МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра Название кафедры

КУРСОВАЯ РАБОТА

по дисциплине «Алгоритмы и структуры данных»

Тема: АВЛ-деревья — вставка и исключение.

Студент гр. 9303 _____ Алексеенко Б.

Преподаватель _____ Филатов Ар. Ю.

Санкт-Петербург
2020

ЗАДАНИЕ

НА КУРСОВУЮ РАБОТУ (КУРСОВОЙ ПРОЕКТ)

Студент Алексеенко Б.

Группа 9303

Тема работы (проекта): АВЛ-деревья — вставка и исключение.
Исследование(в среднем и в худшем случае).

Исходные данные:
произваольные наборы чисел.

Содержание пояснительной записки:
Перечисляются требуемые разделы пояснительной записки (обязательны разделы «Содержание», «Введение», «Заключение», «Список использованных источников»)

Предполагаемый объем пояснительной записки:
Не менее 10 страниц.

Дата выдачи задания: 6.11.2020

Дата сдачи реферата: 25.12.2020

Дата защиты реферата: 25.12.2020

Студент _____ Алексеенко Б.

Преподаватель _____ Филатов Ар. Ю.

АННОТАЦИЯ

В данной работе было проведено исследование, в котором были оценены и расмотренны худшие и средние случаи вставки и удаления элементов в сбалансированное бинарное АВЛ-дерево. Во время работы были построенны графики с помощью написанных программ, на которых явно видно подтверждение теоретических предположений . Была реализована структура классов, которая представляет собой АВЛ-дерево, а так же код генерирующий наборы случайных числе для демонстрации среднего и худшего случаев вставки и удаления в АВЛ-дерево.

SUMMARY

In this paper, a study was conducted in which the worst and average cases of insertion and removal of elements in a balanced binary AVL tree were evaluated and considered. During the work, graphs were built using written programs, which clearly show the confirmation of theoretical assumptions. A class structure was implemented, which is an AVL tree, as well as a code that generates sets of random numbers to demonstrate the average and worst cases of insertion and deletion into an AVL tree.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Цели исследования:

- Реализовать структуру классов, представляющую АВЛ-дерево.
- Провести анализ большого объема данных и построить графики.

Исследование проводилось со случайно сгенерированными наборами данных.

План эксперементального исследования:

Реализовать структуру классов, которая будет представлять АВЛ-дерево.

Реализовать программу, генерирующую наборы случайных чисел, для тестирования вставки и удаления элементов.

- Выбрать базовые операции и реализовать автоматический подсчет выбранных операций при всавке и удалении элемента в АВЛ-дерево.
- С помощью программы построить графики зависимости количества элементов к количеству базовых операций.
- Сделать выводы по полученным графикам и оценить сложность алгоритмов, сопоставить ее с теоретической.

1. ОПИСАНИЕ АВЛ-ДЕРЕВА

1.1. Общие сведения

АВЛ-дерево — это двоичное дерево поиска, ключи которого удовлетворяют стандартному свойству: ключ любого узла дерева не меньше любого ключа в левом поддереве данного узла и не больше любого ключа в правом поддереве этого узла.

Особенностью АВЛ-дерева является то, что оно является сбалансированным в следующем смысле: *для любого узла дерева высота его правого поддерева отличается от высоты левого поддерева не более чем на единицу*. Доказано, что этого свойства достаточно для того, чтобы высота дерева логарифмически зависела от количества его узлов. А так как основные операции над двоичными деревьями поиска (поиск, вставка и удаление узлов) линейно зависят от его высоты, то получаем *гарантированную* логарифмическую зависимость времени работы этих алгоритмов от числа ключей, хранимых в дереве.

Традиционно, узлы АВЛ-дерева хранят не высоту, а разницу высот правого и левого поддеревьев (так называемый balance factor), которая может принимать только три значения -1, 0 и 1. Вспомним, что высота h < 1.44 log2(n + 2), это значит, например, что при $n = 10^9$ высота дерева не превысит величины h=44 (!).

1.2. Реализация

Класс Node_AVL_Tree представляет собой узел АВЛ-дерева, в узле хранятся указатели на левый и правый элемент, значение высоты поддерева, разницу высоты левого и правого поддерева, а так же булеву переменную rotate, которая показывает, был ли произведен какой-либо поворот данного узла.

Класс Head_AVL_Tree представляет собой голову АВЛ-дерева, в нем хранится указатель на корень АВЛ-дерева, а так же расчетное значение O(n) последней выполненной операции.

Методы класса Head_AVL_Tree:

void insert(Type) — вставка указанного элемента в дерево.

void print_tree(Node_AVL_Tree<Type>*, int level) — вывод построенного дерева в консоль.

void is_contain(Type) — возвращает истинну, если заданный элемент есть в дереве.

Void remove(Type) — удаляет указанный элемент из АВЛ-дерева.

Node_AVL_Tree<Type>* get_head() — метод , который возвращает указатель на корень дерева.

Int get_o() - метод, который возрващает расчетное значение O(n) последней исполненной операции.

Методы класса Node_AVL_Tree:

Node_AVL_Tree<Type>* - метод, который осуществляет вставку заданного элемента и, если это необходимо, производит балансировку дерева.

Node_AVL_Tree<Type>* remove — метод, который осушествляет удаление элемента и, если это необходимо, производит балансировку дерева.

Node_AVL_Tree<Type>* remove_min — метод, который удаляет минимальный элемент из узла и, если это необходимо, переставивает поддерево.

