

Università degli Studi di Padova
Corso di Laurea Triennale in Ingegneria Biomedica
A.A. 2023-2024

Esercitazione 2

Maria Grazia La Barbera
mariagrazia.labarbera@unipd.it

Esercitazione 2:

PARTE 1: Equazione di stato dei gas ideali

- 5 esercizi

PARTE 2: Trasformazioni termodinamiche (isocora, isobara, isoterma, adiabatica)

- 4 esercizi

PARTE 3: Pressione di saturazione e fugacità

- 2 esercizi

Equazione di stato dei gas ideali

Lo stato di un gas è caratterizzato da 4 variabili di stato:

- P: pressione
- V: volume
- T: temperatura
- n: numero di moli

La relazione che lega le grandezze P, V, n e T nei **GAS IDEALI** è:

$$PV = nRT$$

La **costante dei gas R** può assumere **diversi valori** a seconda delle unità di misura utilizzate per esprimere P, V, n e T.

$$R = 0,0821 \frac{l \cdot atm}{mol \cdot K}$$

$$R = 8,314 \frac{Pa \cdot m^3}{mol \cdot K}$$

I **GAS REALI** sono assimilabili a gas ideali a **basse pressioni e temperature elevate**.

Esercizio 1

Una tanica di gas da 5 m^3 viene scaldata da 10°C a 40°C . Se la pressione iniziale a 10°C è 0.12 MPa , qual è la pressione a 40°C [**MPa**]? E quante moli di gas sono nella tanica [**mol**]? Utilizzare la legge del gas ideale.

Risultato:

$n = 254.87 \text{ mol}$

$P = 0.133 \text{ MPa}$

Esercizio 2

Lo pneumatico di un'automobile in estate, quando la temperatura dello pneumatico dopo la guida è di 50°C , ha una pressione (misurata da un manometro) di 255 kPa.

Qual è la pressione misurata nello stesso pneumatico in inverno, quando la temperatura è di 0°C , se il volume dello pneumatico è lo stesso e non ci sono perdite di gas [kPa]?

Risultato:

P = 200 KPa

Esercizio 3

Calcolare la densità di massa [g/L] dei seguenti gas in condizioni di 298 K e 1 bar:

- (a) Azoto
- (b) Ossigeno
- (c) Aria (PM medio = 28.96 g/mol)
- (d) CO₂
- (e) Argon (PM = 40 g/mol)

Risultato:

- a) $\rho = 1.13 \text{ g/L}$
- b) $\rho = 1.29 \text{ g/L}$
- c) $\rho = 1.17 \text{ g/L}$
- d) $\rho = 1.78 \text{ g/L}$
- e) $\rho = 1.61 \text{ g/L}$

Esercizio 4

Il GPL è un combustibile utile nelle zone rurali senza gasdotti. Una perdita durante il riempimento di un serbatoio può essere estremamente pericolosa perché il suo vapore è più denso dell'aria e si sposta verso il basso prima di disperdersi, creando un rischio di esplosione. Quale volume di vapore viene creato da una perdita di 40L di GPL [L]?

Consideriamo il liquido come propano con $\text{PM} = 44 \text{ g/mol}$ e $\rho_l = 0.24 \text{ g/cm}^3$.

Qual è la densità di massa del vapore di propano dopo la depressurizzazione a 293 K e 1 bar [**g/L**]? Confrontare con la densità di massa dell'aria alle stesse condizioni [**g/L**].

Risultato:

$$V \text{ vapore} = 5315 \text{ L}$$

$$\rho \text{ propano} = 1.8062 \text{ g/L}$$

$$\rho \text{ aria} = 1.188 \text{ g/L}$$

Esercizio 5

Un flusso di gas che entra in un assorbitore è 20 mol% CO₂ e 80 mol% aria. La portata è di 1 m³/min a 1 bar e 360 K. Quando il flusso di gas esce dall'assorbitore, il 98% della CO₂ in ingresso è stata assorbita da un flusso di ammina liquida.

- Quali sono le portate di massa del flusso di gas in ingresso e in uscita [g/min]?
- Qual è la portata volumetrica del gas in uscita dall'assorbitore se il flusso è a 320 K e 1 bar [m³/min]?

Risultato:

a) Portata di massa in ingresso = 1068.12 g/min

Portata di massa in uscita = 779.92 g/min

b) Portata volumetrica in uscita = 0.714 m³/min

Trasformazioni termodinamiche

In ogni trasformazione, energia interna, calore e lavoro sono legati dal **primo principio della Termodinamica**:

$$\Delta U = Q + W$$

Per convenzione, calore e lavoro sono:

- **Positivi** se il sistema assorbe calore dall'esterno o riceve lavoro dall'esterno
- **Negativi** se cede calore all'esterno o compie lavoro verso l'esterno

Nei gas ideali, l'energia interna dipende solo dalla **temperatura**:

$$U = n C_v T$$

Trasformazioni termodinamiche

L'**entalpia** è una grandezza termodinamica definita come

$$H = U + PV$$

Nei gas ideali, l'entalpia dipende solo dalla **temperatura**:

$$H = n C_P T$$

L'**energia interna** e l'**entalpia** sono **funzioni di stato**, ovvero i valori assunti dipendono solo dalle condizioni in cui si trova il sistema e sono indipendenti dal modo in cui quel sistema è stato ottenuto.

Durante le trasformazioni, le **funzioni di stato** dipendono solo dallo stato iniziale e dallo stato finale del processo.

Trasformazioni termodinamiche

Trasformazione ISOCORA = a volume costante

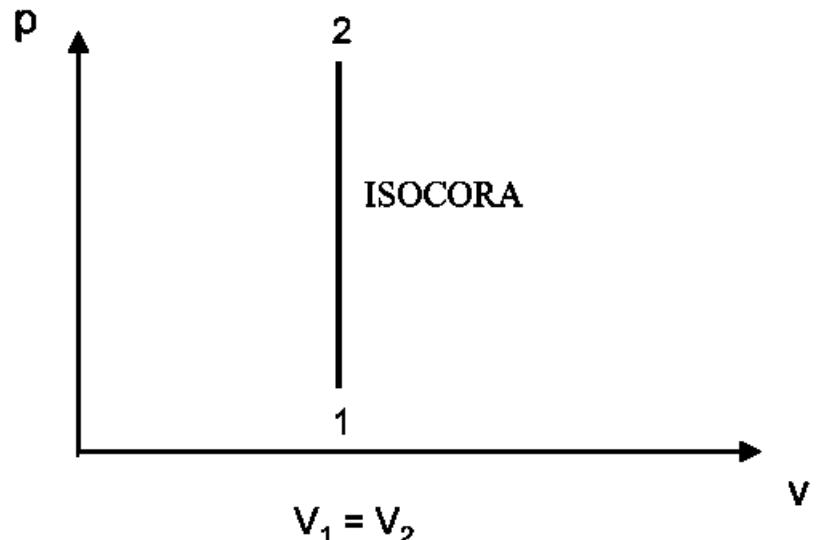
Su un diagramma P-V, tale trasformazione è rappresentata da un segmento perpendicolare all'asse delle ascisse.

$$V_1 = V_2 \rightarrow dV = 0$$

Dall'equazione di stato

$$\frac{p}{T} = \frac{nR}{V} \quad V \text{ costante} \Rightarrow \frac{p}{T} \text{ costante}$$

$$\boxed{\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}}$$



Energia interna:

$$\Delta U_{12} = n C_v (T_2 - T_1)$$

Entalpia:

$$\Delta H_{12} = n C_P (T_2 - T_1)$$

Lavoro:

$$\begin{aligned} dV &= 0 \\ W &= -p dV = 0 \end{aligned}$$

Calore:

$$\begin{aligned} Q &= \Delta U - W = \Delta U \\ Q_{12} &= \Delta U_{12} = n C_v (T_2 - T_1) \end{aligned}$$

Trasformazioni termodinamiche

Trasformazione ISOBARA = a pressione costante

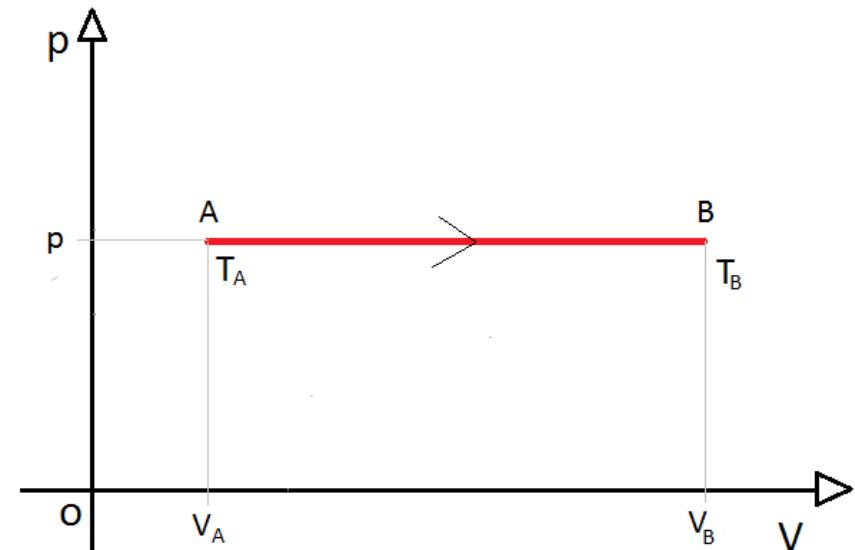
Su un diagramma P-V, tale trasformazione è rappresentata da un segmento parallelo all'asse delle ascisse.

$$P_1 = P_2$$

Dall'equazione di stato

$$\frac{V}{T} = \frac{nR}{p} \quad p \text{ costante} \Rightarrow \frac{V}{T} \text{ costante}$$

$$\boxed{\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}}$$



Energia interna:

$$\Delta U_{12} = n C_v (T_2 - T_1)$$

Lavoro:

$$W = -p \Delta V = -p (V_2 - V_1)$$
$$W = -n R (T_2 - T_1)$$

Calore:

$$Q = \Delta U - W = \Delta H - P \Delta V + P \Delta V$$
$$Q = \Delta H = n C_P (T_2 - T_1)$$

Entalpia:

$$\Delta H_{12} = n C_P (T_2 - T_1)$$

Trasformazioni termodinamiche

Trasformazione ISOTERMICA = a temperatura costante

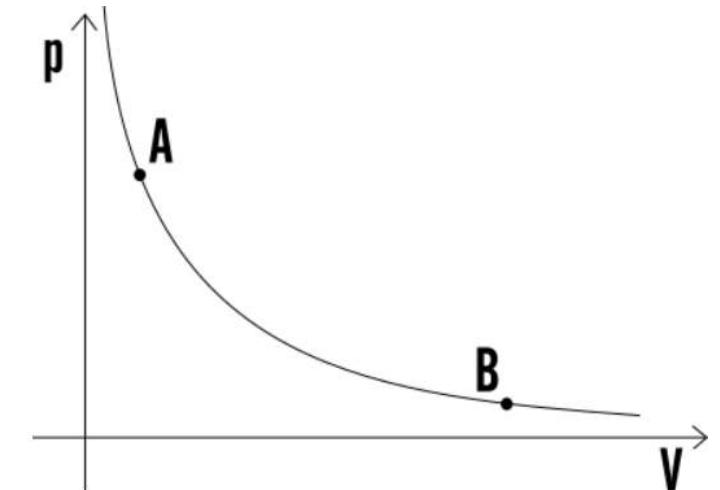
Su un diagramma P-V, tale trasformazione è rappresentata da un'iperbole equilatera che ha come asintoti gli assi cartesiani.

$$T_1 = T_2$$

Dall'equazione di stato

$$pV = nRT \quad T \text{ costante} \Rightarrow pV = \text{costante}$$

$$P_1 V_1 = P_2 V_2$$



Energia interna
e Entalpia:

$$\Delta U = \Delta H = 0$$

Lavoro:

$$\begin{aligned} W_{12} &= - \int_1^2 p(V) dV = - \int_1^2 \frac{nRT}{V} dV = \\ &= - nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = - nRT \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right) \end{aligned}$$

Calore:

$$Q = \Delta U - W = -W$$

$$Q = nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = nRT \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right)$$

Trasformazioni termodinamiche

Trasformazione ADIABATICA = senza scambio di calore

Su un diagramma P-V, tale trasformazione è rappresentata da una curva più ripida rispetto all'isoterma.

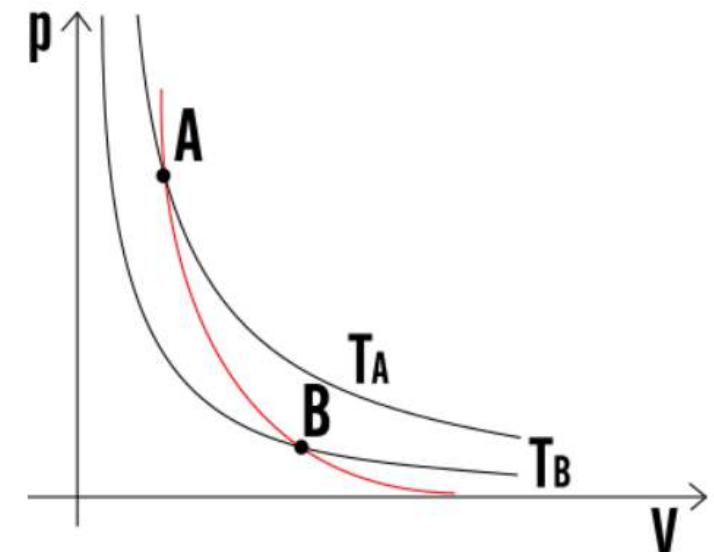
$$Q = 0$$

Nella trasformazione adiabatica variano T, P e V. In particolare:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{R/C_V}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{R/C_P}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{C_P/C_V}$$



Energia interna:

$$\Delta U_{12} = n C_v (T_2 - T_1)$$

Entalpia:

$$\Delta H_{12} = n C_P (T_2 - T_1)$$

Lavoro:

$$W = \Delta U - Q = \Delta U$$
$$W = n C_v (T_2 - T_1)$$

Calore:

$$Q = 0$$

Esercizio 1

Tre moli di un gas ideale (con $C_p = (7/2)R$, $C_v = (5/2)R$, entrambi indipendenti dalla temperatura) sono contenute in una disposizione orizzontale pistone/cilindro.

Il pistone ha una superficie di 0.1 m^2 e una massa di 500 g. La pressione iniziale nel pistone è di 101 kPa. Determinare il calore [J] che deve essere estratto per poter raffreddare il gas da 375°C a 275°C a:

- (a) pressione costante;
- (b) volume costante.

Risultato:

- a) $Q = -8729.7 \text{ J}$
- b) $Q = -6235.5 \text{ J}$

Esercizio 2

Una mole di un gas ideale ($C_p = 7R/2$, $C_v = (5/2)R$) in un pistone/cilindro chiuso viene compressa da $T_1 = 100$ K, $P_1 = 0.1$ MPa a $P_2 = 0.7$ MPa con i seguenti percorsi.

Per ciascun percorso, calcolare ΔU , ΔH , Q e W [J]:

- (a) isotermico;
- (b) isocoro;
- (c) adiabatico.

Risultato:

- a) $\Delta U = \Delta H = 0$; $Q = -1617.8$ J; $W = 1617.8$ J
- b) $\Delta U = 12471$ J; $\Delta H = 17459$ J; $Q = \Delta U$; $W = 0$
- c) $\Delta U = 1546.4$ J; $\Delta H = 2165$ J; $Q = 0$; $W = \Delta U$

Esercizio 3

Un kg di metano ($\text{PM} = 16 \text{ g/mol}$) è contenuto in un dispositivo pistone/cilindro a 0.8 MPa e 250°C. Subisce una dilatazione isoterma reversibile a 0.3 MPa. Il metano può essere considerato un gas ideale in queste condizioni.

Quanto calore viene trasferito [kJ]?

Risultato:

$Q = 266.6 \text{ kJ}$

Esercizio 4

Un cilindro con volume 0.1 m^3 è inizialmente ad una pressione di 10 bar e una temperatura di 300 K. Il cilindro viene svuotato aprendo una valvola e lasciando diminuire la pressione a 1 bar. Quali sono il lavoro [**J/mol**], la temperatura [**K**] e le mol di gas [**mol**] nel cilindro se questa trasformazione è:

- a) isotermica?
- b) adiabatica?

