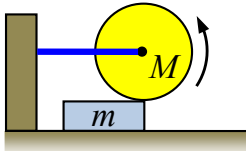


Cognome Nome Matricola

Problema 1



Un disco omogeneo di massa $M = 6$ kg ruota attorno al suo asse posto orizzontale (in verso antiorario in figura) grazie all'azione di un motore; l'asse di rotazione è attaccato all'estremo di una sbarretta rigida orizzontale di massa trascurabile vincolata all'altro estremo (vedi figura). Il disco è appoggiato sull'estremo di un blocchetto di sezione rettangolare di massa $m = 3.2$ kg e lunghezza $d = 0.45$ m; tra disco e blocchetto c'è attrito con coefficiente di attrito dinamico $\mu_{DB} = 0.15$. Il blocchetto giace su un piano

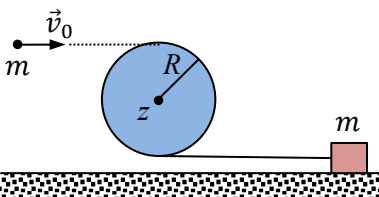
orizzontale e tra blocchetto e piano c'è attrito, con coefficiente di attrito statico e dinamico uguali e pari a μ_{BP} . Inizialmente, con il disco in rotazione, il blocchetto è fermo sul piano. Determinare:

- modulo e verso della tensione \vec{T} applicata dalla sbarretta nel centro del disco;
- il minimo valore $\mu_{BP,min}$ che deve avere il coefficiente di attrito statico tra blocchetto e piano affinché il blocchetto non si muova (NB la sbarretta non esercita alcuna forza verticale sul disco).

Nell'ipotesi che $\mu_{BP} = \frac{1}{2} \mu_{BP,min}$ e che il disco strisci sempre sul blocchetto (cioè non rotoli), determinare:

- il modulo v della velocità del blocchetto nell'istante in cui, dopo essere stato trascinato verso destra, si stacca dal disco.

Problema 2



Un disco sottile omogeneo di massa M e raggio $R = 0.22$ m è vincolato a ruotare senza attrito attorno al suo asse fisso orizzontale z . Attorno al disco è avvolto un filo inestensibile di massa trascurabile collegato all'estremo libero ad un punto materiale di massa $m = M/2$ appoggiato su un piano orizzontale scabro. Inizialmente il filo è teso parallelo al piano, la tensione del filo è nulla e il disco è fermo. Ad un certo istante, il disco viene colpito nel suo estremo superiore da un punto materiale di massa $m = M/2$ che si

muove con velocità orizzontale \vec{v}_0 nel piano del disco (vedi figura). Sapendo che il punto materiale si conficca nel disco, che il modulo della velocità angolare del sistema disco+proiettile subito dopo l'urto è $\omega = 5$ rad/s e che il sistema disco+proiettile compie $N = 1.5$ giri prima di fermarsi, determinare:

- il modulo α dell'accelerazione angolare del sistema disco+proiettile subito dopo l'urto.
- il coefficiente di attrito dinamico μ fra il piano e il punto materiale collegato al filo;
- il modulo v_0 della velocità del proiettile immediatamente prima dell'urto;
- l'energia E_{diss} dissipata nell'urto, sapendo che la massa del disco è $M = 1.3$ kg.

Problema 3

Un cilindro con pistone mobile ideale privo di attrito contiene $n = 5$ moli di un gas perfetto biatomico inizialmente all'equilibrio nello stato A in contatto termico con un serbatoio alla temperatura $T_A = 390$ K, che occupano il volume $V_A = 0.15$ m³. Mantenendo il contatto termico con il serbatoio, il gas viene espanso in modo molto lento e graduale fino allo stato B, alla pressione $p_B = 8 \cdot 10^4$ Pa. Per mezzo di un opportuno sistema esterno agente sul pistone che mantiene costante la pressione del gas, questo viene poi compresso sempre in modo molto lento e graduale fino allo stato C alla temperatura T_C , e durante questa trasformazione il gas cede un calore $Q_{BC} = -1.8 \cdot 10^4$ J. Successivamente, messo in contatto termico con un serbatoio alla temperatura T_C , il gas viene nuovamente espanso in modo molto lento e graduale fino a raggiungere lo stato D, in cui occupa lo stesso volume che aveva nello stato A. Infine, il gas è messo in contatto termico con il serbatoio a temperatura T_A , e ritorna nello stato iniziale. Disegnare il ciclo nel piano di Clapeyron e determinare:

- il volume V_C occupato dal gas nello stato C;
- il lavoro W_{ciclo} fatto dal gas nel ciclo;
- la variazione $\Delta S_{U,ciclo}$ di entropia dell'universo nel ciclo.

