МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Э. БАУМАНА

Факультет информатики и систем управления

Кафедра теоретической информатики и компьютерных технологий

Лабораторная работа №3
по курсу «Методы оптимизации»

«Численные методы поиска условного экстремума»

Выполнил:
студент ИУ9-111
Выборнов А. И.

Руководитель:
Каганов Ю. Т.

Москва 2016

1. Метод штрафов

1.1. Постановка задачи

Найти минимум:

$$\begin{cases} f(x) = (x_1^2 - 2)^2 + x_2^2 - 1 \to \min, \\ g_1(x) = -(x_1 + 1)^2 + 3 \leq 0, \\ g_2(x) = (x_1 + x_2)^2 - 2 \leq 0. \end{cases}$$

1.2. Решение на языке программирования python

```
# penalty method

from scipy import optimize

r = 1e-2
eps = 1e-9
C = 4

f = lambda (x1, x2): (x1**2 - 2)**2 + x2**2 - 1

g1 = lambda (x1, x2): -(x1+1)**2 + 3
g2 = lambda (x1, x2): (x1+x2)**2 - 2
g = lambda g_j, x: max(g_j(x), 0)

P = lambda x, r: r*1.0/2 * (g(g1, x)**2 + g(g2, x)**2)

def F(x, r):
    x = tuple(x)
    return f(x) + P(x, r)

x = (0,0)
print 'x0: %s' % list(x)

while True:
    x = tuple(optimize.minimize(lambda x: F(x, r), x).x)
    print 'x = %s, penalty: %s, ' % (list(x), P(x, r))
    if not P(x, r) <= eps:
        r *= C
    else:
        break

print 'result: %s' % list(x)
print 'f(result) = %s' % f(x)
```

1.3. Результат работы

При значениях $\varepsilon = 10^{-9}, r^0 = 0.01, C = 4, x_0 = [0, 0]$ нашли точку $[1.4142135792948318, -1.4927526852006659e - 08]$, являющуюся точкой минимума функции $f(x)$.

$$f([1.4142135792948318, -1.4927526852006659e - 08]) = -1.0.$$

2. Метод модифицированных функций Лагранжа

2.1. Постановка задачи

Найти минимум:

$$\begin{cases} f(x) = (x_1^2 - 2)^2 + x_2^2 - 1 \to \min, \\ g_1(x) = -(x_1 + 1)^2 + 3 \le 0, \\ g_2(x) = (x_1 + x_2)^2 - 2 \le 0. \end{cases}$$

2.2. Решение на языке программирования python

```
from scipy import optimize

r = 0.1
eps = 1e-9
C = 4
mu = (0, 0)

f = lambda (x1, x2): (x1**2 - 2)**2 + x2**2 - 1

g1 = lambda (x1, x2): -(x1+1)**2 + 3
g2 = lambda (x1, x2): (x1+x2)**2 - 2
g = [g1, g2]

P = lambda x, r: sum(max(0, mi + r * gi(x))**2 - mi**2 for mi, gi in zip(mu, g)) / (2*r)

L = lambda x, r: f(x) + P(x, r)

def F(x, rk):
    x = tuple(x)
    return f(x) + P(x, rk)

x = (0,0)
print 'x0: %s' % list(x)

while True:
    x = tuple(optimize.minimize(lambda x: F(x, r), x).x)
    print 'x = %s, penalty: %s, ' % (list(x), P(x, r))
    if not abs(P(x, r)) <= eps:
        mu = [max(0, mi+r*gi(x)) for mi, gi in zip(mu, g)]
        r *= C
    else:
        break

print 'result: %s' % list(x)
print 'f(result) = %s' % f(x)
```

2.3. Результат работы

При значениях $\varepsilon = 10^{-9}, r^0 = 0.1, C = 4, x_0 = [0, 0],\ mu = [0, 0]$ нашли точку $[1.4142135918395204, 3.4660220981938162e{-}09]$, являющуюся точкой минимума функции $f(x)$.

$$f([1.4142135918395204, 3.4660220981938162e - 09]) = -1.0.$$