

ESERCIZI TUTORATO

1. Nello spazio vettoriale $V = \mathbb{R}^3$ si consideri la forma bilineare simmetrica g la cui matrice, rispetto alla base canonica, è $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

Si dimostri che g è non degenere e si determini una base ortogonale di V . Si determinino inoltre una matrice diagonale D e una matrice invertibile P tali che $D = P^T G P$.

2. Nello spazio vettoriale euclideo \mathbb{R}^3 , dotato del prodotto scalare usuale, si consideri il sottospazio U di equazione $x + y - z = 0$. Si esprima il vettore $v = (3, -2, 4)^T$ come somma $v = v_1 + v_2$, con $v_1 \in U$ e $v_2 \in U^\perp$. Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ la funzione che associa a un vettore $w \in \mathbb{R}^3$ la sua proiezione ortogonale $f(w)$ sul sottospazio U . Si scriva la matrice di f rispetto alla base canonica di \mathbb{R}^3 .

3. Nello spazio euclideo tridimensionale sono dati i punti

$$A = (0, -1, 1) \quad B = (-1, 0, 2) \quad C = (1, -1, 4)$$

- Si determini l'equazione cartesiana del piano π passante per A, B e C.
- Si determini la retta r passante per A e per il punto medio M del segmento BC.
- Si determini la retta s passante per A, contenuta nel piano π e ortogonale alla retta r .