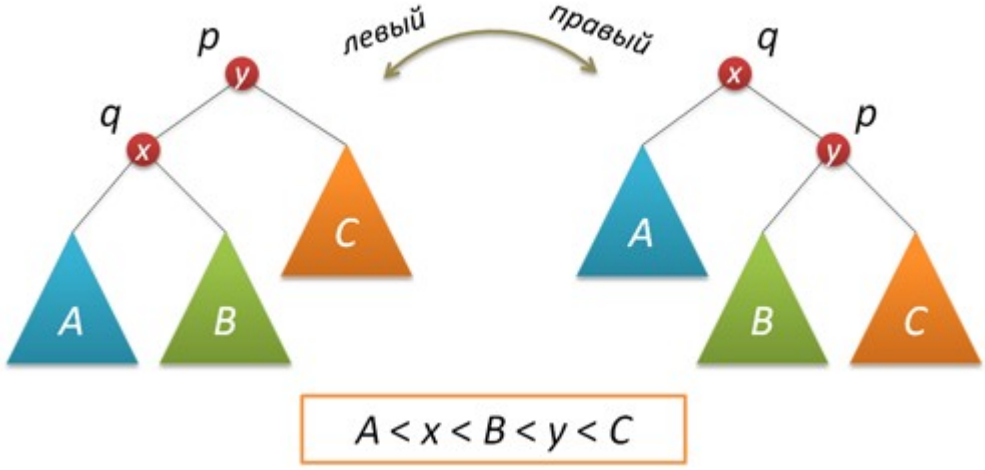
Node_AVL_Tree<Type>* find_min — метод, который находит минимум в АВЛ-дереве.

Node_AVL_Tree<Type>* left_rotate — метод, который производит поворот узла влево.

Node_AVL_Tree<Type>* right_rotate — метод, который производит правый поворот узла.

Node_AVL_Tree<Type>* make_balance — метод, который производит балансировку дерева с помощью четырех видов поворотов.

В процессе добавления или удаления узлов в АВЛ-дереве возможно возникновение ситуации, когда balance некоторых узлов оказывается равными 2 или -2, т.е. возникает *расбалансировка* поддерева. Для выправления ситуации повороты вокруг тех или иных узлов дерева. На картинке иллюстрирован правый поворот, левый будет производиться зеркально.



Методы get_r() и get_l() возвращают указатели на, соответсвенно, правое и левое поддерево. Метод get_d() возвращает значение елюча в данном дереве.

Функция countDeep производит расчет высоты узлов поддеревьев.

2. ИСЛЕДОВАНИЕ

2.1. Теоретическая оценка сложности.

Вставка

При вставке некоторого ключа мы будем спускаться по дереву. Если мы находимя в узле p и наи необход переместиться в поддерево, которого не существует, то преобразуем ключ в лист, а сам узел делаем его предком. Поднимаемся вверх по пути поиска и пересчитываем balance. Если поднялись в узел q из правого поддерева, то увеличиваем balance на единицу, а если из левого — уменьшаем на единицу. Если balance в узле равен 0, то высота поддерева не изменилась и можно прекратить подъем. Если же balance равен 1 или -1, то высота дерева явно изменилась и подъем необходимо продолжить. Если мы находимся в узле, где balance 2 или -2, тогда необходимо произвести большой или малый поворот влево или вправо (в зависимости от остального дерева), если после это balance будет равен 0 — заканчиваем подъем.

Т. е в процессе вставки мы проходим по не более чем h узлов дерева, а для каждого узла запускаем балансировку не более одного раза, тогда количесвто всех операций при вставке элемента в АВЛ-дерево равно O(log(n)), где n — количество элементов.

Удаление

В том случае, если у удаляемого узла нет поддеревьев, то просто удалим его, в дугрих же случаях перейдем к самому левому узлу правого поддерева, переместим его на место удаляемого, после чего удалим, собственно, удаляемый. От удаленной вершины теперь необходимо вернуться к корню и произвести перерасчет balance во всех узлаз. Если находясь в некотором узле, поднявшись в него из правого поддерева, то уменьшим его balance на единицу. Если balance узле равен 0, тогда высота поддерева не изменилась, а если же balance равен 1 или -1, тогда продолжаем подъем. В том случае если balance будет меньше -1 или больше 1, то произведем возврат баланса.

Тогда при удалении элемента мы так же пройдем не более чем h узлов и количество операций, затраченных на удаление, будет равно, по свойству АВЛ-дерева, O(log(n)).

Операция	В среднем случае	В худшем случае
Поиск	O(log(n))	O(log(n))
Вставка	O(log(n))	O(log(n))
Удаление	O(log(n))	O(log(n))

2.2. Генерация случайного набора чисел

Для подтверждения теоретической оценки были реализованы функции, которые генерируют случайные наборы чисел, только один из них — возврастающая последовательность, а второй состоит из случайных чисел. Сами деревья генерируются тоже случайным образом

2.2. Практическая оценка алгоритма.

Для каждого случая генерируется набор из 10 тысяч значений, после чего расчетное O(n) каждой операции записывается в файл. В итоге получается 200 файлов для рассмотрения одного случая, т. е., т. к. рассматривается всего 4 случая, получаем 1600 файлов для анализирования. Так же программа была протестирована на генерацию деревьев с 100 тысячами значений, показав себя отлично.

Рисунок 1-Файлы, сгенерированные для среднего случая удаления

На основе вычислений были построенны графики, для этого был использован код, написанный на языке Python 3. На всех графиках оранжевым цвето отображается функция log(n). Синяя кривая — количество вызовов базовых операций для определенного количесвта операций.

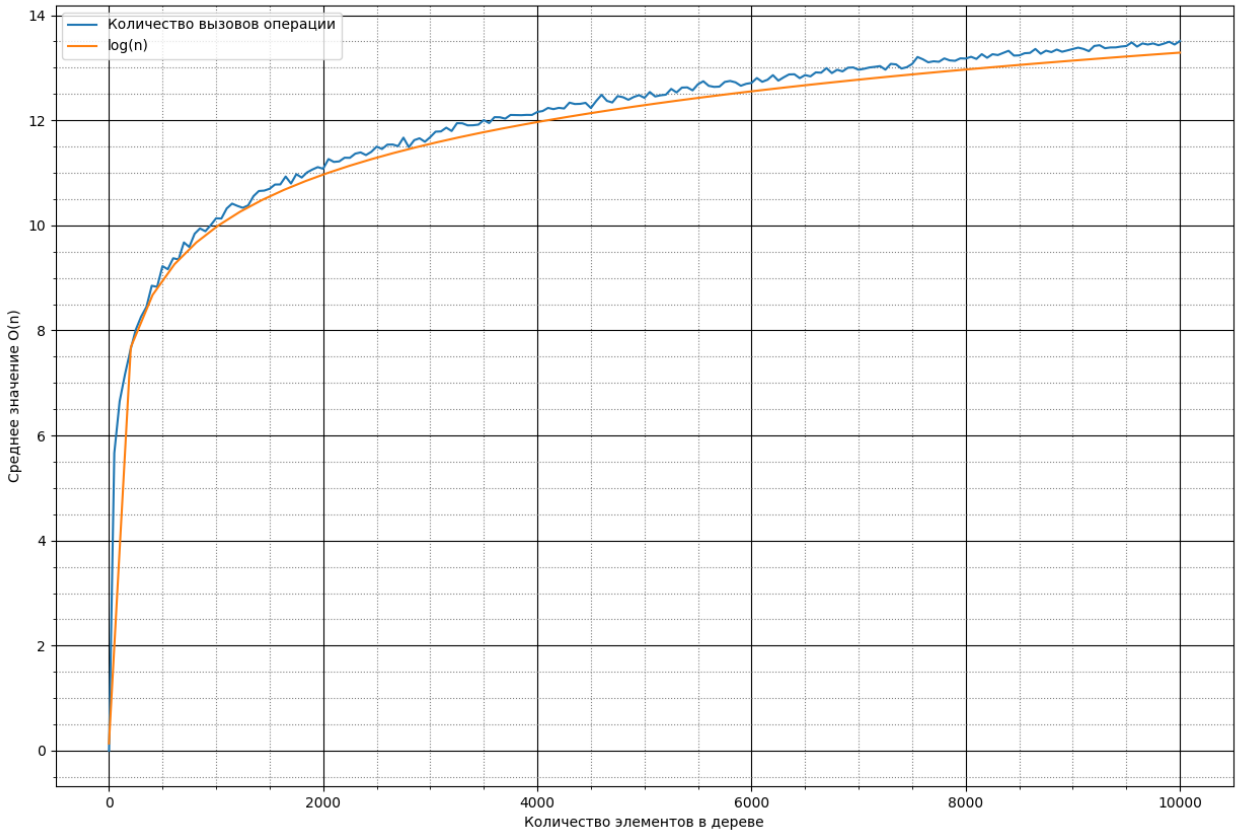


Рисунок 2-Удаление, средний случай

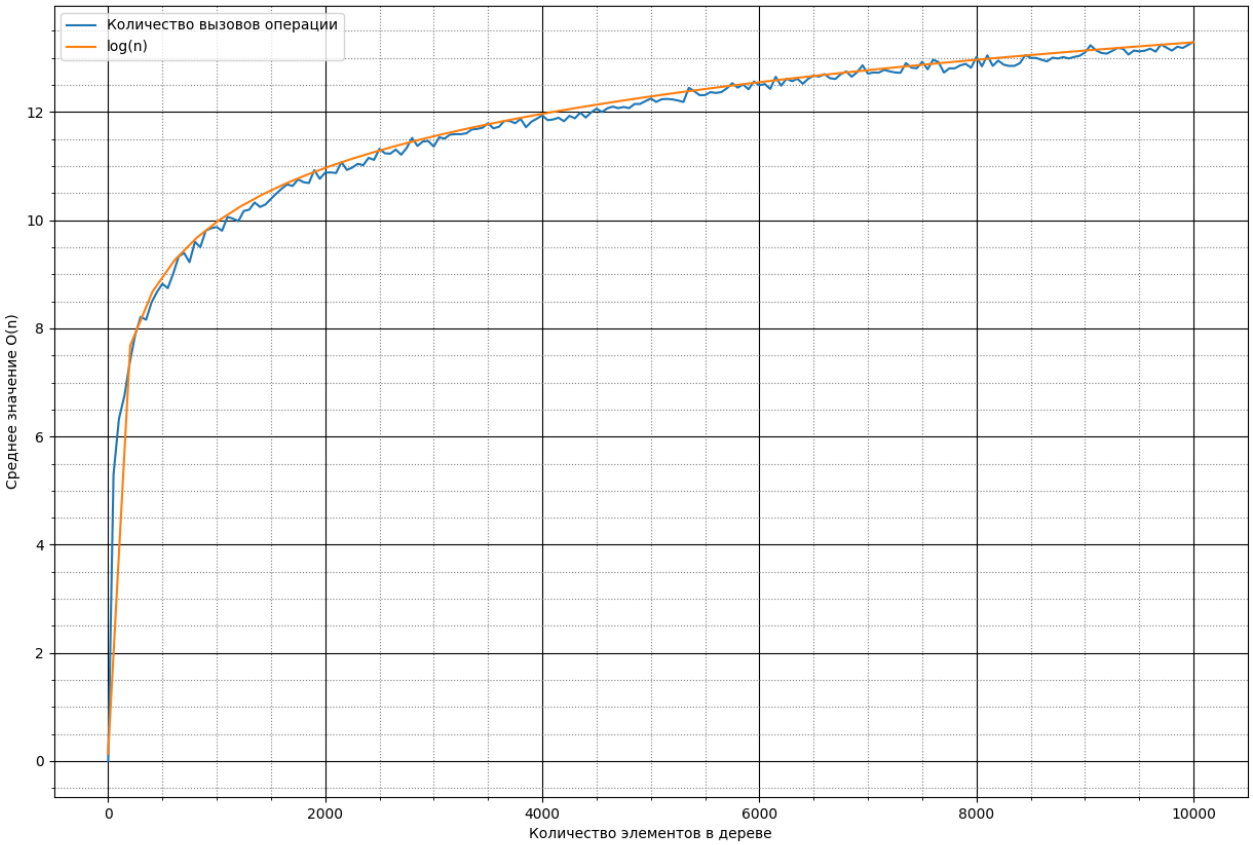


Рисунок 3-Удаление, худший случай

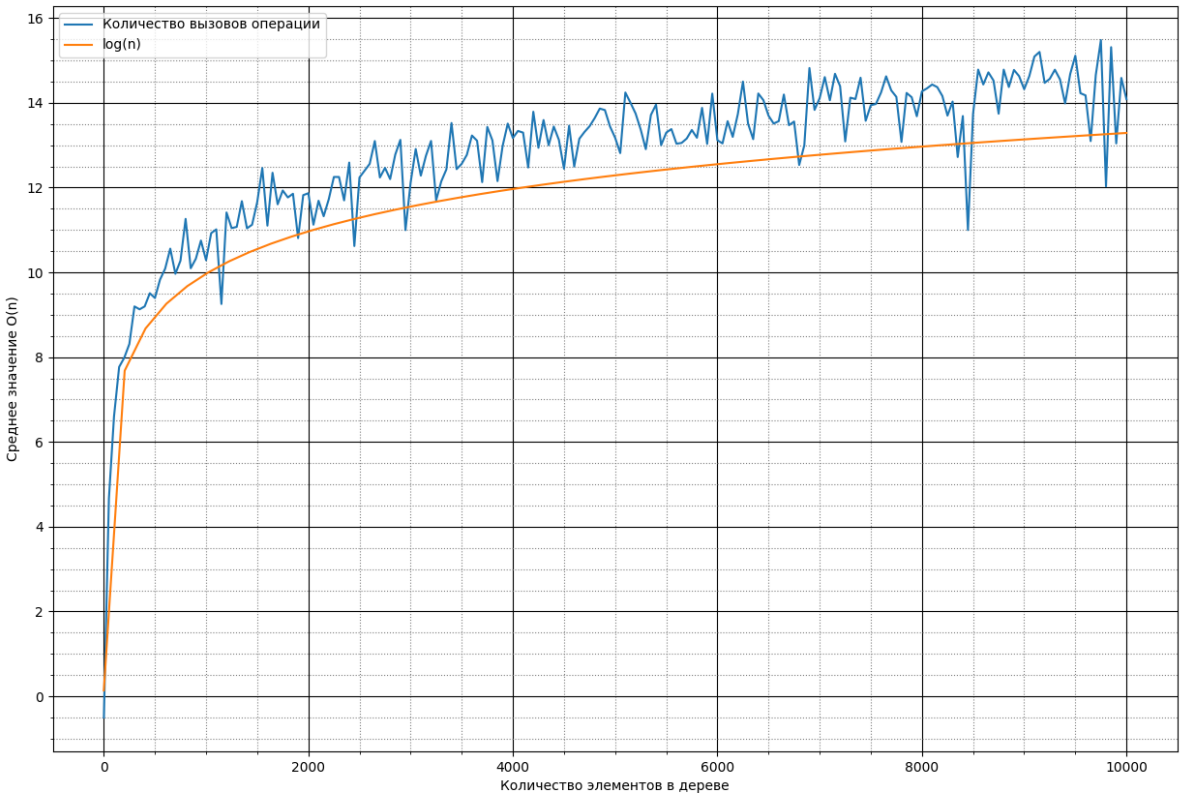


Рисунок 4-Вставка, средний случай

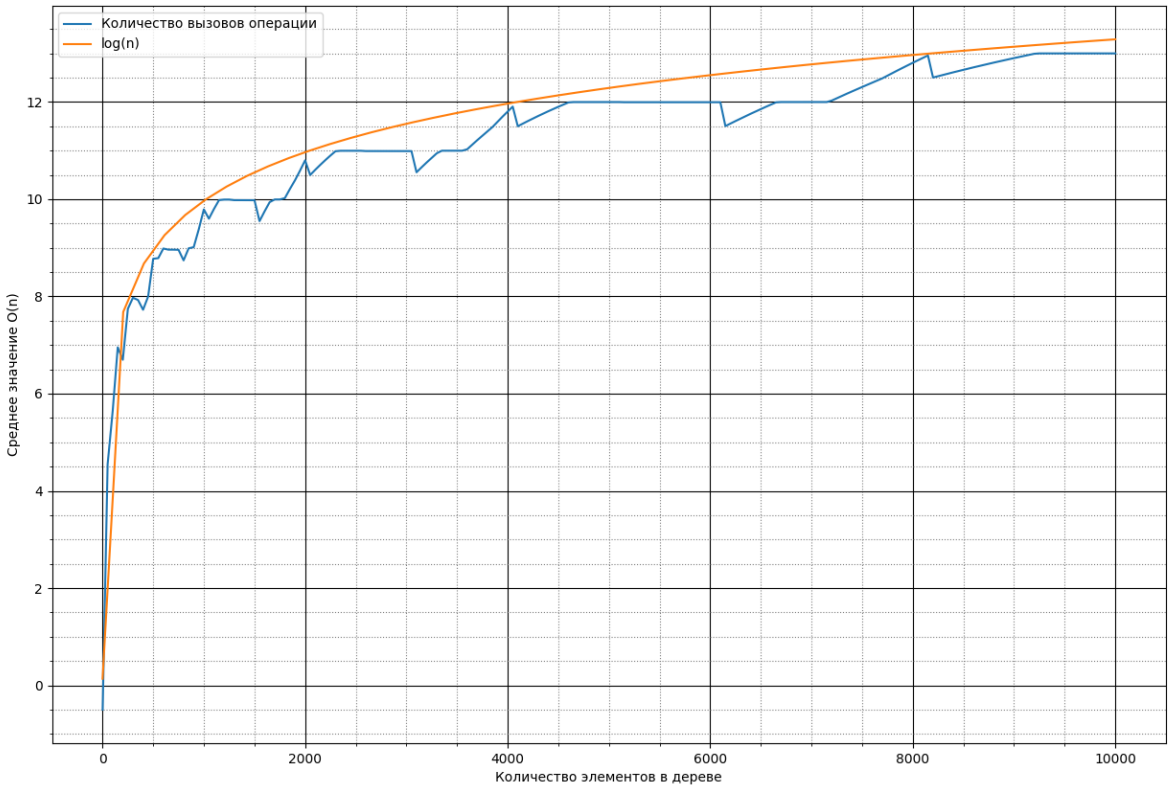


Рисунок 5-Вставка, худший случай

На графиках видно, как зависет количество вызовов определенных фунцкий от количества элементов в дереве. По графику явно видно, что сложность алгоритма составляет примерно log(n), что подтверждает теоретическую оценку сложности вставки и удаления в АВЛ-деревьях.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе работы была реализована структура классов, которая представляет из себя АВЛ-дерево, были реализованы методы вставки и удаления значений. На основе полученных числовых значений были построены графики.

Полученные практические результаты были сравнены с теоретическими и подтвердили их. Таким образом, была доказана теоретичесекая оценка асимптотитики работы операций вставски и удаленеия в АВЛ-дерево.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. АВЛ-дерево
   https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%92%D0%9B-%D0%B4%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%B2%D0%BE

2. АВЛ-дерево
   https://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=%D0%90%D0%92%D0%9B-%D0%B4%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%B2%D0%BE

3. АВЛ-деревья
   https://habr.com/ru/post/150732/

4. Структуры даных. AVL дерево
   https://medium.com/@dimko1/%D1%81%D1%82%D1%80%D1%83%D0%BA%D1%82%D1%83%D1%80%D1%8B-%D0%B4%D0%B0%D0%BD%D1%8B%D1%85-avl-%D0%B4%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%B2%D0%BE-7f8739e8faf9

ПРИЛОЖЕНИЕ А

ИСХОДНЫЙ КОД ПРОГРАММЫ

Имя файла: main.cpp

```
#include "AVL_tree.h"
#include <vector>
#include <ctime>
#include <cstdlib>
#include <algorithm>

using namespace std;

vector<int> avl_insert_generator(int size, char c){
     vector<int> avl_tree;
     if (c == 'w') {
          int m = rand();
          for (int i = m; i < m + size; i++) {
               avl_tree.push_back(i);
          }
     }
     else if (c == 'a') {
          for (int i = 0; i < size; i++) {
               avl_tree.push_back(rand());
          }
     }
     return avl_tree;
}

void avl_tree_generator_average(Head_AVL_Tree<int>* head,
vector<int>& the_ones, vector<int>& avl_tree, int size) {
     for (int i = 0; i < size; i++)
     {
          int elem = rand();
          head->insert(elem);
          avl_tree.push_back(elem);
     }

     std::cout << avl_tree.size() << endl;
     for (int i = 0; i < size / 2; i++)
     {
          int itr = rand() % avl_tree.size();
          std::cout << "Iter - " << itr << endl;
          the_ones.push_back(avl_tree[itr]);
     }

}

void avl_tree_generator_worst(Head_AVL_Tree<int>* head,
vector<int>& the_ones, vector<int>& avl_tree, int size) {
     int m = rand() % size;
```

```
     for (int i = m; i < size + m; i++) {
          head->insert(i);
          avl_tree.push_back(i);
     }

     std::cout << avl_tree.size() << endl;
     for (int i = 0; i < size / 2; i++)
     {
          int itr = rand() % avl_tree.size();
          if (itr > avl_tree.size()) {
               i--;
               continue;
          }

          std::cout << "Iter - " << itr << endl;
          the_ones.push_back(avl_tree[itr]);
     }

}

int main(int argc, char* argv[]) {


     srand(static_cast<unsigned int>(time(0)));

     std::cout << "Which operation you want to research? [Delete -
d / Insert - i]" << endl;

     char operation = 'd';
     if(argc > 1)
