В-СПЛАЙНЫ (СПЛАЙНЫ ШЕНБЕРГА)

$$B_n(t) = \sum_{j=-(n+1)/2}^{(n+1)/2} (-1)^j C_{n+1}^j (t-j)_+^n,$$

(n – нечетное), где

$$t_+^r = \begin{cases} t^r, & t > 0, \\ 0, & t \le 0. \end{cases}$$

Пример: кубические В-сплайны

$$B_3(t) = \frac{1}{6}\left[(t+2)_+^3 - 4(t+1)_+^3 + 6t_+^3 - 4(t-1)_+^3 + (t-2)_+^3\right]$$

Аппроксимация функции (n нечетное)

$$f(t) \in C^{n-1}[-\pi;\pi]$$

на равномерной сетке

$$\Delta_N : \quad t_i = ih, \quad h = \frac{\pi}{N}, \quad i = \overline{-N,N}$$

Расмотрим базис сдвигов-сжатий $B_n(x)$:

$$\varphi_{n,k}(t) \equiv B_n\left(\frac{t+\pi}{h} - k\right), \quad k \in \mathbb{Z}\,.$$

Носители $\varphi_{n,k}(t)$: $\quad \left|t - t_k\right| \le \dfrac{n+1}{2}h.$

Кратность покрытия интервала: $K = n + 1$

Аппроксимация:

$$\Phi_{N,n}(f;t) = \sum_{k=-N-(n+1)/2}^{N+(n+1)/2} c_k \varphi_{n,k}(t)$$

Известно, что $\forall h > 0\ \exists c_k$ *такое, что*

$$\left\| f(x) - \Phi_{N,n}(f;x) \right\|_{C[-\pi;\pi]} \leq O(h^{n+2})$$

Базис $B_3\left(\dfrac{t+\pi}{h}-k\right)$: