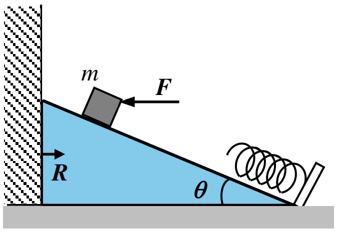
Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica - Canale 1 (Prof. G. Naletto)
Prova scritta di Fisica Generale 1 - Padova, 30 agosto 2024

Cognome .... Nome .... Matricola ....

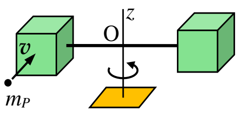
Problema 1



Un corpo di massa $m = 3$ kg è posto su un piano liscio inclinato di un angolo $\theta = 30°$ rispetto all'orizzontale; all'estremità inferiore del piano inclinato è fissata una molla ideale di costante elastica $k = 2500$ N/m parallela al piano inclinato stesso. Il piano inclinato poggia sul suolo orizzontale liscio ed è appoggiato ad una parete verticale che ne impedisce lo spostamento orizzontale (verso sinistra in figura). Il corpo è inizialmente tenuto fermo da una forza orizzontale $\vec{F}$, che si toglie ad un certo istante. Il corpo percorre un tratto di lunghezza $\ell = 1.2$ m lungo il piano inclinato prima di fermarsi istantaneamente comprimendo la molla. Determinare:

a) il modulo N della reazione normale al piano inclinato mentre il corpo è tenuto fermo;
b) la massima compressione Δx_{max} della molla durante la discesa del corpo;
c) il modulo R della reazione vincolare orizzontale esercitata dalla parete verticale sul piano inclinato mentre il corpo scende lungo il piano inclinato stesso prima di toccare la molla.

Problema 2



Un corpo rigido è costituito da una sbarretta sottile omogenea di lunghezza 3ℓ, centro O e massa $m_S = \frac{8}{9} m_C$ e due cubi identici omogenei di massa $m_C = 1.8$ kg e spigolo ℓ: i due cubi sono attaccati agli estremi della sbarretta sul centro di una delle loro facce e la linea che congiunge i centri dei due cubi contiene la sbarretta stessa. Il corpo può ruotare senza attrito attorno ad un asse fisso z, verticale passante per O, mantenendo la sbarretta orizzontale; il suo momento di inerzia rispetto all'asse z è $I_z = 1.76$ kgm^2. Inizialmente il corpo è fermo; poi, tramite l'applicazione di un momento esterno di modulo costante $M_O = 0.25$ Nm sull'asse z, il corpo inizia a ruotare. Determinare:

a) la lunghezza ℓ dello spigolo dei cubi;
b) il modulo ω della velocità angolare del corpo quando ha ruotato di un angolo $\Delta\theta = 10\pi$;
c) il lavoro W compiuto dal momento esterno fino a quell'istante.

Nell'istante in cui il sistema è ruotato di $\Delta\theta$, uno dei cubi viene urtato in modo completamente anelastico da un proiettile di dimensioni trascurabili, massa $m_P = m_C/4$ e velocità orizzontale di modulo $v = 1.2$ m/s orientata perpendicolarmente alla sbarretta e con verso opposto alla velocità istantanea del cubo stesso. Nell'urto il proiettile si ferma al centro del cubo. Calcolare:

d) il modulo ω' della velocità angolare del sistema immediatamente dopo l'urto.

Problema 3

Una macchina termica lavora scambiando calore con una massa di stagno al punto di solidificazione (temperatura di solidificazione dello stagno $T_{sn} = 505$ K, calore latente di solidificazione dello stagno $\lambda_{sn} = 6 \cdot 10^4$ J/kg) ed una massa di ghiaccio al suo punto di fusione (temperatura di fusione del ghiaccio $T_g = 273.15$ K, calore latente di fusione del ghiaccio $\lambda_g = 3.3 \cdot 10^5$ J/kg). Ad ogni ciclo solidifica una massa $m_{sn} = 0.07$ kg di stagno, fonde una massa m_g di ghiaccio e con il lavoro prodotto si comprimono in modo isotermo reversibile $n = 10$ moli di gas ideale alla temperatura $T = 300$ K, riducendone il volume del 3% ($V_f/V_i = 0.97$). Determinare:

a) la massa m_g di ghiaccio che fonde ad ogni ciclo;
b) la variazione ΔS_U di entropia dell'universo per ogni ciclo della macchina.
c) il rapporto $\left(V_f/V_i\right)_{rev}$ che si sarebbe potuto ottenere usando una macchina reversibile operante tra gli stessi serbatoi e dimensionata in modo tale da assorbire ad ogni ciclo lo stesso quantitativo di calore della prima macchina.

