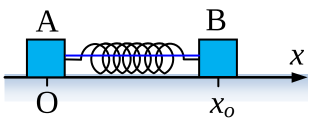
Corsi di Laurea in Ingegneria Biomedica, Elettronica, Informatica e dell'Informazione
Canale 3 (Prof. G. Naletto)
Prova scritta di Fisica Generale 1 - Padova, 7 Luglio 2016

Cognome .... Nome .... Matricola ....

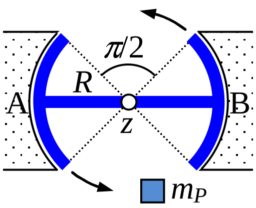
Problema 1



Due corpi A e B aventi massa rispettivamente $m_A = 1.5$ kg e $m_B = 2.5$ kg sono appoggiati su un piano orizzontale liscio, collegati da una molla ideale orizzontale di costante elastica $k = 350$ N/m e lunghezza di riposo $x_o = 0.3$ m. Inizialmente i due corpi sono fermi rispetto al piano, con A posto nell'origine di un asse orientato x ($x_{oA} = 0$) e con B alla coordinata $x_{oB} = x_o$. I due corpi sono anche collegati tra loro da una fune sottile coassiale alla molla di massa trascurabile inizialmente non tesa la cui tensione di rottura è pari a $T_{rott} = 50$ N. Ad un certo istante, per mezzo di un motore interno, si "tira" la fune e si riduce molto lentamente la distanza tra i due corpi finché ad un certo punto la fune si rompe. Assumendo come trascurabili la velocità e l'accelerazione dei corpi nell'istante in cui la fune si rompe, determinare:

a) il valore Δx_{rott} della compressione della molla nell'istante in cui la fune si rompe;
b) la velocità relativa v_{BA} di B rispetto ad A quando i due corpi sono nuovamente separati della distanza x_o per la prima volta dopo la rottura della fune;
c) la coordinata x'_A del corpo A nell'istante in cui la molla raggiunge il massimo allungamento.

Problema 2



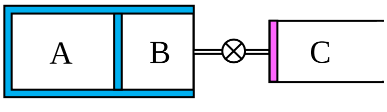
La porta dell'ingresso di un hotel è un "tornello" rotante con una forma, se vista dall'alto, simile ad una "H" (vedi figura). Essa è costituita da una lastra rettangolare (AB in figura) di massa m_{AB} e base AB = $2R$ con $R = 1.5$ m che può ruotare attorno al suo asse verticale z; altre due lastre la cui forma è quella di una sezione di superficie laterale cilindrica con asse z, raggio R e angolo sotteso al centro pari a $\pi/2$ avente ciascuna una massa $m_C = 100$ kg, sono rigidamente collegate in modo simmetrico agli spigoli A e B della lastra centrale. Al passaggio di un ospite, una fotocellula aziona un motore che mette in rotazione la porta applicando sull'asse un momento iniziale pari a $M_o = 700$ Nm. La porta ruota con accelerazione angolare costante per un angolo $\pi/4$; poi, con continuità, a seguito di una variazione del momento del motore, con velocità angolare costante per un angolo $3\pi/2$; infine, cambiando ancora il momento, decelera con accelerazione angolare costante per un altro angolo $\pi/4$ fino a fermarsi. Durante il suo movimento, la porta è soggetta ad un momento di attrito costante di modulo pari a $M_{att} = 25$ Nm. Sapendo che il momento di inerzia della porta rispetto all'asse z è $I_z = 550$ kgm^2, determinare:

a) la massa m_{AB} della lastra rettangolare AB;
b) il modulo ω della velocità angolare costante con cui ruota la porta alla fine della fase di accelerazione;
c) il lavoro W fatto dal motore per una rotazione pari a 2π (NB: si assuma che il motore compia e subisca lavoro).

Mentre ruota a velocità angolare costante, la porta urta in modo completamente anelastico contro un pacco di massa $m_P = 15$ kg lasciato per terra a distanza R da z e il cui coefficiente di attrito con il pavimento è $\mu = 0.12$. Determinare:

d) il modulo ω' della velocità angolare con cui ruota la porta un istante dopo l'impatto con il pacco;
e) di quanto deve aumentare il momento del motore per mantenere costante (a ω') la velocità angolare della porta.

