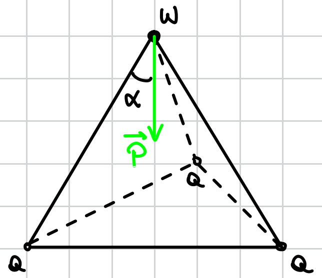
SIMULAZIONE

ESERCIZIO 1

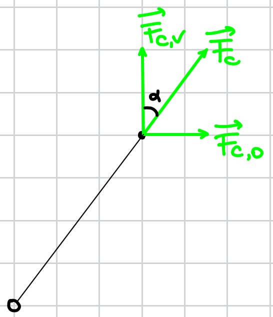
cariche $Q = +5\,nC = +5 \cdot 10^{-9}\,C$ $\quad d = 15\,mm = 15 \cdot 10^{-3}\,m$ $\quad m = 2g = 2 \cdot 10^{-3}\,kg$ $\quad \alpha = 36{,}26°$



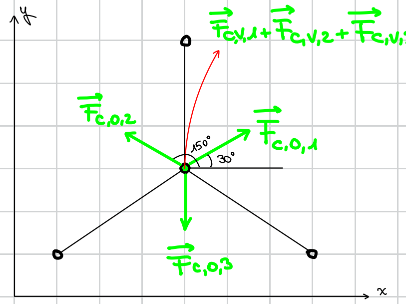
La carica W è sottoposta alla forza peso, rivolta verso il basso. Per rimanere in quella posizione, quindi le cariche Q devono agire sulla carica W con una forza repulsiva.

$\Rightarrow W > 0$

Osservo il problema solo per una carica:



Osservo il problema dall'alto



$\vec{F}_{c,v,1} + \vec{F}_{c,v,2} + \vec{F}_{c,v,3} = 3\vec{F}_{c,v}$ dato che le cariche sono uguali.

$$F_c = k\frac{QW}{d^2} \quad \Rightarrow F_{c,v} = k\frac{QW}{d^2}\cos\alpha$$

$$\Rightarrow F_{c,o} = k\frac{QW}{d^2}\sin\alpha$$

Noto che la forza verticale complessiva è pari a:

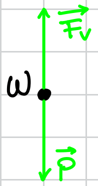
$$F_v = 3F_{c,v} = 3k\frac{QW}{d^2}\cos\alpha$$

Nel piano orizzontale noto che le forze si annullano:

- lungo x: $F_{c,o,x} = F_{c,o,1,x} + F_{c,o,2,x} + \cancel{F_{c,o,3,x}}$
  $= F_{c,o,1}\cos(30°) + F_{c,o,2}\cos(150°)$
  $= F_{c,o}\cos(30°) + F_{c,o}\cos(150°)$
  $= \frac{\sqrt{3}}{2}k\frac{QW}{d^2} - \frac{\sqrt{3}}{2}k\frac{QW}{d^2} = 0$

- lungo y: $F_{c,o,y} = F_{c,o,1,y} + F_{c,o,2,y} + F_{c,o,3,y}$
  $= F_{c,o,1}\sin(30°) + F_{c,o,2}\sin(150°) + F_{c,o,3}\sin(-90°)$
  $= F_{c,o}\sin(30°) + F_{c,o}\sin(150°) + F_{c,o}\sin(-90°)$
  $= \frac{1}{2}k\frac{QW}{d^2} + \frac{1}{2}k\frac{QW}{d^2} - k\frac{QW}{d^2} = 0$

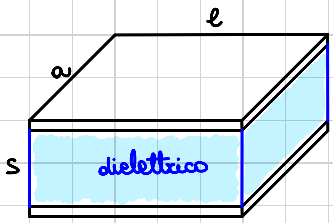
Quindi la forza di Coulomb risultante è solo verticale e vale $F_v = 3k\frac{QW}{d^2}\cos\alpha$



$$\vec{F_v}+\vec{P}=0 \iff F_v - P = 0$$

$$\iff F_v = P \iff 3k\frac{Qw}{d^2}\cos\alpha = mg \iff w = \frac{mgd^2}{3kQ\cos\alpha} = +40{,}6\ mC$$

Esercizio 2



$U = 15\,mJ$ $\quad \varepsilon_r = 4{,}7 \quad E_m = 10^7\ V/m \quad E = \frac{E_m}{2}$

$s = 0{,}5\,mm = 5\cdot 10^{-4}\,m, \quad a = 180\,mm = 0{,}18\,m$

Ricordo che la densità di energia immagazzinata è il rapporto tra l'energia immagazzinata e il volume del condensatore:

$$\begin{cases} u = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r\left(\frac{E_m}{2}\right)^2 \\ u = \frac{U}{V} = \frac{U}{s\cdot A} = \frac{U}{s\cdot a\cdot l} \end{cases} \iff \frac{1}{8}\varepsilon_0\varepsilon_r E_m^2 = \frac{U}{sal} \iff l = \frac{8U}{sa\varepsilon_0\varepsilon_r E_m^2} = 320{,}56\ mm$$

Analogamente: $l' = \frac{8U}{sa\varepsilon_0 E_m^2} = \frac{8U}{sa\varepsilon_0\varepsilon_r E_m^2}\cdot\varepsilon_r = \varepsilon_r\cdot l = 1{,}507\ m$

Esercizio 3

$l = 40\,mm = 0{,}04\,m \qquad E_r = 550\ V/m \qquad E_f = 350\ V/m$

flusso sulle facce laterali pari a 0, in quanto non c'è nessun campo elettrico che le attraversa.

