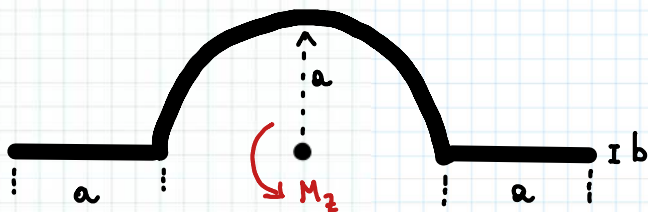


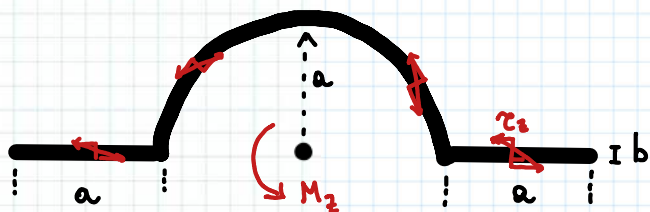
ESERCIZIO 4:

Si consideri un cilindro di Saint Venant di lunghezza l la cui sezione è riportata in Fig. 20.23a. Le sollecitazioni alle basi sono staticamente equivalenti a un momento torcente $M_t > 0$. Si determini: a) l'inerzia torsionale della sezione; b) l'andamento delle tensioni tangenziali indotte dalle sollecitazioni esterne; c) la rotazione relativa $\Delta\theta$ fra le due basi del cilindro.



- a) la sezione riportata è una sezione SOTTILE APERTA, pertanto $I_t = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^n ab^3$, I_t = inerzia torsionale della sezione
 Per i tratti lineari $I_t = \frac{1}{3} ab^3$. Per la semicirconferenza $I_t = \frac{1}{3} \int_0^{\pi a} b^3 ds = \frac{1}{3} b^3 \int_0^{\pi a} ds = \frac{b^3 \pi a}{3}$
 $I_t = \frac{2}{3} ab^3 + \frac{1}{3} \pi ab^3 = \frac{1}{3} ab^3 (2 + \pi)$ **Inerzia torsionale totale**

- b) le tensioni tangenziali τ nel bordo della sez. $\tau = \frac{M_t}{I_t} b$ con $b = \text{costante}$ $\tau_z = \frac{3M_t}{ab^3(2+\pi)}$ tensioni tangenziali MASSIME
 τ_z massime sui bordi, nulle sulla linea media.



c) θ = angolo unitario di torsione

$$\theta = \frac{M_t}{I_t G} \text{ con } G = \text{modulo di rigidità a taglio}$$

andamento delle τ : analogia idrodinamica, verso concorde a M_t

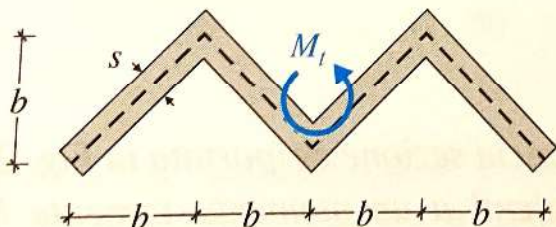
La rotazione relativa fra le due basi del cilindro (a distanza $z = l$) è pari a:

$$\varphi_z = \theta z = \theta \cdot l = \frac{3M_t}{ab^3(2+\pi)} \cdot \frac{l}{G}$$

ESERCIZIO 5:

Si consideri un cilindro di Saint Venant di lunghezza $l = 30b$ soggetto a torsione uniforme; la sezione è riportata in Fig. 20.24a. Come nell'esercizio precedente si determini: a) l'inerzia torsionale della sezione; b) l'andamento delle tensioni tangenziali indotte dalle sollecitazioni esterne; c) la rotazione relativa $\Delta\theta$ fra le due sezioni che distano $l/3$ dalle basi.

Sezione sottile aperta.



- a) l'inerzia torsionale $I_t = \sum I_{t_i}$ con

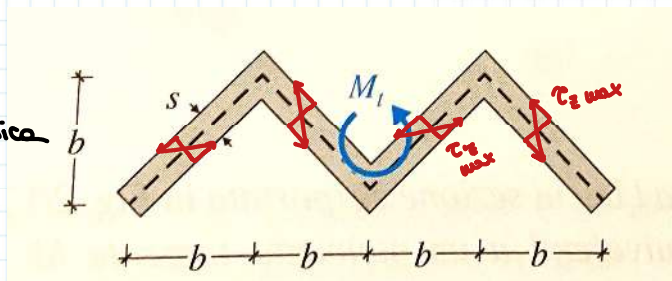
$$I_{t_i} = \frac{1}{3} b \sqrt{2} \cdot b \quad I_t = \frac{4}{3} b \sqrt{2} s$$

Formule rettangolo sottile

b) le tensioni tangenziali τ_z massime si trovano sui bordi delle sezioni: $\tau_z = \frac{M_z}{I_t} s$

$$\Rightarrow \tau_z = \frac{M_z}{\frac{4}{3}\sqrt{2}bs^3} = \frac{3M_z}{4\sqrt{2}bs^3}$$

andamento: a forfora,
seguendo l'analogia idrodinamica
verso: concorde a M_z .



c) angolo unitario di torsione $\vartheta = \frac{M_z}{I_t G}$ G = modulo di rigidità a taglio

la variazione di angolo tra due basi poste a $\frac{2}{3}$ delle basi in estremità è pari a:



$$\frac{l}{3} = 10b \quad \varphi_z = \vartheta \frac{l}{3} = \frac{M_z}{I_t G} \cdot 10b = \frac{3M_z}{4\sqrt{2}bs^3} \frac{10b}{G} = \frac{15M_z}{2\sqrt{2}s^3G}$$