

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра МО ЭВМ

КУРСОВАЯ РАБОТА
по дисциплине «Алгоритмы и структуры данных»
Тема: Бинарное дерево поиска с рандомизированной вставкой

Студент гр. 9303

Ефимов М.Ю.

Преподаватель

Филатов Ар.Ю.

Санкт-Петербург

2020

ЗАДАНИЕ НА КУРСОВУЮ РАБОТУ

Студент Ефимов М.Ю.

Группа 9303

Тема работы : Бинарное дерево поиска с рандомизированной вставкой (Демонстрация)

Исходные данные:

Создать бинарное дерево с использованием рандомизированной вставки. Максимально подробно демонстрировать и объяснять происходящие процессы.

Содержание пояснительной записки:

Аннотация

Введение

Основные теоретические положения.

Описание кода программы

Заключение

Список используемых источников

Предполагаемый объем пояснительной записки:

Не менее 10 страниц.

Дата выдачи задания: 06.11.2020

Дата сдачи реферата: 25.12.2020

Дата защиты реферата: 25.12.2020

Студент

Ефимов М.Ю.

Преподаватель

Филатов Ар.Ю.

АННОТАЦИЯ

Курсовая работа представляет собой программу ,предназначенную для демонстрации создания бинарного дерева с рандомизированной вставкой. На вход подается последовательность значений, а результатом работу программы является файл формата “.pdf” где максимально подробно показаны шаги создания дерева. Для создания визуализации графа использована утилита “Graphviz”, а для конвертации в один файл “ ImageMagick”. Код программы написан на языке C++, запуск подразумевается на операционных системах семейства Linux. Для проверки работоспособности программы проводилось тестирование. Исходный код, скриншоты, показывающие корректную работу программы, и результаты тестирования представлены в приложениях.

СОДЕРЖАНИЕ

| | | |
|------|-------------------------------------|----|
| | Введение | 4 |
| 1. | Основные теоретические положения | 6 |
| 2. | Описание работы | 8 |
| 2.1. | Описание структуры данных и функций | 8 |
| 2.2. | Описание алгоритма | 8 |
| 3. | Тестирование | 10 |
| | Заключение | 11 |
| | Список использованных источников | 12 |
| | Приложение А. Программный код | 13 |
| | Приложение Б. Тестирование | 21 |
| | Приложение В. Сравнение | 23 |

ВВЕДЕНИЕ

Формальная постановка задачи:” Случайные БДП с рандомизацией. Демонстрация”. Цель работы — разработка программы для демонстрации создания бинарного дерева с рандомизированной вставкой. Для реализации данной цели требуется

1. Изучить теоретический материал по данной структуре данных.
2. Научиться использовать инструменты для визуализации графов.
3. Написать программный код.
4. Тестирование программного кода.

1. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

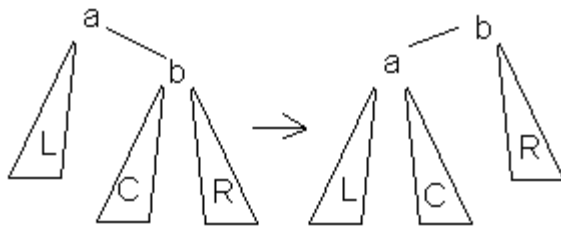
Двоичное дерево поиска (англ. binary search tree, BST) — это двоичное дерево, для которого выполняются следующие дополнительные условия (свойства дерева поиска):

1. Оба поддерева — левое и правое — являются двоичными деревьями поиска.
2. У всех узлов левого поддерева произвольного узла X значения ключей данных меньше либо равны, нежели значение ключа данных самого узла X .
3. У всех узлов правого поддерева произвольного узла X значения ключей данных больше либо равны, нежели значение ключа данных самого узла X .

Всегда желательно, чтобы все пути в дереве от корня до листьев имели примерно одинаковую длину, то есть чтобы глубина и левого, и правого поддеревьев была примерно одинакова в любом узле. В противном случае теряется производительность.

В вырожденном случае может оказаться, что всё левое дерево пусто на каждом уровне, есть только правые деревья, и в таком случае дерево вырождается в список (идущий вправо). Поиск (а значит, и удаление и добавление) в таком дереве по скорости равен поиску в списке и намного медленнее поиска в сбалансированном дереве.

Для балансировки дерева применяется операция «поворот дерева». Поворот налево выглядит так:



- было $\text{Left}(A) = L$, $\text{Right}(A) = B$, $\text{Left}(B) = C$, $\text{Right}(B) = R$
- поворот меняет местами A и B, получая $\text{Left}(A) = L$, $\text{Right}(A) = C$, $\text{Left}(B) = A$, $\text{Right}(B) = R$
- также меняется в узле $\text{Parent}(A)$ ссылка, ранее указывавшая на A, после поворота она указывает на B.

Проблемы бинарных деревьев проявляется, когда дерево вырождается и фактически становится линейным списком. Максимальная скорость обращения к элементу в этом случае становится линейна. Одним из простых способов нивелировать шанс вырождения дерева является рандомизированная вставка в корень. Известно, что если заранее перемешать как следует все ключи и потом построить из них дерево (ключи вставляются по стандартной схеме в полученном после перемешивания порядке), то построенное дерево окажется неплохо сбалансированным (его высота будет порядка $2\log_2 n$ против $\log_2 n$ для идеально сбалансированного дерева). Заметим, что в этом случае корнем может с одинаковой вероятностью оказаться любой из исходных ключей. Что делать, если мы заранее не знаем, какие у нас будут ключи (например, они вводятся в систему в процессе использования дерева)? Раз любой ключ (в том числе и тот, который мы сейчас должны вставить в дерево) может оказаться корнем с вероятностью $1/(n+1)$ (n — размер дерева до вставки), то мы выполняем с указанной вероятностью вставку в корень. Проверка на вставку происходит рекурсивно при переходе к новому узлу.

2. ОПИСАНИЕ РАБОТЫ

2.1. Описание структур данных и функций

В основе работы лежит шаблонная структура Tree $\langle T \rangle$, которая содержит в себе `key` — шаблонный ключ дерева, `size` — количество потомков, `left` и `right` — ссылка на потомка с меньшим и большим ключом соответственно. Создана функция `InsertRoot` для вставки в корень. Она рекурсивно просчитывает шанс вставки в зависимости от значения выполняет базовую вставку или вставку в корень. Для выполнения поворотов созданы функции `leftRotate` и `rightRotate`. Каждый шаг фиксируется функциями `Plot` и зависимой от нее `Wrote`, которые создают файл формата `dot` и в необходимой структуре записывают в него текущее дерево с необходимыми комментариями происходящего. С помощью функции “`system`” происходит компиляция и последующая сборка файлов. В конце работы программы создается файл формата “`pdf`”, в котором пошагово описано создание дерева.

2.2. Описание алгоритма

Ключевая идея случайных БДП с рандомизацией состоит в чередовании обычной вставки в дерево поиска и вставки в корень. Чередование происходит случайным (рандомизированным) образом с использованием компьютерного генератора псевдослучайных чисел. Цель такого чередования — сохранить хорошие свойства случайного БДП в среднем и исключить (сделать маловероятным) появление «худшего случая» (поддеревьев большой высоты). Вставка элемента со значением `key` в дерево `tree`. Рассмотрим операцию вставки в корень. Если дерево пусто, создаем новый узел со значением `key`, иначе, если `key(tree) > key` то выполняем вставку в корень в левом поддереве `tree` и выполняем правое вращение, иначе — вставку в корень в правом поддереве и левое вращение. Таким образом узел со значением `key` становится корнем дерева. Опишем теперь рандомизированную вставку значением `key` в дерево `tree`. Пусть в дереве имеется n узлов. Тогда будем считать, что после

добавления еще одного узла любой узел с равной вероятностью может быть корнем дерева. Тогда, с вероятностью $1/(n + 1)$ осуществим вставку в корень, иначе рекурсивно используем рандомизированную вставку в левое или правое поддерево в зависимости от значения ключа `key`

3. ТЕСТИРОВАНИЕ

Программа была протестированная на паре характерных примеров, где без использования рандомизированной ставки дерево вырождалось. Это значения от 1 до 15 ,и от 15 до 1 с шагом 1 и -1 соответственно. Главные результаты работы представлены в приложении Б. Для сравнения в приложении В представлено бинарное дерево без использования рандомизированной вставки.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Была создана необходимая структура данных и алгоритм рандомизированной вставки в корень. По ходу программы каждый шаг демонстрируется и объясняется. Исходный код программы смотрите в приложении А.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Методические указания к лабораторным работам, практическим занятиям и курсовой работе по дисциплине «Алгоритмы и структуры данных»»: учеб.-метод. пособие / сост.: С.А Ивановский , Т.Г. Фомичева , О.М. Шолохова.. СПб. 2017. 88 с
2. Роберт Седжвик - Фундаментальные алгоритмы на C++

ПРИЛОЖЕНИЕ А

ПРОГРАММНЫЙ КОД

```
#include "tree.h"
#include "tree.cpp"
#include <iostream>
#include <fstream>
int COUNT(0);
int COUTN_NULL(0);

template <typename T>
Tree<T>* START(nullptr);
template <typename T>
Tree <T>* Create(T& key, Tree<T>left, Tree<T>right)
{
    Tree <T>* New = new Tree<T> (key, left, right);
    return New;
}

template <typename T>
Tree <T>* Create(T& key, Tree<T>left, Tree<T>right)
{
    Tree <T>* New = new Tree<T> (key, left, right);
    return New;
}

template <typename T>
unsigned int Tree_Height(Tree<T>* tr){
    unsigned int l, r;
    if(tr != NULL){
        l = (tr->left != NULL) ? Tree_Height(tr->left) : 0;
        r = (tr->right != NULL) ? Tree_Height(tr->right) : 0;
        return ((l > r) ? l : r) + 1;
    }
    return 0;
}

template <typename T>
void write(Tree<T>* head, std::ofstream& myGraph){
    if(head!=nullptr){
        if(head->left!=nullptr){
            myGraph<<" "<<std::to_string(head->key)<<" "<<"-
>"<<" "<<std::to_string(head->left->key)<<" "<<std::endl;
            write(head->left, myGraph);
        }
        else{
            myGraph<<" "<<std::to_string(head->key)<<" "<<"-
>"<<" "<<"N"<<std::to_string(COUTN_NULL++)<<" "<<std::endl;
        }
    }
}
```

```

        }
        if(head->right!=nullptr) {
            myGraph<<"'"<<std::to_string(head->key)<<"'"<<"-
>"<<"'"<<std::to_string(head->right->key)<<"'"<<std::endl;
            write(head->right,myGraph);
        }
        else{
            myGraph<<"'"<<std::to_string(head->key)<<"'"<<"-
>"<<"'"<<"N"<<std::to_string(COUTN_NULL++)<<"'"<<std::endl;
        }
    }

}

template <typename T>
void Plot(Tree<T>* head,std::string* message){
    ::COUNT++;
    std::string count = std::string(3 -
std::to_string(COUNT).length(), '0') + std::to_string(COUNT);
    std::string name = count +std::string(".gv");
    std::ofstream myGraph(name);
    myGraph<<"digraph G"<<"{\n";
    myGraph<<"graph [ordering=\"out\"]\n";
    write(head,myGraph);
    if(message!=nullptr)
        myGraph<<"label="<<"'"<<*message<<"'"<<std::endl;
    myGraph<<"}\n";
    myGraph.close();
    COUTN_NULL = 0;
    std::string command = std::string("dot -Tpng ");
    command+=name;
    command+=std::string(" -o");
    command+=count;
    command+=std::string(".jpg");
    std::cout<<command;
    system(command.c_str());
}

```

```

template <typename T>
int getsize(Tree<T>* tree)
{
    if( !tree ) return 0;
    return tree->size;
}

template <typename T>
void fixsize(Tree<T>* tree)
{
    tree->size = getsize(tree->left)+getsize(tree->right)+1;
}

```

```

}

template <typename T>
void  rotateright(Tree<T>*  &tree)
{
    if(tree==nullptr) return;
    std::string message = "Поворот вправо: значение
"+std::to_string(tree->left->key);
    message+=std::string(" поднимается вверх\n");
    message+=std::string("Значение ");
    message+=std::to_string(tree->key);
    message+=std::string(" опускается вправо\n");

    Tree<T>* tmp = tree->left;
    tree->left = tmp->right;

    if(tmp->right!=nullptr){
        message+=std::string("значение ");
        message+=std::to_string(tmp->right->key);
        message+=std::string(" становится левым <<ребенком>> значения
");
        message+=std::to_string(tree->key);
    }

    tmp->right =  tree;
    tmp->size = tree->size;
    if(START<int> == tree){START<int> = tmp;}
    tree = tmp;
    fixsize(tree);
    Plot(START<int>,&message);
}

template <typename T>
void  rotateleft(Tree<T>*  &tree)
{
    if(tree==nullptr) return;
    std::string message = "Поворот влево: значение
"+std::to_string(tree->right->key);
    message+=std::string(" поднимается вверх\n");
    message+=std::string("Значение ");
    message+=std::to_string(tree->key);
    message+=std::string(" опускается влево\n");

    Tree <T>* tmp = tree->right;
    tree->right = tmp->left;

    if(tmp->left!=nullptr){
        message+=std::string("значение ");

```

```

        message+=std::to_string(tmp->left->key);
        message+=std::string( " становится правым <<ребенком>>
значения ");
        message+=std::to_string(tree->key);
    }

```

```

        tmp->left = tree;
        tmp->size = tree->size;
        if(START<int> == tree){START<int> = tmp;}
        tree = tmp;
        fixsize(tree);

        Plot(START<int>,&message);
    }

```

```

template <typename T>
void PritTree(Tree<T>* tree, int n, std::ofstream &fout)
{
    if (tree->right != nullptr)
    {
        PritTree(tree->right, n + 1, fout);
    }

    for (int i = 0; i < n; i++)
    {
        std::cout << "\t";
        fout << "    ";
    }

    std::cout << tree->key<<'('<<tree->size<<')'<<"\n";
    fout << tree->key<<'('<<tree->size<<')'<<"\n";
    if (tree->left != nullptr)
    {
        PritTree(tree->left, n + 1, fout);
    }
}

```

```

template <typename T>

```



```

void PrintTree(Tree<T>* tree, int r){
    r++;
    if(tree->right!=nullptr)
        PrintTree(tree->right,r+1);
    for (int i=0;i<(4*r);i++)
        std::cout << " ";
    std::cout<<tree->key<<' ('<<tree->size<<' ) '<<std::endl;
    if(tree->left!=nullptr)
        PrintTree(tree->left,++r);
    --r;
}

template <typename T>
Tree <T>* Create(const T& key,Tree<T>* left, Tree<T>* right)
{
    Tree<T>* result = new Tree <T>();
    result->key=key;
    result->left = left;
    result->right = right;
    return result;
}

template <typename T>
void insertroot(Tree<T>* &tree, T& value,std::string* message){
    if(tree==nullptr)
    {
        tree = Create<T>(value,nullptr,nullptr);
        *message+="\nСейчас значение не ходит на своем базовом
месте,но так как произошло выпадения вставки в корень, будут "
"\nсовершаться повороты обратные спуску,пока
новое значение не поднимется до места выпадения вставки в корень";
        Plot(START<int>,message);
        return;
    }
    if(tree->key>value){
        insertroot(tree->left,value, message);
        rotateright(tree);
    }
    else{
        insertroot(tree->right,value,message);
        rotateleft(tree);
    }
}

template <typename T>
void insert(Tree<T>* &tree, T& value,std::ofstream &fout){
    if(tree==nullptr)

```

```

    {
        tree = Create<T>(value,nullptr,nullptr);
        std::string message = "Шанс выпадения в корень не
сработал, произошла базовая вставка значения "+std::to_string(tree-
>key);
        Plot(START<int>,&message);
        return;

    }
    srand( time(0) );
    if( rand()%(tree->size+1)==0 ){
        std::string message ="Проходя вершину  "+ std::to_string(tree-
>key);
        message+=std::string(" выпала вставка в корень значения ");
        message+=std::to_string(value);
        message+=std::string(". Шанс выпадения был 1:");
        message+=std::to_string(tree->size+1);
        std::cout<<" Вставка в корень на уровне "<<tree->size<< "
значения "<< value<<std::endl;
        fout<<"Вставка в корень на уровне "<<tree->size<< " значения
"<< value<<std::endl;
        insertroot(tree,value,&message);
        // START<int> = tree;
        return;
    }
    if(tree->key>value){
        insert(tree->left,value,fout);

    }
    else{
        insert(tree->right,value,fout);
    }
    fixsize(tree);
}

template <typename T>
void simple_insert(Tree<T>* &tree, T& value){
    if(tree==nullptr)
    {
        tree = Create<T>(value,nullptr,nullptr);
        return;
    }
    if(tree->key>value){
        simple_insert(tree->left,value);
    }
    else{
        simple_insert(tree->right,value);
    }
    fixsize(tree);
}

```

```

template <typename T>
int contain(Tree<T>* &tree, T& value){
    if(!tree) return 0;
    int count= 0;
    if(tree->key == value) count++;
    if( value < tree->key )
        count+=contain(tree->left,value);
    else
        count+=contain(tree->right,value);
    return count;
}

void start(int* arr,int n,std::ofstream &fout){
    Tree<int >* New = Create<int >(arr[0],nullptr,nullptr);
    START<int> = New;
    int count = 0;
    for(int i = 1;i<n;i++){
        count = contain<int>(New,arr[i]);
        if(!count){
            insert<int >(New,arr[i],fout);

            std::cout<<"Вставка значения "<<arr[i]<<std::endl;
            fout<<"Вставка значения "<<arr[i]<<std::endl;

            //Plot(New,nullptr); дублирует
            PritTree(New,0,fout);

            std::cout<<std::endl<<"\n\n\n\n\n";
            fout<<std::endl<<"\n\n\n\n\n";
        }
        else{
            std::cout<<"Элемен:"<<arr[i]<<"уже в дереве"<<std::endl;
            fout<<"Элемен:"<<arr[i]<<"уже в дереве"<<std::endl;
        }
    }
    PritTree(New,0,fout);
    std::cout<<std::endl<<"\n\n";
    fout<<std::endl<<"\n\n";
    Tree<int>* New1 = Create<int>(arr[0],nullptr,nullptr);
    for(int i = 1;i<n;i++){
        count = contain<int>(New1,arr[i]);
        if(!count)
            simple_insert<int>(New1,arr[i]);
        else{
            std::cout<<"Элемен:"<<arr[i]<<"уже в дереве"<<std::endl;
            fout<<"Элемен:"<<arr[i]<<"уже в дереве"<<std::endl;
        }
    }
    std::string new_message ="Для сравнения. Максимальная высота
    "+std::to_string(Tree_Height(New));
    Plot(New,&new_message);
}

```

```

new_message = std::string("Максимальная высота при базовом
построении ");
new_message+=std::to_string(Tree_Height(New1));
Plot(New1,&new_message);
PritTree(New1,0,fout);
}
int main(int argc, char const *argv[]){

    std::ifstream fin;
    std::ofstream fout;
    if( argc > 1 ){

        fin.open(argv[1]);
        if( argc > 2 ) {
            fout.open(argv[2], std::ios_base::app);
        }
        else {
            fout.open("result.txt");
        }
        int m;
        fin >> m;
        int *arr = new int[m];
        for (int j = 0; j < m; j++)
        {
            fin >> arr[j];
        }

        start(arr,m,fout);
        system("convert *.jpg  my.pdf");
        system("rm *.gv");
        system("rm *.jpg");
        delete[] arr;
        fin.close();
        fout.close();
    }
    else{
        fout.open("result.txt");
        int m;
        std::cin >> m;
        int *arr = new int[m];
        for (int j = 0; j < m; j++)
        {
            std::cin >> arr[j];
        }
        start(arr,m,fout);
        delete[] arr;
    }

    return 0;
}

```

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

ТЕСТИРОВАНИЕ

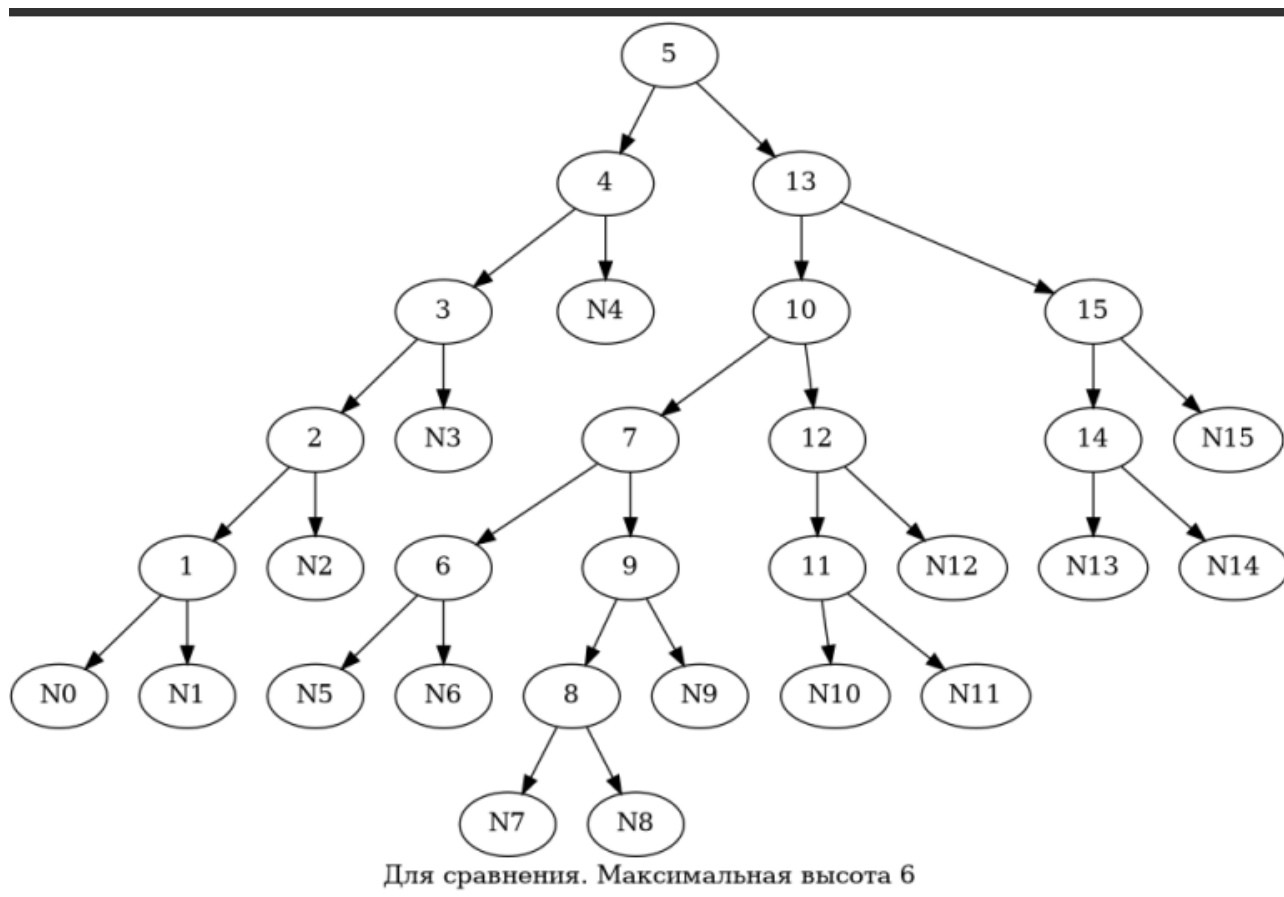


Рисунок 1 – результат работы алгоритма с данными 1– 15