          operation = *argv[1];
     //cin >> operation;

     if (operation == 'd')
     {

          std::cout << "What case do you want to consider?[w -
worst / a - average]" << endl;
          char choice = 'w';

          if(argc > 2)
               choice = *argv[2];
          //cin >> choice;

          if (choice == 'w') {

               int size = 1;
               int iter = 0;

               while (size <= 10000)
               {
                    ofstream fout;
                    std::string file = "result_d_w/result_w_";
```

```
                    std::string num = to_string(iter);
                    file.append(num);
                    file.append(".txt");
                    fout.open(file, std::fstream::trunc |
std::fstream::out);

                    Head_AVL_Tree<int>* head = new
Head_AVL_Tree<int>;
                    vector<int> the_ones;
                    vector<int> avl_tree;
                    avl_tree_generator_worst(head, the_ones,
avl_tree, size);

                    fout << size << " ";

                    for (int i = 0; i < the_ones.size(); i++)
                    {
                         if (head->is_contain(the_ones[i])) {
                              if (i != 0) {
                                   fout << " ";
                              }
                              head->reset_o();
                              head->remove(the_ones[i]);
                              fout << head->get_o() - 2;
                              head->insert(rand() % size);
                         }
                    }

                    fout << endl;
                    fout << endl;

                    if (size == 1) {
                         size += 49;
                    }
                    else
                    {
                         size += 50;
                    }
                    iter++;
                    delete head;
                    fout.close();
               }
          }

          else if (choice == 'a') {
               int size = 1;
               int iter = 0;


               while (size <= 10000)
               {
                    ofstream fout;
                    std::string file = "result_d_a/result_a_";
```

```
                    std::string num = to_string(iter);
                    file.append(num);
                    file.append(".txt");
                    fout.open(file, std::fstream::trunc |
std::fstream::out);

                    Head_AVL_Tree<int>* head = new
Head_AVL_Tree<int>;

                    vector<int> the_ones;
                    vector<int> avl_tree;

                    avl_tree_generator_average(head, the_ones,
avl_tree, size);

                    fout << size << " ";

                    for (int i = 0; i < the_ones.size(); i++)
                    {
                         if (head->is_contain(the_ones[i])) {
                              if (i != 0) {
                                   fout << " ";
                              }
                              head->reset_o();
                              head->remove(the_ones[i]);
                              fout << head->get_o() - 2;
                              head->insert(rand());
                         }
                    }
                    fout << endl;
                    fout << endl;

                    if (size == 1) {
                         size += 49;
                    }
                    else
                    {
                         size += 50;
                    }

                    iter++;
                    delete head;
                    fout.close();