Soluzioni

Problema 1

- a) Il disco è soggetto ad una forza di attrito dinamico, dovuta allo strisciamento sul blocchetto, che tende a spostarlo verso sinistra (e, per la terza legge di Newton, il blocchetto risente di una forza uguale e contraria verso destra). Orientando il verso positivo dell'asse orizzontale verso destra e considerando solo le forze orizzontali, si ottiene:

$$\vec{T} + \vec{f}_{ad} = 0 \Rightarrow T - \mu_{DB} Mg \Rightarrow T = \mu_{DB} Mg = 8.83 \text{ N}; \text{ positiva, quindi orientata verso destra}$$

$$b) f_{ad} - f_{as} = 0 \Rightarrow f_{as} = f_{ad} = \mu_{DB} Mg \leq f_{as,max} = \mu_{BP}(m + M)g \Rightarrow \mu_{BP} \geq \frac{\mu_{DB} M}{m + M} = \mu_{BP,min} = 0.1$$

$$c) f_{ad,DB} - f_{ad,BP} = ma \Rightarrow a = \frac{1}{m} \left[\mu_{DB} Mg - \frac{1}{2} \mu_{BP,min} (m + M)g \right] = \frac{1}{2} \mu_{DB} \frac{M}{m} g = 1.38 \text{ m/s}^2;$$

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2ad} = \sqrt{\frac{M}{m} \mu_{DB} g d} = 1.11 \text{ m/s}$$

Problema 2

$$a) \omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha\Delta\theta \Rightarrow 0 = \omega^2 + 2\alpha \cdot 2\pi N \Rightarrow \alpha = -\frac{\omega^2}{4\pi N} \Rightarrow |\alpha| = \left| -\frac{\omega^2}{4\pi N} \right| = 1.33 \text{ rad/s}^2$$

$$\text{oppure } W_{disco} = \Delta E_{k,disco} \Rightarrow \int M_z d\theta = -E_{k,i} \Rightarrow I_z \alpha \Delta\theta = -\frac{1}{2} I'_z \omega^2 \Rightarrow \alpha = -\frac{\omega^2}{2 \cdot 2\pi N}$$

- b) Posto come positivo il verso dell'asse orizzontale verso sinistra in figura:

$$\begin{cases} -RT = I'_z \alpha \\ T - \mu mg = ma = m\alpha R \end{cases} \Rightarrow -\mu mg R = I'_z \alpha + m\alpha R^2 \Rightarrow \mu = -\frac{I'_z + mR^2}{mgR} \alpha = \frac{3\omega^2 R}{4\pi N g} = 0.089$$

$$\text{oppure } W_{nc} = \Delta E_m = \Delta E_k \Rightarrow -\mu mg \cdot 2\pi R N = 0 - \left(\frac{1}{2} I'_z \omega^2 + \frac{1}{2} m v'^2 \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\mu \frac{M}{2} g \cdot 2\pi R N = -\left(\frac{1}{2} M R^2 \omega^2 + \frac{1}{2} \frac{M}{2} (\omega R)^2 \right) \Rightarrow \mu = \frac{3\omega^2 R}{4\pi N g}$$

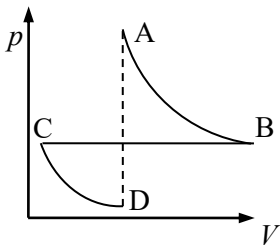
$$c) L_z = \text{cost} \Rightarrow \vec{R} \times m\vec{v}_0 = I'_z \vec{\omega} + \vec{r} \times m\vec{v}' \Rightarrow R m v_0 = \left(\frac{1}{2} M R^2 + m R^2 \right) \omega + R m (\omega R) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_0 = \frac{\omega \left[\left(\frac{1}{2} M R^2 + m R^2 \right) + m R^2 \right]}{m R} = 3\omega R = 3.3 \text{ m/s}$$

$$d) E_{diss} = |E_{k,f} - E_{k,i}| = \left| \left(\frac{1}{2} I'_z \omega^2 + \frac{1}{2} m v'^2 \right) - \frac{1}{2} m v_0^2 \right| = \left| \left[\frac{1}{2} (M R^2) \omega^2 + \frac{1}{2} \frac{M}{2} (\omega R)^2 \right] - \frac{1}{2} \frac{M}{2} 9\omega^2 R^2 \right| =$$

$$= \left| \frac{3}{4} M \omega^2 R^2 - \frac{9}{4} M \omega^2 R^2 \right| = \frac{3}{2} M \omega^2 R^2 = 2.2 \text{ J}$$

Problema 3



$$a) Q_{BC} = n c_p (T_C - T_B) \Rightarrow T_C = T_A + \frac{Q_{BC}}{n c_p} = 266 \text{ K}; V_C = \frac{n R T_C}{p_B} = 0.138 \text{ m}^3$$

$$b) V_B = \frac{n R T_A}{p_B} = 0.203 \text{ m}^3; W_{ciclo} = Q_{ciclo} = Q_{AB+BC+CD+DA} =$$

$$= n R T_A \ln \frac{V_B}{V_A} + Q_{BC} + n R T_C \ln \frac{V_A}{V_C} + n c_V (T_A - T_D) = 628 \text{ J}$$

$$\text{oppure } W_{ciclo} = W_{AB+BC+CD+DA} = n R T_A \ln \frac{V_B}{V_A} + n R (T_C - T_B) + n R T_C \ln \frac{V_D}{V_C}$$

$$c) \Delta S_{U,ciclo} = \Delta S_{U,DA} = \Delta S_{gas,DA} + \Delta S_{amb,DA} = n c_V \ln \frac{T_A}{T_C} + \frac{-Q_{DA}}{T_A} = 6.69 \text{ J/K}$$

$$\text{oppure } \Delta S_{U,ciclo} = \Delta S_{amb,ciclo} = \Delta S_{amb,AB+CD+DA} - \Delta S_{gas,BC} = -\frac{Q_{AB}}{T_A} - \frac{Q_{CD}}{T_C} - \frac{Q_{DA}}{T_A} - n c_p \ln \frac{T_C}{T_B}$$