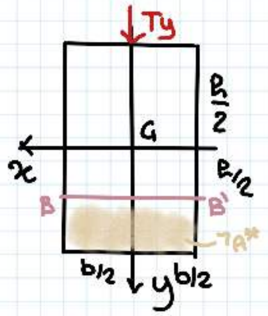
Calcolo delle τ con T_y applicato su sez. rettangolare piena



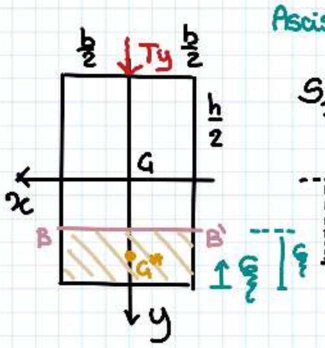
Determinare: l'andamento delle tensioni tangenziali τ MEDIE
verso
valore massimo

Corda $BB' = b$

NB se b è costante: $\bar{\tau} = \dfrac{T_y S_x^*}{I_x b}$ COST $\quad \bar{\tau} \propto S_x^* \Rightarrow$ L'andamento e il segno di S_x^* stabilisce andamento e verso delle τ

→ Devo ricavare come varia S_x^* lungo la direzione $\perp b$ (al variare di A^*)

Ascissa curvilinea $\xi \rightarrow S_x^* = f(\xi)$



$$S_x^*(\xi) = b\xi\left(\frac{h}{2} - \frac{\xi}{2}\right) = b\xi\frac{h}{2} - b\frac{\xi^2}{2}$$

ANDAMENTO PARABOLICO

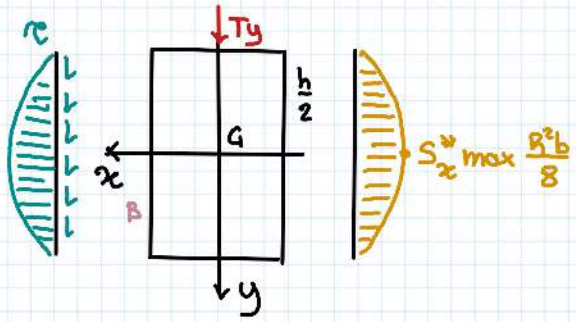
$\xi = 0 \rightarrow S_x^* = 0$

$\xi = \frac{h}{2} \rightarrow S_x^* = b\frac{h^2}{4} - b\frac{h^2}{8} = \frac{bh^2}{8}$ ⊕

τ entranti in A^*

Dove si trova il massimo?

$$\frac{dS_x^*}{d\xi} = 0 \quad b\frac{h}{2} - b\xi = 0 \quad \xi = \frac{h}{2}$$ sul baricentro



$$\tau_{max} = \frac{T_y \frac{h^2 b}{8}}{I_x b} \qquad I_x = \frac{bh^3}{12}$$

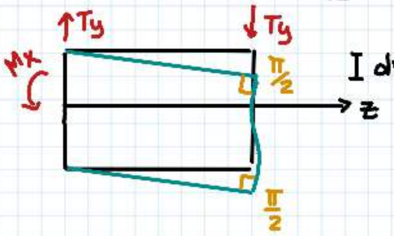
$$\downarrow$$

$$\frac{T_y \frac{h^2 b}{8}}{\frac{h^3 b}{12} \cdot b} \Rightarrow \boxed{\tau_{max} = \frac{3}{2}\frac{T_y}{bh}}$$

E la deformazione?

$$\gamma_{zy} = \frac{\tau_{zy}}{G} = \frac{1}{G}\frac{T_y b\xi\left(\frac{h}{2} - \frac{\xi}{2}\right)}{\frac{bh^3}{12} b} = \frac{1}{G}\frac{6T_y \xi(h-\xi)}{bh^3}$$

f^{ne} di ξ se $\xi = 0$ o $\xi = h$ $\gamma_{zy} = 0$



$I\, dv = \gamma_y\, dz$

Necessito di un valore caratteristico COSTANTE su A t.c. $\gamma = \bar{\gamma}$ della sez.

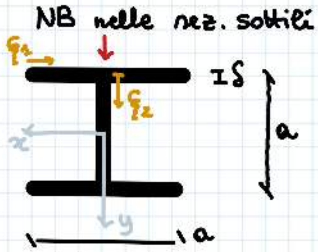
$\bar{\gamma}_y$ SCORRIMENTO ANGOLARE MEDIO $\bar{\gamma} = t_y \frac{T_y}{GA}$

→ t_y = FATTORE di TAGLIO RETTO, caratteristico della sezione

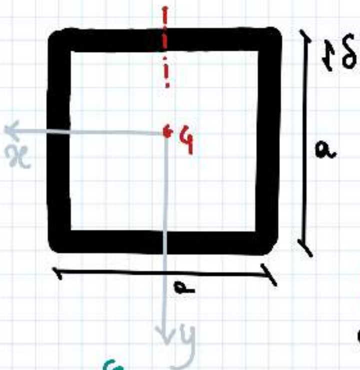
$t_y = \frac{6}{5}$ (sempre > 1)

$$\Rightarrow \bar{\gamma}_y = \frac{6}{5}\frac{T_y}{GA}$$

NB nelle sez. sottili la $\bar{\tau}$ è $\sim \tau$ perchè lo spessore è molto piccolo, inoltre sul bordo ho solo $\tau \perp b$



