

Лабораторна робота № 3

Перевірка статистичних гіпотез: гіпотеза однорідності (критерій пустих блоків), гіпотеза незалежності (критерій Спірмена та Кендалла) та гіпотеза випадковості (критерій, що ґрунтується на кількості інверсій)

Всі розрахунки проводяться при рівні значимості $\gamma = 0.05$.

Завдання 1. Перевірка гіпотези однорідності: критерій пустих блоків.

Генеруємо дві незалежні вибірки:

$$\bar{X} = (X_1, \dots, X_n) \sim F_{\xi}(u) = 1 - e^{-u}, \quad u \geq 0;$$

$$\bar{Y} = (Y_1, \dots, Y_m) \sim F_{\eta}(u) = 1 - e^{-1.2u}, \quad u \geq 0.$$

За допомогою критерію пустих блоків перевірити гіпотезу однорідності при наступних значеннях параметрів:

а) $n = 500$, $m = 1000$; б) $n = 5000$, $m = 10000$; в) $n = 50000$, $m = 100000$.

Завдання 2. Перевірка гіпотези незалежності.

Генеруємо вибірку $(\bar{X}, \bar{Y}) = \{(X_1, Y_1), \dots, (X_n, Y_n)\}$ за наступним правилом:

$\{X_i\}$ – це реалізації рівномірно розподіленої на $[0, 1]$ випадкової величини ξ ;

в якості $\{Y_i\}$ розглянути два варіанти:

а) $Y_i = \xi_i \cdot \eta_i$, де $\{\eta_i\}$ – рівномірно розподілені на проміжку $[-1, 1]$, тобто

$$(X_i, Y_i) = (\xi_i, \xi_i \cdot \eta_i);$$

б) $Y_i = \xi_i + \eta_i$, де $\{\eta_i\}$ – рівномірно розподілені на проміжку $[-1, 1]$, тобто

$$(X_i, Y_i) = (\xi_i, \xi_i + \eta_i);$$

А. Критерій Спірмена.

Перевірити гіпотезу незалежності за допомогою критерія Спірмена при наступних значеннях параметра n : а) $n = 500$; б) $n = 5000$; в) $n = 50000$.

В. Критерій Кендалла.

Перевірити гіпотезу незалежності за допомогою критерія Кендалла при наступних значеннях параметра n : а) $n = 500$; б) $n = 5000$; в) $n = 50000$.

Завдання 3. Перевірка гіпотези випадковості.

Припустимо, що вибірка $\overline{X} = (X_1, \dots, X_n)$ утворюється за наступним правилом:

$X_i = (\xi_1 + \dots + \xi_i) / i, \quad i = 1, \dots, n$, де $\{\xi_i\}$ – це послідовність незалежних рівномірно розподілених на $[-1, 1]$ випадкових величин.

Перевірити гіпотезу випадковості за допомогою критерію, що ґрунтується на обчисленні кількості інверсій при наступних значеннях параметра n :

а) $n = 500$; б) $n = 5000$; в) $n = 50000$.