

Лабораторна робота № 2

Перевірка статистичної гіпотези про вигляд розподілу (критерії Колмогорова, χ^2 та пустих ящиків) і гіпотези однорідності (критерій Смирнова)

Спостерігається вибірка $\overline{X} = (X_1, \dots, X_n)$, де $\{X_i\}$ – незалежні однаково розподілені випадкові величини, які мають показниковий розподіл з параметром λ , тобто $F(u; \lambda) = \mathbf{P}\{X_i < u\} = 1 - \exp\{-\lambda u\}$, $u \geq 0$.

Якщо $\{\omega_i\}$ – незалежні рівномірно розподілені на відрізку $[0, 1]$ в.в., то

$$X_i = F^{-1}(1 - \omega_i; \lambda) = -\frac{1}{\lambda} \ln \omega_i.$$

Перевірку статистичних гіпотез вести при рівні значимості $\gamma = 0.05$. Кожне з наступних чотирьох завдань виконувати для $n = 1000$, $n = 10\,000$ та $n = 100\,000$. Користуючись перетворенням $Y_i = F(X_i; \lambda)$, $i = 1, \dots, n$, перевіряти на рівномірність випадкові величини $\{Y_i\}$ (лише перші три завдання).

Завдання 1: за допомогою критерія Колмогорова перевірити гіпотези:

- a) $H_0: X_i \sim F(u; 1)$, коли насправді $X_i \sim F(u; 1)$;
- b) $H_0: X_i \sim F(u; 1)$, коли насправді $X_i \sim F(u; 1.2)$.

Завдання 2: за допомогою критерія χ^2 перевірити гіпотези:

- a) $H_0: X_i \sim F(u; 1)$, коли насправді $X_i \sim F(u; 1)$;
- b) $H_0: X_i \sim F(u; 1)$, коли насправді $X_i \sim F(u; 1.2)$.

Зауваження. Кількість проміжків r обирати з умови: $r = 30 \cdot \frac{n}{1000}$.

Завдання 3: за допомогою критерія пустих ящиків (асимптотична теорема) перевірити гіпотези:

- a) $H_0: X_i \sim F(u; 1)$, коли насправді $X_i \sim F(u; 1)$;
- b) $H_0: X_i \sim F(u; 1)$, коли насправді $X_i \sim F(u; 1.2)$.

Зауваження. Кількість проміжків r обирати з умови: $\rho = 2$, тобто із співвідношення $\frac{n}{r} = \rho$ випливає, що $r = \frac{n}{2}$.

Завдання 4: за допомогою критерія однорідності Смирнова перевірити гіпотези:

$$\text{а) } H_0 : \overline{X}^{(1)} = (X_1^{(1)}, \dots, X_n^{(1)}) \sim F(u; 1), \quad \overline{X}^{(2)} = (X_1^{(2)}, \dots, X_m^{(2)}) \sim F(u; 1)$$

(саме так ці вибірки і генерувались);

$$\text{б) } H_0 : \overline{X}^{(1)} = (X_1^{(1)}, \dots, X_n^{(1)}) \sim F(u; 1), \quad \overline{X}^{(2)} = (X_1^{(2)}, \dots, X_m^{(2)}) \sim F(u; 1)$$

(насправді: $\overline{X}^{(1)} \sim F(u; 1)$, $\overline{X}^{(2)} \sim F(u; 1.2)$).

Зауваження. Обирати $m = \frac{n}{2}$.