

Аналитическое построение границ сложной области.

Лабораторная работа №3

Русначенко Николай

19 Декабря, 2015

1 Аналитическое построение границ сложной области

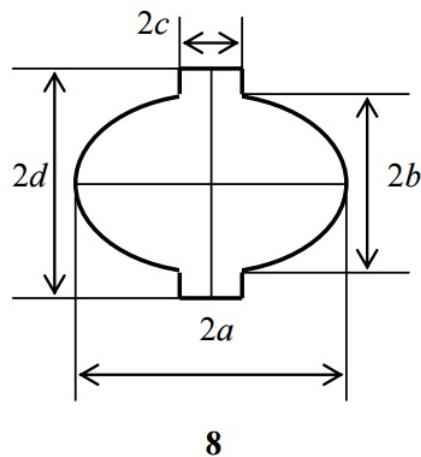
1. Для области, изображенной на схеме, построить нормализованное уравнение границы Γ в неявной форме:

$$F(x, y) = 0$$

Визуализировать линии уровня функции $z = f(x, y)$.

2. Построить «функцию склейки» $U(x, y)$, принимающую значения -1 и 1 на участках границы Γ^- и Γ^+ , расположенных слева и справа от вертикальной оси симметрии области соответственно. Визуализировать линии уровня функции $z = U(x, y)$.

Область имеет следующий вид:



8

Рис. 1 – Вариант 8

Параметры a, b, c, d определены следующим образом:

- $a = 3$;
- $b = 2$;
- $c = 3$;
- $d = 1$.

2 Ход выполнения работы

Разобьем функцию F на несколько независимых функций, которые впоследствии объединим в единую посредством следующих правил:

$$x \vee y = x + y + \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$y \wedge y = x + y - \sqrt{x^2 + y^2}$$

Будем рассматривать функции, внутри области F принимают положительное значение, и нулевое значение как на границе, так и за границами области.

Для образования двух границ будущей прямоугольной границы, выберем следующие функции:

$$z_1 = -x + c + |x - c|$$

$$z_2 = x + c + |x + c|$$

Применим операцию пересечения функций z_1 и z_2 , получим следующую трехмерную поверхность:

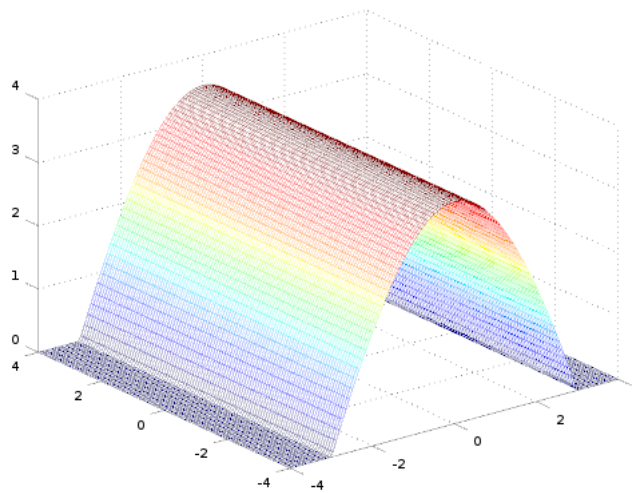


Рис. 2 – Результат пересечения функций z_1 и z_2 .

Для образования двух других границ будущей прямоугольной границы, выберем сле-

дующие функции:

$$z_3 = -y + d + |x - d|$$

$$z_4 = y + d + |x + d|$$

Применим операцию пересечения функций z_3 и z_4 , получим следующую трехмерную поверхность:

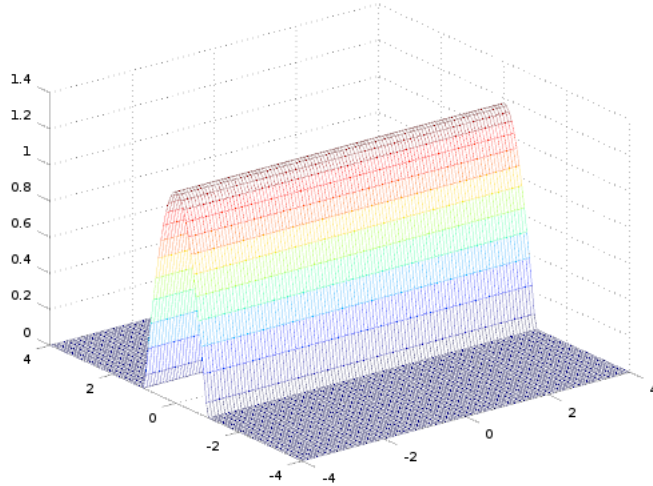


Рис. 3 – Результат пересечения функций z_3 и z_4 .