Trascurare il trasferimento di calore tra le pareti della bombola e il gas, e assumere un gas ideale con $C_p = 7R/2$

Risultato:

- a) $W = -5743.1 \text{ J/mol}$; $T = 300 \text{ K}$; $n = 4.01 \text{ mol}$
- b) $W = -4208 \text{ J/mol}$; $T = 155.4 \text{ K}$; $n = 7.74 \text{ mol}$

Pressione di saturazione

Pressione di saturazione di un sistema chiuso contenente un liquido puro in equilibrio con il suo vapore:

Equazione di Clapeyron

$$\frac{dP}{dT} = \frac{\Delta H_{vap}}{(V^V - V^L)T}$$

Per i gas ideali:

$$\ln \frac{P_2}{P_1} = \frac{\Delta H}{R} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right)$$

Equazione di Antoine

$$\log_{10} P = A - \frac{B}{T + C}$$

	A	B	C	T range (°C)
Acetic acid	8.02100	1936.01	258.451	18–118
Acetic acid	8.26735	2258.22	300.97	118–227
Acetone	7.63130	1566.69	273.419	57–205
Acetone	7.11714	1210.595	229.664	–13–55
Acrolein (2-propenal)	8.62876	2158.49	323.36	2.5–52
Benzene	6.87987	1196.76	219.161	8–80
Benzyl chloride	7.59716	1961.47	236.511	22–180
Biphenyl (solid)	13.5354	4993.37	296.072	20–40
1-Butanol	7.81028	1522.56	191.95	30–70
1-Butanol	7.75328	1506.07	191.593	70–120
2-Butanone	7.28066	1434.201	246.499	–6.5–80
Chloroform	6.95465	1170.966	226.232	–10–60
Ethanol	8.11220	1592.864	226.184	20–93
Hexane	6.91058	1189.64	226.28	–30–170
1-Propanol	8.37895	1788.02	227.438	–15–98
2-Propanol	8.87829	2010.33	252.636	–26–83
Methanol	8.08097	1582.271	239.726	15–84
Naphthalene (solid)	8.62233	2165.72	198.284	20–40
Pentane	6.87632	1075.78	233.205	–50–58
3-Pentanone	7.23064	1477.021	237.517	36–102
Toluene	6.95087	1342.31	219.187	–27–111
Water	8.07131	1730.63	233.426	1–100

Fugacità

Risolvere un sistema chiuso contenente due fasi (liquido e vapore) di una miscela in equilibrio:

$$\begin{cases} \widehat{f_1^V} = \widehat{f_1^L} \\ \widehat{f_2^V} = \widehat{f_2^L} \end{cases}$$

Per i gas ideali:

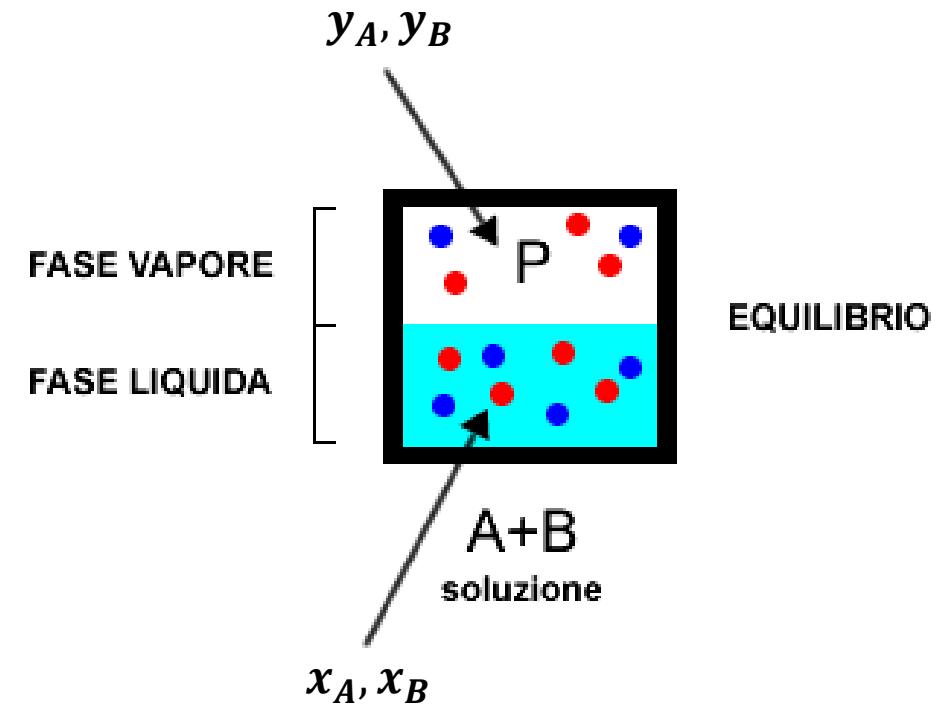
$$\widehat{f_i^{IG}} = y_i P = P_i$$

Per le soluzioni ideali:

$$\widehat{f_i^{IS}} = x_i f_i^0 \simeq x_i P_i^{sat}(T)$$

Per le soluzioni reali:

$$\widehat{f_i^{IS}} = x_i \gamma_i f_i^0 \simeq x_i \gamma_i P_i^{sat}(T)$$



Esercizio 1

Sapendo che alla pressione di 1 atm l'acqua bolle alla temperatura di 100°C, si determini a quale temperatura [°C] bolle l'acqua alla pressione di 0.48 atm.

Si consideri $\Delta H_{eb} = 539 \text{ kcal/kg}$

Risultato:

T = 80.2 °C

Esercizio 2

Calcolare la pressione di ebollizione di una miscela liquida equimolare di acqua e metanolo alla temperatura di 25° C. I parametri A, B e C dell'equazione di Antoine per l'acqua valgono rispettivamente 8.07131, 1730.63 e 233.426. I parametri A, B, e C dell'equazione di Antoine per il metanolo valgono rispettivamente 8.08097, 1582.271, 239.726. Il coefficiente di attività è lo stesso per acqua e metanolo ed è pari a 1.2214.

- (a) Calcolare la pressione di ebollizione **[mmHg]**
- (b) Calcolare la frazione molare dell'acqua allo stato vapore **[adimensionale]**

Risultato:

$$P = 92.0514 \text{ mmHg}$$

$$y_{\text{aria}} = 0.1571$$

Università degli Studi di Padova
Corso di Laurea Triennale in Ingegneria Biomedica
A.A. 2023-2024

Esercitazione 3

Maria Grazia La Barbera
mariagrazia.labarbera@unipd.it

Esercitazione 3:

PARTE 1: Equilibrio liquido-vapore

- 4 esercizi

PARTE 2: Pressione osmotica

- 4 esercizi

PARTE 3: Equilibrio solido-liquido

- 2 esercizi

PARTE 4: Tensione superficiale

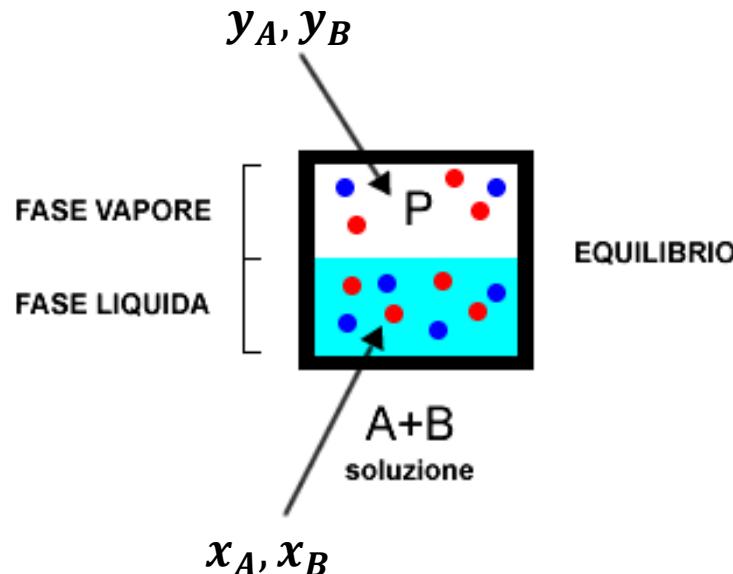
- 2 esercizi

PARTE 5: Reazioni chimiche

- 4 esercizi

Equilibrio liquido-vapore

Risolvere un sistema chiuso contenente due fasi (liquido e vapore) di una miscela in equilibrio:



$$H(T) = H^\circ \exp\left[\frac{-\Delta_{\text{sol}}H}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T^\circ}\right)\right]$$

Values of $-\Delta_{\text{sol}}H/R$ (K)

O ₂	H ₂	CO ₂	N ₂	He	Ne	Ar	CO
1700	500	2400	1300	230	490	1300	1300

$$\begin{cases} \widehat{f}_1^V = \widehat{f}_1^L \\ \widehat{f}_2^V = \widehat{f}_2^L \end{cases}$$

Per i gas ideali:

$$\widehat{f}_i^{IG} = y_i P = P_i$$

Per gas in soluzione:

$$\widehat{f}_i = x_i H_i$$

LEGGE DI HENRY

Per le soluzioni ideali:

$$\widehat{f}_i^{IS} = x_i P_i^{sat}(T)$$

Per le soluzioni reali:

$$\widehat{f}_i^{RS} = x_i \underline{\gamma}_i P_i^{sat}(T)$$



LEGGE DI MARGULES A 1 PARAMETRO

$$\ln(\gamma_1) = Ax_2^2$$

$$\ln(\gamma_2) = Ax_1^2$$

Equilibrio liquido-vapore

RICORDA!

Noti X_1 e X_2
(composizione allo
stato liquido)



Pressione di BOLLA

Noti Y_1 e Y_2
(composizione allo
stato gassoso)



Pressione di RUGIADA

Esercizio 1

Calcolare la pressione di bolla **[mmHg]** di una miscela liquida equimolare di acqua e etanolo alla temperatura di 37° C. I parametri A, B e C dell'equazione di Antoine per l'acqua valgono rispettivamente 8.07131, 1730.63 e 233.426, mentre per l'etanolo valgono rispettivamente 8.20417, 1642.89 e 230.300.

Calcolare la composizione molare del vapore **[adimensionale]**

Utilizzare l'equazione di Margules con un parametro A = 0.8.

Risultato:

P = 98.457 mmHg

Y₁ = 0.291

Y₂ = 0.709

Esercizio 2

Calcolare la pressione di rugiada **[kPa]** e la frazione molare dell'acqua allo stato liquido **[adimensionale]** in una miscela liquida di acqua e metanolo alla temperatura di 22 °C, dove la frazione molare d'acqua allo stato vapore è pari a $y_1=0.25$.

I parametri A, B e C dell'equazione di Antoine per l'acqua valgono rispettivamente 8.07131, 1730.63 e 233.426. I parametri A, B, e C dell'equazione di Antoine per il metanolo valgono rispettivamente 8.08097, 1582.271, 239.726.

Il coefficiente di attività è lo stesso per acqua e metanolo ed è pari a 1.229.

Risultato:

P = 8.3723 kPa

X1 = 0.6464

X2 = 0.3536

Esercizio 3

La costante di Henry dell'ossigeno a 298 K è 770 atm*L/mol. Trovare la massa **[mg]** di ossigeno dissolta in 100 mL a 298 K quando la pressione parziale dell'ossigeno è 0.05 atm.

Risultato:

m = 2.078 mg

Esercizio 4

Un incubatore per la coltura di cellule staminali mantiene l'atmosfera sterile al proprio interno alla pressione parziale di ossigeno del 5%. Calcolare la solubilità dell'ossigeno in acqua [g/L] alla temperatura di 37 °C.

Risultato:

$$C = 2.59 \times 10^{-3} \text{ g/L}$$

Henry's law constants (gases in water at 298.15 K)

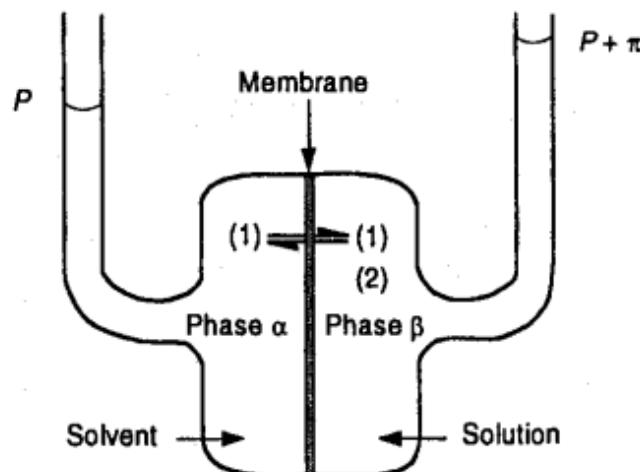
Gas	$H_v^{pc} = \frac{p}{c_{aq}}$	$H_s^{cp} = \frac{c_{aq}}{p}$	$H_v^{px} = \frac{p}{x}$	$H_s^{cc} = \frac{c_{aq}}{c_{gas}}$
	$\left(\frac{\text{L} \cdot \text{atm}}{\text{mol}} \right)$	$\left(\frac{\text{mol}}{\text{L} \cdot \text{atm}} \right)$	(atm)	(dimensionless)
O ₂	770	1.3×10^{-3}	4.3×10^4	3.2×10^{-2}
H ₂	1300	7.8×10^{-4}	7.1×10^4	1.9×10^{-2}
CO ₂	29	3.4×10^{-2}	1.6×10^3	8.3×10^{-1}
N ₂	1600	6.1×10^{-4}	9.1×10^4	1.5×10^{-2}
He	2700	3.7×10^{-4}	1.5×10^5	9.1×10^{-3}
Ne	2200	4.5×10^{-4}	1.2×10^5	1.1×10^{-2}
Ar	710	1.4×10^{-3}	4.0×10^4	3.4×10^{-2}
CO	1100	9.5×10^{-4}	5.8×10^4	2.3×10^{-2}

Values of $-\Delta_{sol}H/R$ (K)

O ₂	H ₂	CO ₂	N ₂	He	Ne	Ar	CO
1700	500	2400	1300	230	490	1300	1300

Pressione osmotica

La **pressione osmotica** è una proprietà associata alle soluzioni ed è la pressione applicata dalle particelle di solvente che passano dalla soluzione a concentrazione minore a quella a concentrazione maggiore.



$$n_2 RT = V \pi$$

oppure

$$C_2 RT = \pi$$

Esercizio 1

Consideriamo una soluzione di glucosio alla concentrazione di 0.1 g/L. La temperatura della soluzione è mantenuta a 20 °C. Determinare la pressione osmotica della soluzione [atm].

Risultato:

$$\Pi = 1.338 \cdot 10^{-2} \text{ atm}$$

Esercizio 2

In un esperimento di microfluidica si vuole mimare il processo di filtrazione del sangue in una porzione del glomerulo in diverse condizioni. Per mimare l'ipertonicità che si genera nel rene a livello dell'ansa di Henle il condotto microfluidico è a contatto con una soluzione di pressione osmotica pari a 11.5 atm a 37 °C.

Calcolare quanti grammi **[g]** di cloruro di sodio (NaCl) bisogna aggiungere a 10 cL di H₂O per ottenere la soluzione ipertonica sopra descritta?

Peso molecolare del sodio=22.9 u, peso molecolare del cloro=35.4 u.

Risultato:

m = 2.63 g

Esercizio 3

Si vuole produrre una soluzione isotonica necessaria al mantenimento di organi umani durante il loro trasporto. Si vuole riprodurre la pressione osmotica del sangue pari a 7.5 atm a 37°C.

- a) Calcolare la concentrazione molare [**mol/L**] di glucosio ($C_6H_{12}O_6$) per ottenere una soluzione isotonica col sangue alla stessa temperatura.
- b) Calcolare quanti grammi [**g**] di glucosio ($C_6H_{12}O_6$) si devono sciogliere in 5 L di soluzione per ottenere una soluzione isotonica col sangue alla stessa temperatura. ($PM = 180 \text{ u}$)

Risultato:

C = 0.29 mol/L

M = 261 g

Esercizio 4

CASO APPLICATIVO

Qual è il costo [€] minimo per avere 1 L di H₂O dolce da un litro di H₂O di mare (salata) a temperatura ambiente (25°C)?

Considera la densità di sale nell'acqua salata pari a 35 g/L e un costo di 1€ ogni Wh.

Risultato:

0.83€

Equilibrio solido-liquido e solubilità

Risolvere un sistema chiuso contenente due fasi (liquido e solido) in equilibrio:

$$\begin{cases} \mu_1^S = \mu_1^L \\ \mu_2^S = \mu_2^L \end{cases}$$



Facendo riferimento a valori misurabili di entalpia di fusione, è possibile trovare la frazione molare in base alla temperatura:

$$x_i = \exp \left[-\frac{\Delta H_{Tm,i}^{fus}}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_{m,i}} \right) \right]$$

Esercizio 1

Un farmaco ha un peso molecolare di 230 u, una temperatura di fusione di 155°C e un ΔH di fusione di 18000 J/mol.

Stima la solubilità **[adimensionale]** del farmaco in benzene e n-esano a 25°C, assumendo che formino una soluzione ideale.

Risultato:

X₂ = 0.11

Esercizio 2

Stimare l'abbassamento del punto di fusione [K] di una soluzione di benzene contenente il farmaco dell'Esercizio 1. La concentrazione del farmaco è 0.04 g/cm³, la densità del benzene è 0.885 g/cm³. Il PM del farmaco è 230 u, il PM del benzene è 78 u. Il punto di fusione del benzene è 278.7 K, il ΔH di fusione è 9832 J/mol.

Risultato:

ΔT = 1.042 K

Tensione superficiale

La **tensione superficiale** di un fluido è la tensione meccanica di coesione delle particelle sulla sua superficie esterna.

EQUAZIONE DI LAPLACE

$$(P_{IN} - P_{OUT}) = 2 \frac{\sigma}{R}$$

con aria

Sostanza	Tensione superficiale (dyne/cm = 10 ⁻³ N/m)
Benzene	23.70
Etanolo	22.75
Glicerina	63.40
Acqua	72.75
N-ottano	21.78
Metanolo	22.71
Mercurio	435.50

Sostanze	Tensione superficiale (dyne/cm = 10 ⁻³ N/m)
Mercurio-acqua	418
Mercurio-olio di oliva	335
Acqua-olio di oliva	20
Etanolo-olio di oliva	2.3

Esercizio 1

Considera una goccia d'acqua di diametro di 2 mm, sospesa in olio d'oliva a 25°C e 1 atm. Qual è la pressione [atm] all'interno della goccia d'acqua?

Risultato:

$$P_{IN} = 1.3947 \text{ atm}$$

Sostanze	Tensione superficiale (dyne/cm = 10 ⁻³ N/m)
Mercurio-acqua	418
Mercurio-olio di oliva	335
Acqua-olio di oliva	20
Etanolo-olio di oliva	2.3

Esercizio 2

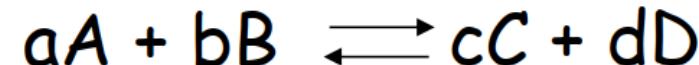
Calcolare la tensione superficiale **[N/m]** della parete degli alveoli, considerando che il raggio degli alveoli è 50 micrometri, mentre le pressioni al loro interno e nella cavità pleurica sono -3 mmHg e -4 mmHg rispetto alla pressione atmosferica.

Risultato:

$$\sigma = 3.33 \times 10^{-3} \text{ N/m}$$

Reazioni chimiche

Consideriamo una reazione chimica in equilibrio:



La **costante d'equilibrio K_{eq}** della reazione può essere definito grazie a:

- pressione parziale
- frazione molare
- concentrazione molare

$$K_{eq} = \prod_{i=1}^N p_i^{v_i} = \left(\prod_{i=1}^N X_i^{v_i} \right) P^{\sum v_i} = \left(\prod_{i=1}^N C_i^{v_i} \right) (RT)^{\sum v_i}$$

Dove v_i sono i coefficienti stechiometrici:
- positivi per i prodotti
- negativi per i reagenti

$K_{eq} > 1$  Equilibrio spostato verso destra

$K_{eq} < 1$  Equilibrio spostato verso sinistra

$$K_{eq} = \exp\left(-\frac{\Delta G_T^0}{RT}\right)$$

Reazioni chimiche

Inoltre, per una reazione chimica



la variazione di **energia libera di Gibbs** di una reazione è pari a

$$\Delta G = cG_C + dG_D - aG_A - bG_B$$

e la variazione di **entalpia** di una reazione è pari a

$$\Delta H = cH_C + dH_D - aH_A - bH_B$$

G_i e H_i sono valori misurabili e tabellati per le varie sostanze

La relazione tra ΔG e la temperatura è data dall'**equazione di van't Hoff**

$$\frac{\Delta G_T^0}{RT} = \frac{\Delta G_{Tr}^0}{RT_r} + \frac{\Delta H_{Tr}^0}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_r} \right)$$

Esercizio 1

Determinare il valore della costante di equilibrio **[adimensionale]** della reazione
 $N_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2NO(g)$
per la quale a 25 °C il valore di ΔG° è pari a 173.4 kJ/mol.

Risultato:

K = 0.9324

Esercizio 2

L'ossidazione del glucosio è una reazione spontanea in quanto la variazione dell'energia libera è minore di zero. Consideriamo una tipica reazione biochimica: glucosio-1-fosfato \rightleftharpoons glucosio-6-fosfato.

Supponiamo di avere una soluzione di glucosio-1-fosfato a concentrazione fisiologica 0.02 M e, dopo che la reazione ha avuto luogo, si ha all'equilibrio che la concentrazione di glucosio-1-fosfato è 0.001 M mentre quella di glucosio-6-fosfato è 0.019 M.

Calcolare il ΔG [kJ/mol] relativo a tale reazione.

Risultato:

$\Delta G = - 7.6 \text{ kJ/mol}$

Esercizio 3

Trova il ΔG [kJ/mol] per la sintesi dell'ammoniaca: $N_2 + 3 H_2 = 2 NH_3$ in condizioni standard e alla temperatura di 340 K.

Risultato:

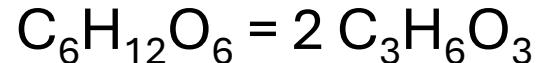
$$\Delta G^0 = -32.8 \text{ kJ/mol}$$

$$\Delta G^T = -24.5 \text{ kJ/mol}$$

Sostanza	ΔH^0 (kJ/mol)	ΔG^0 (kJ/mol)
N_2 (g)	0	0
H_2 (g)	0	0
NH_3 (g)	-45.94	-16.4

Esercizio 4

La fermentazione lattica del glucosio produce acido lattico:



Mentre la fermentazione anaerobica del glucosio produce etanolo e diossido di carbonio: $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 = 2 \text{C}_2\text{H}_5\text{OH} + 2 \text{CO}_2$.

Compara le costanti di equilibrio delle reazioni, sapendo che:

$$\Delta G_f^\circ \text{ C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 (\text{s}) = -910.4 \text{ kJ/mol}$$

$$\Delta G_f^\circ \text{ C}_3\text{H}_6\text{O}_3 (\text{l}) = -711.62 \text{ kJ/mol}$$

$$\Delta G_f^\circ \text{ C}_2\text{H}_5\text{OH} (\text{l}) = -174.8 \text{ kJ/mol}$$

$$\Delta G_f^\circ \text{ CO}_2(\text{g}) = -394.4 \text{ kJ/mol}$$

Risultato:

$$K_{\text{eq}}(1) = 1.2298$$

$$K_{\text{eq}}(2) = 1.0963$$

Università degli Studi di Padova
Corso di Laurea Triennale in Ingegneria Biomedica
A.A. 2023-2024

Esercitazione 4

Trasporto quantità di moto

Maria Grazia La Barbera
mariagrazia.labarbera@unipd.it

Numero di Reynolds

Il **numero di Reynolds** è un numero adimensionale che rappresenta il rapporto tra le **forze inerziali** e le **forze viscose**.

$$Re = \frac{F \text{ inerziali}}{F \text{ viscose}} = \frac{\rho v L}{\mu}$$

Condotto circolare: $L = D$

Condotto rettangolare: $L = \frac{4wh}{2(w+h)} \simeq w$ **diametro idraulico o equivalente**

Se $Re < 2100$

MOTO LAMINARE

Se $Re > 4000$

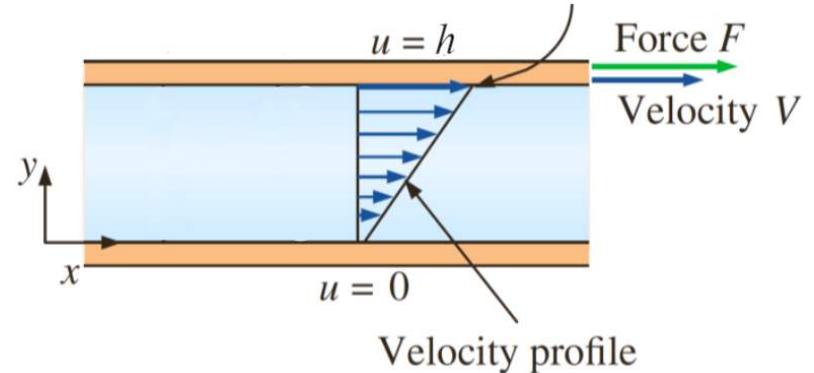
MOTO TURBOLENTO

Bilanci di quantità di moto

- Tra due **lastre parallele** con velocità relativa v

$$v_x = \frac{v}{h}y$$

$$\tau_{yx} = \mu \frac{v}{h}$$



- In un **canale rettangolare**

$$P = P_0 + \frac{\Delta P}{L} (x_o - x)$$

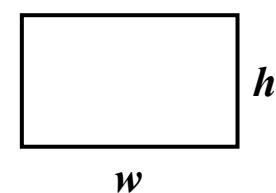
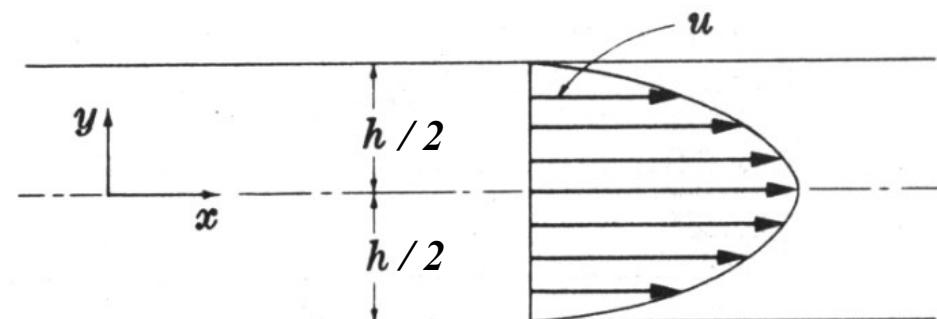
$$\tau_{yx} = -\frac{\Delta P}{L} y$$

$$v_x = \frac{\Delta P h^2}{8\mu L} \left(1 - \frac{4y^2}{h^2} \right)$$

$$v_{max} = \frac{\Delta P h^2}{8\mu L}$$

$$\langle v \rangle = \frac{2}{3} v_{max}$$

$$Q = \langle v \rangle A = \frac{2}{3} \frac{\Delta P h^3}{8\mu L} w$$



Bilanci di quantità di moto

- In un tubo cilindrico

$$P = P_0 + \frac{\Delta P}{L} (x_o - x)$$

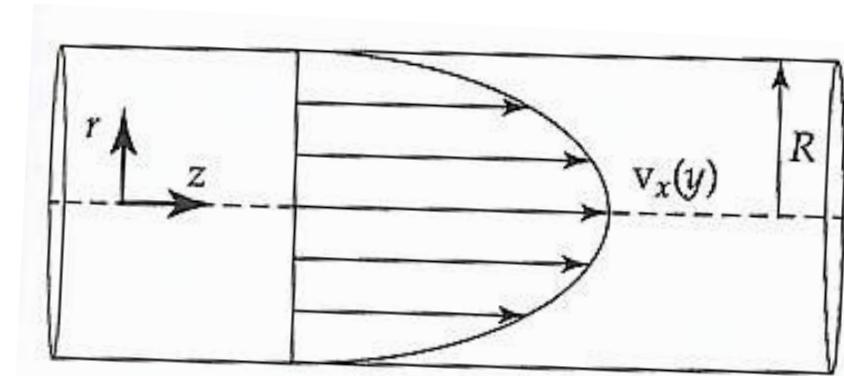
$$\tau_{rz} = -\frac{\Delta P}{2L} r$$

$$v_z = \frac{\Delta P R^2}{4\mu L} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right)$$

$$v_{max} = \frac{\Delta P R^2}{4\mu L}$$

$$\langle v \rangle = \frac{1}{2} v_{max}$$

$$Q = \langle v \rangle A = \frac{\Delta P \pi R^4}{8\mu L}$$



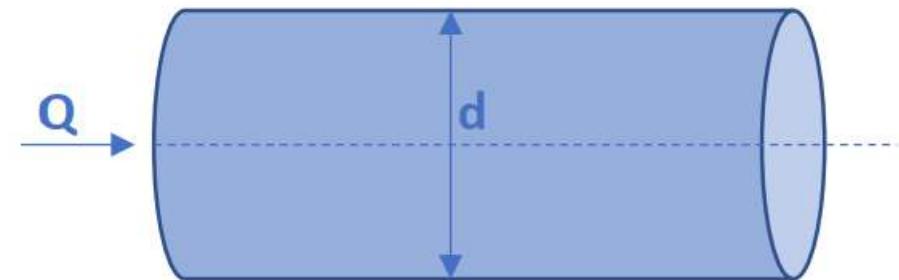
Esercizio 1

Dato un condotto cilindrico, a sezione circolare di diametro $d = 1.5 \text{ cm}$ in cui fluisce una portata $Q = 0.5 \text{ L/s}$, che ne occupa tutta la sezione.

Determinare la velocità media **[m/s]** del fluido che scorre nel condotto.

Risultato:

$$\langle v \rangle = 2.829 \text{ m/s}$$



Esercizio 2

Un condotto circolare presenta in un tratto iniziale, un diametro $d_1 = 2 \text{ cm}$ e, in un tratto successivo, un diametro $d_2 = 1 \text{ cm}$. Sapendo che la corrente nel tratto di monte ha velocità media $\langle v_1 \rangle = 1.6 \text{ m/s}$, determinare la portata [m^3/s] fluente nel tratto stesso.

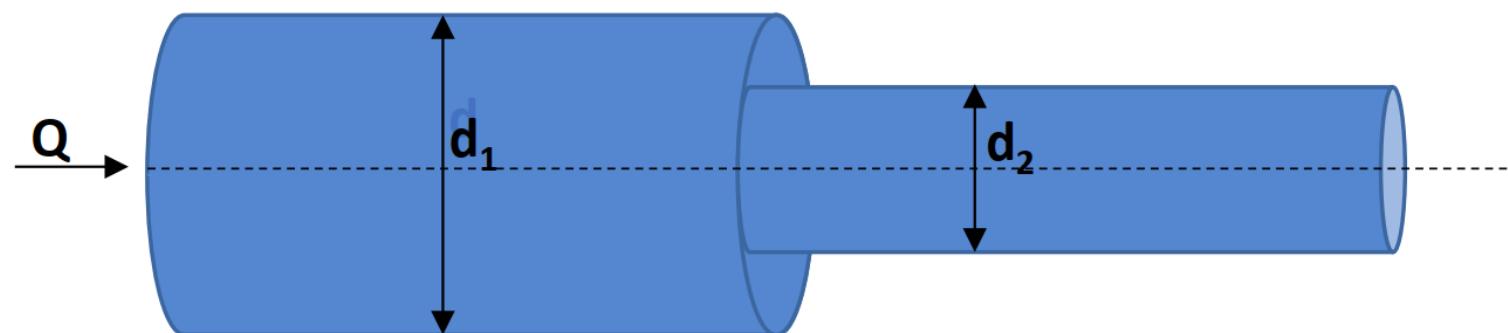
Sapendo inoltre che il fluido è incomprimibile e che il moto è stazionario, determinare la portata [m^3/s] fluente nel tratto a valle e la velocità media [m/s] della corrente in quel tratto.

Risultato:

$$Q_1 = 5.024 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_2 = Q_1$$

$$\langle v_2 \rangle = 6.4 \text{ m/s}$$



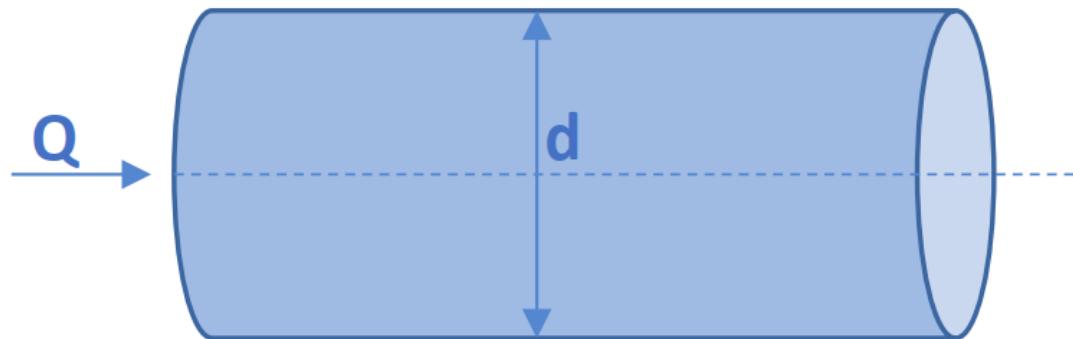
Esercizio 3

In un condotto cilindrico, a sezione circolare di diametro $d = 2 \text{ mm}$, fluisce una portata $Q = 0.02 \text{ L/s}$, che ne occupa tutta la sezione.

Quale diametro d' [**m**] si deve assegnare ad un diverso condotto affinché vi fluisca una portata $Q' = 1.5 \cdot Q$, mantenendo invariata la velocità media del flusso?

Risultato:

$$d' = 2.45 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$



Esercizio 4

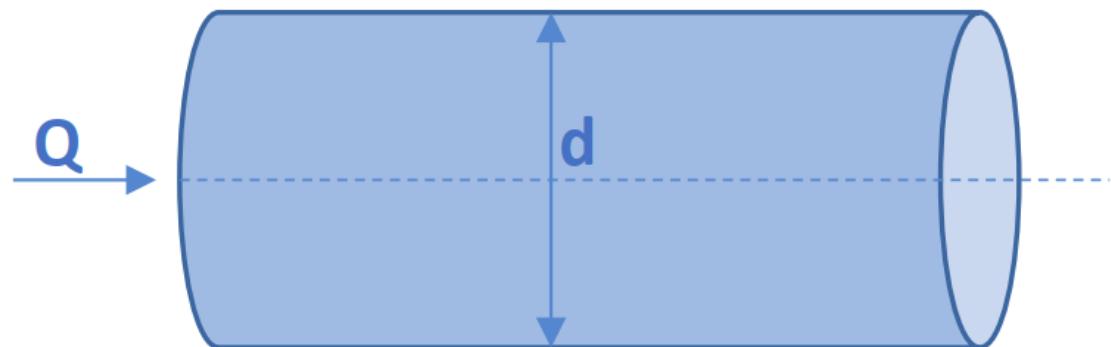
In un condotto cilindrico, a sezione circolare di diametro $d = 1 \text{ cm}$, scorre un fluido incompressibile Newtoniano di densità $\rho = 1.05 \rho_{\text{H}_2\text{O}}$ e viscosità dinamica $\mu = 4 \mu_{\text{H}_2\text{O}}$. La portata fluente è $Q = 0.05 \text{ L/s}$.

Determinare il numero di Reynolds **[adimensionale]** del moto del condotto e stabilire la tipologia del regime dinamico.