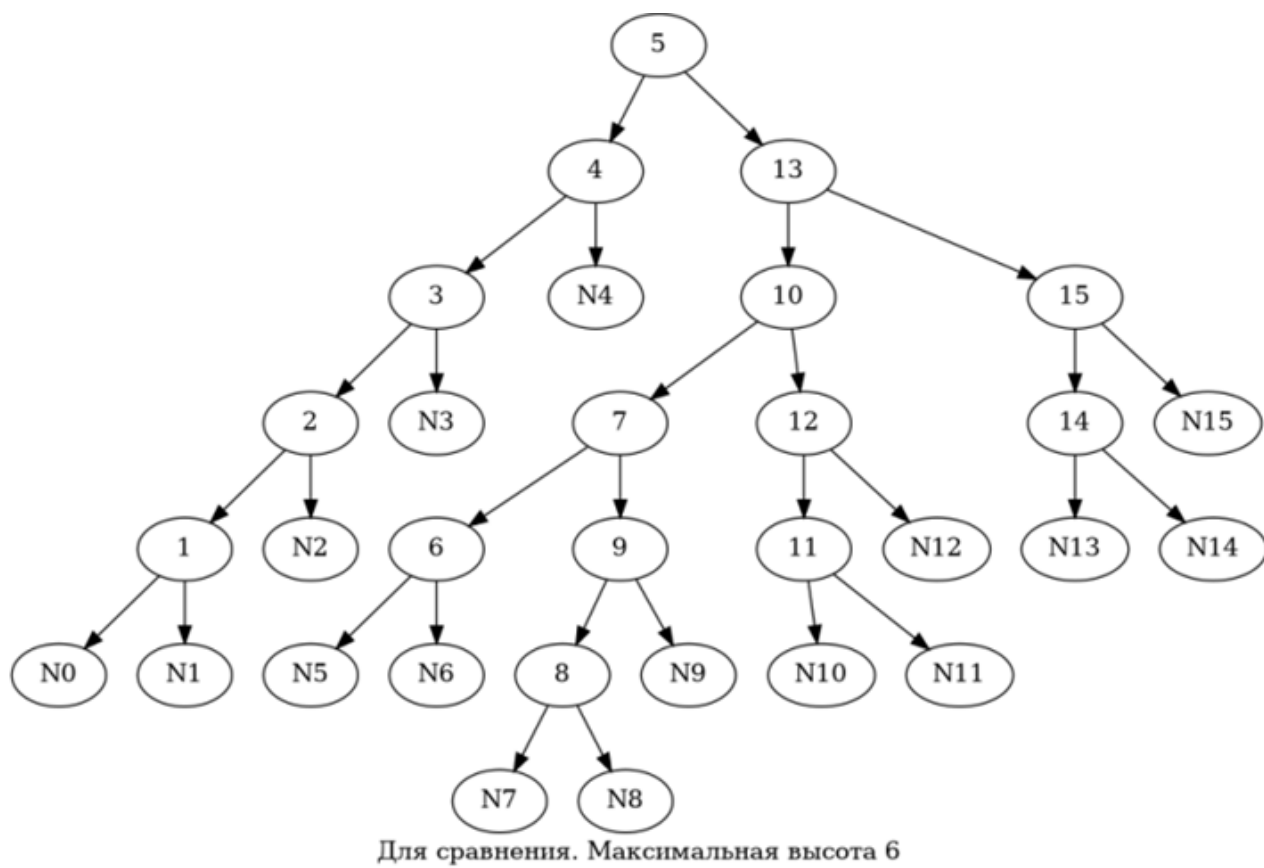


Рисунок 2 – результат работы алгоритма с данными 15 – 1

ПРИЛОЖЕНИЕ А

СРАВНЕНИЕ

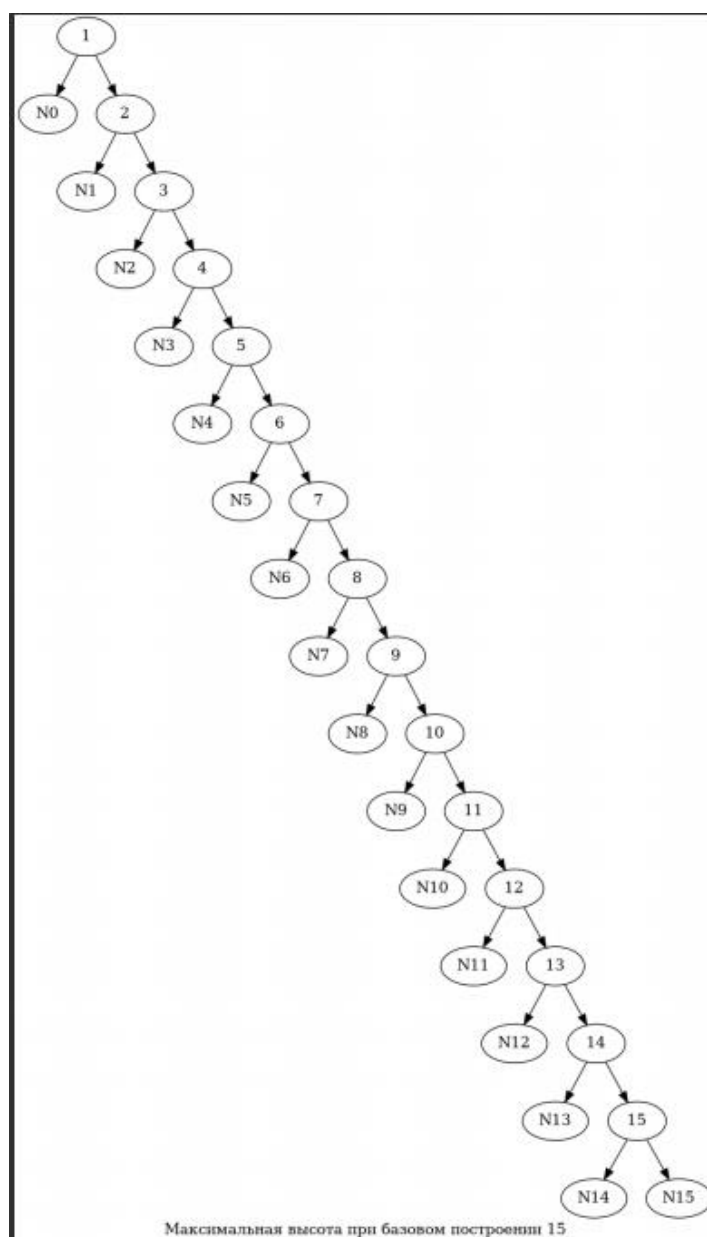


