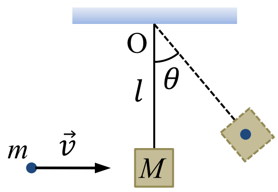
Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica - Canale 2 (Prof. G. Naletto)
Prova scritta di Fisica Generale 1 - Padova, 3 settembre 2021

Cognome .... Nome .... Matricola ....

Aula .... Posto # ....

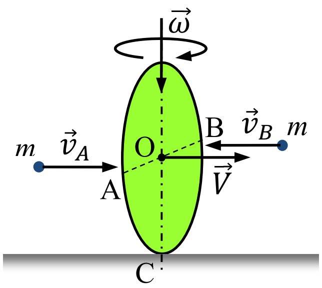
Problema 1



Un proiettile di dimensioni trascurabili e massa m = 0.04 kg colpisce con velocità orizzontale di modulo v un pendolo balistico, anch'esso di dimensioni trascurabili e di massa M = 5 kg appeso ad un filo di lunghezza l = 0.5 m. A seguito dell'urto, il pendolo inizia ad oscillare e l'ampiezza angolare massima dell'oscillazione è pari a $\theta_{max} = 40°$. Determinare:

a) il modulo v della velocità del proiettile all'istante dell'urto;
b) il modulo T_m della tensione del filo nel punto di massima ampiezza di oscillazione;
c) modulo, direzione e verso dell'accelerazione $\vec{a}^*$ del pendolo quando questo ripassa la prima volta sopra la verticale ($\theta^* = 0°$).

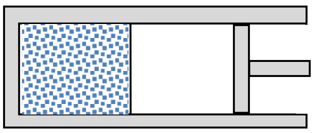
Problema 2



Un disco sottile omogeneo di massa M = 1.2 kg e raggio R = 0.25 m si muove di moto rototraslatorio su un piano orizzontale liscio mantenendo con esso il contatto in un punto C della sua circonferenza; il suo centro di massa, O, si muove con velocità orizzontale costante di modulo V = 0.5 m/s e il disco, il cui piano rimane sempre verticale, ruota con velocità angolare di modulo ω = 30 rad/s attorno all'asse verticale sovrapposto al diametro del disco passante per C. Ad un certo istante, il disco viene urtato istantaneamente in modo completamente anelastico nei punti A e B agli estremi del diametro perpendicolare all'asse di rotazione da due proiettili identici di massa $m = M/8$; i due proiettili hanno velocità orizzontali ed opposte di modulo $v_A = v_B = v = 1.5$ m/s perpendicolari al diametro AB e tali da imprimere un momento angolare rispetto ad O che si oppone al moto di rotazione del disco (vedi figura). Determinare:

a) il modulo V' della velocità del CM del sistema subito dopo l'urto;
b) il momento di inerzia I_ω rispetto all'asse di rotazione del sistema disco+proiettili dopo l'urto;
c) il modulo ω' della velocità angolare del sistema subito dopo l'urto ed il verso di rotazione (se concorde o discorde a quello iniziale);
d) l'energia E_{diss} dissipata nell'urto (in valore assoluto).

Problema 3



Un cilindro adiabatico è chiuso ad un'estremità da un pistone adiabatico che può scorrere con attrito trascurabile. Nello stato iniziale A il pistone è bloccato e il cilindro è diviso in due parti uguali da un setto rigido diatermico a tenuta: il settore del cilindro chiuso dal pistone è vuoto, mentre nell'altro si trovano n = 4 moli di un gas biatomico perfetto alla temperatura T_A = 280 K. Ad un certo istante il setto viene rimosso ed il gas occupa tutto il volume a disposizione, V_B, portandosi alla pressione $p_B = 9 \cdot 10^4$ Pa. Poi si sblocca il pistone e, agendo molto lentamente dall'esterno, si comprime il gas fino allo stato C in cui occupa lo stesso volume iniziale, $V_C = V_A$. Infine, si blocca nuovamente il pistone in questa posizione, si rimuove l'isolante del cilindro e si mette il gas in contatto termico con un serbatoio alla temperatura T_A fino allo stato di equilibrio D, in cui $T_D = T_A$. Determinare:

a) la pressione p_A del gas nello stato A;
b) il lavoro esterno $W_{BC,ext}$ compiuto sul pistone nella compressione BC del gas;
c) la variazione di entropia $\Delta S_{UN,AB}$, $\Delta S_{UN,BC}$, $\Delta S_{UN,CD}$ dell'universo nelle tre trasformazioni.