Risultato:

$\text{Re} = 1672$

moto laminare



Considero:

$$\rho_{\text{H}_2\text{O}} = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu_{\text{H}_2\text{O}} = 10^{-3} \text{ kg/ms}$$

La viscosità cinematica è definita come il rapporto tra le due grandezze

$$\nu_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{\mu_{\text{H}_2\text{O}}}{\rho_{\text{H}_2\text{O}}} = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

Esercizio 5

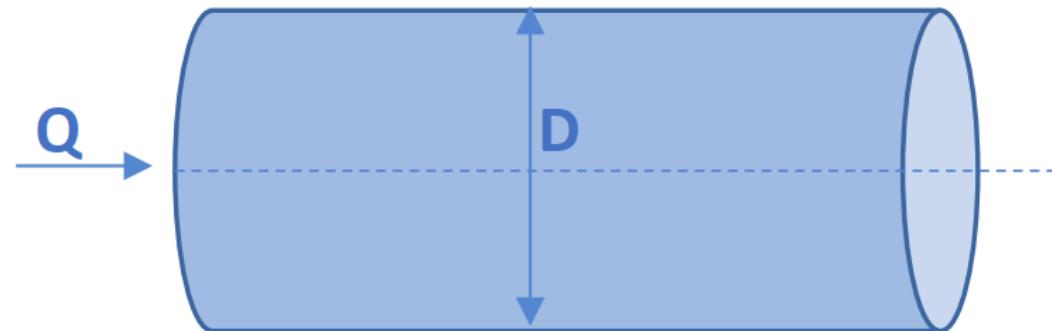
In un condotto cilindrico, a sezione circolare di diametro $D = 4 \text{ cm}$, scorre un fluido incompressibile Newtoniano di densità $\rho = 920 \text{ kg/m}^3$ e viscosità dinamica $\mu = 4 \cdot 10^{-3} \text{ kg/ms}$ alla portata di $Q = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$.

Determinare il numero di Reynolds **[adimensionale]** del modo del condotto e stabilire la tipologia del regime dinamico.

Risultato:

$Re = 36606$

moto turbolento



Esercizio 6

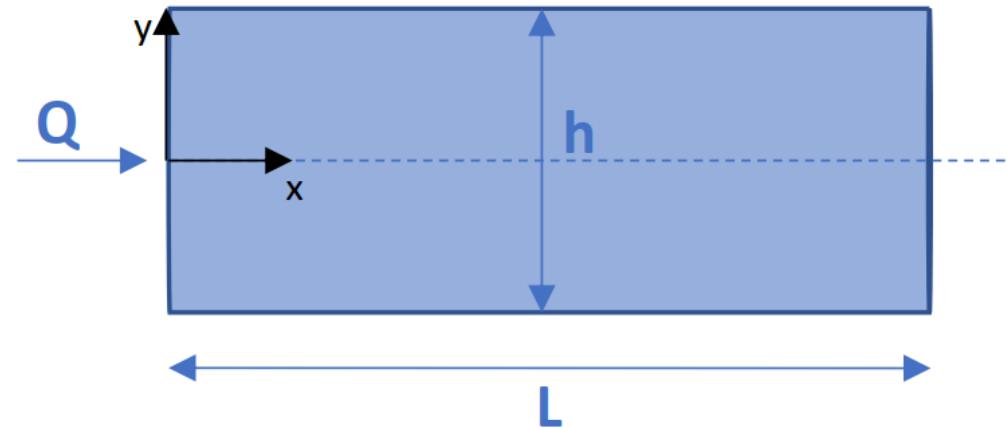
Consideriamo un condotto rettangolare di larghezza $w = 2.4 \text{ cm}$.

Determinare l'altezza del canale $h \text{ [cm]}$ che può generare uno shear stress alla parete $y = -h/2$ uguale a $\tau_{yx} = 23 \text{ dyn/cm}^2$ e con la portata pari a $Q = 1.6 \text{ cm}^3/\text{s}$.

La viscosità del fluido è pari a $\mu = 0.0073 \text{ g/cm s}$.

Risultato:

$$h = 0.035 \text{ cm}$$



Esercizio 7

Siete stati assunti dall'azienda Biomicrofluidics per disegnare un dispositivo microfluidico per catturare le cellule tumorali presenti nel sangue. Queste cellule catturate verranno analizzate in un microarray per sviluppare profili genetici di cancro allo scopo di sviluppare nuove terapie.

Praticamente, i globuli rossi vengono separati dalle altre cellule, e la soluzione dei globuli bianchi fluisce attraverso una serie di canali fatti di lastre parallele, in cui la lastra inferiore di ogni canale è rivestita con un anticorpo che si lega alle cellule tumorali.

Ci sono 20 canali paralleli identici di uguale altezza, larghezza e lunghezza: h , w , L .
Le cellule tumorali aderiscono se lo shear stress è sotto valore critico.

- 1) Usare le condizioni di disegno sotto per determinare l'altezza h [cm] del canale che permette di avere un'efficiente cattura delle cellule sulla superficie inferiore dei canali.
- 2) Determinare se la differenza di pressione totale è minore di 5000 Pa e se il flusso è laminare.

Esercizio 7

Dati:

- 1) $w = 20 \text{ h} \rightarrow$ il flusso è mono dimensionale
- 2) Portata totale $Q_{\text{tot}} = 10 \text{ cm}^3/\text{h}$
- 3) Viscosità $\mu = 0.008 \text{ g/cm s}$ e densità $\rho = 1 \text{ g/cm}^3$
- 4) Lo shear stress alla superficie inferiore deve essere non più alto di 1 dyn/cm^2
- 5) La lunghezza del canale $L = 6 \text{ cm}$.

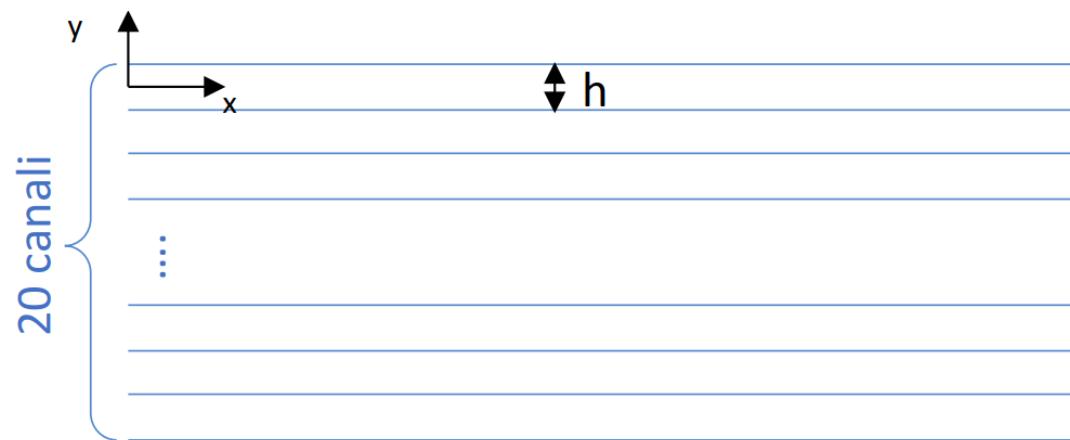
Risultato:

$$h > 0.0069 \text{ cm}$$

$$dP = 173.91 \text{ Pa}$$

$$Re = 0.24$$

Moto laminare



Esercizio 8

Consideriamo una vena dal diametro $d_{vena} = 3 \text{ mm}$ e lunga $L_{vena} = 10 \text{ cm}$, in cui viene infuso un farmaco con una portata $Q = 1 \text{ mL/min}$ per un tempo di 30 min, utilizzando un ago di diametro interno $d_{ago} = 0.75 \text{ mm}$ e lungo $L_{ago} = 5 \text{ cm}$.

La velocità del sangue è di $v_{sangue} = 3 \text{ cm/s}$ mentre la pressione che agisce è pari a $P = 90 \text{ mmHg}$.

L'ago è collegato alla sacca che contiene il farmaco tramite un tubo del diametro di $d_{tubo} = 2 \text{ mm}$ e lungo $L_{tubo} = 1.5 \text{ m}$.

Vengono forniti anche i seguenti dati:

$$\rho_{H_2O} = 10^3 \text{ kg/m}^3 = 10^{-3} \text{ kg/cm}^3$$

$$\mu_{H_2O} = 10^{-3} \text{ kg/ms} = 10^{-5} \text{ kg/cms}$$

$$\rho_{sangue} = 1.056 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 = 1.056 \cdot 10^{-3} \text{ kg/cm}^3$$

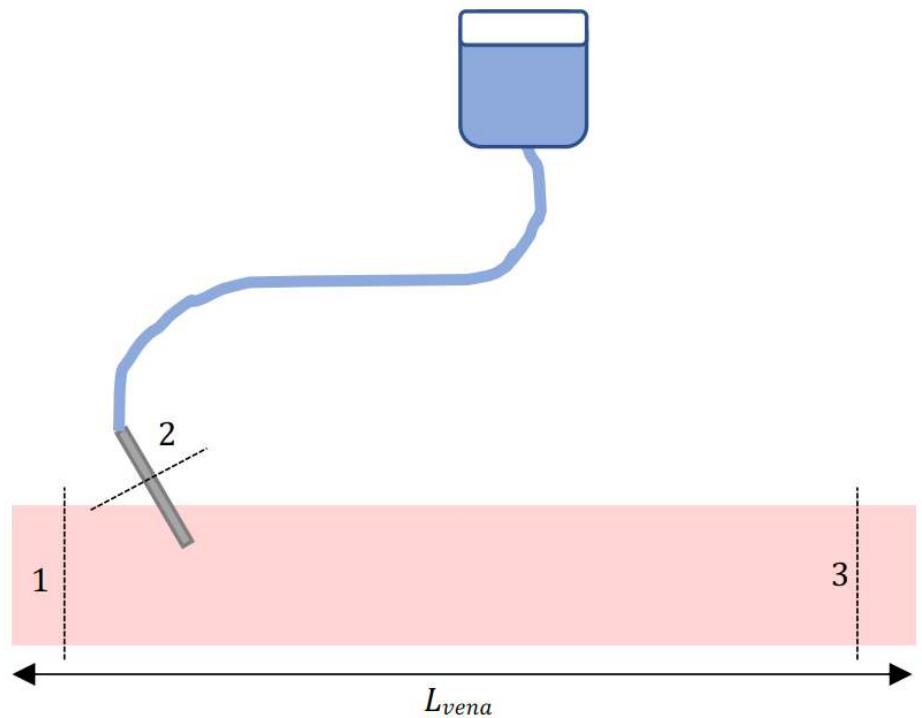
Calcolare:

- 1) La velocità media [cm/s] del sangue nella sezione 3
- 2) A che altezza, in mH_2O , bisogna posizionare la sacca contenente il farmaco per far fluire il farmaco.

Risultato:

$$\langle v \rangle = 3.84 \text{ cm/s}$$

$$h = 1.22 \text{ mH}_2\text{O}$$



Università degli Studi di Padova
Corso di Laurea Triennale in Ingegneria Biomedica
A.A. 2023-2024

Esercitazione 5

Trasporto di materia

Maria Grazia La Barbera
mariagrazia.labarbera@unipd.it

Diffusione

La **diffusione** è il trasporto di materia, all'interno di un mezzo (solido, liquido, gas) guidato dalla **differenza di concentrazione**.

LEGGE DI FICK

$$J_i = -D_{ij} \frac{\partial C_i}{\partial x}$$

Il **flusso diffusivo** attraverso una membrana è

$$J_i = \frac{D_{ij}\phi_m}{L} \left(C_i^\alpha - C_i^\beta \right) = P \cdot \Delta C$$

ϕ_m è un **coefficiente di ripartizione** che tiene conto dell'equilibrio termodinamico all'interfaccia.

P è la **permeabilità**

ΔC è la **forza motrice**

Permeabilità di diffusione

La **permeabilità** è una conduttanza ed è uguale a

$$P_i = \frac{D_{ij}\phi_m}{L_i}$$

Il suo inverso $\frac{1}{P_i}$ rappresenta la **resistenza** alla diffusione.

Nel caso di **MEMBRANE IN SERIE**, posso trovare la **resistenza globale** alla diffusione come la somma delle singole resistenze che ciascuna membrana esercita

$$\frac{1}{P_{eff}} = \frac{1}{P_1} + \frac{1}{P_2} + \dots + \frac{1}{P_n}$$

Esercizio 1

Si vuole testare una membrana per scopi biomedicali che ha il compito di permettere un elevato passaggio di CO_2 attraverso la membrana stessa. Lo spessore della membrana è pari a $L = 0.02 \text{ cm}$, la superficie della membrana attraverso cui passa il fluido che deve essere filtrato è pari ad $A=16 \text{ mm}^2$ e il fluido attraversa la membrana con una velocità pari a $v=2 \text{ cm/s}$. Il coefficiente di diffusione della CO_2 all'interno della membrana è pari a $5 \times 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{s}$ e il coefficiente di partizione della membrana è pari a 10.

- 1) Calcolare la portata volumetrica di fluido che attraversa la membrana (**in cm^3/s**)
- 2) Sapendo che la concentrazione di CO_2 prima dell'attraversamento della membrana è pari a $0.8 \times 10^{-6} \text{ mol/cm}^3$ e che il flusso di CO_2 attraverso la membrana è pari a $0.1 \mu\text{mol}/\text{cm}^2\text{s}$, determinare la concentrazione di CO_2 in uscita (**in $\mu\text{mol}/\text{cm}^3$**)
- 3) Calcolare il valore della permeabilità della membrana (**in cm/s**)

Risultato:

$$Q = 0.32 \text{ cm}^3/\text{s}$$

$$C = 0.4 \mu\text{mol}/\text{cm}^3$$

$$P = 0.25 \text{ cm/s}$$

Esercizio 2

Consideriamo il monossido di carbonio (NO), che gioca un ruolo chiave nella regolazione del diametro dei vasi sanguigni e come neurotrasmettore. Esso viene trasportato da un vaso sanguigno all'interno della cellula, che considero essere un rettangolo composto da due membrane in serie:

Membrana 1 = Membrana cellulare (M)

Membrana 2 = Citoplasma (C)

Qual è la permeabilità globale [cm/s]?

Qual è il contributo [%] della resistenza alla diffusione della membrana rispetto a quella globale?

Dati:

$$\phi_M = 3.5$$

$$D_M = 3.9 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{s}$$

$$L_M = 9 \text{ nm}$$

Membrana

$$\phi_C = 1$$

$$D_C = 3.3 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$$

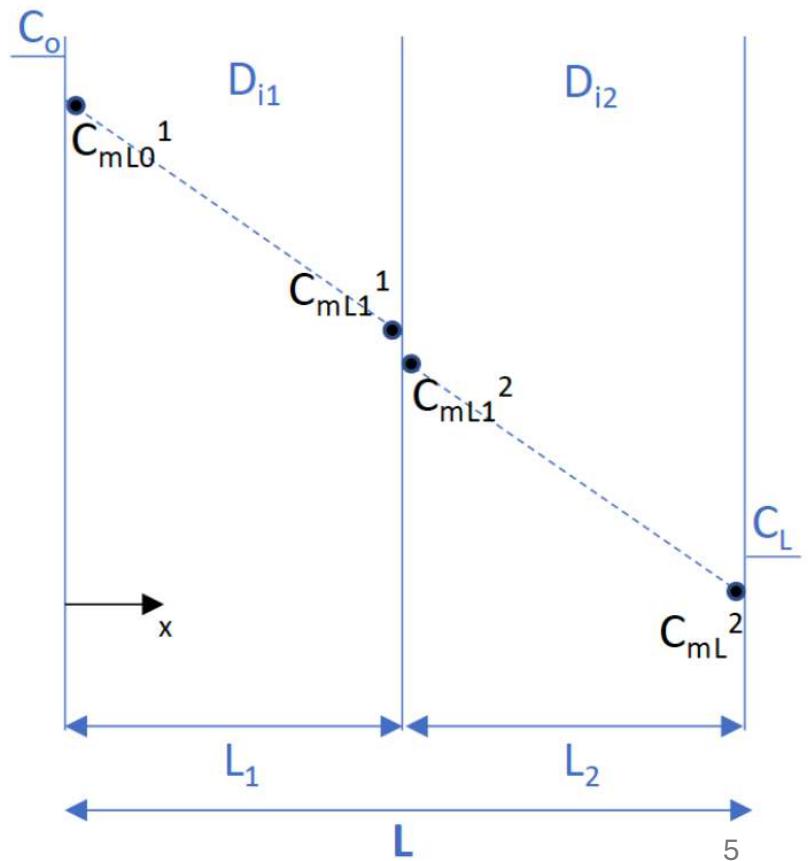
$$L_C = 5 \text{ um}$$

Citoplasma

Risultato:

$$P = 0.0657 \text{ cm/s}$$

0.4%



Esercizio 3

Consideriamo un bicchiere d'acqua, lasciato evaporare all'aria, che risulta essere ferma. Determinare il tempo **[h]** necessario affinché l'acqua contenuta nel bicchiere evapiori completamente.

