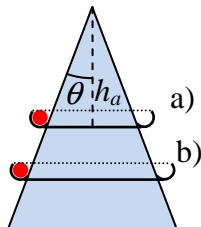


Cognome Nome Matricola

Canale/Docente:

Problema 1



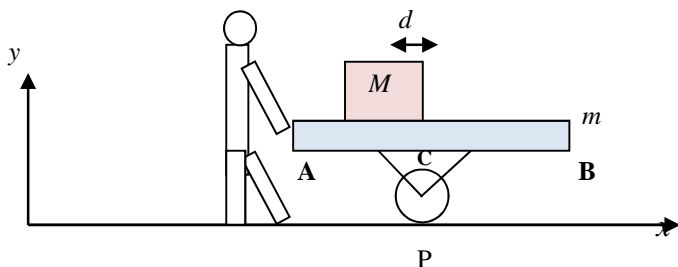
Una pallina di dimensioni trascurabili e massa $m = 0.1$ kg è in moto con velocità angolare costante $\omega_a = 5$ rad/s su una guida circolare orizzontale liscia; la guida è posta attorno alla superficie laterale liscia di un cono fisso avente semiangolo al vertice $\theta = 20^\circ$ e si trova ad altezza $h_a = 0.4$ m dal vertice del cono stesso (vedi figura, caso a)). Ad un certo istante, la pallina trova un foro nella guida e inizia a scivolare lungo la superficie conica finché urta una seconda guida circolare sulla superficie del cono, anch'essa liscia, parallela alla precedente e posta ad una altezza $h_b = 1.5h_a$ dal vertice del cono (vedi figura, caso b)). Dopo l'urto si trova che la pallina procede lungo la seconda guida con velocità angolare costante ω_b . Determinare:

- il modulo N_a della reazione vincolare esercitata dalla prima guida (si assuma che il corpo sia in contatto solo con la guida circolare, e non anche con la superficie laterale del cono);
- il modulo ω_b della velocità angolare dopo l'urto;
- l'energia E_{diss} dissipata nell'urto della pallina con la guida in b).

Problema 2

Un uomo spinge una carriola lungo un piano scabro orizzontale. La carriola, di massa $m = 5$ kg (comprensiva della massa della ruota), è schematizzata come in figura, con il suo centro di massa C posto sulla verticale del punto di appoggio P della ruota. Sul piano AB della carriola, di lunghezza $\ell = 1.6$ m, è posto un blocco di massa $M = 8$ kg vincolato al piano AB. Si trascurino le dimensioni delle maniglie in A sulle quali agisce l'uomo; ai fini della soluzione del problema, si consideri un'unica forza applicata in A, risultante delle due forze simmetricamente esercitate dall'uomo sulle maniglie. La posizione lungo l'asse orizzontale x del centro di massa del blocco è a distanza $d = 0.4$ m dalla coordinata x del punto di appoggio P della ruota verso A (vedi figura). Il raggio della ruota è $R = 0.2$ m ed il suo momento d'inerzia è $I = 0.02$ kgm². Il moto è di puro rotolamento, ed inizialmente il centro di massa del sistema si muove con velocità costante $v_o = 1$ m/s. Determinare:

- il modulo F_{Ay} della forza esercitata in A dall'uomo, assumendola verticale;
 - il modulo N_P della reazione vincolare che si sviluppa nel punto di appoggio P della ruota;
- Ad un certo istante, l'uomo imprime alla carriola un'accelerazione orizzontale costante di modulo $a = 0.25$ m/s², per un tempo $t = 2$ s. Determinare:
- il modulo F_{att} della forza d'attrito statico che si sviluppa in P;
 - la componente orizzontale F_{Ax} della forza esercitata dall'uomo nella fase di accelerazione, ed il lavoro W compiuto dall'uomo nel tempo considerato.



Problema 3

Un recipiente cilindrico chiuso da un pistone mobile ideale contiene $n = 2$ moli di un gas perfetto biatomico nello stato A, alla pressione $p_A = 3 \cdot 10^5$ Pa e alla temperatura $T_A = 600$ K. Il gas subisce una prima trasformazione AB, isoterma reversibile in contatto termico con un serbatoio alla temperatura T_A , seguita da una seconda trasformazione BC, adiabatica reversibile. Nello stato C la pressione del gas è $p_C = p_A/3$ e la sua temperatura è $T_C = T_A/3$. Determinare:

- la variazione di entropia del gas $\Delta S_{AC, gas}$ nella trasformazione dallo stato A allo stato C;
- il calore Q_{AB} scambiato dal gas nella trasformazione isoterma AB;
- il lavoro totale W_{ABC} compiuto dal gas nelle due trasformazioni.

