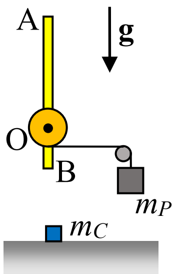
Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica - Canale 2 (Prof. G. Naletto)
Seconda Prova in Itinere di Fisica Generale 1 - Padova, 10 giugno 2021

Cognome .... Nome .... Matricola ....

Aula .... Posto # ....

Problema 1



Un corpo rigido è costituito da una sbarretta sottile omogenea AB di massa $m_S = 2$ kg e lunghezza $d = 0.8$ m alla quale è unito un disco omogeneo di massa m_D e raggio $R = 0.12$ m; l'asse del disco è perpendicolare ad AB e il centro del disco coincide con il punto O posto sulla sbarretta a distanza OB = $d/4$ da B. Il corpo rigido può ruotare senza attrito attorno all'asse z posto orizzontale del disco; inizialmente la sbarretta AB è verticale con A in alto. Un filo inestensibile e di massa trascurabile è avvolto attorno alla circonferenza del disco e all'estremo libero è attaccata una massa $m_P = m_S/2$ sospesa tramite una carrucola (vedi figura). Inizialmente il sistema è fermo, poi lo si lascia libero di mettersi in movimento. Quando la sbarretta ha ruotato di 180° la massa m_P si arresta perché tocca il suolo e l'estremo A della sbarretta urta in modo completamente anelastico un corpo di dimensioni trascurabili e massa m_C fermo al suolo. Sapendo che il momento di inerzia del corpo rigido rispetto all'asse di rotazione z è $I_z = 0.22$ kgm^2, determinare:

a) la massa m_D del disco;
b) il modulo ω della velocità angolare del corpo rigido un istante prima dell'urto;
c) la massa m_C del corpo urtato dalla sbarretta sapendo che il modulo della velocità angolare del sistema un istante dopo l'urto è $\omega' = 2.1$ rad/s;
d) il modulo v della velocità (orizzontale e perpendicolare all'asse z) che dovrebbe avere la massa massa m_C all'istante dell'urto affinché il sistema si fermi istantaneamente a seguito dell'urto.

Problema 2

Un cilindro orizzontale dalle pareti rigide adiabatiche è diviso in due parti A e B da un pistone adiabatico che può scorrere senza attrito. Nelle due porzioni del cilindro c'è un gas monoatomico: inizialmente i gas sono in equilibrio, le temperature dei gas in A e B sono rispettivamente $T_{OA} = T_{OB} = T_O = 280$ K, i due volumi sono $V_{OA} = 2V_{OB}$ e $V_{OB} = 0.035$ m^3, e il numero di moli in A è $n_A = 3$. Per mezzo di una resistenza, si riscalda molto lentamente il gas in A finché la pressione in B diventa 1.5 volte il valore iniziale. Determinare:

a) il volume finale V_B del gas in B;
b) la temperatura finale T_A del gas in A;
c) il calore Q_A assorbito dal gas in A durante la trasformazione;
d) la variazione di entropia ΔS_{gas} del gas a seguito della trasformazione.

Problema 3

Una macchina termica M il cui rendimento è $\eta_M = 0.12$ opera tra due serbatoi di calore alle temperature T_1 e $T_2 = 360$ K ($T_2 > T_1$) producendo un lavoro $W_M = 9000$ J. Una macchina frigorifera F, sincrona a M, opera tra gli stessi serbatoi; il lavoro W_F necessario per far funzionare questa macchina viene fornito da M ed è pari in modulo a $|W_F| = W_M/3$. La macchina F è reversibile e utilizza un gas biatomico che compie un ciclo di Carnot inverso; si sa che il rapporto tra i volumi finale e iniziale del gas nella compressione adiabatica del ciclo è pari a $V_f/V_i = 0.6$.
Determinare:

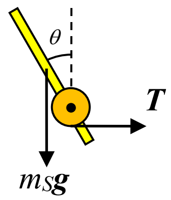
a) il calore Q_{F1} assorbito ad ogni ciclo dalla macchina frigorifera F;
b) il rendimento η_{M+F} della macchina complessiva M+F;
c) l'energia E_{IN} resa inutilizzabile ad ogni ciclo dalla macchina complessiva M+F.