$$T = 25^\circ\text{C}$$

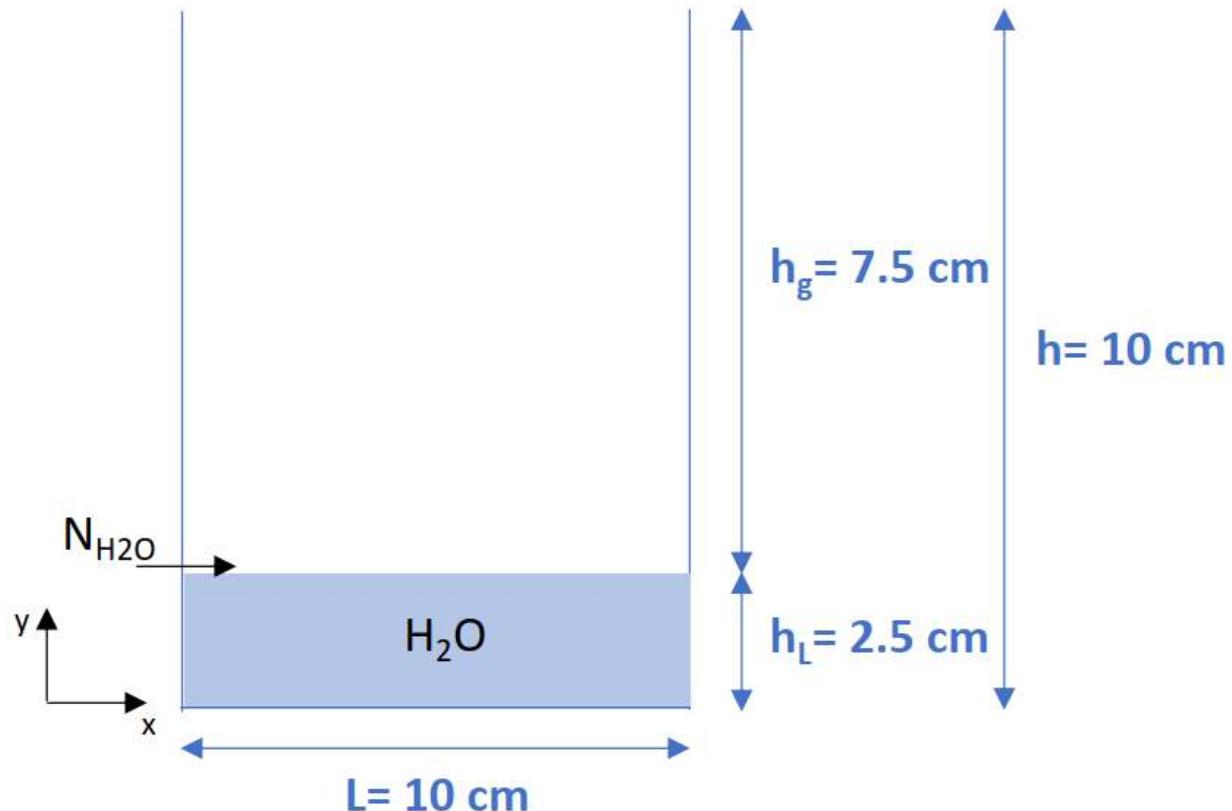
$$P = 1 \text{ atm}$$

$$P_{\text{sat}} = 3.17 \text{ kPa}$$

$$D_{\text{H}_2\text{O, aria}} = 0.242 \text{ cm}^2/\text{s}$$

Risultato:

$$t = 900 \text{ h}$$



Consideriamo il bilancio di materia

$$\frac{\partial C_{H_2O} V}{\partial t} = -N_{H_2O} S$$

V= volume

S= superficie all'interfaccia

C_{H₂O}= concentrazione molare

poiché La concentrazione molare C_{H₂O} non cambia, possiamo scrivere

$$C_{H_2O} \frac{\partial V}{\partial t} = - N_{H_2O} S$$

Il Volume V= S h_L, sostituendo otteniamo

$$C_{H_2O} \frac{\partial h_L}{\partial t} S = - N_{H_2O} S$$

Integrando entrambi i membri, otteniamo

$$\int_{h_L}^0 dh_L = - \int_0^t \frac{N_{H_2O}}{C_{H_2O}} dt$$

Integro h tra h_L e 0 perchè l'acqua deve evaporare

$$-h_L = - \frac{N_{H_2O}}{C_{H_2O}} t$$

$$t = \frac{C_{H_2O}}{N_{H_2O}} h_L$$

Il flusso all' interfaccia è uguale a:

$$N_{H_2O} = -D \frac{\partial C_{H_2O}}{\partial y} + x_{H_2O} (N_{H_2O} + N_{aria}) \quad N_{aria}=0 \text{ perché ferma}$$

x_{H_2O} = frazione molare

$$(1-x_{H_2O}) N_{H_2O} = -D \frac{\partial C_{H_2O}}{\partial y}$$

Esplicitando il flusso N_{H_2O} e moltiplicando e dividendo per C_{aria}

$$N_{H_2O} = -\frac{1}{(1-x_{H_2O})} D \frac{\partial C_{H_2O}}{\partial y} \frac{C_{aria}}{C_{aria}}$$

possiamo scrivere che

$$\frac{C_{H_2O}}{C_{aria}} = x_{H_2O}$$

quindi otteniamo

$$N_{H_2O} = -D C_{aria} \frac{1}{(1-x_{H_2O})} \frac{\partial x_{H_2O}}{\partial y} = D C_{aria} \frac{\partial \ln(1-x_{H_2O})}{\partial y}$$

Con le condizioni al contorno imposte

$$x_{H_2O} = x_{H_2O}^{INT} \quad \text{a} \quad y=0$$

$$x_{H_2O}=0 \quad \text{a} \quad y=h_g$$

otteniamo

$$\ln(1 - x_{H_2O}) = -C_1 y + C_2$$

Applicando la condizione al contorno a $y=0$ otteniamo $C_2 = \ln(1 - x_{H_2O})$

Applicando la condizione al contorno $y=h_g$ otteniamo $C_1 = \ln(1 - x_{H_2O})/h_g$

Il risultato è quindi:

$$N_{H_2O} = -\frac{D \text{ Caria}}{h_g} \ln(1 - x_{H_2O})$$

h_g dipende dal tempo ma lo consideriamo come costante

Esercizio 3

Consideriamo un bicchiere d'acqua, lasciato evaporare all'aria, che risulta essere ferma. Determinare il tempo **[h]** necessario affinché l'acqua contenuta nel bicchiere evapori completamente.

$$T = 25^\circ\text{C}$$

$$P = 1 \text{ atm}$$

$$P_{\text{sat}} = 3.17 \text{ kPa}$$

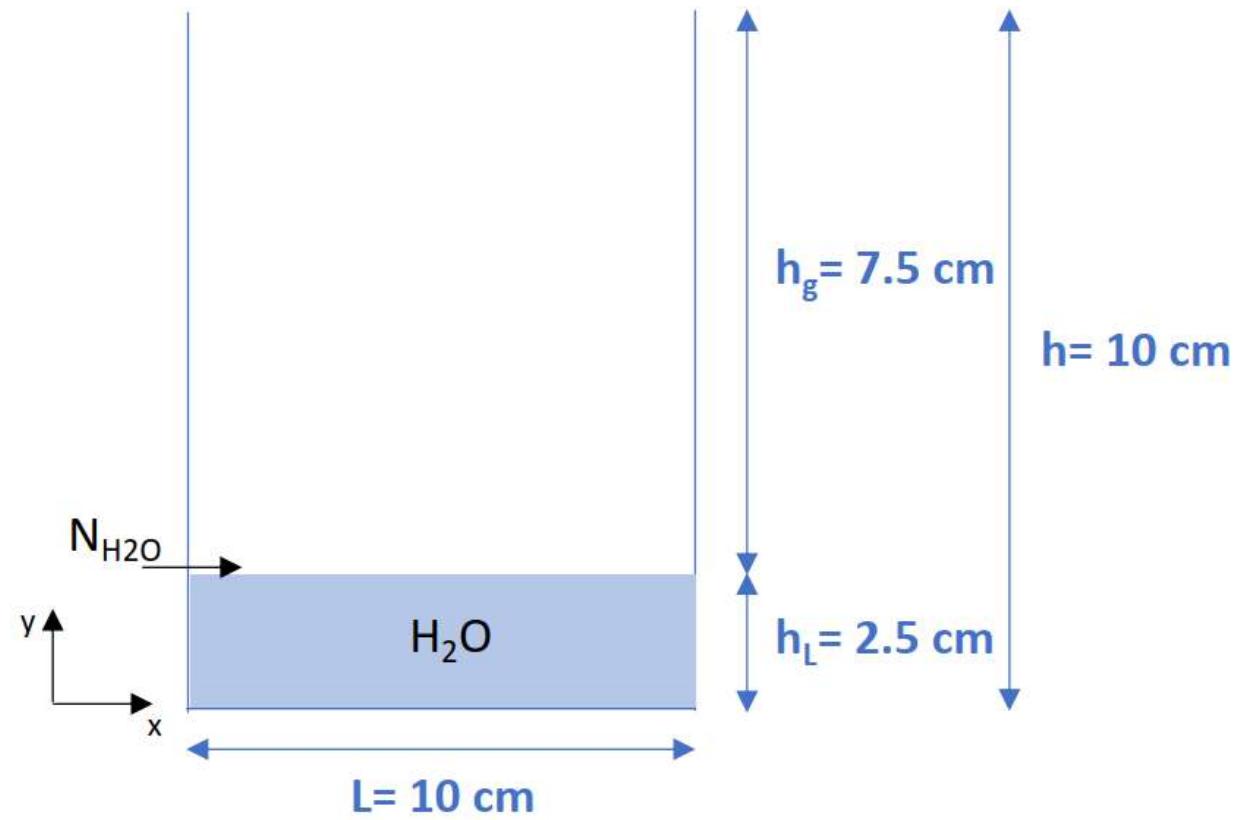
$$D_{H_2O, \text{ aria}} = 0.242 \text{ cm}^2/\text{s}$$

Risultato:

$$t = 900 \text{ h}$$

$$t = \frac{C_{H_2O}}{N_{H_2O}} h_L$$

$$N_{H_2O} = -\frac{D \text{ Caria}}{h_g} \ln(1 - x_{H_2O})$$



Numero di Schmidt

Il **numero di Schmidt** è un numero adimensionale che esprime il rapporto tra la **diffusività cinematica** e la **diffusività di materia**.

$$Sc = \frac{\text{Diffusività cinematica}}{\text{Diffusività di materia}} = \frac{\mu}{\rho D_{ij}} = \frac{\nu}{D_{ij}}$$

Per flussi convettivi e diffusivi, definiamo

$$N_i = K_m \cdot \Delta C$$

K_m è il **coefficiente di trasferimento di materia**

$$k_m = \frac{I}{S} \int_S k_{loc} dS$$

k_{loc} è il **coefficiente locale**
S è la **superficie** della membrana

Coefficiente di trasferimento di materia

Espressioni del **coefficiente di trasferimento di materia** in varie condizioni:

Physical system	Correlation	Comments
Laminar flow along a flat plate	$\frac{k_{loc}z}{D_{ij}} = 0.323 \text{ Re}_{loc}^{1/2} \text{ Sc}^{1/3}$	$\text{Re}_{loc} = \langle v \rangle z / \nu$ z = distance along plate $\langle v \rangle$ = average fluid velocity
Laminar flow in a circular pipe	$\frac{k_{ln} D}{D_{ij}} = 1.86 \left(\text{Re} \text{Sc} \frac{D}{L} \right)^{1/3}$	$\text{Re} = \langle v \rangle D / \nu$ D = diameter $2(z/R) / (\text{Re Sc}) < 0.02$
	$\frac{k_{loc} D}{D_{ij}} = 3.657$	$2(z/R) / (\text{Re Sc}) > 0.05$
Laminar flow in a channel	$\frac{k_{loc} 4H}{D_{ij}} = 3.1058 \left(\frac{\langle v \rangle H^2}{4D_{ij}z} \right)^{1/3}$	$2H$ = channel height $\frac{4D_{ij}z}{\langle v \rangle H^2} < 0.01$
	$\frac{k_{loc} 2H}{D_{ij}} = 3.770$	$\frac{4D_{ij}z}{\langle v \rangle H^2} > 0.02$

... Altre nel pdf **409-419** nella sezione 27

Esercizio 4

Consideriamo dell'acqua lasciata evaporare sotto un flusso d'aria che presenta una velocità media $\langle v \rangle = 10 \text{ cm/s}$. Determinare il tempo $[h]$ necessario affinché l'acqua evapiori completamente.

$$T = 25^\circ\text{C}$$

$$P = 1 \text{ atm}$$

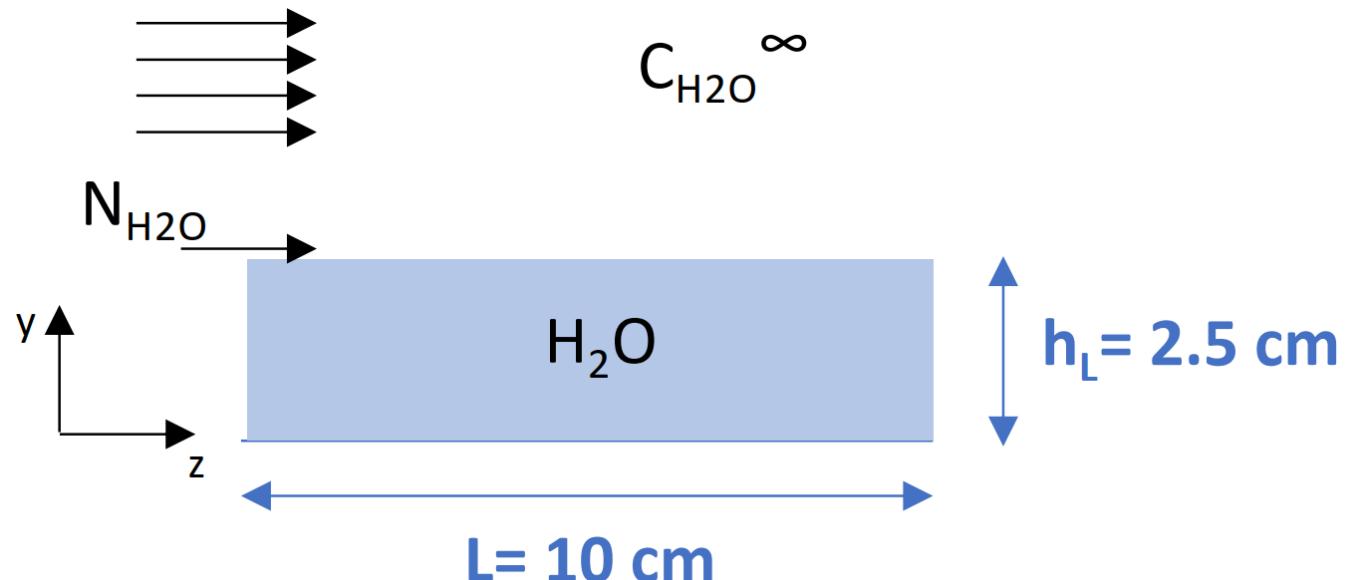
$$P_{\text{sat}} = 0.0317 \text{ atm}$$

$$D_{\text{H}_2\text{O, aria}} = 0.242 \text{ cm}^2/\text{s}$$

$$\nu = 1.5 \cdot 10^{-9} \text{ cm}^2/\text{s}$$

Risultato:

$$t = 42 \text{ h}$$



Dal bilancio di materia, deduciamo nuovamente che

$$t = \frac{C_{H_2O}}{N_{H_2O}} h_L$$

Il flusso N_{H_2O} all'interfaccia è uguale a

$$N_{H_2O} = k_m (C_{H_2O}^{INT} - C_{H_2O}^{\infty}) = k_m C_{H_2O}^{INT}$$

Il coefficiente di trasferimento di materia locale per un flusso laminare lungo una membrana piatta è definito come

$$\frac{k_{loc} z}{D_{ij}} = 0.323 Re_{loc}^{1/2} Sc^{1/3}$$

$$k_{loc} = \frac{0.323 Dij}{z} \left(\frac{\langle v \rangle z}{\nu} \right)^{1/2} Sc^{1/3} = 0.323 Dij \left(\frac{\langle v \rangle}{\nu z} \right)^{1/2} Sc^{1/3}$$

Il coefficiente di trasferimento di materia medio su tutta la lunghezza della membrana si ottiene integrando il coefficiente locale su tutta la superficie della membrana.

$$k_m = \frac{1}{S} \int_S k_{loc} dS$$

Dove S è l'area su cui avviene il trasferimento di materia. Per questo problema $S = L h_L$.

$$k_m = \frac{1}{h_L L} \int_0^L k_{loc} dz = \frac{1}{L} \int_0^L k_{loc} dz$$

Sostituendo la definizione di k_{loc} otteniamo

$$\begin{aligned} k_m &= \frac{0.323 D_{ij} \left(\frac{\langle v \rangle}{v} \right)^{1/2}}{L} Sc^{1/3} \int_0^L z^{-1/2} dz = \frac{0.646 D_{ij} \left(\frac{\langle v \rangle z}{v} \right)^{1/2}}{L} Sc^{1/3} \Big|_{z=0}^{z=L} \\ &= \frac{0.323 D_{ij}}{L} \left(\frac{\langle v \rangle}{v} \right)^{1/2} Sc^{1/3} \left(\frac{2 z^{1/2}}{v} \right)^{1/2} = \frac{0.646 D_{ij}}{L} \left(\frac{\langle v \rangle L}{v} \right)^{1/2} Sc^{1/3} = \\ &= \frac{0.646 \cdot 0.242 \text{ cm}^2/\text{s}}{10 \text{ cm}} \left(\frac{10 \text{ cm/s}}{1.5 \cdot 10^{-9} \text{ cm}^2/\text{s}} \frac{10 \text{ cm}}{0.242 \text{ cm}^2/\text{s}} \right)^{1/2} \left(\frac{1.5 \cdot 10^{-9} \text{ cm}^2/\text{s}}{0.242 \text{ cm}^2/\text{s}} \right)^{1/3} \\ &= 0.015 \cdot 2.88 \cdot 10^4 \cdot 1.83 \cdot 10^{-3} = 0.7 \text{ cm/s} \end{aligned}$$

Esercizio 4

Consideriamo dell'acqua lasciata evaporare sotto un flusso d'aria che presenta una velocità media $\langle v \rangle = 10 \text{ cm/s}$. Determinare il tempo **[h]** necessario affinché l'acqua evapi completamente.

