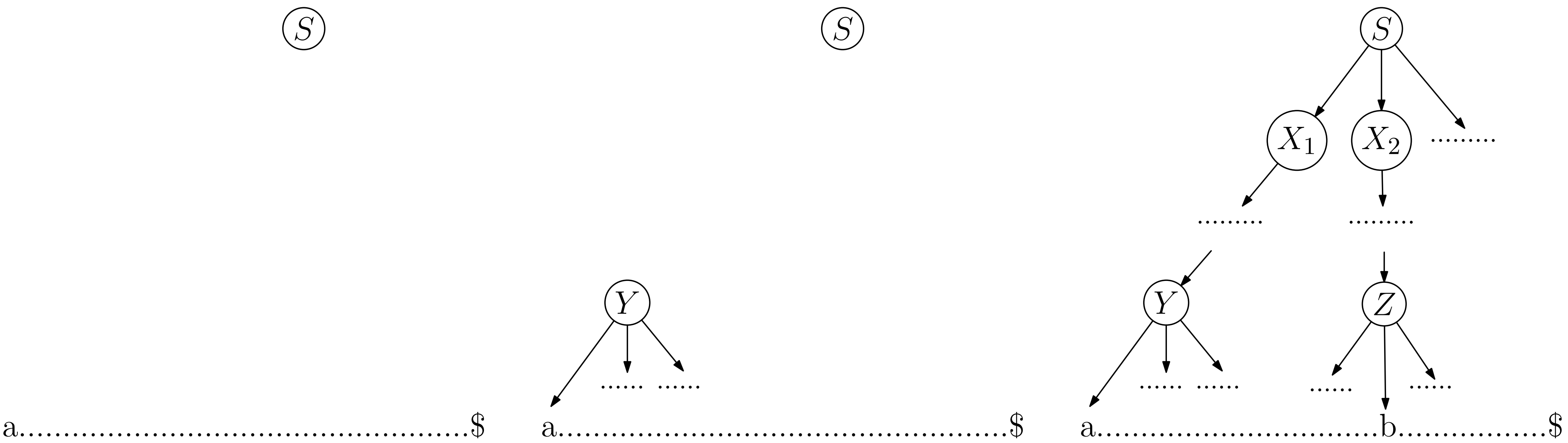
```
Factor() {
    if (Sym == Number)
        Sym = NextToken();
    else {
        if (Sym == '(')
            Sym = NextToken();
        else
            ReportError();

        Expr();

        if (Sym == ')')
            Sym = NextToken();
        else
            ReportError();
    }
}
```

§26. Синтаксический разбор типа «перенос–свёртка»

Последовательность формирования дерева вывода в процессе синтаксического разбора типа «перенос–свёртка» (снизу-вверх):



ПС-алгоритм (алгоритм синтаксического разбора типа «перенос–свёртка») строит правосторонний вывод предложения языка в обратном порядке.

Пример. Арифметические выражения.

$T = \{\text{'+'}, \text{'*'}, \mathsf{n}, \text{'('}, \text{')'}, \$\}$, $N = \{\mathsf{E}, \mathsf{T}, \mathsf{F}\}$, $S = \mathsf{E}$,

$P =$

```
E ::= E '+' T | T.
T ::= T '*' F | F.
F ::= n | '(' E ')'.
```

Для цепочки $\mathsf{n} * (\mathsf{n} + \mathsf{n})$ ПС-алгоритм строит вывод:

$$\underline{\mathsf{n}} * (\mathsf{n} + \mathsf{n}) \Leftarrow \underline{\mathsf{F}} * (\mathsf{n} + \mathsf{n}) \Leftarrow \mathsf{T} * (\underline{\mathsf{n}} + \mathsf{n}) \Leftarrow \mathsf{T} * (\underline{\mathsf{F}} + \mathsf{n}) \Leftarrow \mathsf{T} * (\underline{\mathsf{T}} + \mathsf{n}) \Leftarrow$$
$$\Leftarrow \mathsf{T} * (\mathsf{E} + \underline{\mathsf{n}}) \Leftarrow \mathsf{T} * (\mathsf{E} + \underline{\mathsf{F}}) \Leftarrow \mathsf{T} * (\underline{\mathsf{E} + \mathsf{T}}) \Leftarrow \mathsf{T} * \underline{(\mathsf{E})} \Leftarrow \underline{\mathsf{T} * \mathsf{F}} \Leftarrow \underline{\mathsf{T}} \Leftarrow \mathsf{E}.$$

