

ЛЕКЦИЯ № 2

Оптимизация в проектировании

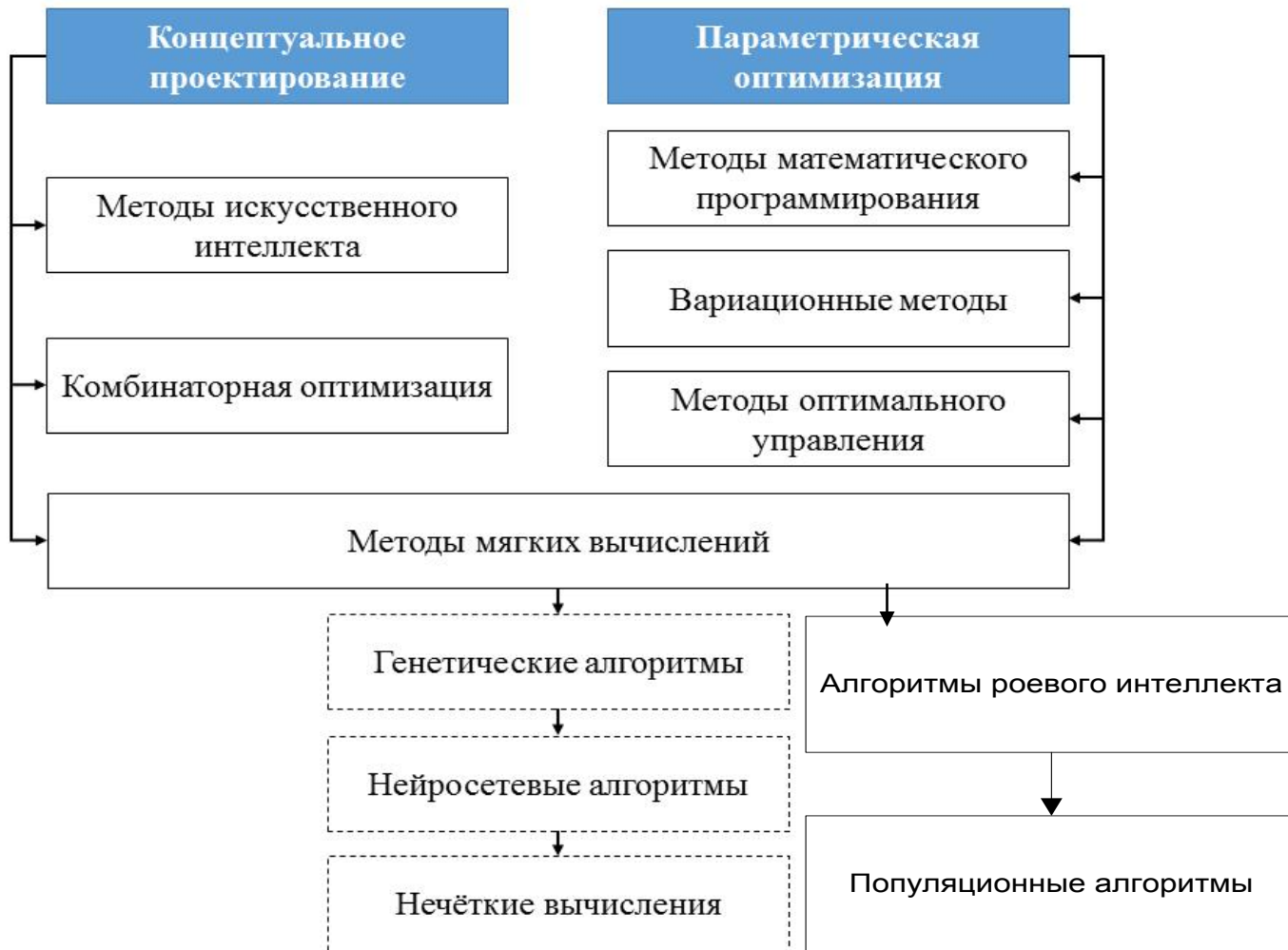
Проектирование конструкций является многоэтапным процессом



Процесс проектирования

- Процесс проектирования начинается с формирования **технических требований** к проектируемой конструкции. Этот этап выполняется заказчиком.
- Совместно заказчиком и проектирующей организацией составляется **техническое задание**. Оно включает основные показатели проектируемой конструкции.
- Далее формируется **концептуальный проект**. Это самая важная и ответственная часть процесса проектирования.
- Затем формируется **математическая модель** конструкции. Эта модель исследуется с точки зрения **анализа** и **синтеза**.
- Готовится **конструкторская документация**.
- Изготовление **опытного образца**.

Методы оптимизации в проектировании



Оптимизационная модель хвостовой части вертолѐта “COBRA”



Основные требования,

1. Обеспечение минимального веса конструкции.
2. Обеспечение минимальной уязвимости конструкции.
3. Обеспечение максимальной живучести.

Было предложено два концептуальных проекта

1. Корпус закрытого типа.

- В конструкции хвостовой части можно выделить следующие Конечные элементы:
 - стержни;
 - балки;
 - панели;
 - мембраны.
- Материал: дюраль.
- $\sigma_{\text{ТС}} = \sigma_{\text{ТР}} = 280 \text{ МПа}$; $n = 1,2 \div 1,8$; $\rho = 2,7 \text{ г/см}^3$; $E = 0,8 \cdot 10^5 \text{ МПа}$, $[\sigma] = 150 \text{ МПа}$; $\mu = 0,3$.