               }
          }
     }
     else if(operation == 'i'){
          std::cout << "What case do you want to consider?[w -
worst / a - average]" << endl;
          //cin >> choice;
          char choice = 'w';
          if(argc > 2)
               choice = *argv[2];
```

```
          if (choice == 'w') {

               int size = 1;
               int iter = 0;

               while (size <= 10000)
               {
                    ofstream fout;
                    std::string file = "result_i_w/result_w_";
                    std::string num = to_string(iter);
                    file.append(num);
                    file.append(".txt");
                    fout.open(file, std::fstream::trunc |
std::fstream::out);

                    Head_AVL_Tree<int>* head = new
Head_AVL_Tree<int>;
                    vector<int> avl_tree;
                    vector<int> the_ones;
                    avl_tree_generator_worst(head, the_ones,
avl_tree, size);
                    avl_tree = avl_insert_generator(size, 'w');

                    fout << size << " ";

                    for (int i = 0; i < avl_tree.size(); i++)
                    {
                              if (i != 0) {
                                   fout << " ";
                         }
                              head->reset_o();
                              head->insert(avl_tree[i]);
                              fout << head->get_o() - 2;
                              head->remove(head->get_head()-
>get_d());
                    }

                    fout << endl;
                    fout << endl;

                    if (size == 1) {
                         size += 49;
                    }
                    else
                    {
                         size += 50;
                    }
                    iter++;
                    delete head;
                    fout.close();
               }
          }
```

```
          else if (choice == 'a') {
               int size = 1;
               int iter = 0;

               while (size <= 10000)
               {
                    ofstream fout;
                    std::string file = "result_i_a/result_a_";
                    std::string num = to_string(iter);
                    file.append(num);
                    file.append(".txt");
                    fout.open(file, std::fstream::trunc |
std::fstream::out);

                    Head_AVL_Tree<int>* head = new
Head_AVL_Tree<int>;

                    vector<int> the_ones;
                    vector<int> avl_tree;

                    avl_tree_generator_average(head, the_ones,
avl_tree, size);
                    avl_tree = avl_insert_generator(size, 'w');

                    fout << size << " ";

                    for (int i = 0; i < avl_tree.size(); i++)
                    {
                         if (i != 0) {
                              fout << " ";
                         }
                         head->reset_o();
                         head->insert(avl_tree[i]);
                         fout << head->get_o() - 2;
                         head->remove(head->get_head()->get_d());
                    }

                    if (size == 1) {
                         size += 49;
                    }
                    else
                    {
                         size += 50;
                    }

                    iter++;
                    delete head;
                    fout.close();
               }
          }
     }
```

```
     std::cout << "Finished right" << endl;
     return 0;
}
```