Soluzioni

Problema 1

a) $I_z = \frac{1}{2} m_D R^2 + \left[\frac{1}{12} m_S d^2 + m_S \left(\frac{d}{4}\right)^2\right] \Rightarrow m_D = \frac{2}{R^2}\left[I_z - \frac{7}{48} m_S d^2\right] = 4.63 \text{ kg}$

b) $E_m = \text{cost} \Rightarrow m_S g \frac{d}{2} + m_P g \pi R = \frac{1}{2} I_z \omega^2 + \frac{1}{2} m_P (\omega R)^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{m_S g (d + \pi R)}{I_z + m_S R^2/2}} = 9.9 \text{ rad/s}$



oppure $\begin{cases} m_P g - T = m_P a = m_P \alpha R \\ RT - \frac{d}{4} m_S g \sin(\pi - \theta) = I_z \alpha \end{cases} \Rightarrow \alpha(\theta) = \frac{m_S g \left(R + \frac{d}{2} \sin\theta\right)}{2(I_z + m_S R^2/2)}$

$\omega^2 = 2 \int_0^\pi \alpha(\theta) d\theta = \frac{m_S g}{I_z + m_S R^2/2}\left[R\theta - \frac{d}{2}\cos\theta\right]_0^\pi = \frac{m_S g}{I_z + m_S R^2/2}(R\pi + d)$

c) $L = \text{cost} \Rightarrow I_z \omega = \left[I_z + m_C \left(\frac{3}{4} d\right)^2\right]\omega' \Rightarrow m_C = \frac{16 I_z}{9 d^2}\left(\frac{\omega}{\omega'} - 1\right) = 2.28 \text{ kg}$

d) $L = \text{cost} = 0 \Rightarrow I_z \omega - \frac{3}{4} d \cdot m_C v = 0 \Rightarrow v = \frac{4 I_z \omega}{3 d m_C} = 1.60 \text{ m/s}$

Problema 2

$p_{OA} = \frac{n_A R T_O}{V_{OA}} = 9.98 \cdot 10^4 \text{ Pa}; \; p_{OA} = p_{OB} = p_O; \; n_B = \frac{p_O V_{OB}}{R T_O} = 1.5 \text{ mol}; \; V_{TOT} = V_{OA} + V_{OB} = 3 V_{OB};$

$p_A = p_B = \frac{3}{2} p_O$

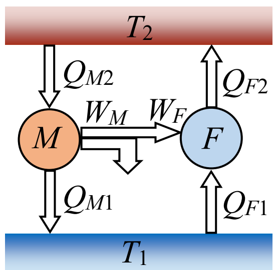
a) $p_{OB} V_{OB}^\gamma = p_B V_B^\gamma \Rightarrow V_B = V_{OB}\left(\frac{p_O}{p_B}\right)^{1/\gamma} = V_{OB}\left(\frac{2}{3}\right)^{1/\gamma} = 0.0274 \text{ m}^3$

b) $T_A = \frac{p_A V_A}{n_A R} = \frac{\frac{3}{2} p_O (V_{TOT} - V_B)}{n_A R} = 465 \text{ K}; \quad T_B = \frac{p_B V_B}{n_B R} = 329 \text{ K}$

c) $Q_A = \Delta U_A + W_A = \Delta U_A - W_B = \Delta U_A + \Delta U_B = n_A c_V (T_A - T_O) + n_B c_V (T_B - T_O) = 7857 \text{ J}$

d) $\Delta S_{gas} = \Delta S_A = n_A c_V \ln\frac{T_A}{T_O} + n_A R \ln\frac{V_A}{V_{OA}} = 21.6 \text{ J/K}$

Problema 3



a) $T_1 V_i^{\gamma-1} = T_2 V_f^{\gamma-1} \Rightarrow T_1 = T_2 \left(\frac{V_f}{V_i}\right)^{\gamma-1} = 293.5 \text{ K}; \quad \xi = \frac{Q_{F1}}{|W_F|} = \frac{T_1}{T_2 - T_1} \Rightarrow$

$\Rightarrow Q_{F1} = |W_F| \frac{T_1}{T_2 - T_1} = \frac{W_M}{3} \frac{T_1}{T_2 - T_1} = 13233 \text{ J}$

b) $\eta_M = \frac{W_M}{Q_{M2}} \Rightarrow Q_{M2} = \frac{W_M}{\eta_M} = 7.5 \cdot 10^4 \text{ J}; \quad Q_{F2} = W_F - Q_{F1} = -16233 \text{ J}$

$\eta_{M+F} = \frac{W_M + W_F}{Q_{M2} + Q_{F2}} = \frac{\frac{2}{3} W_M}{Q_{M2} + Q_{F2}} = 0.102$

c) $Q_{M1} = W_M - Q_{M2} = -6.6 \cdot 10^4 \text{ J}; \quad E_{IN} = T_1 \Delta S_{U,M+F} = T_1\left(-\frac{Q_{M1} + Q_{F1}}{T_1} - \frac{Q_{M2} + Q_{F2}}{T_2}\right) = 4861 \text{ J}$

oppure $E_{IN} = T_1 \Delta S_{U,M+F} = T_1 \Delta S_{U,M} = T_1\left(-\frac{Q_{M1}}{T_1} - \frac{Q_{M2}}{T_2}\right) = 4861 \text{ J}$

oppure $E_{IN} = W_{rev} - W_{M+F} = \eta_{rev} Q_{ASS,M+F} + W_{M+F} = (Q_{M2} + Q_{F2}) * \left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right) - (W_M + W_F) = 4861 \text{ J}$