Faccia frontale: $\Phi_f = \int_A \vec{E}\cdot\hat{n}\,dA =$ (campo uniforme) $= \vec{E_f}\cdot A\hat{n} = -E_f\cdot l^2$

Faccia del retro: $\Phi_r = \vec{E_r}\cdot A\hat{n} = -E_r l^2$

$$\Phi(\vec{E}) = \cancel{\Phi_l} + \Phi_r + \Phi_f = (E_r - E_f)l^2$$

$\Phi(\vec{E}) = \frac{Q}{\varepsilon_0}$ per la legge di Gauß

$$\Rightarrow \frac{Q}{\varepsilon_0} = (E_f - E_r)l^2 \iff Q = (E_r - E_f)l^2\varepsilon_0 = -2{,}832\cdot 10^{-12}\,C$$

Esercizio 4

$L = 300\,m \qquad \rho_i = 1{,}72\cdot 10^{-8}\,\Omega m \qquad x = 1{,}5\,mm = 1{,}5\cdot 10^{-3}\,m \qquad \Delta V = 7V \qquad i_i = i_e$

La parte centrale è assimilabile ad un filo:

$$R_i = \rho_i \frac{\ell}{A_i} = \rho_i \frac{\ell}{\pi x^2} \Rightarrow i_i = \frac{\Delta V}{R_i} = \frac{\pi x^2 \Delta V}{\rho_i \ell}$$

La corrente è uguale per la parte esterna

$$i_e = i_i = \frac{\Delta V}{R_e} \Rightarrow \frac{\Delta V}{R_e} = \frac{\pi x^2 \Delta V}{\rho_i \ell}$$

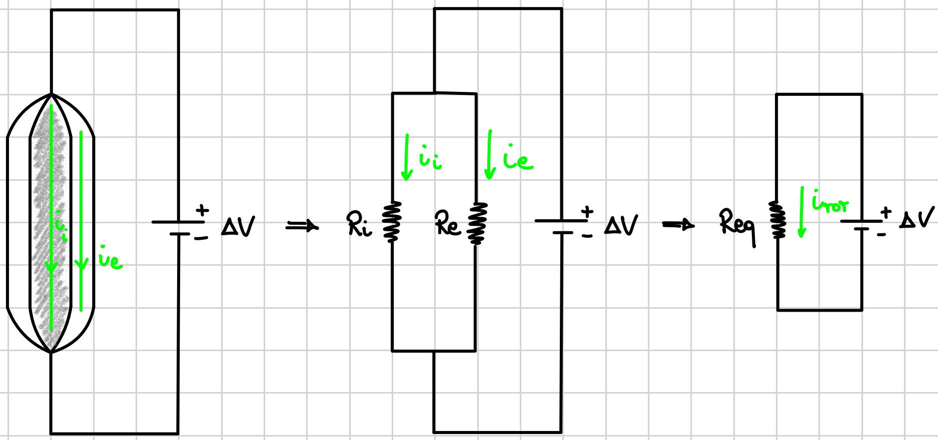
$$\Leftrightarrow \frac{1}{\rho_e \frac{\ell}{A_e}} = \frac{\pi x^2}{\rho_i \ell} \Leftrightarrow \frac{\pi((2x)^2 - x^2)}{\rho_e} = \frac{\pi x^2}{\rho_i} \Leftrightarrow \frac{3x^2}{\rho_e} = \frac{x^2}{\rho_i} \Leftrightarrow \rho_e = 3\rho_i = 5,16 \cdot 10^{-8}\ \Omega m$$

Avendo trovato $i_i = \frac{\pi x^2 \Delta V}{\rho_i \ell}$, allora $i_i = 9,59\,A$

Per capire il valore effettivo della corrente nella sezione, bisogna capire se i due materiali siano in serie (quindi $i_{TOT} = i_i = i_e$) o in parallelo (quindi $i_{TOT} = i_i + i_e = 2i_i = 2i_e$).

Faccio fatica a pensare i due materiali in serie, in quanto bisognerebbe avere una corrente entrante in un materiale e trasmessa poi all'altro, ma in questo caso non si avrebbe nemmeno la stessa ΔV ai capi di entrambi i materiali, in quanto la resistenza è diversa.

Se fossero in parallelo, allora è plausibile la stessa caduta di potenziale.



$$\Rightarrow i_{TOT} = 2i_i = 19,18\,A$$