Имя файла: AVL_Tree.h

```
#ifndef AVL_TREE_H
#define AVL_TREE_H
#include <iostream>
#include <fstream>
#include <string>
#include <map>
#include <iostream>
#include <fstream>
#include <stack>


template <class Type>
class Head_AVL_Tree;

template <class Type>
class Node_AVL_Tree {
public:
    friend class Head_AVL_Tree<Type>;

    bool is_contain(Type, int);
    int set_height();
    int set_balance();

    class Node_AVL_Tree<Type>* insert(Type, int& count_o);
    class Node_AVL_Tree<Type>* remove(Type, int& count_o);
    class Node_AVL_Tree<Type>* remove_min(int& count_o);
    class Node_AVL_Tree<Type>* find_min(int& count_o);
    class Node_AVL_Tree<Type>* left_rotate(int& count_o);
    class Node_AVL_Tree<Type>* right_rotate(int& count_o);
    class Node_AVL_Tree<Type>* make_balance(int& count_o);
    class Node_AVL_Tree<Type>* get_r();
    class Node_AVL_Tree<Type>* get_l();
    Type get_d();
    void set_rot(bool);
    bool get_rot();
    int countDeep(Node_AVL_Tree<Type>* node);
    Node_AVL_Tree();
    ~Node_AVL_Tree();

private:

    bool rotate = false;
    int height;
    int balance;
    Type data;
    class Node_AVL_Tree<Type>* left;
```

```
    class Node_AVL_Tree<Type>* right;
};


template <class Type>
class Head_AVL_Tree {
public:
    Head_AVL_Tree();
    ~Head_AVL_Tree();
    void insert(Type);
    void print_tree(Node_AVL_Tree<Type>* node, int level);
    bool is_contain(Type);
    void remove(Type);
    Node_AVL_Tree<Type>* get_head();
    int get_o();
    void reset_o();
private:
    int count_o = 0;
    class Node_AVL_Tree<Type>* head;
};



template <class Type>
class Node_AVL_Tree<Type>* Node_AVL_Tree<Type>::get_r() {
    return right;
}

template <class Type>
class Node_AVL_Tree<Type>* Node_AVL_Tree<Type>::get_l() {
    return left;
}

template <class Type>
Type Node_AVL_Tree<Type>::get_d() {
    return data;
}


template <class Type>
void Node_AVL_Tree<Type>::set_rot(bool rot) {
    rotate = rot;
}

template <class Type>
bool Node_AVL_Tree<Type>::get_rot() {
    return rotate;
}



template <class Type>
Node_AVL_Tree<Type>::Node_AVL_Tree() {
```

```
    left = nullptr;
    right = nullptr;
}

template <class Type>
Node_AVL_Tree<Type>::~Node_AVL_Tree() { /
    if (left)
        delete left;
    if (right)
        delete right;
}

template <class Type>
int Node_AVL_Tree<Type>::countDeep(Node_AVL_Tree<Type>* node)
{
    if (node == nullptr)
        return 0;
    int cl = countDeep(node->get_l());
    int cr = countDeep(node->get_r());
    return 1 + ((cl > cr) ? cl : cr);
}

template <class Type>
bool Node_AVL_Tree<Type>::is_contain(Type desired, int depth) {
    if (data == desired)
        return true;
    if (left && data > desired) {
        std::cout << "find in left" << std::endl;
        if (left->is_contain(desired, depth + 1))
            return true;
    }
    if (right && data < desired) {
        std::cout << "find in right" << std::endl;
        return right->is_contain(desired, depth + 1);
    }
    return false;
}



template <class Type>
int countDeep(Node_AVL_Tree<Type>* node)
{
    if (node == nullptr)
        return 0;
    int cl = countDeep(node->get_l());
    int cr = countDeep(node->get_r());
    return 1 + ((cl > cr) ? cl : cr);
}

template <class Type>
class Node_AVL_Tree<Type>* Node_AVL_Tree<Type>::remove(Type
to_remove, int& count_o) {
```

```
    count_o++;
    if (data == to_remove) {
        if (!left && !right) {
            delete this;
            return nullptr;
        }
        if (!right) {
            class Node_AVL_Tree<Type>* temp = left;

            this->left = nullptr;
            delete this;
            return temp;
        }

        class Node_AVL_Tree<Type>* new_root;
        new_root = new Node_AVL_Tree<Type>;
        new_root->left = (right->find_min(count_o)->left);
        new_root->right = (right->find_min(count_o)->right);
        new_root->data = (right->find_min(count_o)->data);
        new_root->balance = (right->find_min(count_o)->balance);

        right = right->remove_min(count_o);
        new_root->left = left;
        new_root->right = right;
        new_root->height = set_height();
        new_root->balance = set_balance();
        return new_root->make_balance(count_o);
    }
    if (data < to_remove) {
        right = right->remove(to_remove, count_o);
    }

    if (data > to_remove) {
        left = left->remove(to_remove, count_o);
    }
    height = set_height();
    balance = set_balance();
    return make_balance(count_o);
}

template <class Type>
class Node_AVL_Tree<Type>* Node_AVL_Tree<Type>::find_min(int&
count_o) {
    //count_o++;
    return left ? left->find_min(count_o) : this;
}

template <class Type>
class Node_AVL_Tree<Type>* Node_AVL_Tree<Type>::remove_min(int&
count_o) {
    count_o++;
    if (!left) {
        class Node_AVL_Tree<Type>* temp = right;
```

```
        this->right = nullptr;
        delete this;
        return temp;
    }
    left = left->remove_min(count_o);
    count_o++;
    height = set_height();
    balance = set_balance();
    return make_balance(count_o);
}

template <class Type>
class Node_AVL_Tree<Type>* Node_AVL_Tree<Type>::insert(Type value,
int& count_o) {
    count_o++;