Определение. *Основа* правой сентенциальной формы u – это сочетание правила $X \to v$ и позиции цепочки v в u, такое, что вхождение v в u может быть заменено нетерминалом X для получения предыдущей правой сентенциальной формы в правостороннем выводе u.

После основы в правой сентенциальной форме идут только терминальные символы. В примере↑ все основы подчёркнуты.

ПС-алгоритм работает с двумя структурами данных:
– стек, в который помещаются символы грамматики $(N \cup T)$, и дно которого помечено символом \$;
– входной буфер, содержащий нераспознанный суффикс входной цепочки и оканчивающийся символом \$.

В начале работы ПС-алгоритма стек содержит \$, а входной буффер – u\$, где u – распознаваемая цепочка.

ПС-алгоритм выполняет четыре действия:
1. *перенос* – символ в начале входного буфера переносится в стек;
2. *свёртка* – основа на вершине стека заменяется нетерминалом;
3. *допуск* – успешное окончание разбора (во входном буфере – \$, в стеке – \$$S$, где S – аксиома грамматики);
4. *ошибка* – вызов подпрограммы реакции на ошибку во входном потоке.

Основные проблемы ПС-алгоритма – поиск основы в стеке и выбор правила, по которому нужно осуществлять свёртку. В общем случае ПС-алгоритм осуществляет возвраты (см. [Ахо, Ульман]).

Пример. Разбор цепочки $n * (n + n)$.

№	Стек	Вход	Действие
1	\$	n*(n+n)\$	Перенос
2	$\$\underline{n}$	*(n+n)\$	Свёртка по правилу F → n
3	$\$\underline{F}$	*(n+n)\$	Свёртка по правилу T → F
4!	\$T	*(n+n)\$	Перенос ×3
7	$\$T*(\underline{n}$	+n)\$	Свёртка по правилу F → n
8	$\$T*(\underline{F}$	+n)\$	Свёртка по правилу T → F
9	$\$T*(\underline{T}$	+n)\$	Свёртка по правилу E → T
10	\$T*(E	+n)\$	Перенос ×2
12	$\$T*(E+\underline{n}$	)\$	Свёртка по правилу F → n
13	$\$T*(E+\underline{F}$	)\$	Свёртка по правилу T → F
14!	$\$T*(\underline{E+T}$	)\$	Свёртка по правилу E → E '+' T
15	\$T*(E	)\$	Перенос
16	$\$T*\underline{(E)}$	\$	Свёртка по правилу F → '(' E ')'
17!	$\$\underline{T*F}$	\$	Свёртка по правилу T → T '*' F
18	$\$\underline{T}$	\$	Свёртка по правилу E → T
19	\$E	\$	Допуск

§27. Недетерминированные SLR-распознаватели

Определение. *Активный префикс* (viable prefix) – это префикс право-сентенциальной формы, который не выходит за правый конец основы этой сентенциальной формы.

Если ПС-алгоритм работает правильно (то есть не пошёл по ложному пути), то его стек содержит знак \$, выше которого располагается активный префикс.

Пример. На 14-ом шаге разбора цепочки $n * (n + n)$ (см. пример в §26) в стеке содержится цепочка
$\$T{*}(\underline{E{+}T}$
в которой $T{*}(\underline{E{+}T}$ является активным префиксом.

