

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Э. БАУМАНА
Факультет информатики и систем управления
Кафедра теоретической информатики и компьютерных технологий

Лабораторная работа №6
по курсу «Математическое моделирование»
«Моделирование прыжков на батуте»

Выполнил:
студент ИУ9-111
Выборнов А. И.
Руководитель:
Домрачева А. Б.

Москва 2015

1. Постановка задачи

Моделировать прыжок на батуте. Коэффициент упругости батута k , масса прыгуна m . Считать, что для набора высоты прыгун отталкивается n раз, прыгает в вертикальном направлении. Построить зависимость набранной высоты от количества прыжков.

2. Построение математической модели

С целью упрощения и ввиду того, что для батута задан единственный коэффициент упругости k , будем полагать что батут представляет собой пружинную систему с коэффициентом упругости k , где вместо груза - прыгун. Также введён энергию E_{jump} , которую прыгун тратит при каждом отталкивании.

Будем считать, что система будет вести себя как пружинный маятник, когда прыгун касается батута. В момент прыжка, он отталкивается от батута и на прыгуна действует только сила тяжести. Когда он приземляется, он тут же снова отталкивается.

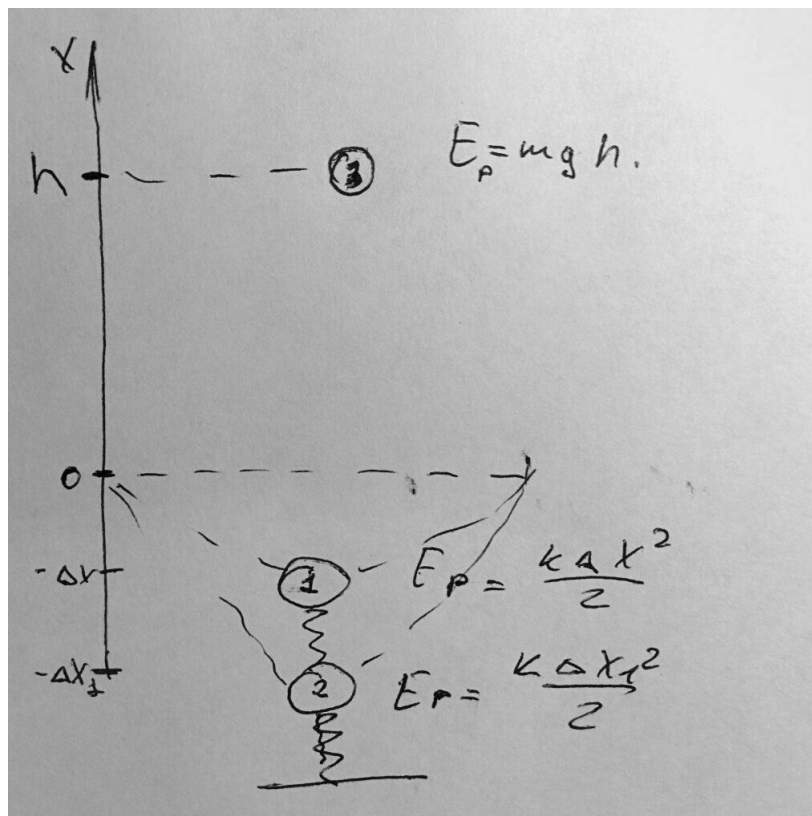


Рисунок 1 — Физическая схема задачи

На вход мы имеем массу прыгуна m , коэффициент упругости батута k , энергию отталкивания прыгуна E_{jump} , количество толчков n . Необходимо найти зависимость высоты прыжка от количества прыжков $h(n)$.

На рисунке 1 показана схема задачи. Цифрами 1,2,3 - показаны состояния системы. Состояние 1 соответствует моменту приземления, батут сместился на Δx . Состояние 2 соответствует положению прыгуна сразу после толчка, батут смещён на Δx_1 . Состояние 3 соответствует наивысшей точке, до которой он допрыгнул, прыгун находится на высоте h .

В состоянии 1 система имеет энергию $E_1 = \frac{k\Delta x^2}{2}$, затем прыгун затратил энергию E_{jump} на прыжок и переместился в состояние 2. В состоянии 2 система имеет энергию $E_2 = \frac{k\Delta x_1^2}{2}$. То есть совершена работа E_{jump} , которая равна изменению энергии системы: $E_2 - E_1$. Получили уравнение:

$$E_{jump} = \frac{k\Delta x_1^2}{2} - \frac{k\Delta x^2}{2}$$

Используя ранее полученное уравнение выразим Δx_1 :

$$\Delta x_1(\Delta x) = \sqrt{2E_{jump}/k + \Delta x^2}$$

Получили формулу, которая позволяет находить новое смещение батута после прыжка, на основании предыдущего смещения батута.

Пусть после толчка прыгун находится в состоянии 1, а после того как он подпрыгнул, самой высокой точкой его полёта была точка, соответствующая состоянию 3. В состоянии 3 система имеет энергию $E_3 = mgh$. По закону сохранения энергии энергия в состоянии 1 и состоянии 3 равна, то есть:

$$\frac{k\Delta x^2}{2} = mgh$$

Выразим высоту:

$$h(\Delta x) = \frac{k\Delta x^2}{2mg}$$

Получили зависимость высоты прыжка от смещения батута перед прыжком.

Теперь мы можем построить итеративный процесс следующий образом: начиная с смещения $\Delta x = 0$ симулируем прыжок и получаем новое смещение $\Delta x_1(\Delta x)$. Затем находим высоту прыжка $h(\Delta x_1)$. Присваиваем $\Delta x = \Delta x_1$. Повторяем n раз.

3. Реализация

Ниже представлена реализация итеративного алгоритма, описанного в главе 2:

```
h = lambda dx: k*dx**2*1.0/(2*m*g)
new_dx = lambda dx: sqrt(dx**2+E_jump*2.0/k)

dx = 0
for i in range(1, n+1):
    dx = new_dx(dx)

    print 'h(%s) = %s' % (i, h(dx))
```

4. Результаты работы

Программа, описанная выше была запущена с параметрами: $m = 80\text{кг}$, $k = 500\text{Н/м}$, $E_{jump} = 240\text{Дж}$, $n = 10$. Полученная зависимость максимальной высоты от количества прыжков изображена на рисунке 2.

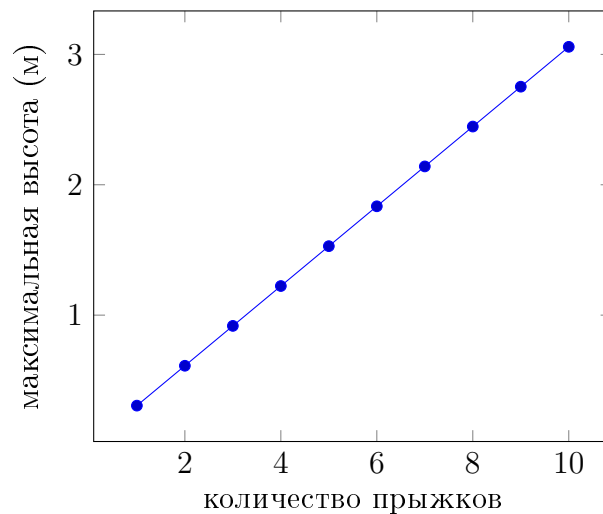


Рисунок 2 — Зависимость максимальной высоты от количества прыжков

5. Выводы

Из результатов работы программы, описанных в главе 4, видно что зависимость максимальной высоты прыгуна от количества прыжков линейная.