    if (value >= data) {
        if (!right) {
            right = new Node_AVL_Tree<Type>;
            right->data = value;
            right->height = 1;
        }
        else {
            right = right->insert(value, count_o);
        }
    }
    if (value < data) {
        if (!left) {
            left = new Node_AVL_Tree<Type>;
            left->data = value;
            left->height = 1;
        }
        else {
            left = left->insert(value, count_o);
        }
    }
    height = set_height();
    balance = set_balance();
    return make_balance(count_o);
}


template <class Type>
class Node_AVL_Tree<Type>* Node_AVL_Tree<Type>::right_rotate(int&
count_o) {
    count_o++;
    std::cout << "right rotate around element: " << this->data <<
std::endl;
    Node_AVL_Tree<Type>* temp;
    temp = left;

    temp->rotate = true;
    if (temp->left != nullptr)
        temp->left->rotate = true;
```

```
    if (temp->right != nullptr)
        temp->right->rotate = true;

    left = temp->right;
    this->height = this->set_height();
    this->balance = this->set_balance();
    if (temp->left) {
        temp->left->height = temp->left->set_height();
        temp->left->balance = temp->left->set_balance();
    }
    temp->right = this;
    temp->height = temp->set_height();
    temp->balance = temp->set_balance();
    return temp;
}


template <class Type>
class Node_AVL_Tree<Type>* Node_AVL_Tree<Type>::left_rotate(int&
count_o) {
    count_o++;
    std::cout << "left rotate around element: " << this->data <<
std::endl;
    Node_AVL_Tree<Type>* temp;
    temp = right;

    temp->rotate = true;
    if (temp->left != nullptr)
        temp->left->rotate = true;
    if (temp->right != nullptr)
        temp->right->rotate = true;

    right = temp->left;
    this->height = this->set_height();
    this->balance = this->set_balance();
    if (temp->right) {
        temp->right->height = temp->right->set_height();
        temp->right->balance = temp->right->set_balance();
    }
    temp->left = this;
    temp->height = temp->set_height();
    temp->balance = temp->set_balance();
    return temp;
}


template <class Type>
class Node_AVL_Tree<Type>* Node_AVL_Tree<Type>::make_balance(int&
count_o) {
    Node_AVL_Tree<Type>* temp;
    temp = this;
    if (balance == 2) {
        if (right->balance == -1) {
```

```
            temp->right = right->right_rotate(count_o);
        }
        temp = left_rotate(count_o);
    }
    if (balance == -2) {
        if (left->balance == 1) {
            temp->left = left->left_rotate(count_o);
        }
        temp = right_rotate(count_o);
    }
    return temp;
}

template <class Type>
int Node_AVL_Tree<Type>::set_height() {
    if (!left && !right)
        return 1;
    if (!left)
        return (right->height + 1);
    if (!right)
        return (left->height + 1);
    if (left->height >= right->height)
        return (1 + left->height);
    if (left->height < right->height)
        return (1 + right->height);
    return 0;
}

template <class Type>
int Node_AVL_Tree<Type>::set_balance() {
    if (!left && !right)
        return 0;
    if (!left)
        return right->height;
    if (!right)
        return (left->height * (-1));
    return (right->height - left->height);
}

template <class Type>
Head_AVL_Tree<Type>::Head_AVL_Tree() {
    head = nullptr;
}

template <class Type>
Head_AVL_Tree<Type>::~Head_AVL_Tree() {
    delete head;
}

template <class Type>
Node_AVL_Tree<Type>* Head_AVL_Tree<Type>::get_head() {
    return this->head;
}
```

```
template <class Type>
int Head_AVL_Tree<Type>::get_o() {
    return this->count_o;
}

template <class Type>
void Head_AVL_Tree<Type>::reset_o() {
    this->count_o = 0;
}


//------------------ print ------------------//

template <class Type>
void Head_AVL_Tree<Type>::print_tree(Node_AVL_Tree<Type>*  node,
int level) {
    if (node)
    {
        print_tree(node->get_r(), level + 1);

        for (int i = 0; i < level; i++) {
            std::cout << "   ";
        }
        std::cout << node->get_d() << std::endl;

        print_tree(node->get_l(), level + 1);
    }
}

//------------------ print ------------------//

template <class Type>
void Head_AVL_Tree<Type>::insert(Type value) {
    if (!head) {
        Node_AVL_Tree<Type>* temp = new Node_AVL_Tree<Type>;
        temp->data = value;
        temp->height = 1;
        head = temp;
        return;
    }
    //  this->count_o++;
    head = head->insert(value, this->count_o);
}

template <class Type>
bool Head_AVL_Tree<Type>::is_contain(Type desired) {
    if (!head)
        return false;
    if (head->data == desired) {
        std::cout << "this element is root" << std::endl;
        return true;
    }
```

```
    if (head->left && head->data > desired) {
        std::cout << "find in left " << std::endl;
        return head->left->is_contain(desired, 1);
    }
    if (head->right && head->data < desired) {
        std::cout << "find in right " << std::endl;
        return head->right->is_contain(desired, 1);
    }
    return false;
}

template <class Type>
void Head_AVL_Tree<Type>::remove(Type to_remove) {
    count_o++;
    head = head->remove(to_remove, this->count_o);
}

#endif
```