Определение. *SLR-ситуация* (SLR item) – это пара $\langle p, i\rangle$, в которой:

p – правило грамматики;

i – позиция в правой части правила, показывающая, какая часть правила уже обработана.

Далее мы будем называть SLR-ситуации просто *ситуациями*.

Ситуацию $\langle p, i\rangle$ принято записывать в виде $X \to u \bullet v$ или $[X \to u \bullet v]$, где $X \to uv$ – это правило p, а знак $\bullet$ задаёт позицию i.

Для каждого правила $X \to x_1 x_2 \ldots x_n$ можно построить $(n + 1)$ ситуаций:

$X \to \bullet x_1 x_2 \ldots x_n$,

$X \to x_1 \bullet x_2 \ldots x_n$,

$X \to x_1 x_2 \bullet \ldots x_n$,

$\ldots$,

$X \to x_1 x_2 \ldots \bullet x_n$,

$X \to x_1 x_2 \ldots x_n \bullet$.

Для правила вида $X \to \varepsilon$ возможна единственная ситуация $X \to \bullet$.

Определение. *Расширенная грамматика* для грамматики $G = \langle N, T, P, S \rangle$ – это грамматика $G' = \langle N', T, P', S' \rangle$, в которой $N' = N \cup \{S'\}$, $P' = P \cup \{S' \to S\}$.

Основные проблемы ПС-алгоритма – поиск основы в стеке и выбор правила, по которому нужно осуществлять свёртку – для некоторых КС-грамматик можно решить с помощью распознавателей активных префиксов.

Определение. *Недетерминированный SLR-распознаватель активных префиксов* для расширенной грамматики $G' = \langle N', T, P', S' \rangle$ – это конечный автомат, состояниями которого являются все возможные SLR-ситуации для P', а переходы между ними задаются условиями:
1) $[X \to u \bullet xv] \overset{x}{\mapsto} [X \to ux \bullet v]$, где $x \in N' \cup T$;
2) $[X \to u \bullet Yv] \overset{\varepsilon}{\mapsto} [Y \to \bullet w]$, где $Y \in N'$.
При этом начальным состоянием автомата является ситуация $[S' \to S]$, а заключительными состояниями являются все ситуации вида $[X \to u\bullet]$.

Пример.

Правила грамматики:

$$\begin{array}{lcl} S' & \to & S \\ S & \to & L = R \\ S & \to & R \\ L & \to & \star R \\ L & \to & v \\ R & \to & L \end{array}$$

Примеры выводимых предложений:

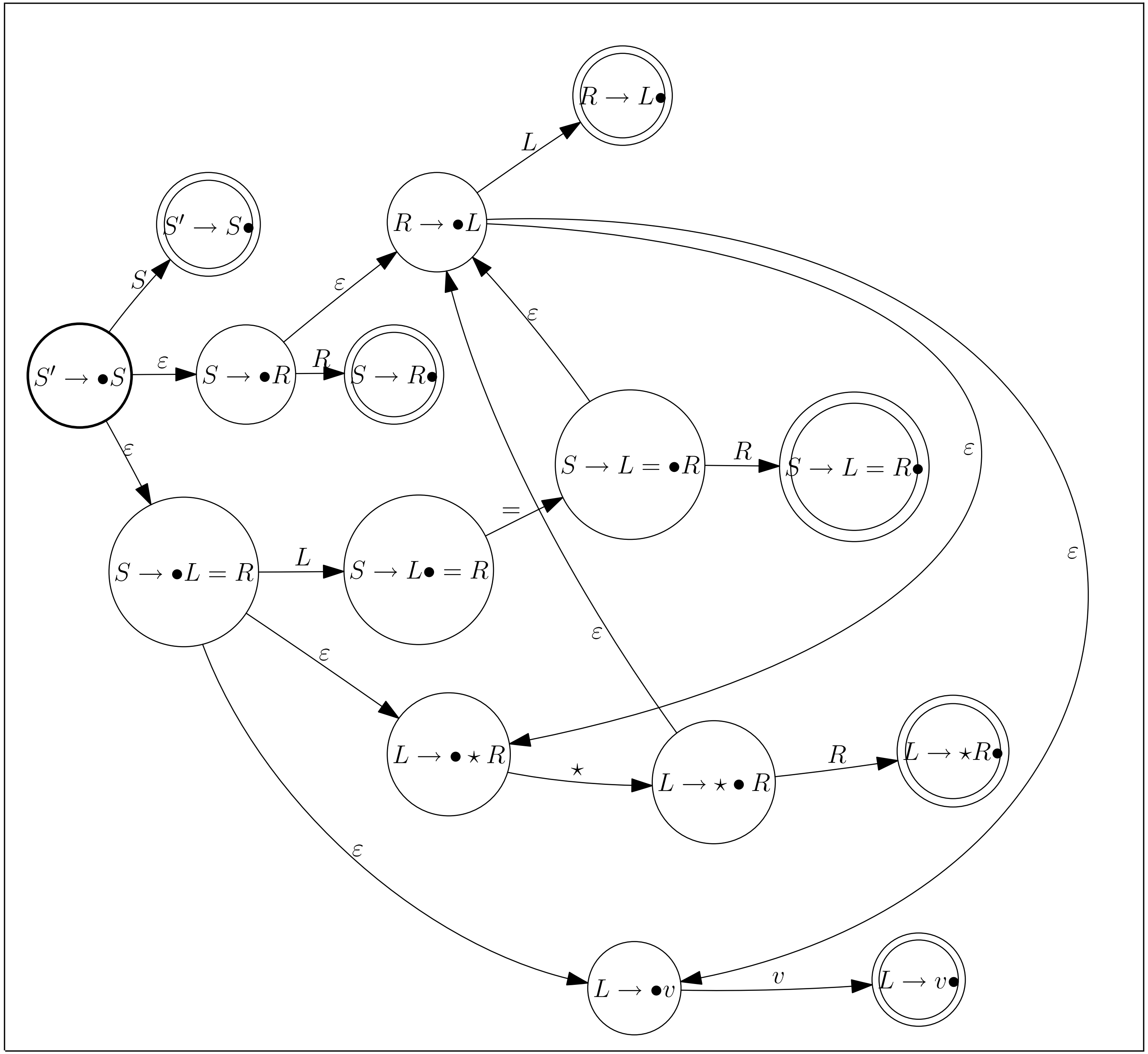
v

$\star v$

$\star \star v$

$v = v$

$\star \star v = \star v$



Если «натравить» SLR-распознаватель на активный префикс, лежащий в стеке ПС-алгоритма, то в результате мы можем получить некоторую ситуацию, которая является подсказкой для ПС-алгоритма:
– заключительная ситуация вида $[X \to u\bullet]$ говорит о том, что нужно выполнить свёртку по правилу $X \to u$;
– ситуация вида $[X \to u \bullet xv]$ означает, что нужно выполнить перенос.

Пример. Пусть выполняется синтаксический анализ цепочки $\star\star v = \star v$, и на некотором шаге работы ПС-алгоритма на стеке лежит активный префикс $L = \star R$.

Распознавание активного префикса:
$[S' \to \bullet S] \overset{\varepsilon}{\mapsto} [S \to \bullet L = R] \overset{L}{\mapsto} [S \to L\bullet = R] \overset{=}{\mapsto} [S \to L = \bullet R] \overset{\varepsilon}{\mapsto} [R \to \bullet L] \overset{\varepsilon}{\mapsto}$
$\overset{\varepsilon}{\mapsto} [L \to \bullet \star R] \overset{\star}{\mapsto} [L \to \star \bullet R] \overset{R}{\mapsto} [L \to \star R\bullet]$.

$[L \to \star R\bullet]$ – заключительное состояние, означающее свёртку основы $\star R$ по правилу $L \to \star R$.