$$T = 25^\circ\text{C}$$

$$P = 1 \text{ atm}$$

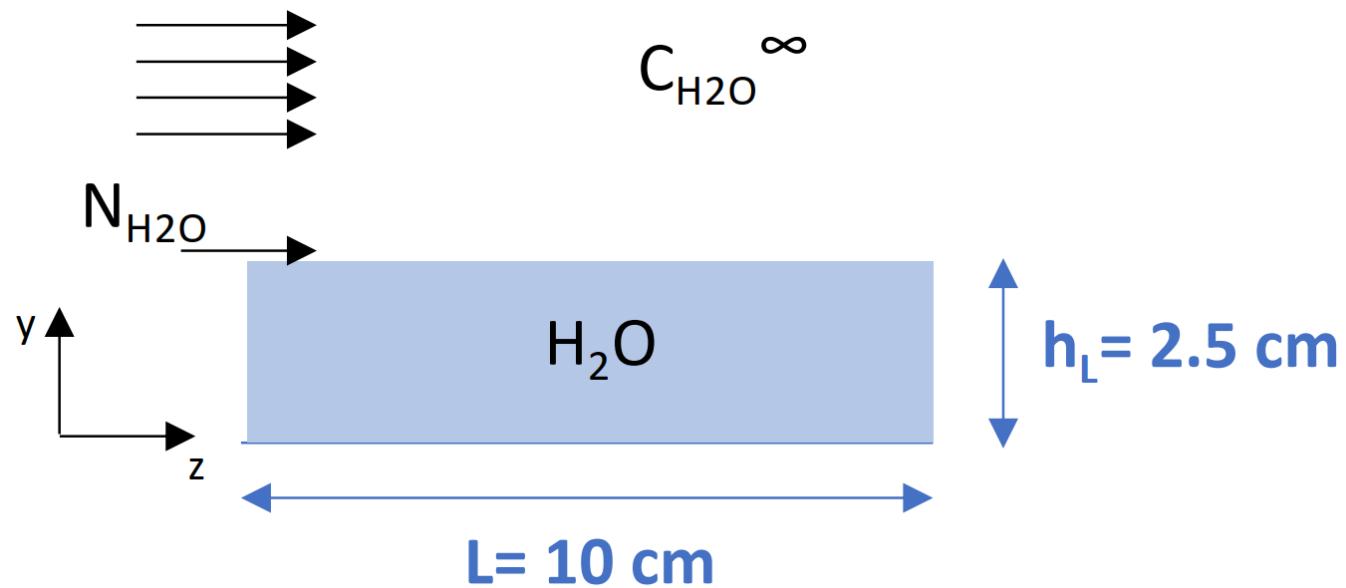
$$P_{\text{sat}} = 0.0317 \text{ atm}$$

$$D_{H_2O, \text{ aria}} = 0.242 \text{ cm}^2/\text{s}$$

$$\nu = 1.5 \cdot 10^{-9} \text{ cm}^2/\text{s}$$

$$t = \frac{C_{H_2O}}{N_{H_2O}} h_L$$

$$N_{H_2O} = k_m C_{H_2O}^{INT} = 0.7 \frac{\text{cm}}{\text{s}} C_{H_2O}^{INT}$$



Risultato:
 $t = 42 \text{ h}$

Esercizio 5

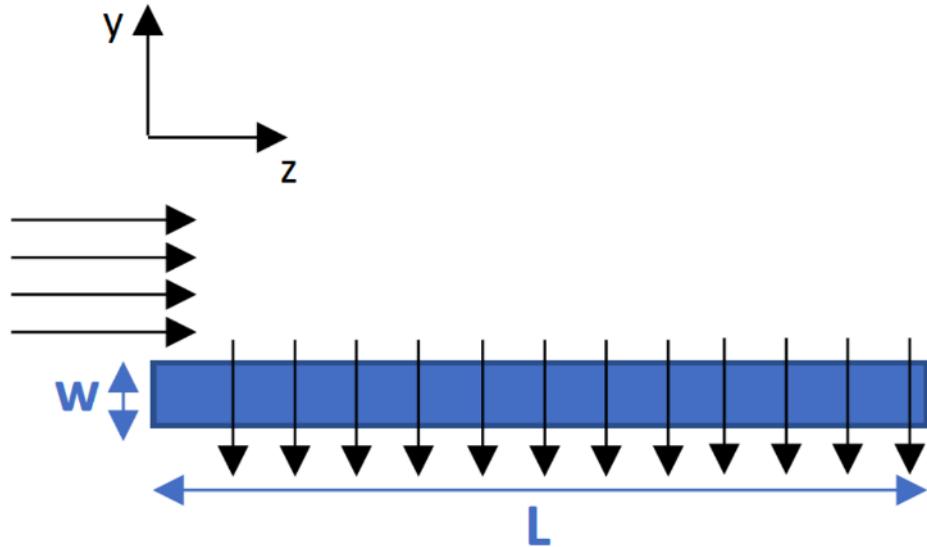
Consideriamo un flusso di un fluido sopra una membrana piatta di lunghezza $L = 12 \text{ cm}$. Determinare il coefficiente di trasporto **[cm/s]** di materia medio su tutta la lunghezza della membrana.

Le proprietà rilevanti sono:

- Viscosità cinematica $\nu = 0.02 \text{ cm}^2/\text{s}$
- Coefficiente di diffusione $D_{ij} = 5.12 * 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{s}$
- Velocità media del flusso $\langle v \rangle = 4 \text{ cm/s}$

Risultato:

$$K_m = 2.02 \cdot 10^{-4} \text{ cm/s}$$



Università degli Studi di Padova
Corso di Laurea Triennale in Ingegneria Biomedica
A.A. 2023-2024

Esercitazione 6

Maria Grazia La Barbera
mariagrazia.labarbera@unipd.it

Esercitazione 6

PARTE 1: Bilancio di quantità di moto e trasporto di materia

- 4 esercizi

PARTE 2: Reazioni chimiche e enzimatiche

- 2 esercizi

Esercizio 1

Si deve verificare il funzionamento di un dispositivo biomedicale costituito da una membrana cilindrica di lunghezza $L = 20 \text{ cm}$ e di diametro $d = 0.35 \text{ cm}$. All'interno della membrana scorre una soluzione fisiologica con velocità media di 65 cm/s .

La viscosità cinematica della soluzione è pari a $0.02 \text{ cm}^2/\text{s}$, la densità della soluzione è pari a $1,1 \text{ g/cm}^3$.

Calcolare il numero di Reynolds **[adimensionale]** e lo sforzo di taglio alla parete **[Pa]**

Risultato:

$$\text{Re} = 1137.5$$

$$\tau = -32.68 \text{ g/cm s}^2$$

Esercizio 2

Per effettuare il trattamento emodialitico, il sangue del paziente deve scorrere attraverso un apparecchio (apparecchio per dialisi o rene artificiale) che, con un opportuno sistema di pompe, fa circolare il sangue attraverso un filtro che lo depura da un eccesso di ammoniaca e lo restituisce al paziente. La portata di sangue da trattare è di $Q = 4 \text{ L/h}$.

Il filtro è costituito da 232 membrane capillari lunghe $L = 30 \text{ cm}$ con diametro interno di $d = 3 \text{ mm}$. Il regime di moto del sangue all'interno del filtro è laminare e, per semplificare i calcoli, si utilizzino le seguenti proprietà:

$$\mu = 1.3 * 10^{-3} \text{ kg/ms}; \rho = 1056 \text{ kg/m}^3; T = 25^\circ\text{C}.$$

La riduzione della concentrazione di ammoniaca tra ingresso e uscita è del 40%, ovvero la concentrazione in entrata è di $70 \mu\text{M}$ mentre quella in uscita è pari a $42 \mu\text{M}$. Calcolare:

- 1) La velocità media all'interno di una singola membrana **[m/s]**
- 2) Il numero di Re **[adimensionale]** e le perdite di carico attraverso il filtro **[Pa]**
- 3) La portata molare di ammoniaca che viene eliminata attraverso la membrana **[μmol/s]**

Risultato:

$$\langle v \rangle = 0.67 * 10^{-3} \text{ m/s}$$

$$Re = 1.63$$

$$\Delta P = 0.93 \text{ Pa}$$

$$Q = 30.8 * 10^{-3} \text{ μmol/s}$$

Esercizio 3

Consideriamo un chip microfluidico che risulta composto da una superficie di vetro e da uno stampo di PDMS, formando così un canale microfluidico dell'altezza di 250 nm e lungo $L = 1 \text{ cm}$. Sulla superficie vetrosa sono adese le cellule.

La velocità media con cui fluisce il terreno di coltura all'interno del canale è di $\langle v \rangle = 0.5 \text{ cm/s}$. Il chip è mantenuto in incubatore, dove la temperatura è di 37°C e la percentuale di ossigeno è del 20%.

Determinare il flusso di O_2 che arriva alle cellule, ipotizzando che l' O_2 che all'interfaccia con cellule sia trascurabile, perché immediatamente consumato dalle cellule stesse.

Il sistema è in stato stazionario.

$$D_{\text{O}_2, \text{PDMS}} = 2.4 \text{ cm}^2/\text{s}$$

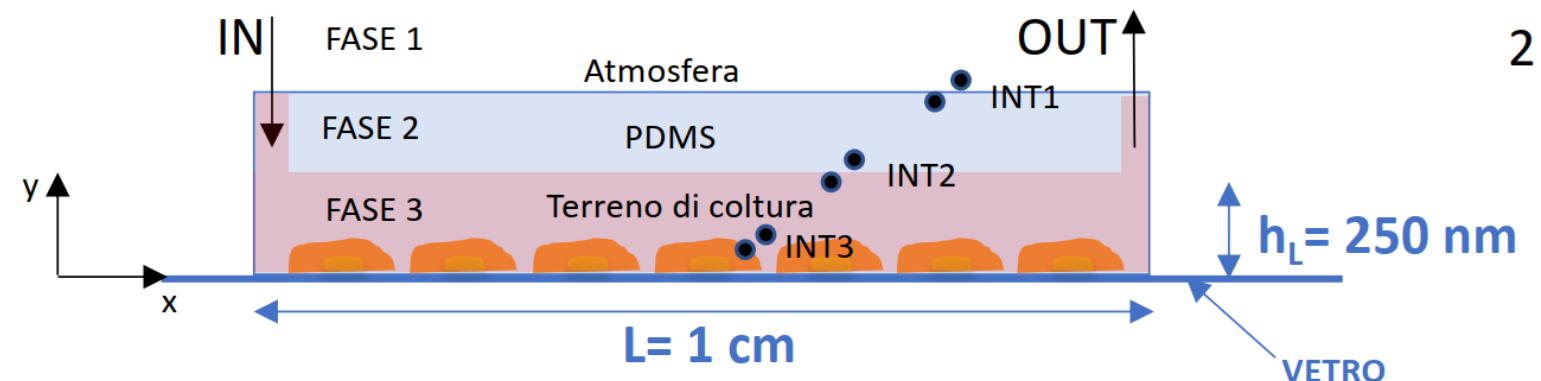
$$D_{\text{O}_2, \text{H}_2\text{O}} = 2 \text{ cm}^2/\text{s}$$

$$\Phi_2 = 53$$

$$v = 0.01 \text{ cm}^2/\text{s}$$

Risultato:

$$N_{\text{O}_2} = 1.19 * 10^{-5} \text{ mol/cm}^2\text{s}$$



Esercizio 4

Consideriamo una membrana cilindrica di diametro $d = 0.12 \text{ cm}$ all'interno del quale scorre un fluido in cui è dissolto ossigeno. La velocità media del fluido è 10 cm/s e la sua viscosità cinematica è $0.0267 \text{ cm}^2/\text{s}$. Il coefficiente di diffusione dell'ossigeno è $5.3 * 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{s}$.

Determinare il coefficiente di trasporto di materia della membrana utilizzando l'espressione

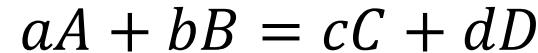
$$Sh = 0.94 Re^{1/2} Sc^{1/3}$$

Risultato:

$$K_m = 0.0048 \text{ cm/s}$$

Reazioni chimiche

Consideriamo una generica reazione chimica:



La velocità di reazione sarà:

$$R_A = k_1 C_A^a C_B^b$$

REAZIONE DI PRIMO ORDINE



$$R_A = k_1 C_A$$

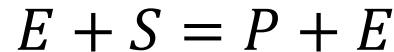
REAZIONE DI SECONDO ORDINE



$$R = k_2 C_A C_B$$

Reazioni enzimatiche

Consideriamo una generica reazione enzimatica:



E = enzima
S = substrato
P = prodotto

La velocità di reazione enzimatica sarà:

$$R_S = \frac{R_{MAX} C_S}{K_M + C_S}$$

**EQUAZIONE DI
MICHAELIS - MENTEN**

Due situazioni limite:

1) Se $C_S \ll K_M$ è una cinetica di primo ordine

$$R_S \sim \frac{R_{MAX}}{K_M} C_S$$

2) Se $C_S \gg K_M$ è una cinetica di ordine zero

$$R_S \sim R_{MAX}$$

Esercizio 5

La reazione di A e B nel formare C è studiata sotto condizioni in cui la velocità (Rate) iniziale può essere accuratamente misurata.

Consideriamo i seguenti dati:

INITIAL CONCENTRATION OF A (M)	INITIAL CONCENTRATION OF B (M)	INITIAL RATE (M/s)
1.0	1.0	$5 \cdot 10^{-7}$
3.0	1.0	$4.5 \cdot 10^{-6}$
1.0	2.0	$1 \cdot 10^{-6}$

Determinare:

- Qual è l'ordine della reazione rispetto ad A
- Qual è l'ordine della reazione rispetto ad B
- Il coefficiente di Rate K per la reazione specifica l'unità di misura.

Risultato:

$$a = 2$$

$$b = 1$$

$$K = 5 \cdot 10^{-7} \text{ M}^{-2} \text{ s}^{-1}$$

Esercizio 6

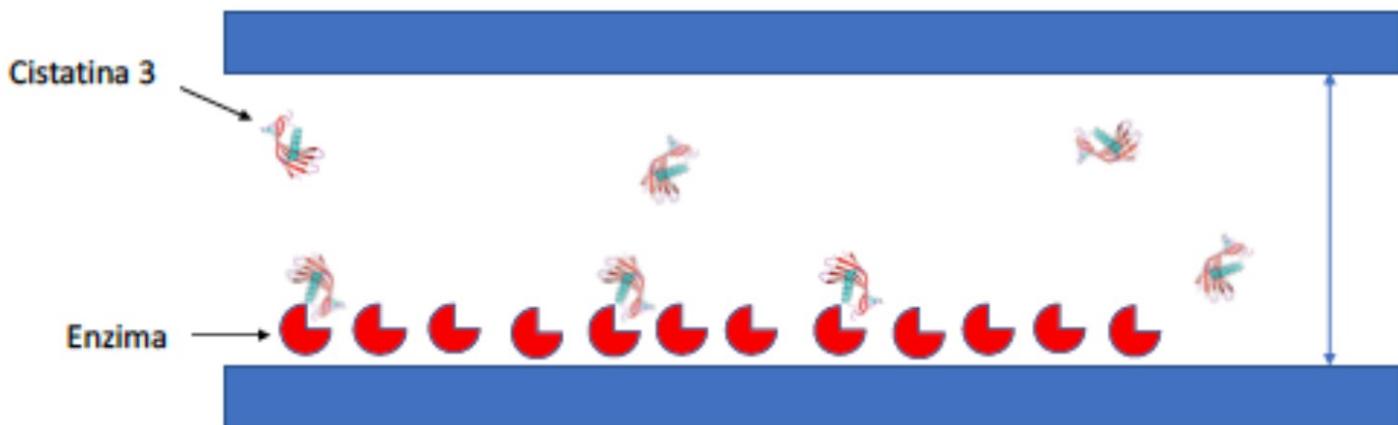
La cistatina 3 è una proteina ed è un bio-marcatore di tumore allo stomaco e all'intestino. La sua concentrazione è particolarmente elevata nel plasma dei pazienti che manifestano questa patologia. Una start-up sta sviluppando un saggio in vitro per misurare la quantità di questa proteina presente nei pazienti. Il saggio si basa su una cella microfluidica nella quale viene immobilizzato sulla superficie un enzima in grado di catturare la cistatina 3 alla temperatura di 298 K, secondo il seguente schema.

Le costanti cinematiche dell'equazione di Michaelis-Menten relative all' associazione tra cistatina 3 e l'enzima immobilizzato sono:

$$R_{\max} = 8.5 * 10^{-9} \text{ mol/cm}^2\text{s}$$

$$K_M = 4.843 * 10^{-9} \text{ mol/cm}^3$$

Considerare l'enzima immobilizzato in eccesso rispetto alla cistatina 3.