Soluzioni

Problema 1

a) $\frac{1}{2}(m+M)V_o^2 = (m+M)gh = (m+M)gl(1-\cos\theta_{max}) \;\Rightarrow\; V_o = \sqrt{2gl(1-\cos\theta_{max})} = 1.51\text{ m/s}$

$mv = (m+M)V_o \;\Rightarrow\; v = \frac{m+M}{m}V_o = \frac{m+M}{m}\sqrt{2g(1-\cos\theta_{max})} = 191\text{ m/s}$

b) $F_{cp}(\theta_{max}) = (m+M)\frac{V^2(\theta_{max})}{l} = 0 \;\Rightarrow\; T_m - (m+M)g\cos\theta_{max} = 0 \;\Rightarrow$

$\Rightarrow\; T_m = (m+M)g\cos\theta_{max} = 37.9\text{ N}$

c) $m\vec{a} = \vec{T} + m\vec{g} \;\Rightarrow\; \begin{cases} a_T(\theta) = -g\sin\theta \\ a_N(\theta) = \frac{T(\theta)}{m} - g\cos\theta = \frac{V^2(\theta)}{l} \end{cases} \;\Rightarrow\; \vec{a}^* = \vec{a}(\theta=0) = \frac{V_o^2}{l}\vec{u}_N = 4.59\,\vec{u}_N\text{ m/s}^2$

verticale, punta verso il centro O del moto

Problema 2

a) $\vec{P} = \text{cost} \;\Rightarrow\; M\vec{V} + m\vec{v}_A + m\vec{v}_B = (M+2m)\vec{V}' \;\Rightarrow\; M\vec{V} = \left(M + \frac{1}{4}M\right)\vec{V}' \;\Rightarrow\; V' = \frac{4}{5}V = 0.4\text{ m/s}$

b) Il momento di inerzia del disco rispetto all'asse di rotazione è $I_{disco,\omega} = \frac{1}{4}MR^2$ (teorema della figura piana)

$I_\omega = I_{disco,\omega} + 2mR^2 = \frac{1}{4}MR^2 + 2\frac{M}{8}R^2 = \frac{1}{2}MR^2 = 0.0375\text{ kgm}^2$

c) $\vec{L}_O = \text{cost} \;\Rightarrow\; I_{disco,\omega}\omega - 2Rmv = I_\omega\omega' \;\Rightarrow\; \omega' = \frac{I_{disco,\omega}\omega - 2Rmv}{I_\omega} = \frac{1}{2}\left(\omega - \frac{v}{R}\right) = 12\text{ rad/s, concorde}$

d) $E_{diss} = |E'_k - E_k| = \left|\left(\frac{1}{2}(M+2m)V'^2 + \frac{1}{2}I_\omega\omega'^2\right) - \left(\frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}I_{disco,\omega}\omega^2 + 2\frac{1}{2}mv^2\right)\right|$

$= M\left|\left(-\frac{1}{10}V^2 - \frac{1}{16}R^2\omega^2 - \frac{1}{16}v^2 - \frac{1}{8}R\omega v\right)\right| = 6.11\text{ J}$

Problema 3

Il gas compie tre trasformazioni: AB, espansione libera; BC, compressione adiabatica reversibile; CD, isocora irreversibile in contatto termico con il serbatoio.

a) $T_B = T_A \;\Rightarrow\; p_BV_B = p_AV_A \;\Rightarrow\; p_A = \frac{p_BV_B}{V_A} = 1.8\cdot10^5\text{ Pa}$

oppure $V_B = \frac{nRT_B}{p_B} = 0.103\text{ m}^3$; $V_A = \frac{V_B}{2} = 0.052\text{ m}^3$; $p_A = \frac{nRT_A}{V_A} = 1.8\cdot10^5\text{ Pa}$

b) $T_BV_B^{\gamma-1} = T_CV_C^{\gamma-1} \;\Rightarrow\; T_C = T_B\left(\frac{V_B}{V_C}\right)^{\gamma-1} = 370\text{ K}$; $W_{BC,ext} = -W_{BC,gas} = \Delta U_{BC} = nc_V(T_C - T_B) = 7438\text{ J}$

c) $\Delta S_{UN,AB} = \Delta S_{gas,AB} = nR\ln\frac{V_B}{V_A} = nR\ln 2 = 23.05\text{ J/K}$; $\Delta S_{UN,BC} = 0$

$\Delta S_{UN,CD} = \Delta S_{gas,CD} + \Delta S_{amb,CD} = nc_V\ln\frac{T_D}{T_C} + \frac{Q_{serb,CD}}{T_A} = nc_V\ln\frac{T_A}{T_C} - \frac{nc_V(T_D - T_C)}{T_A} = 3.5\text{ J/K}$