Если распознавание активного префикса оказалось невозможным, это означает, что обнаружена ошибка.

Пример. Пусть выполняется синтаксический анализ цепочки $\star = \star v$, и на некотором шаге работы ПС-алгоритма на стеке лежит активный префикс $\star =$.

Распознавание активного префикса:
$[S' \to \bullet S] \overset{\varepsilon}{\mapsto} [S \to \bullet L = R] \overset{\varepsilon}{\mapsto} [L \to \bullet \star R] \overset{\star}{\mapsto} [L \to \star \bullet R] \mapsto ?$

Активный префикс не может быть распознан – обнаружена ошибка.

Если в результате распознавания активного префикса мы получили более одной ситуации, это означает, что КС-грамматика слишком сложна для SLR-распознавателя.

Пример. Пусть выполняется синтаксический анализ цепочки $v = v$, и на некотором шаге работы ПС-алгоритма на стеке лежит активный префикс L.

Распознавание активного префикса:
1. $[S' \to \bullet S] \overset{\varepsilon}{\mapsto} [S \to \bullet L = R] \overset{L}{\mapsto} [S \to L \bullet = R]$ – перенос;
2. $[S' \to \bullet S] \overset{\varepsilon}{\mapsto} [S \to \bullet R] \overset{\varepsilon}{\mapsto} [R \to \bullet L] \overset{L}{\mapsto} [R \to L \bullet]$ – свёртка по правилу $R \to L$.

Имеем так называемый конфликт «перенос/свёртка».

Кроме конфликтов «перенос/свёртка» бывают ещё конфликты «перенос/перенос».

§28. Детерминированные SLR-распознаватели

Если выполнить детерминизацию недетерминированного SLR-распознавателя, то получится *детерминированный SLR-распознаватель активного префикса*, состояниями которого являются не отдельные ситуации, а множества ситуаций.

При этом начальным состоянием детерминированного SLR-распознавателя является состояние, содержащее ситуацию $[S' \to \bullet S]$, а заключительными состояниями являются состояния, содержащие заключительные состояния соответствующего недетминированного SLR-распознавателя.

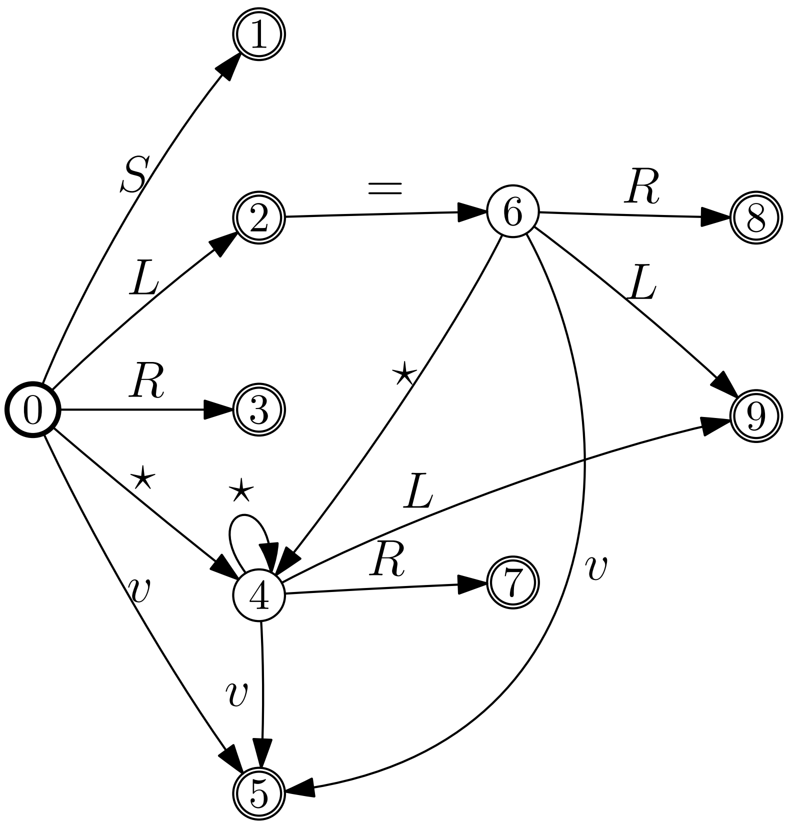
На практике используются только детерминированные SLR-распознаватели, потому что они позволяют распознавать активные префиксы за время, пропорциональное длине префикса.