Problema 3



Un cilindro chiuso di sezione $S = 0.1$ m^2 e altezza $h = 0.5$ m ha tutte le pareti adiabatiche tranne una delle due basi che è diatermica. Il cilindro è diviso in due parti A e B (che include la base diatermica) da un setto adiabatico di massa trascurabile e libero di muoversi senza attrito lungo l'asse del cilindro. In A ci sono $n_A = 2.5$ moli di un gas perfetto monoatomico, mentre in B ci sono $n_B = 1$ moli di un gas perfetto in contatto termico con l'ambiente. La porzione B del cilindro è collegata tramite un capillare di volume trascurabile ad un altro cilindro diatermico immerso nell'ambiente e chiuso da un pistone di massa trascurabile e libero di muoversi senza attrito lungo l'asse del cilindro; inizialmente il pistone è appoggiato alla base del cilindro (che quindi è "vuoto"). Sul capillare è inserita una valvola di sovrappressione, inizialmente bloccata, che si apre solo quando la pressione in B è maggiore di quella in C. Inizialmente il sistema è in equilibrio, con il gas in A alla temperatura $T_{oA} = 350$ K e alla pressione $p_{oA} = 1.95 \cdot 10^5$ Pa, poi si sblocca la valvola ed il gas inizia a fluire in C. Sapendo che la pressione ambiente è pari a $p_{amb} = 10^5$ Pa e considerando reversibile la trasformazione del gas in A, determinare:

a) la temperatura T_{amb} dell'ambiente;
b) il volume V_C occupato dal gas nel cilindro C alla fine dell'espansione;
c) la variazione ΔS_U di entropia dell'universo nella trasformazione.

Problema 1

a) $T_{rott} = -k\Delta x_{rott} \quad \Rightarrow \quad \Delta x_{rott} = -\frac{T_{rott}}{k} = -0.143\,\text{m}$

b) Il sistema è isolato: si conservano quantità di moto (nulla, perché il sistema è inizialmente fermo) ed energia.

$$\begin{cases} m_A v_A + m_B v_B = 0 \\ \frac{1}{2}k\Delta x_{rott}^2 = \frac{1}{2}m_A v_A^2 + \frac{1}{2}m_B v_B^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_A = -\frac{m_B}{m_A}v_B \\ k\Delta x_{rott}^2 = \frac{m_B^2}{m_A}v_B^2 + m_B v_B^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_A = -\left|\Delta x_{rott}\right|\sqrt{\frac{km_B}{m_A(m_A+m_B)}} \\ v_B = \left|\Delta x_{rott}\right|\sqrt{\frac{km_A}{m_B(m_A+m_B)}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad v_{BA} = v_B - v_A = \left|\Delta x_{rott}\right|\sqrt{\frac{k}{m_A+m_B}}\left(\sqrt{\frac{m_A}{m_B}} + \sqrt{\frac{m_B}{m_A}}\right) = 2.76\,\text{m/s}$$

c) La posizione del CM rimane costante. Inoltre, per la conservazione dell'energia, considerando che nel punto di massima estensione della molla i corpi sono istantaneamente fermi, $\Delta x_{max} = -\Delta x_{rott}$.

$$x_{CM,o} = \frac{m_A x_{oA} + m_B x_{oB}}{m_A+m_B} = \frac{m_B x_o}{m_A+m_B} = \text{cost}; \quad \begin{cases} x'_B - x'_A = x_o + \Delta x_{\max} \\ \frac{m_A x'_A + m_B x'_B}{m_A+m_B} = \frac{m_B x_o}{m_A+m_B} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \begin{cases} x'_B = x'_A + x_o - \Delta x_{rott} \\ m_A x'_A + m_B\left(x'_A + x_o - \Delta x_{rott}\right) = m_B x_o \end{cases} \quad \Rightarrow \quad x'_A = \frac{m_B}{m_A+m_B}\Delta x_{rott} = -0.09\,\text{m}$$

Problema 2

a) La distanza dei punti delle lastre "cilindriche" dall'asse z è pari a R, quindi il loro momento di inerzia rispetto all'asse z è $I = m_C R^2$.