ПРИЛОЖЕНИЕ А
ИСХОДНЫЙ КОД ПРОГРАММЫ

Название файла: main.py

```
import unittest
import subprocess


class Tester(unittest.TestCase):

    def test1(self):
        print("d")
        print("a")
        self.assertIn("Finished right",
subprocess.check_output(["./a.out", "d", "a"],
universal_newlines=True))

    def test2(self):
        print("d")
        print("w")
        self.assertIn("Finished right",
subprocess.check_output(["./a.out", "d", "w"],
universal_newlines=True))

    def test3(self):
        print("i")
        print("a")
        self.assertIn("Finished right",
subprocess.check_output(["./a.out", "i", "a"],
universal_newlines=True))

    def test4(self):
        print("i")
        print("w")
        self.assertIn("Finished right",
subprocess.check_output(["./a.out", "i", "w"],
universal_newlines=True))


if __name__ == '__main__':
    unittest.main()
```

Название файла: average_value.py

```
def av_val(name):
    av_data = []
    save = name
    for i in range(0, 201, 1):
```

```
        name = name + str(i) + '.txt'
        file = open(name, 'r')
        data = file.read()
        data = list(data.split())

        name = save

        a = 0
        for y in range(1, len(data)):
            a += int(data[y])

        average = a / len(data)
        av_data.append(average)
        file.close()

    return av_data


def print_into_file(data, a):
    name = "data_"

    arr = [1]
    for i in range(50, 10050, 50):
        arr.append(i)
    name = name + str(a) + '.txt'
    f = open(name, 'w')
    for j in range(0, len(data)):
        f.write(str(arr[j]) + " " + str(data[j]) + '\n')
    f.close()


name_d_a = 'result_d_a/result_a_'
name_d_w = 'result_d_w/result_w_'
name_i_a = 'result_i_a/result_a_'
name_i_w = 'result_i_w/result_w_'

av_data_d_a = av_val(name_d_a)
av_data_d_w = av_val(name_d_w)
av_data_i_a = av_val(name_i_a)
av_data_i_w = av_val(name_i_w)


print_into_file(av_data_d_a, 0)
print_into_file(av_data_d_w, 1)
print_into_file(av_data_i_a, 2)
print_into_file(av_data_i_w, 3)
```

Название файла: plot.py

```
import sys
import matplotlib.pyplot as plt
import matplotlib.ticker as ticker
```

```
import math
import numpy as num

file = sys.argv[1]

fs = file + ".txt"

f = open(fs, 'r')

x, y = [0], [0]
li = 0

for li in f:
    row = li.split()
    x.append(float(row[0]))
    y.append(float(row[1]))

f.close()

fig, ax1 = plt.subplots(
    nrows=1, ncols=1,
    figsize=(12, 12)
)

t = num.linspace(0.1, max(x))
a = num.log(t + 1) / num.log(2)

x.pop(0)
y.pop(0)
ax1.plot(x, y, label='Количество вызовов операции')
ax1.plot(t, a, label='log(n)')

ax1.grid(which='major',
         color='k')

ax1.minorticks_on()

ax1.grid(which='minor',
         color='gray',
         linestyle=':')

ax1.legend()

ax1.set_xlabel('Количество элементов в дереве')

if file == "data_0" or file == "data_1":
    ax1.set_ylabel('Количество операций для удаления')
if file == "data_2" or file == "data_3":
    ax1.set_ylabel('Количество операций для вставки')

ax1.set_ylabel('Среднее значение O(n)')

fig.set_figwidth(15)
```

```
fig.set_figheight(10)

plt.show()
```