Soluzioni

Problema 1

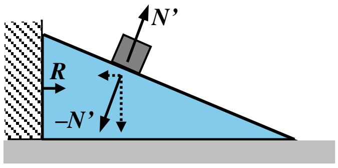
a) La condizione di staticità è $m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F} = 0$. Si possono porre gli assi del sistema di riferimento orizzontale e verticale, oppure parallelo e perpendicolare al piano inclinato. Nel primo caso:

$$\begin{cases} N\sin\theta - F = 0 \\ -mg + N\cos\theta = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N = \dfrac{mg}{\cos\theta} = 34\ \text{N} \\ F = N\sin\theta = mg\tan\theta \end{cases}$$

Nel secondo caso:

$$\begin{cases} mg\sin\theta - F\cos\theta = 0 \\ -mg\cos\theta + N - F\sin\theta = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F = mg\tan\theta \\ N = F\sin\theta + mg\cos\theta = \dfrac{mg}{\cos\theta} \end{cases}$$

b) $E_m = \text{cost} \quad \Rightarrow \quad mg\ell\sin\theta = \dfrac{1}{2}k\Delta x_{max}^2 \quad \Rightarrow \quad \Delta x_{max} = \sqrt{\dfrac{2mg\ell\sin\theta}{k}} = 0.12\ \text{m}$



c) $R = N'\sin\theta = mg\cos\theta\sin\theta = 12.7\ \text{N}$

Problema 2

a) $I_z = 2\left(\dfrac{1}{6}m_C\ell^2 + m_C(2\ell)^2\right) + \dfrac{1}{12}m_S(3\ell)^2 = \dfrac{25}{3}m_C\ell^2 + \dfrac{2}{3}m_C\ell^2 = 9m_C\ell^2 \quad \Rightarrow \quad \ell = \dfrac{1}{3}\sqrt{\dfrac{I_z}{m_C}} = 0.33\ \text{m}$

b) $M_O = I_z\alpha \quad \Rightarrow \quad \alpha = \dfrac{M_O}{I_z}; \quad \omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\Delta\theta \quad \Rightarrow \quad \omega = \sqrt{2\alpha\Delta\theta} = \sqrt{20\pi\dfrac{M_O}{I_z}} = 2.98\ \text{rad/s}$

c) $W = M_O\Delta\theta = 10\pi M_O = 7.85\ \text{J} \quad$ oppure $\quad W = \Delta E_k = \dfrac{1}{2}I_z\omega^2 = 10\pi M_O$

d) $I'_z = I_z + m_P(2\ell)^2 = 9m_C\ell^2 + \dfrac{m_C}{4}4\ell^2 = 10m_C\ell^2; \quad \vec{L}_O = \text{cost} \quad \Rightarrow$

$$I_z\vec{\omega} + \overrightarrow{OC} \times m_P\vec{v} = I'_z\vec{\omega}' \quad \Rightarrow \quad 9m_C\ell^2\omega - 2\ell\frac{m_C}{4}v = 10m_C\ell^2\omega' \quad \Rightarrow \quad \omega' = \frac{9}{10}\omega - \frac{v}{20\ell} = 2.5\ \text{rad/s}$$

Problema 3

a) $W = Q_{ass} + Q_{ced} \quad \Rightarrow \quad -nRT\ln\dfrac{V_f}{V_i} = m_{sn}\lambda_{sn} - m_g\lambda_g \quad \Rightarrow \quad m_g = \dfrac{m_{sn}\lambda_{sn} + nRT\ln\dfrac{V_f}{V_i}}{\lambda_g} = 0.010\ \text{kg}$

b) $\Delta S_U = \Delta S_{amb} = \Delta S_{sn} + \Delta S_g = \dfrac{-m_{sn}\lambda_{sn}}{T_{sn}} + \dfrac{m_g\lambda_g}{T_g} = 4.3\ \text{J/K}$

c) $\eta_{rev} = 1 - \dfrac{T_g}{T_{sn}} = \dfrac{W_{rev}}{Q_{ass}} = \dfrac{-nRT\ln\left(\dfrac{V_f}{V_i}\right)_{rev}}{m_{sn}\lambda_{sn}} \quad \Rightarrow \quad \left(\dfrac{V_f}{V_i}\right)_{rev} = exp\left(\dfrac{-m_{sn}\lambda_{sn}\left(1 - \dfrac{T_g}{T_{sn}}\right)}{nRT}\right) = 0.926$

oppure $\dfrac{Q_{ass}}{T_{sn}} + \dfrac{Q'_{ced}}{T_g} = 0; \quad W_{rev} = Q_{ass} + Q'_{ced} = Q_{ass}\left(1 - \dfrac{T_g}{T_{sn}}\right) = -nRT\ln\left(\dfrac{V_f}{V_i}\right)_{rev}$

oppure $E_{IN} = W_{rev} - W = T_g\Delta S_U \quad \Rightarrow \quad W_{rev} = -nRT\ln\left(\dfrac{V_f}{V_i}\right) + T_g\Delta S_U = -nRT\ln\left(\dfrac{V_f}{V_i}\right)_{rev}$

$$\Rightarrow \quad nRT\ln\left[\left(\frac{V_f}{V_i}\right)_{rev} \Big/ \left(\frac{V_f}{V_i}\right)\right] = -T_g\Delta S_U \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{V_f}{V_i}\right)_{rev} = \left(\frac{V_f}{V_i}\right) exp\left(\frac{-T_g\Delta S_U}{nRT}\right) = 0.926$$