$$I_z = \frac{1}{12}m_{AB}(2R)^2 + 2m_C R^2 \quad \Rightarrow \quad m_{AB} = \frac{12\left(I_z - 2m_C R^2\right)}{4R^2} = 133\,\text{kg}$$

b) $\Delta E_k = W \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}I_z\omega^2 = \left(M_o - \left|M_{att}\right|\right)\Delta\theta \quad \Rightarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{2}{I_z}\left(M_o - \left|M_{att}\right|\right)\frac{\pi}{4}} = 1.4\,\text{rad/s}$

oppure $\quad \vec{M}_o + \vec{M}_{att} = I_z\vec{\alpha} \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{M_o - \left|M_{att}\right|}{I_z} = 1.23\,\text{rad/s}^2; \quad \omega^2 = \omega_o^2 + 2\alpha\Delta\theta \quad \Rightarrow \quad \omega = \sqrt{2\alpha\frac{\pi}{4}}$

c) $\Delta E_k = W_{mot} + W_{att} = 0 \quad \Rightarrow \quad W_{mot} = -W_{att} = -\int_0^{2\pi} M_{att}\,d\theta = \left|M_{att}\right|2\pi = 157\,\text{J}$

oppure

$$W_{mot} = W_1 + W_2 + W_3 = M_1\frac{\pi}{4} + M_2\frac{3\pi}{2} + M_3\frac{\pi}{4}; \quad M_1 = M_o = \frac{2I_z\omega^2}{\pi} + \left|M_{att}\right|; \quad M_2 = \left|M_{att}\right|;$$

$$\Delta E_{k,3} = W_3 \quad \Rightarrow \quad -\frac{1}{2}I_z\omega^2 = \left(M_3 - \left|M_{att}\right|\right)\frac{\pi}{4} \quad \Rightarrow \quad M_3 = \left(-\frac{2I_z\omega^2}{\pi} + \left|M_{att}\right|\right)$$

$$\Rightarrow \quad W_{mot} = \left(\frac{2I_z\omega^2}{\pi} + \left|M_{att}\right|\right)\frac{\pi}{4} + \left|M_{att}\right|\frac{3\pi}{2} + \left(-\frac{2I_z\omega^2}{\pi} + \left|M_{att}\right|\right)\frac{\pi}{4} = \left|M_{att}\right|2\pi$$

d) $I_z\omega = I_z'\omega' \quad \Rightarrow \quad \omega' = \frac{I_z}{I_z'}\omega = \frac{I_z}{I_z + m_P R^2}\omega = 1.31\,\text{rad/s}$

e) Per mantenere la velocità angolare costante, l'accelerazione angolare deve essere nulla.

Un instante prima dell'urto, il motore applica un momento: $\quad \vec{M} + \vec{M}_{att} = 0 \quad \Rightarrow \quad M = \left|M_{att}\right|$

Un instante dopo l'urto: $\quad \vec{M}' + \vec{M}_{att} + \vec{R}\times\vec{f}_{ad} = 0 \quad \Rightarrow \quad M' = \left|M_{att}\right| + \mu m_P gR$

$\Rightarrow \quad \Delta M = M' - M = \mu m_P gR = 26\,\text{Nm}$

Problema 3

a) $V_{cil} = Sh = 0.05\ \mathrm{m}^3 \quad V_{oA} = \dfrac{n_A R T_{oA}}{p_{oA}} = 0.037\ \mathrm{m}^3; \quad V_{oB} = V_{cil} - V_{oA} = 0.013\ \mathrm{m}^3 \quad \Rightarrow$

$$\Rightarrow \quad T_{amb} = T_B = \frac{p_{oB} V_{oB}}{n_B R} = \frac{p_{oA} V_{oB}}{n_B R} = 298\ \mathrm{K}$$

b) $p_A V_A^{\gamma_A} = p_{oA} V_{oA}^{\gamma_A} \ \Rightarrow \ V_A = V_{oA} \left(\dfrac{p_{oA}}{p_A} \right)^{1/\gamma_A} = 0.056\ \mathrm{m}^3 > V_{cil}$

Perciò il gas in A compie una espansione adiabatica reversibile fino a riempire completamente il volume del cilindro e a quel punto la trasformazione si ferma. Il gas inizialmente in B quindi si porta tutto in C con una trasformazione isoterma irreversibile e alla fine sarà in equilibrio con l'ambiente: $T_C = T_{amb}$ e $p_C = p_{amb}$.

$$V_C = \frac{n_B R T_{amb}}{p_{amb}} = 0.025\ \mathrm{m}^3$$

c) $Q_{BC,gas} = W_{BC,gas} = p_{amb} \Delta V = p_{amb} \left(V_C - V_{oB} \right) = 1206\ \mathrm{J}$

$$\Delta S_U = \Delta S_{U,BC} = \Delta S_{gas,BC} + \Delta S_{amb,BC} = n_B R \ln \frac{V_C}{V_{oB}} + \frac{-Q_{BC,gas}}{T_{amb}} = 1.5\ \mathrm{J/K}$$