2. Корпус открытого типа (стержневая ферма).

- $M = 6$; $N_j = 18$;
 - M – число секций;
 - N_j – число стержней в секции.
 - Конечные элементы: стержни трубчатого сечения.
 - Площадь поперечного сечения: i - номер стержня, $i = 1, \dots, N_j$, j – номер секции, $j = 1, \dots, M$.

Оптимизационная модель (I)

- 1. Критерий оптимизации – вес конструкции:

$$\min P = \rho g \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^{N_j} l_{ij} A_{ij}.$$

- 2. Переменные проектирования.

- $x_{ij}=A_{ij}$ – площадь поперечного сечения i -го стержня в j -ой секции;
- $x_{11} \Rightarrow$ I группа (1,2,3,4);
- $x_{21} \Rightarrow$ II группа (5,6,7,8,9,10,11,12)
- $x_{31} \Rightarrow$ III группа (13,14,15,16)
- $x_{41} \Rightarrow$ IV группа (17,18)
- Всего 6 секций, 24 переменных. Очевидно, что критерий оптимальности (целевая функция) может быть записан в виде:

$$\min F = \sum_{J=1}^M \sum_{i=1}^{N_j} l_{ij} x_{ij}.$$

Оптимизационная модель (II)

- 1. Уравнения состояния (конечноэлементная модель).
- А) $K(x)z_1=S$ – уравнения упругих перемещений;
- $K(x)$ – матрица жесткости;
- z_1 – узловые перемещения;
- S – внешняя нагрузка.
- Б) $K(x)z_2=\lambda M(x)z_2$ – уравнения собственных колебаний;
- $M(x)$ – матрица инерционных характеристик элементов конструкции;
- z_2 – собственные формы колебаний;
- λ - собственные значения.
- λ_i – квадраты собственных частот колебаний элементов конструкций;
- Всего 144 уравнения.

Оптимизационная модель (III)

2. Переменные состояния (144 переменных состояния).

$z_{1k} = [u_k, v_k, w_k]$; $y_{1k} = z_{1k}$ - узловые перемещения к-го узла (72 переменных).

$y_{2l} = z_{2l}$ - собственные формы колебаний; $\|z_{1k}\| = \sqrt{u_k^2 + v_k^2 + w_k^2}$.

3. Ограничения. 3.1. Параметрические ограничения.

$$A_{ij}^* \leq A_{ij} \leq A_{ij}^{**} \Rightarrow x_{ij}^* \leq x_{ij} \leq x_{ij}^{**}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -1 \leq g_{1ij}(x_{ij}) = \frac{x_{ij}^* - x_{ij}}{x_{ij}^{**} - x_{ij}^*} \leq 0 \\ -1 \leq g_{2ij}(x_{ij}) = \frac{x_{ij} - x_{ij}^{**}}{x_{ij}^{**} - x_{ij}^*} \leq 0. \end{array} \right.$$

$$D^*_{cpij}=24 \text{ мм}; A^*_{ij}=53\text{мм}^2; t^*_{ij}=0,7 \text{ мм}; A^{**}_{ij}=1000 \text{ мм}^2.$$

Оптимизационная модель (IV)

3.2. Функциональные ограничения

А) Напряжения: $\max \sigma_{ij} \leq [\sigma]; \quad -1 \leq g^{\sigma}(x, y, c, s) = \frac{\max \sigma_{ij}}{[\sigma]} - 1 \leq 0;$

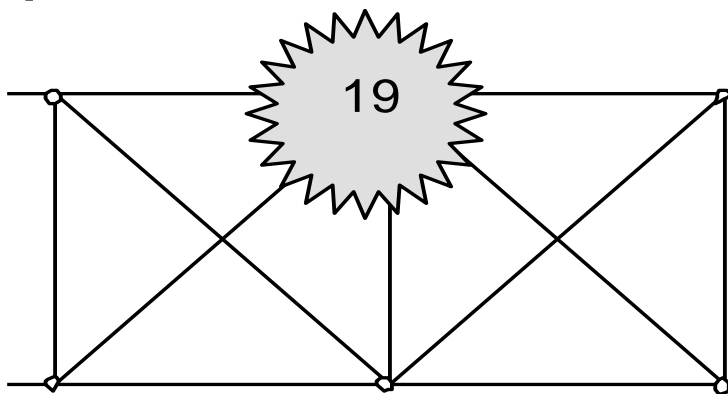
Б) Критические силы: $F_{ij} \leq \min F_{er}; \quad -1 \leq g^{F_{er}}(x, y, c, s) = \frac{F_{ij}}{\min F_{er}} - 1 \leq 0;$

В) Перемещения: $y_{1k} \leq [\|z_{1k}\|]; \quad -1 \leq g^z(x, y, c, s) = \frac{y_{1k}}{[\|z_{1k}\|]} - 1 \leq 0;$

Г) Частота собственных колебаний: $\omega \geq [\omega]; \quad -1 \leq g^{\omega}(x, y, c, s) = \frac{[\omega]}{\omega} - 1 \leq 0; [\omega] = 30$

Оптимизационная модель (V)

4. Учет ограничений по надежности.



IV сек.

V сек.

Боезаряд повреждает одну из секций (например, узел 19). В этом случае можно рассматривать влияние на оптимальный вес различных видов повреждений.