Пример.

Правила грамматики:

$$\begin{array}{lcl} S' & \to & S \\ S & \to & L = R \\ S & \to & R \\ L & \to & \star R \\ L & \to & v \\ R & \to & L \end{array}$$

(В состоянии 2 – конфликт «перенос/свёртка».)



$$\begin{array}{llcl} 0: & S' & \to & \bullet S \\ & S & \to & \bullet L = R \\ & S & \to & \bullet R \\ & L & \to & \bullet \star R \\ & L & \to & \bullet v \\ & R & \to & \bullet L \end{array}$$

$$\begin{array}{llcl} \underline{1}: & S' & \to & S\bullet \end{array}$$

$$\begin{array}{llcl} \underline{2}: & S & \to & L\bullet = R \\ & R & \to & L\bullet \end{array}$$

$$\begin{array}{llcl} \underline{3}: & S & \to & R\bullet \end{array}$$

$$\begin{array}{llcl} 4: & L & \to & \star \bullet R \\ & R & \to & \bullet L \\ & L & \to & \bullet \star R \\ & L & \to & \bullet v \end{array}$$

$$\begin{array}{llcl} \underline{5}: & L & \to & v\bullet \end{array}$$

$$\begin{array}{llcl} 6: & S & \to & L = \bullet R \\ & R & \to & \bullet L \\ & L & \to & \bullet \star R \\ & L & \to & \bullet v \end{array}$$

$$\begin{array}{llcl} \underline{7}: & L & \to & \star R\bullet \\ \underline{8}: & S & \to & L = R\bullet \\ \underline{9}: & R & \to & L\bullet \end{array}$$

Детерминированные SLR-распознаватели представляют в программах в виде двух таблиц: action и goto.

Таблица action[s, a], где s – номер состояния SLR-распознавателя, а $a \in T \cup \{\$\}$, задаётся следующим образом:
– action[s,a] $\ni$ «перенос s'», если $s \overset{a}{\mapsto} s'$;
– action[s,a] $\ni$ «свёртка $X \to u$», если $[X \to u\bullet] \in s$ и $a \in$ FOLLOW(X);
– action[s,\$] $\ni$ «допуск», если $[S' \to S\bullet] \in s$;
– action[s,a] $\ni$ «ошибка», если ни одна из вышеприведённых альтернатив не сработала.

Таблица goto[s,X], где s – номер состояния SLR-распознавателя, а $x \in N'$, задаётся следующим образом:
– goto[s,X] $= s'$, если $s \overset{X}{\mapsto} s'$;
– goto[s,X] $=$ «ошибка» в противном случае.