Esercizio 6

Calcolare:

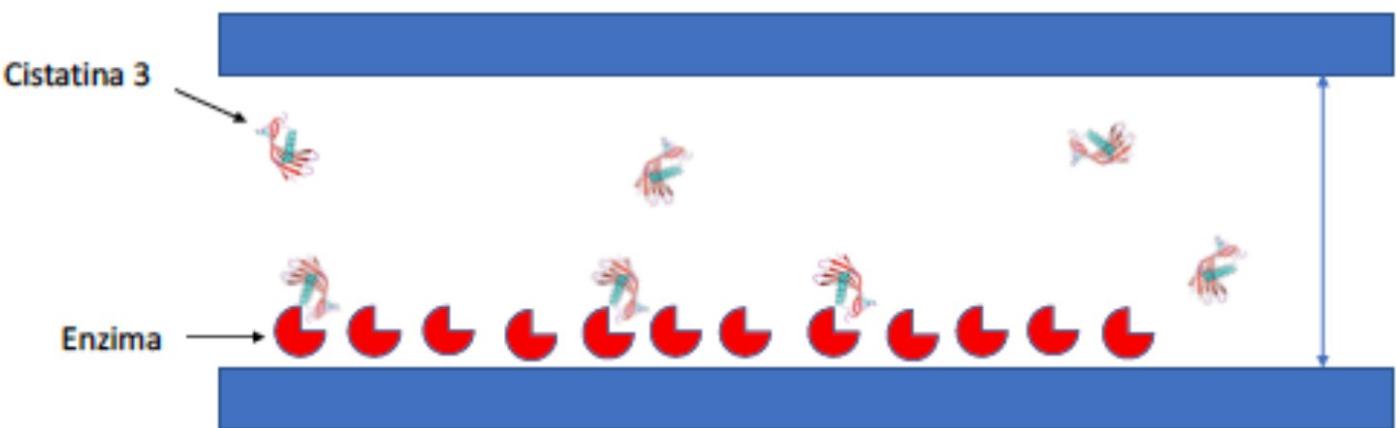
- 1) La velocità di reazione per $C_{cis} = 0.5 \mu M$;
- 2) La quantità di cistatina 3 che si lega all'enzima in 20 min, assumendo che il trasporto di materia non sia limitante;
- 3) La quantità di cistatina che si lega all'enzima in 20 min, assumendo che il coefficiente di scambio di materia medio sia $K_m = 0.1 \text{ cm/min}$

Risultato:

$$v = 0.875 * 10^{-9} \text{ mol/s cm}^2$$

$$Q = 1.05 * 10^{-6} \text{ mol/cm}^2$$

$$Q = 1.001 * 10^{-9} \text{ mol/cm}^2$$



Esame di Ingegneria dei Sistemi Biologici Nome Cognome _____
Scritto numerico _____ Matricola _____
Prof. Nicola Elvassore/Prof. P. Facco - Appello N. 4 del 15/02/2023 - Canale 1/2

Esercizio A

Dell'ossigeno, O_2 ($C_v/R=5/2$), viene compresso da una pressione di 0.9 atmosfere a una pressione di 1.2 atmosfere (e temperatura finale di $36.5^\circ C$) in modo adiabatico e isoentropico.

Quesito 1: Calcolare la temperatura dell'ossigeno prima della compressione: _____ ($^\circ C$)

Quesito 2: Calcolare il lavoro eseguito dal compressore: _____ (KJ/mol)

Quesito 3: Calcolare il calore che è necessario al sistema per riportarlo alla temperatura iniziale nell'ipotesi di trasformazione isocora: _____ (J/mol)

Esercizio B:

Quesito 4: calcolare la pressione di ebollizione di una miscela liquida equimolare (0.5/0.5) di acqua e metanolo alla temperatura di $25^\circ C$. I parametri A, B e C dell'equazione di Antoine (con T in $^\circ C$ e P in mmHg) per l'acqua valgono rispettivamente 8.07131, 1730.63 e 233.426. I parametri A, B, e C dell'equazione di Antoine per il metanolo valgono rispettivamente 8.08097, 1582.271, 239.726. Il coefficiente di attività è lo stesso per acqua e metanolo ed è pari a 1.22. _____ (mmHg)

Esercizio C

In un esperimento di microfluidica si vuole mimare il processo di filtrazione del sangue in una porzione del glomerulo in diverse condizioni. Per mimare l'ipertonicità nel rene a livello dell'ansa di Henle il condotto microfluidico è a contatto con una soluzione di pressione osmotica pari a 11.7 atm a $36.8^\circ C$.

Quesito 5: Calcolare quante moli di cloruro di sodio ($NaCl$) bisogna aggiungere a 15 cL di H_2O per ottenere la soluzione ipertonica sopra descritta: _____ (mol)

Esercizio D

Un dispositivo biomedico che mima le condizioni fisiologiche che si creano a livello delle arterie coronarie è costituito da un condotto cilindrico di diametro $d=0.5$ cm. Si fa scorrere all'interno del condotto un fluido Newtoniano incomprensibile con le seguenti proprietà: densità $\rho=1015$ kg/m³, viscosità $\mu=3.4 \cdot 10^{-3}$ kg/ms, la cui portata è pari a $Q=1400$ ml/h.

Quesito 6: calcolare il numero di Reynold: _____

Quesito 7: Calcolare lo sforzo di taglio alla parete ($r=d/2$): _____ (Pa)

Quesito 8: All'interno del condotto viene inserito uno stent lungo 3 cm che riduce il diametro del condotto da 5 mm a 3.8 mm. Calcolare il rapporto tra la caduta di pressione lungo il tratto dello stent prima dell'inserimento dello stent e la caduta di pressione dopo l'inserimento dello stent: _____

Esercizio E

Quesito 9: Consideriamo il flusso di una soluzione contenente un reagente S sopra una superficie catalitica piatta di lunghezza $L=12$ cm. Le proprietà del fluido sono: densità $\rho=1003$ kg/m³, viscosità $\mu=4.5 \cdot 10^{-3}$ kg/ms, coefficiente di diffusione del soluto $D_s=5.2 \cdot 10^{-6}$ cm²/s. La concentrazione di S in ingresso è pari a $C_s=2.5$ mM; la velocità media della soluzione è pari a $v=10$ cm/s.

Calcolare il coefficiente di trasporto di materia medio K_m su tutta la lunghezza della superficie catalitica. Il coefficiente di scambio di materia locale per un fluido laminare è dato dalla seguente reazione:

$$\frac{K_{loc} Z}{D_A} = 0.323 (Re_{loc})^{\frac{1}{2}} (Sc)^{\frac{1}{3}}$$

_____ (cm/s)

Quesito 10: Assumendo che la superficie catalitica operi con una cinetica enzimatica approssimabile ad una cinetica del primo ordine con $K=0.002$ cm/s, calcolare a concentrazione media di S in prossimità della superficie catalitica: _____ ($\mu\text{mol}/\text{cm}^3$)

SOLUZIONI APPELLO 4 A.A. 2021 - 2022

PROBLEMA A

QUESTO 1

Compressione adiabatica e isentropico

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{R/C_p} \Rightarrow T_1 = \frac{T_2}{\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{R/C_p}} = \frac{(36.5 + 273.15)}{\left(\frac{1.2}{0.9} \right)^{2/7}}$$

$$= \frac{309.65}{1.085667} = 285.22 \text{ K}$$

$$= 12.07 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

QUESTO 2

lavoro durante compressione adiabatica

$$W = \Delta U = C_v \Delta T = \frac{5}{2} \cdot 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} (309.65 - 285.22) \text{ K}$$

$$= 507.775 \frac{\text{J}}{\text{mol}} = 0.508 \frac{\text{K J}}{\text{mol}}$$

QUESTO 3

Lavoro durante trasformazione isocora

$$Q = \Delta U = C_v \Delta T = \frac{5}{2} \cdot 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} (285.22 - 309.65) \text{ K}$$

$$= -507.775 \frac{\text{J}}{\text{mol}}$$

PROBLEMA B

QUESTÃO 4

$A = H_2O$; $B = \text{Meth}$; $T = 36^\circ C$

y_1, y_2
v
$x_1 = x_2 = 0.5$

$$\left\{ \begin{array}{l} p_{H_2O}^V = p_{H_2O}^L \\ p_{\text{METH}}^V = p_{\text{METH}}^L \end{array} \right.$$

$$y_i^V = y_i P \quad f_i^L = f_i x_i P_i^{\text{SAT}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y_1 P = f_1 x_1 P_1^{\text{SAT}} \\ y_2 P = f_2 x_2 P_2^{\text{SAT}} \end{array} \right.$$

$$(y_1 + y_2) P_b = f_1 x_1 P_1^{\text{SAT}} + f_2 x_2 P_2^{\text{SAT}}$$

$$P_b = \underbrace{f_1}_{\text{NOTA}} \underbrace{x_1}_{\text{NOTA}} \underbrace{P_1^{\text{SAT}}}_{\text{NOTA}} + \underbrace{f_2}_{\text{NOTA}} \underbrace{x_2}_{\text{NOTA}} \underbrace{P_2^{\text{SAT}}}_{\text{NOTA}}$$

$$P_1^{\text{SAT}} = 10 \quad \left(A - \frac{B}{T+C} \right)_{H_2O} \quad \left(8.07131 - \frac{1730.63}{25+233.926} \right) = 10$$

$$= 23.68641 \text{ mmHg}$$

$$P_2^{\text{SAT}} = 10 \quad \left(A - \frac{B}{T+C} \right)_{\text{METH}} \quad \left(8.08097 - \frac{1582.271}{25+239.726} \right) = 10$$

$$= 127.0445 \text{ mmHg}$$

$$\begin{aligned}
 P_b &= 1.2214 \cdot 0.5 \cdot 23.68641 + 1.2214 \cdot 0.5 \cdot 127.0495 \\
 &\quad | \quad 46529 \quad 58608 \\
 &= 14. \cancel{46529} + 77. \cancel{58608} \\
 &\quad | \quad 05137 \\
 &= 92. \cancel{05137} \text{ mm Hg}
 \end{aligned}$$

PROBLEMA C

QUESTO 5

$$\begin{aligned}
 c_{\text{NaCl}} &= \frac{\overline{P}}{\overline{RT}} = \frac{11.7 \text{ atm}}{0.0821 \frac{\text{L atm}}{\text{mol K}}, 309.95 \text{ K}} \\
 &= 0.459781 \frac{\text{mol}}{\text{L}}
 \end{aligned}$$

moi NaCl in 15 cl di H₂O =

$$= 0.459781 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \cdot 0.15 \text{ L} = 0.06896 \text{ mol}$$

PROBLEMA D

QUESTÃO 6

$$Re = \frac{\langle v \rangle d}{\mu} \quad \langle v \rangle = \frac{Q}{A}$$

$$Q = 1400 \frac{\text{mL}}{\text{h}} = \frac{1400}{3600} \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 0.388889 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$A = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \pi \left(\frac{5}{2} \cdot 10^{-3}\right)^2 = 19.63495 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\langle v \rangle = \frac{Q}{A} = \frac{0.388889 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}}{19.63495 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2} = 0.0198 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$Re = \frac{\langle v \rangle d \rho}{\mu} = \frac{0.0198 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot 1015 \text{ kg/m}^3}{3.4 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{m s}}} \\ = 29.55441$$

QUESTÃO 7

$$C_{\pi,2} = -\frac{\Delta p \pi}{2L} \quad \Delta p = \frac{8Q\mu L}{\pi \pi^4}$$

$$C_{\pi,2} = -\frac{4Q\mu}{\pi \pi^3} = \frac{-4 \cdot 0.388889 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \cdot 3.4 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{m s}}}{\pi (2.5 \cdot 10^{-3} \text{ m})^3}$$

$$= -\frac{5.28889 \cdot 10^{-9}}{4.908739 \cdot 10^{-8}} = -0.107444$$

QUESTO 8

$$\Delta P_1 = \frac{8 Q \mu L}{\pi r_1^4}$$

$$\Delta P_2 = \frac{8 Q \mu L}{\pi r_2^4}$$

$$\frac{\Delta P_1}{\Delta P_2} = \frac{\frac{1}{r_1^4}}{\frac{1}{r_2^4}} = \frac{r_2^4}{r_1^4} = \frac{(3.8 \cdot 10^{-3})^4}{(5 \cdot 10^{-3})^4}$$

$$= 0.336218$$

PROBLEMA E

QUESTO 9

$$V = \frac{\mu}{P} = \frac{4 \cdot S \cdot 10^{-3} \frac{Kg}{m s}}{1003 \frac{Kg}{m^3}} = 4.48654 \cdot 10^{-6} \frac{m^2}{s}$$

$$= 0.049 \frac{cm^2}{s}$$

$$K_m = \frac{0.646 \cdot D_s}{L} \left(\frac{R_v \cdot L}{V} \right)^{1/2} S_c^{-1/3}$$

$$= \frac{0.646 \cdot 5.2 \cdot 10^{-6} \frac{cm^2}{s}}{12 \text{ cm}} \left(\frac{10 \frac{cm}{s} \cdot 12 \text{ cm}}{0.049 \frac{cm^2}{s}} \right)^{1/2}$$

$$\cdot \left(\frac{0.049 \frac{cm^2}{s}}{5.2 \cdot 10^{-6} \frac{cm^2}{s}} \right)^{1/3} = 4.000000709$$

$$= 2.799333 \cdot 10^{-7} \cdot 49.48717 \cdot 21.1218 =$$

$$= 0.002926 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

QUESTO 10

$$K_m \left(C_s^{\infty} - C_s^{int} \right) = k C_s^{int}$$

$$C_s^{int} = \frac{k_m}{k + k_m} C_s^{\infty}$$

$$C_s^{\infty} = 2.5 \frac{\mu\text{mol}}{\text{L}} = 2.5 \cdot 10^{-6} \frac{\text{mol}}{\text{cm}^3}$$

$$C_s^{int} = \frac{2.926 \cdot 10^{-9} \frac{\text{cm}}{\text{s}}}{0.002 \frac{\text{cm}}{\text{s}} + 2.926 \cdot 10^{-9} \frac{\text{cm}}{\text{s}}} \cdot 2.5 \cdot 10^{-6} \frac{\text{mol}}{\text{cm}^3}$$

$$= 3.190701 \cdot 10^{-7}$$

$$= 0.319 \frac{\mu\text{mol}}{\text{cm}^3}$$

Simulazione Esame Ingegneria dei Sistemi Biologici

Esercizio A

Quesito 1:

Calcolare la pressione di rugiada di una miscela liquida di acqua e metanolo alla temperatura di 25° C dove la frazione molare d'acqua allo stato vapore è pari a $y_1=0.15$. I parametri A, B e C dell'equazione di Antoine per l'acqua valgono rispettivamente 8.07131, 1730.63 e 233.426. I parametri A, B, e C dell'equazione di Antoine per il metanolo valgono rispettivamente 8.08097, 1582.271, 239.726. Il coefficiente di attività è lo stesso per acqua e metanolo ed è pari a 1.241. Riportare la pressione di rugiada in KPa.

Risposta: 12.697 KPa

Esercizio B

Quesito 2:

In un laboratorio di biotecnologie mediche una bombola di O₂ (C_p dell'ossigeno = $\frac{7}{2}R$, peso molecolare dell'ossigeno 32), volume iniziale pari a 0.35 m³, pressione pari a 15 bar e temperatura pari a 37°C è collegata a degli incubatori per cellule e materiale biologico. La bombola viene parzialmente svuotata in condizioni isoterme per mezzo dell'apertura di una valvola affinchè l'ossigeno possa raggiungere i diversi incubatori.

Qual è la pressione finale all'interno della bombola se è stata svuotata fino a che le moli presenti nella bombola dopo lo svuotamento siano pari ad 1/3 di quelle iniziali? (in bar)

Risposta: 5 bar

Quesito 3:

Qual è la massa di O₂ all'interno della bombola dopo lo svuotamento in condizione isoterme? (in g)

Risposta: 2171.7 g

Quesito 4:

Prima del loro utilizzo le bombole di ossigeno vengono tenute in un magazzino alla temperatura di 4°C. Calcolare la pressione dell'ossigeno all'interno delle bombole in queste condizioni. (in MPa)

Risposta: 1.34 MPa

Esercizio C

Un fluido incomprimibile scorre in un condotto rettangolare (condotto 1) di larghezza pari a 0.014 m e altezza pari 0.75 cm, con una portata Q=2300 mm³/s. La viscosità del fluido è pari a $\mu=0.011$ g/cms e la sua densità è pari a $\rho=1058$ kg/m³.

Quesito 5:

Qual è lo shear stress alla parete $y=-h/2$ (in g/(cm s²)) ?

Risposta: 0.193 g/(cm s²)

Quesito 6

Sapendo che il fluido scorre con una velocità media pari a 2.5 cm/s, calcolare il numero di Reynold.

Risposta: 234.852

Quesito 7

Il condotto 1 è collegato ad un successivo condotto (condotto 2) rettangolare avente la stessa larghezza del condotto 1 e di altezza doppia a quella del primo condotto. Quanto vale la velocità media del fluido nel condotto 2 (in cm/s)?

Risposta: 1.095 cm/s

Esercizio D

Un dispositivo realizzato per misurare la quantità di un certo aminoacido (A) nel plasma è costituito da una superficie piatta di lunghezza 15 cm. Per effettuare le misurazioni il fluido contenente l'aminoacido viene fatto scorrere sopra la superficie. Le proprietà del fluido sono: viscosità cinematica $v=0.025 \text{ cm}^2/\text{s}$; coefficiente di diffusione $D_A=4.3*10^{-6} \text{ cm}^2/\text{s}$; concentrazione di A in entrata =2 mM; velocità media della soluzione=4 cm/s.

Quesito 8:

Calcolare il coefficiente di trasporto di materia medio su tutta la lunghezza della superficie catalitica. Il coefficiente di scambio di materia locale per un fluido laminare è dato dalla seguente reazione (in cm/s):

$$\frac{K_{loc} Z}{D_A} = 0.323 (Re_{loc})^{\frac{1}{2}} (Sc)^{\frac{1}{3}}$$

Risposta: 0.00016

Quesito 9:

Assumendo che la superficie catalitica operi con una cinetica enzimatica approssimabile ad una cinetica del primo ordine con $K=R_{MAX}/K_M=0.002 \text{ cm/s}$:

calcolare a concentrazione media di A in prossimità della superficie catalitica (in $\mu\text{mol}/\text{cm}^3$) nell'ipotesi di trasporto di materia limitante.

Risposta: 0.148 $\mu\text{mol}/\text{cm}^3$

Quesito 10:

calcolare la quantità di aminoacido che si lega all'enzima in 60 s (in $\mu\text{mol}/\text{cm}^2$).