Soluzioni

Problema 1

- a) Sul corpo agiscono solamente la reazione vincolare della guida, N , e la forza peso:

$$\vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}_{cp} \Rightarrow \begin{cases} N_h = m\omega_a^2 R_a \\ N_v - mg = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_h = m\omega_a^2 h_a \tan \theta \\ N_v = mg \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N = \sqrt{N_h^2 + N_v^2} = m\sqrt{(\omega_a^2 h_a \tan \theta)^2 + g^2} = 1.04 \text{ N}$$

- b) $L_a = L_b \Rightarrow mv_a R_a = mv_b R_b \Rightarrow mR_a^2 \omega_a = mR_b^2 \omega_b \Rightarrow \omega_b = \omega_a \frac{R_a^2}{R_b^2} = \omega_a \frac{h_a^2}{h_b^2} = \frac{4}{9} \omega_a = 2.22 \text{ rad/s}$

- c) $E_{diss} = E_{k,f} - E_{k,i} = \frac{1}{2}mv_b^2 - \left(\frac{1}{2}mv_a^2 + mg(h_b - h_a) \right) = \frac{1}{2}m(\omega_b^2 R_b^2 - \omega_a^2 R_a^2 - gh_a) =$
 $= \frac{1}{2}m(\omega_b^2 R_b^2 - \omega_a^2 R_a^2 - gh_a) = -\frac{5}{18}m\omega_a^2 h_a^2 \sin^2 \theta - \frac{1}{2}mgh_a = -0.209 \text{ J}$

Problema 2

- a) $F_{ay} \frac{\ell}{2} - Mgd = 0 \Rightarrow F_{ay} = 2Mgd / \ell = 39.2 \text{ N}$

- b) Non ci sono forze applicate lungo l'asse orizzontale, quindi la reazione vincolare è normale al suolo.

$$N_p - Mg - mg + F_{ay} = 0 \Rightarrow N_p = (M + m)g - F_{ay} = 88.2 \text{ N}$$

- c) Considerando come polo il centro della ruota, l'unico momento non nullo è quello dovuto alla forza di attrito:

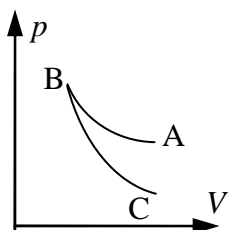
$$RF_{att} = I\alpha \Rightarrow F_{att} = \frac{I\alpha}{R} = \frac{Ia}{R^2} = 0.125 \text{ N}$$

- d) Le uniche forze orizzontali agenti sul sistema sono F_{Ax} e F_{att} .

$$F_{Ax} - F_{att} = (m + M)a \Rightarrow F_{Ax} = F_{att} + (m + M)a = 3.375 \text{ N}$$

$$s = \frac{1}{2}at^2 + v_o t = 2.5 \text{ m} \Rightarrow W = F_{Ax}s = 8.44 \text{ J}$$

Problema 3



a) $\Delta S_{AC,gas} = nc_p \ln \frac{T_C}{T_A} - nR \ln \frac{p_C}{p_A} = nR \left(\frac{7}{2} \ln \frac{1}{3} - \ln \frac{1}{3} \right) = \frac{5}{2} nR \ln \frac{1}{3} = -45.7 \text{ J/K}$

- b) Essendo le due trasformazioni reversibili, la variazione di entropia dell'universo è nulla:

$$\Delta S_{ABC}^U = \Delta S_{ABC,gas} + \Delta S_{ABC,amb} = \Delta S_{AC,gas} + \frac{-Q_{AB,gas}}{T_A} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q_{AB,gas} = T_A \Delta S_{AC,gas} = -27400 \text{ J}$$

- c) $W_{ABC} = W_{AB} + W_{BC} = Q_{AB} - \Delta U_{BC} = Q_{AB,gas} - nc_V(T_C - T_A) = -10770 \text{ J}$