Рисунок 3 – пример вырождения дерева с данными 1 – 15

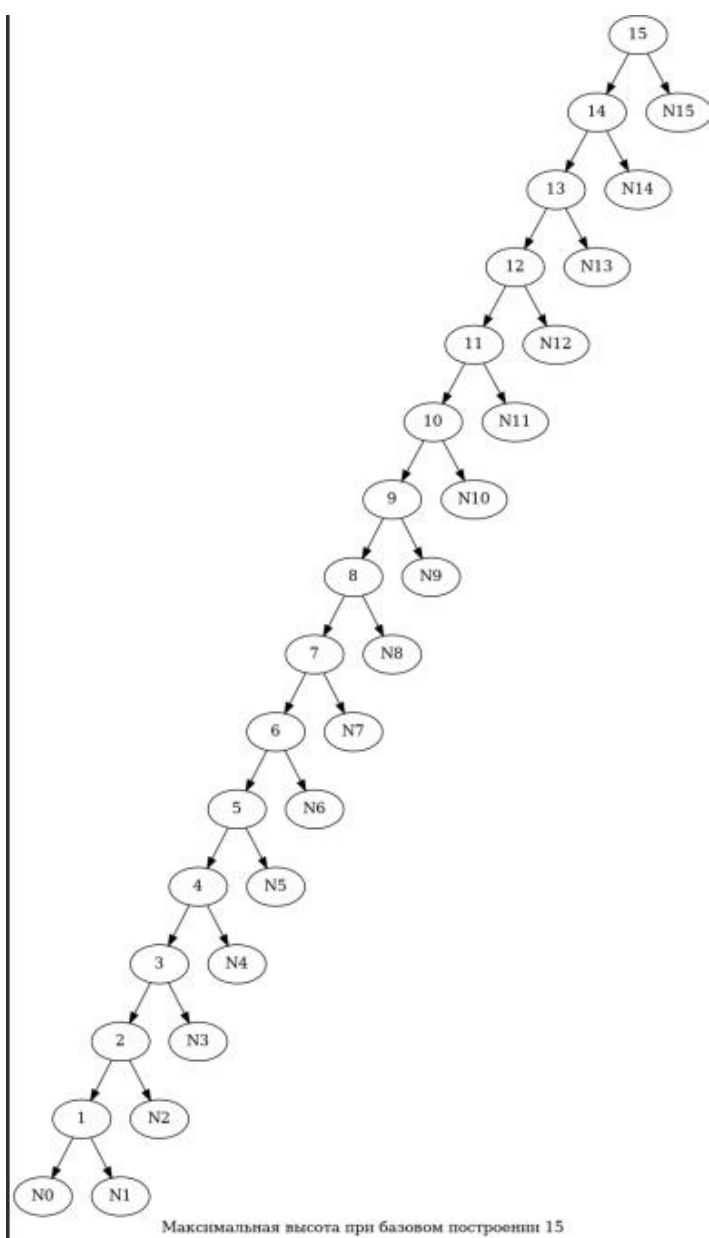


Рисунок 3 – пример вырождения дерева с данными 15 – 1