Risposta: 0.0178

SOLUZIONI APPELLO 1

ESERCIZIO A

QUESTO 1

$$\begin{array}{l} 1 = \text{H}_2\text{O} \quad 2 = \text{NEM} \\ \\ \gamma_1 = 0.15 \\ \gamma_2 = 0.85 \\ \\ \hline x_1 = ? \\ x_2 = ? \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f_{\text{H}_2\text{O}}^{\vee} = f_{\text{H}_2\text{O}}^L \\ f_{\text{NEM}}^{\vee} = f_{\text{NEM}}^L \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 = \frac{\gamma_1 P}{f_1 P_1^{\text{SAT}}} \\ x_2 = \frac{\gamma_2 P}{f_2 P_2^{\text{SAT}}} \end{array} \right.$$

$$(x_1 + x_2) = \frac{\gamma_1 P}{f_1 P_1^{\text{SAT}}} + \frac{\gamma_2 P}{f_2 P_2^{\text{SAT}}}$$

$$P_r = \frac{1}{\frac{y_1}{f_1 P_1^{\text{SAT}}} + \frac{y_2}{f_2 P_2^{\text{SAT}}}}$$

$$P_1^{\text{SAT}} = 10 \left(A - \frac{B}{T+C} \right)_{\text{H}_2\text{O}} = \\ = 23.6864$$

$$P_2^{\text{SAT}} = 10 \left(A - \frac{B}{T+C} \right)_{\text{METH}} = \\ = 127.0445$$

$$P_r = \frac{1}{\frac{0.15}{1.241 \cdot 23.6864} + \frac{0.85}{1.241 \cdot 127.0445}} =$$

$$= \frac{1}{0.0051 + 0.0054} = 95.2381 \text{ mm Hg}$$

$$= 12.697 \text{ kPa}$$

ESERCIZIO B

QUESTO 2

$$P_1 V_1 = n_1 R T_1 \Rightarrow n_1 = \frac{P_1 V_1}{R T_1} = \frac{15.10^5 \text{ Pa} \cdot 0.35 \text{ m}^3}{8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \cdot 310.15^\circ\text{K}}$$

$$= 203.599 \text{ mol}$$

$$n_2 = \frac{1}{3} \cdot n_1 = \frac{1}{3} \cdot 203.599 \text{ mol} = 67.8666$$

$$P_2 = \frac{n_2 R T_2}{V_2} \Rightarrow V_1 = V_2 \quad \begin{array}{l} \text{LA BOMBA NON} \\ \text{CAMBIA VOLUME} \\ (\text{SISTEMA CHIUSO}) \end{array}$$

$$T_1 = T_2$$

$$P_2 = \frac{67.8666 \cdot 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \cdot 310.15^\circ\text{K}}{0.35 \text{ m}^3}$$

$$P_2 = 5 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 5 \text{ bar}$$

QUESTÃO 3

$$n_2 = \frac{\text{massa O}_2}{P_M} \Rightarrow \text{massa O}_2 = n_2 \cdot P_M =$$
$$= 67.8666 \cdot 32 = 2171.78$$

QUESTÃO 4

$$T = 277.15^\circ K$$

$$P = \frac{n_2 R T}{V} = \frac{203.599 \cdot 8.314 \frac{J}{mol K} \cdot 277.15^\circ K}{0.35 m^3}$$
$$V = V_1 = V_2 = 1.34 \text{ MPa}$$

ESERCIZIO C

QUESTO 5

$$Z_{y,x} = -\frac{\Delta P}{L} \gamma \Big|_{y=\frac{h}{2}} = \frac{\Delta P h}{2L} = \frac{6 \mu Q}{wh^2}$$

$$Q = 2.3 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

$$w = 1.4 \text{ cm}$$

$$h = 0.75 \text{ cm}$$

$$Z_{y,x} = \frac{6 \cdot 0.011 \frac{8}{\text{cm} \cdot \text{s}} \cdot 2.3 \frac{\text{cm}}{\text{s}}}{\left(1.4 \cdot (0.75)^2\right) \text{cm}^3}$$

$$\approx 0.1928 \frac{8}{\text{cm} \cdot \text{s}^2}$$

QUESTO 6

$$R_e \text{ in condotti} \text{ RETTANGOLARI} \Rightarrow \frac{P(v) D_h}{\mu}$$

$$D_w = \frac{2(w \cdot h)}{(w+h)} = \frac{2 \cdot (1.4 \cdot 0.75)}{(1.4 + 0.75)} = 0.9767 \text{ cm}$$

$$Re = \frac{1.058 \frac{8}{\text{cm}^3} \cdot 2.5 \frac{\text{cm}}{5} \cdot 0.9767 \text{ cm}}{0.011 \text{ g/cm s}}$$

$$= 234.852 < 2100 \text{ MOTO LAMINARE}$$

QUESTION 7

$$\langle v \rangle_1 = \frac{Q_1}{A_1}, \quad \langle v_2 \rangle = \frac{Q_2}{A_2} = \frac{Q_2}{w_2 h_2} = \frac{Q_1}{w_1 h_1} = \frac{Q_1}{w_2 h_1}$$

$$= \frac{2 \cdot 3 \frac{\text{cm}^3}{5}}{(1.4 \cdot 1.5) \text{cm}^2} = 1.0952 \frac{\text{cm}}{5}$$

ESERCIZIO D

QUESITO 8

$$\begin{aligned}
 k_m &= \frac{0.646}{L} \quad \left(\frac{(v) L}{\gamma} \right)^{1/2} S_c^{1/3} \\
 &= \frac{0.646 \cdot 4.3 \cdot 10^{-6} \frac{\text{cm}^2}{\text{s}}}{15 \text{ cm}} \left(\frac{4 \frac{\text{cm}}{\text{s}} \cdot 15 \text{ cm}}{0.025 \frac{\text{cm}^2}{\text{s}}} \right)^{1/2} \\
 &\quad \left(\frac{0.025 \frac{\text{cm}^2}{\text{s}}}{4.3 \cdot 10^{-6} \frac{\text{cm}^2}{\text{s}}} \right)^{1/3} = \\
 &= 1.8519 \cdot 10^{-7} \cdot 48.9898 \cdot 17.9814 \\
 &= 1.6313 \cdot 10^{-4} = 0.00016
 \end{aligned}$$

QUESTÃO 9

$$K_m \left(C_A^\infty - C_A^{INT} \right) = K C_A^{INT}$$

$$C_A^{INT} = \frac{K_m}{K + K_m} C_A^\infty$$

$$C_A^\infty = 2 \frac{\text{mmol}}{\text{L}} = 2 \cdot 10^{-6} \frac{\text{mol}}{\text{cm}^3}$$

$$C_A^{INT} = \frac{1.6 \cdot 10^{-4} \frac{\text{cm}}{\text{s}}}{0.002 \frac{\text{cm}}{\text{s}} + 1.6 \cdot 10^{-4} \frac{\text{cm}}{\text{s}}} \cdot 2 \cdot 10^{-6} \frac{\text{mol}}{\text{cm}^3}$$

$$= 0.0741 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \frac{\text{mol}}{\text{cm}^3} = 1.4815 \cdot 10^{-7} \frac{\text{mol}}{\text{cm}^3}$$

1

$= 0.148 \frac{\mu\text{mol}}{\text{cm}^3}$

QUESTÃO 10

$$K_C_A^{NT} \cdot t = 0.002 \frac{\text{cm}}{\text{s}} \cdot 0.148 \frac{\mu\text{mol}}{\text{cm}^3} \cdot 605$$
$$\downarrow$$
$$\approx 0.0178 \frac{\mu\text{mol}}{\text{cm}^2}$$

Esame di Ingegneria dei Sistemi Biologici Nome Cognome _____
Scritto numerico Matricola _____
Prof. Nicola Elvassore/Prof. O. Gagliano - Appello N. 4 del 06/02/2024- Canale 1/2

Esercizio A

In un laboratorio di biotecnologie, del materiale biologico è conservato in un contenitore con azoto liquido. L'apertura del contenitore, che avviene in un ambiente che si trova alla P di 1 bar e alla T di 26°C, comporta una perdita di un certo volume di azoto liquido che viene immediatamente convertito in vapore. La densità dell'azoto liquido è pari a 0.8 Kg/L. La massa molare dell'azoto è pari a 28 g/mol.

Quesito 1: Quante moli di azoto sono contenute in 1.5 L di azoto liquido? _____ [mol]

Quesito 2: Quale volume di gas corrisponde a una perdita di 1.5 L di azoto liquido? _____ [L]

Quesito 3: Qual è la densità dell'azoto allo stato vapore (a P e T indicate)? _____ [g/L]

Esercizio B:

In una soluzione di volume pari a 4 L sono disciolti 1230 g di glucosio (C₆H₁₂O₆). Peso molecolare del glucosio=180 u.

Quesito 4: Determinare la pressione osmotica della soluzione a T di 25°C: _____ [atm]

Esercizio C:

In una vena del diametro (d_{vena}) di 4 mm e lunga (L_{vena}) 10 cm scorre del sangue (densità sangue=1.056 g/cm³) con una velocità pari a 3 cm/s e una pressione pari a P=88 mmHg.

Nella vena viene infuso un farmaco (densità del farmaco= 1g/cm³) con una portata pari a $Q_{farmaco}=0.015$ cm³/s utilizzando un ago avente il diametro pari a $d_{ago}=0.8$ mm e lungo (L_{ago}) 3 cm .

Quesito 5: Calcolare la portata in massa del liquido composto da sangue + farmaco: _____ [g/s]

Quesito 6: Calcolare la densità del liquido composta da sangue + farmaco: _____ [g/cm³]

Quesito 7: Calcolare la velocità media del fluido composto da sangue + farmaco nella sezione della vena a valle dell'ago da cui viene perfuso il farmaco: _____ [cm/s]

Esercizio D:

Un dispositivo realizzato per misurare la quantità di un aminoacido (A) nel plasma è costituito da una superficie piatta di lunghezza 8 cm. Per effettuare le misurazioni il fluido contenente l'aminoacido viene fatto scorrere sopra la superficie. Le proprietà del fluido sono: viscosità cinematica 0.015 cm²/s; coefficiente di diffusione (D_A) $4.3 \cdot 10^{-6}$ cm²/s; concentrazione di A in entrata =3 mM; velocità media della soluzione 3 cm/s.

Quesito 8: Calcolare il coefficiente di trasporto di materia medio su tutta la lunghezza della superficie catalitica. Il coefficiente di scambio di materia locale per un fluido laminare è dato dalla seguente reazione (in cm/s): $\frac{K_{loc} z}{D_A} = 0.323 (Re_{loc})^{\frac{1}{2}} (Sc)^{\frac{1}{3}}$ _____ [cm/s]

Quesito 9:

Assumendo che la superficie catalitica operi con una cinetica enzimatica approssimabile ad una cinetica del primo ordine con $K=R_{MAX}/K_M=0.002$ (cm/s): calcolare a concentrazione media di A in prossimità della superficie catalitica (in) nell'ipotesi di trasporto di materia limitante.

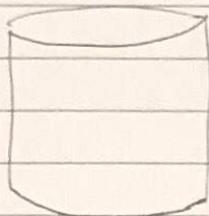
Quesito 10:

Calcolare la quantità di aminoacido che si lega all'enzima in 120 s. _____ [μmol/cm²]

APPELLO 4 AA 2022 - 2023

ESERCIZIO A

Quesito 1



$$T = 26^\circ C = 299.15 \text{ K}$$

$$P = 1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$$

PESO DI ACETO LIQUIDO $\rightarrow V^L = 1.5 \text{ L}$

$$\rho_{\text{aceto liquido}} = P^L = 0.8 \text{ kg/L}$$

$$= 0.8 \text{ g/cm}^3$$

$$\text{MASSA MOLARE ACETO} = M_{\text{aceto}} = 28 \text{ g/mol}$$

$$\text{RISULTATO} \quad n = \frac{m}{M_{\text{aceto}}} = \frac{\rho^L \cdot V}{M_{\text{aceto}}} \quad \begin{matrix} \text{VOLUME DI ACETO} \\ \text{LIQUIDO} \\ (1.5 \text{ L}) \end{matrix}$$

$$= \frac{0.8 \text{ g/cm}^3 \cdot 1500 \text{ cm}^3}{28 \text{ g/mol}} = 42.85714 \text{ mol}$$

Quesito 2

$$P = 1 \text{ bar}$$

$$PV = nRT \quad T = 26^\circ C$$

$$R = 8.314 \text{ J/molK}$$

\downarrow
mo molari contenute in
1,5 L di aceto liquido
Volume

allo stato gasoso

$$V_{\text{GAS}} = \frac{nRT}{P} = \frac{42.85714 \text{ mol} \cdot 8.314 \text{ J/molK}}{10^5 \text{ Pa}} \cdot 299.15 \text{ K}$$

$$= 1.065914 \text{ m}^3 = 1.065914 \text{ L}$$

Quinto 3

$$\rho_{\text{GAS}} = \frac{m}{V_{\text{GAS}}} = \frac{nM}{V_{\text{GAS}}} = \frac{42,85714 \text{ mol} \cdot 28 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{1065,91 \text{ L}}$$
$$= 1,125799 \text{ g/L}$$

ESERCIZIO B

Quinto 4

$$\frac{1230 \text{ g}}{180 \text{ g/mol}} = 6,8333 \text{ mol}$$

$$\frac{6,8333 \text{ mol}}{4 \text{ L}} = 1,708325 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$\pi = RTC = 0,0821 \frac{\text{L atm}}{\text{mol K}} \cdot 298,15^\circ\text{K} \cdot 1,708325 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$
$$= 41,81658 \text{ atm}$$

ESERCIZIO C

Quanto s

$$\dot{m}_{\text{SANGUE} + \text{FARMACO}} = \dot{m}_{\text{SANGUE}} + \dot{m}_{\text{FARMACO}}$$

$$\dot{m}_{\text{SANGUE}} = \rho_{\text{SANGUE}} \langle v_{\text{SANGUE}} \rangle A_{\text{VENA}}$$

$$= 1,056 \text{ g/cm}^3 \cdot 3 \frac{\text{cm}}{5} \cdot \pi \left(\frac{0.4}{2} \right)^2 \text{ cm}^2 \\ = 0,3981 \text{ g/s}$$

$$\dot{m}_{\text{FARMACO}} = \rho_{\text{FARMACO}} \langle v_{\text{FARMACO}} \rangle A_{\text{AGO}}$$

$$= \rho_{\text{FARMACO}} Q_{\text{FARMACO}} =$$

$$1 \text{ g/cm}^3 \cdot 0,015 \frac{\text{cm}^3}{5} = 0,015 \text{ g/s}$$

$$\dot{m}_{\text{SANGUE} + \text{FARMACO}} = (0,3981 + 0,015) \text{ g/s}$$

$$= 0,4131 \text{ g/s}$$

Questão 6

$$P_{SANGUE+FARMACO} = \left(\frac{\dot{M}_1}{M_3} P_{SANGUE} + \frac{\dot{M}_2}{M_3} P_{FARMACO} \right)$$

$$= \frac{0,3981}{0,4131} \cdot 1,056 \text{ g/cm}^3 + \frac{0,015}{0,4131} \cdot 1 \text{ g/cm}^3$$

$$= 1,017656 \text{ g/cm}^3 + 0,03631082 \text{ g/cm}^3$$

$$= 1,053967 \text{ g/cm}^3$$

Questão 7

$$\langle V_{SANGUE+FARMACO} \rangle = \frac{\dot{M}_{SANGUE+FARMACO}}{P_{SANGUE+FARMACO} - A_{VENA}}$$

deriva da

$$\dot{M}_{SANGUE+FARMACO} = P_{SANGUE} \cdot \langle V \rangle_{AVENA}$$

$$= \frac{0,4131 \text{ g/s}}{A \cdot 0,053967 \text{ g/cm}^3 \cdot \pi \left(\frac{0,4}{2}\right)^2 \text{ cm}^2} = 3,119021 \text{ cm}^{-3}$$

ESERCIZIO D

Quenito 8

$$K_m = \frac{0.646 D}{L} \left(\frac{v}{r} \right)^{1/2} S_c^{1/3}$$
$$= \frac{0.646 \cdot 4.3 \cdot 10^{-6} \frac{\text{cm}^2}{\text{s}}}{8 \text{ cm}} \cdot \left(\frac{3 \frac{\text{cm}}{\text{s}} \cdot 8 \text{ cm}}{0.015 \frac{\text{cm}^2}{\text{s}}} \right)^{1/2} \cdot \left(\frac{0.015 \frac{\text{cm}^2}{\text{s}}}{4.3 \cdot 10^{-6} \frac{\text{cm}^2}{\text{s}}} \right)^{1/3} =$$
$$= 3.4722 \cdot 10^{-7} \cdot 40 \cdot 15.166 M$$

$= 0.000210642 L$

Quenito 9

$$K_m (C_A^\infty - C_A^{\text{int}}) = K C_A^{\text{int}}$$

$$C_A^{\text{int}} = \frac{k_m}{k + k_m} C_A^\infty$$

$$C_A^\infty = 3 \frac{\text{mmol}}{\text{L}} = 3 \cdot 10^{-6} \frac{\text{mol}}{\text{cm}^3}$$

$$C_A^{NT} = \frac{2.106421 \cdot 10^{-4} \frac{\text{cm}}{\text{s}}}{0.002 \frac{\text{cm}}{\text{s}} + 2.106421 \cdot 10^{-4} \frac{\text{cm}}{\text{s}}} \cdot 3 \cdot 10^{-6} \frac{\text{mol}}{\text{cm}^3}$$

$$= 2.858564 \cdot 10^{-7} = 0.2858564 \frac{\mu\text{mol}}{\text{cm}^3}$$

Questão 10

$$K C_A^{NT} t = 0.002 \frac{\text{cm}}{\text{s}} \cdot 0.2858564 \frac{\mu\text{mol}}{\text{cm}^3} \cdot 120 \text{ s} = 0.06860854 \frac{\mu\text{mol}}{\text{cm}^2}$$