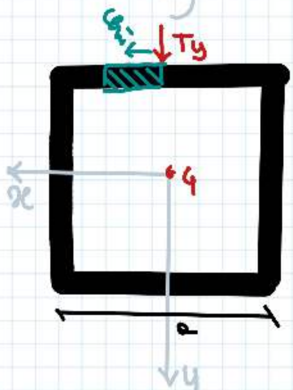
Sez. sottile chiusa con asse di sym // a Ty



Nelle sez. chiuse normalmente NON posso usare la formula di Jourawsky, perché necessiterei di 2 corde per isolare una porzione di corpo per il calcolo di S_x

Fanno eccezione le sez. con asse di sym assiale retta.

Sull'asse di sym le τ sono NULLE (per simmetria) → quindi so che parto con $S_x^* = 0$ e $\tau_z = 0$



METODO 1: Considero la sez intera, sapendo che per sym le τ dovranno essere simmetriche → quindi calcolo S_x della sola porzione di sezione, δ sarà solo quello di ½ sez, ma T_y e I_x sono TOTALI

δ costante → $\tau \propto S_x^*$

$$\text{(ξ}_1\text{)}\quad S_x^*(\xi_1) = \xi_1 \delta \left(-\frac{a}{2}\right) = -\frac{a}{2}\xi_1 \delta$$

LINEARE, τ uscenti

$\xi_1 = 0 \quad S_x^* = 0$

$\xi_1 = \frac{a}{2} \quad S_x^* = -\delta \frac{a^2}{4}$

$$\text{(ξ}_2\text{)}\quad S_x^*(\xi_2) = -\frac{\delta a^2}{4} + \delta \xi_2 \left(-\frac{a}{2} + \frac{\xi_2}{2}\right)$$

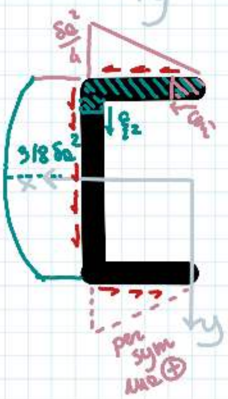
PARABOLICO, τ uscenti

$\xi_2 = 0 \quad S_x^* = -\frac{\delta a^2}{4}$

$\xi = \frac{a}{2} \quad S_x^* = -\frac{\delta a^2}{4} + \delta \frac{a}{2}\left(-\frac{a}{4}\right) = -\frac{3}{8}\delta a^2$

il max in G

$\xi = a \quad S_x^* = -\frac{\delta a^2}{4} + \cancel{\delta a\left(-\frac{a}{2} + \frac{a}{2}\right)} = \underbrace{-\frac{\delta a^2}{4}}_{\text{quello della parte sym sotto}}$



$$I_x = 2\frac{a^3\delta}{12} + 2\delta a \frac{a^2}{4} = \frac{a^3\delta}{6} + \frac{a^3\delta}{2} = \frac{2}{3}a^3\delta$$

$$\tau_{max} = \frac{T_y S^*_{x\,max}}{I_x \delta}$$

$$\tau_{max} = \frac{T_y \frac{3}{8}\delta a^2}{\frac{2}{3}a^3\delta \cdot \delta} = \frac{9}{16}\frac{T_y}{a\delta}$$

$$\tau_{max}^{\frac{1}{2}\,sez} = \frac{\frac{T_y}{2}\,\frac{3}{8}\cancel{\delta} a^2}{\frac{1}{3}a^3\delta \cdot \cancel{\delta}} = \frac{9}{16}\frac{T_y}{a\delta}$$

METODO 2 Considero tutta la sezione, quindi S_x^* sarà doppio, ma anche δ sarà doppio (2 volte la corda)

→ T_y e I_x sempre costanti

ATTENZIONE Quando studio "metà" sezione NON sto studiandone effettivamente METÀ.

È solo una semplificazione per il calcolo di S_x^*.

Se volessi effettivamente studiare ½ sez allora dovrei dividere per 2 anche T_y e I_x

$$\tau_{max} = \underbrace{\frac{\frac{T_y}{2} \cdot \frac{S^*_{x\,max}}{2}}{\frac{I_x}{2} \cdot \delta}}_{\text{Se considero EFFETTIVAMENTE METÀ SEZIONE}} = \underbrace{\frac{T_y}{I_x}\,\frac{S^*_{x\,max}/2}{\delta}}_{\text{Se calcolo solo il momento statico su metà}} = \underbrace{\frac{T_y}{I_x}\,\frac{S^*_{x\,max}}{2\delta}}_{\text{Se la considero intera}}$$