Для построения контура эллипса, выберем следующую функцию второго порядка (R — вещественная часть комплексного числа):

$$z_5 = R\left(\sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}\right)$$

Формула результирующей функции F , будет иметь следующий вид

$$F = (z_1 \wedge z_2) \wedge (z_3 \wedge z_4) \vee z_5$$

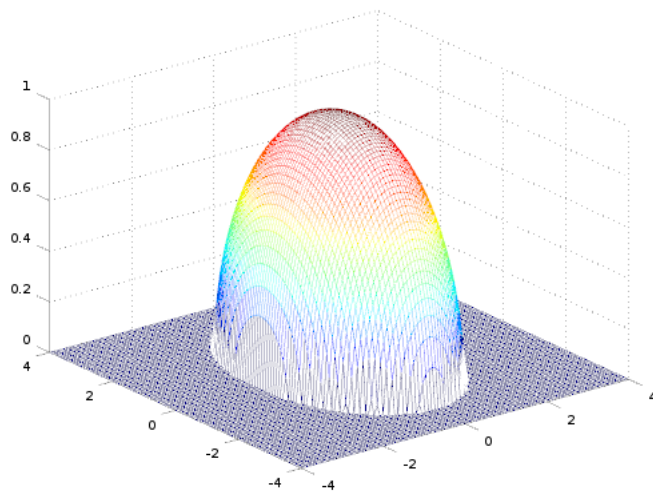


Рис. 4 – Вид функции z_5 .

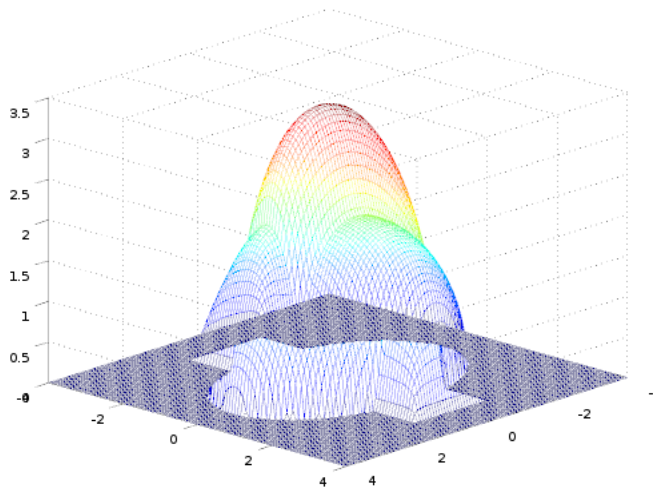


Рис. 5 – Функция F .

3 Построение «Функции склейки».

Для построения «Функции склейки» были введены следующие вспомогательные функции:

$$F_+ = (-x) \vee F$$

$$F_- = x \vee F$$

Результирующая функция будет иметь вид:

$$U = \frac{-w_+ + w_-}{w_+ + w_-}$$

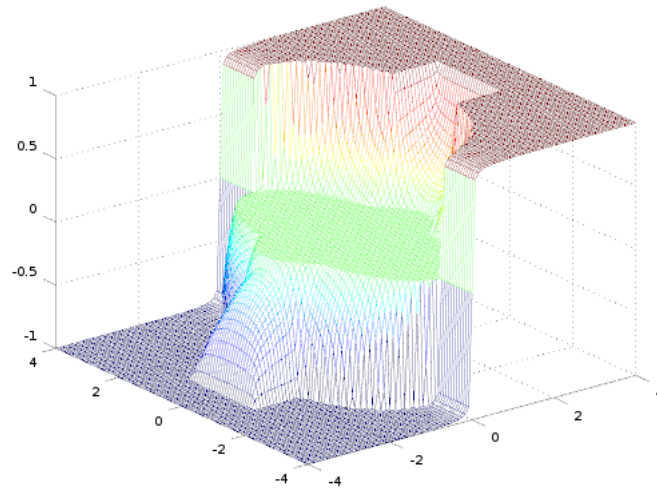


Рис. 6 – Функция U .