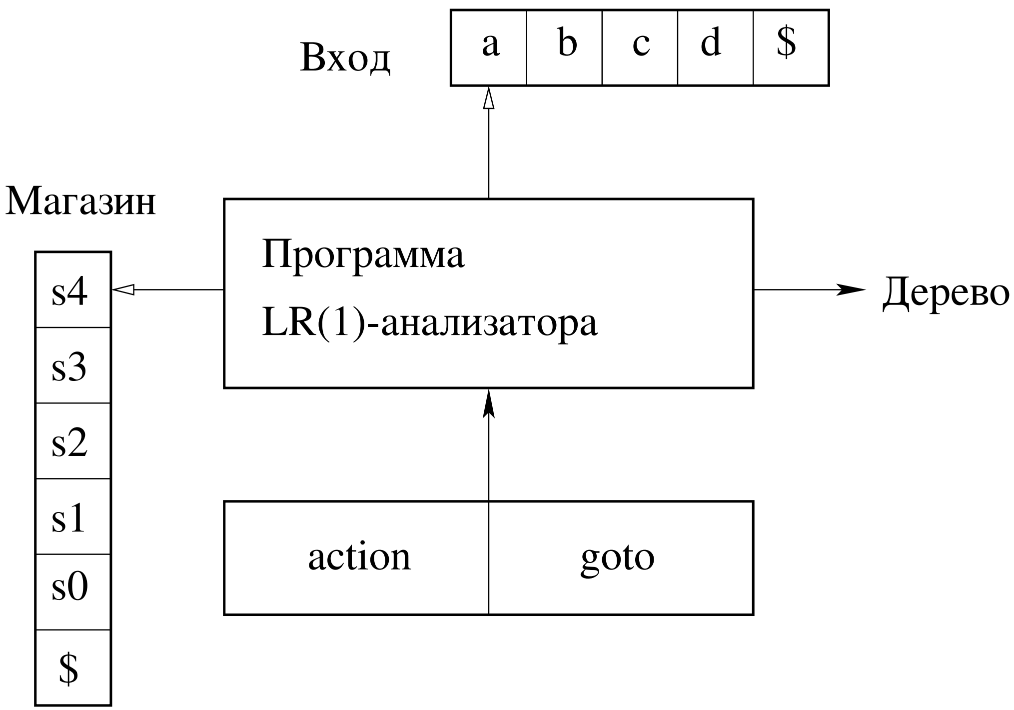
Пример.

FOLLOW $(S') = \{\$\}$,
FOLLOW $(S) = \{\$\}$,
FOLLOW $(L) = \{=, \$\}$,
FOLLOW $(R) = \{=, \$\}$

№	action				goto			
	$=$	$\star$	v	$\$$	S'	S	L	R
0	ош.	пер.4	пер.5	ош.	ош.	1	2	3
1	ош.	ош.	ош.	доп.	ош.	ош.	ош.	ош.
2	пер.6, св.$R \to L$	ош.	ош.	св.$R \to L$	ош.	ош.	ош.	ош.
3	ош.	ош.	ош.	св.$S \to R$	ош.	ош.	ош.	ош.
4	ош.	пер.4	пер.5	ош.	ош.	ош.	9	7
5	св.$L \to v$	ош.	ош.	св.$L \to v$	ош.	ош.	ош.	ош.
6	ош.	пер.4	пер.5	ош.	ош.	ош.	9	8
7	св.$L \to \star R$	ош.	ош.	св.$L \to \star R$	ош.	ош.	ош.	ош.
8	ош.	ош.	ош.	св.$S \to L = R$	ош.	ош.	ош.	ош.
9	св.$R \to L$	ош.	ош.	св.$R \to L$	ош.	ош.	ош.	ош.

§29. Алгоритм LR(1)-анализа

Алгоритм LR(1)-анализа является вариантом ПС-алгоритма, работающим за линейное время. В стеке LR(1)-анализатора содержится последовательность состояний, через которые прошёл SLR-распознаватель (или более сложный LR-распознаватель) в процессе распознавания активного префикса. LR(1)-анализатор управляется таблицами распознавателя, не содержащими конфликтов.



```
LR1Parse(N, T (содержит $), S,
        s0, action, goto, цепочка x) {
  Result = пустая последовательность;
  поместить в стек $, а затем s0;
  a = первый символ из x;
  loop {
      s = состояние на вершине стека;
      if (action[s,a] == "перенос s'") {
          поместить в стек s';
          a = следующий символ из x;
      } else if (action[s,a] == "свёртка X → u") {
          снять со стека |u| символов.
          s' = состояние на вершине стека;
          поместить в стек goto[s',X];
          добавить правило X → u в Result;
      } else if (action[s,a] == "допуск")
          return Result;
      else error();
  }
}
```