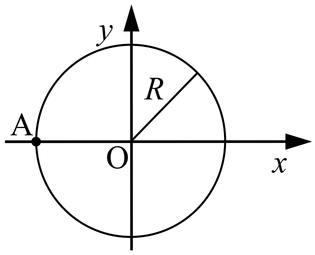
A

Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica - Canale 1 (Prof. G. Naletto)
Prima Prova in Itinere di Fisica Generale 1 - Padova, 17 aprile 2023

Cognome .... Nome .... Matricola ....

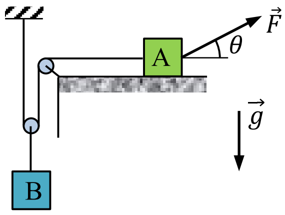
Problema 1



In un piano orizzontale è definito un sistema di riferimento cartesiano ortogonale Oxy di origine O. Due punti materiali, P e Q, sono inizialmente fermi in A di coordinate $(-R, 0)$ con R = 0.6 m. All'istante $t_o = 0$, P inizia un moto armonico lungo l'asse x con centro in O e periodo T = 12 s, mentre Q inizia allo stesso istante un moto circolare uniformemente accelerato con accelerazione tangenziale a_T su una circonferenza di centro O. Determinare:

a) la legge oraria $x_P(t)$ del moto di P;
b) il modulo a_T dell'accelerazione tangenziale di Q sapendo che P e Q si incontrano nuovamente quando P ha compiuto una oscillazione e Q due giri;
c) il modulo a_Q dell'accelerazione di Q nell'istante in cui i due punti si incontrano.

Problema 2



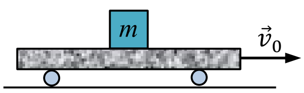
Un corpo A di massa m_A = 1.5 kg è posto su un piano orizzontale. Ad A è applicata su un lato una forza di modulo F = 18 N inclinata di un angolo θ rispetto all'orizzontale (vedi figura), mentre sul lato opposto A è collegato ad una fune ideale tesa orizzontale. L'altro estremo della fune, tramite il sistema di due carrucole ideali mostrato in figura, è vincolato al soffitto. Un corpo B, di massa m_B = 3 kg, soggetto alla forza peso, è attaccato all'asse della carrucola sospesa per mezzo di un'altra fune ideale, e tutto il sistema è fermo. Determinare:

a) l'angolo θ^* formato da $\vec{F}$ con l'orizzontale nell'ipotesi che il piano su cui giace A sia liscio;
b) il minimo valore $\mu_{s,min}$ del coefficiente di attrito statico tra A e il piano per mantenere fermo il sistema nell'ipotesi che θ = 38°.

Poi si toglie la forza $\vec{F}$, e il sistema si mette in movimento. Assumendo che il piano sia liscio, determinare:

c) il modulo a_A dell'accelerazione di A;
d) il modulo v_B della velocità di B quando il corpo A si è spostato di ℓ_A = 0.8 m.

Problema 3



Un corpo di dimensioni trascurabili e massa m = 2.3 kg è appoggiato su un carrello di massa M = 11 kg. Il coefficiente di attrito dinamico tra corpo e carrello è μ_d = 0.22. Inizialmente il sistema corpo+carrello è in moto con velocità costante di modulo v_0 = 0.55 m/s, e il carrello scorre su un piano orizzontale liscio. Determinare:

a) il modulo f_{as} della forza di attrito statico tra corpo e carrello.

Ad un certo istante, si applica al carrello una forza di modulo F = 30 N, parallela e concorde a $\vec{v}_0$, per un intervallo di tempo Δt = 3 s; si osserva che il corpo si muove relativamente al carrello. Determinare:

b) il modulo a_M dell'accelerazione del carrello finché è applicata la forza $\vec{F}$;
c) il modulo ℓ' della distanza percorsa dal corpo sul carrello nell'intervallo di tempo Δt;
d) (facoltativo) la velocità v_m del corpo dopo che si è fermato sul carrello stesso.

Soluzioni

Problema 1

a) $\begin{cases} x_P(t) = A\sin(\omega t + \phi) \\ v_P(t) = A\omega\cos(\omega t + \phi) \end{cases}$; $\begin{cases} x_P(0) = A\sin\phi = -R \\ v_P(0) = A\omega\cos\phi = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = -R \\ \phi = \dfrac{\pi}{2} \end{cases}$

$$\Rightarrow\ x_P(t) = -R\cos(\omega t) = -R\cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right) = -R\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right) = -0.6\cos(0.52t)\ \text{m}$$

b) $s_Q(t) = \dfrac{1}{2}a_T t^2$; $\theta_Q(T) = 4\pi R = \dfrac{1}{2}a_T T^2 \ \Rightarrow\ a_T = \dfrac{8\pi R}{T^2} = 0.10\ \text{rad/s}^2$

c) $v_Q(t) = a_T t \ \Rightarrow\ v_Q(T) = a_T T$;

$$a_Q(T) = \sqrt{a_{Q,T}^2 + a_{Q,N}^2} = \sqrt{a_T{}^2 + \left(\frac{v^2}{R}\right)^2} = a_T\sqrt{1 + \frac{a_T{}^2T^4}{R^2}} = a_T\sqrt{1+64\pi^2} = 2.63\ \text{m/s}^2$$

Problema 2

a) $\begin{cases} T_A - F\cos\theta^* = 0 \\ 2T_A = T_B = m_B g \end{cases} \Rightarrow\ 2F\cos\theta^* = m_B g \ \Rightarrow\ \theta^* = \cos^{-1}\left(\dfrac{m_B g}{2F}\right) = 35.16°$

b) $\begin{cases} N + F\sin\theta - m_A g = 0 \\ T_A - f_{as} - F\cos\theta = 0 \\ 2T_A = T_B = m_B g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N = m_A g - F\sin\theta \\ 2f_{as} + 2F\cos\theta = m_B g \end{cases} \Rightarrow\ f_{as} = \dfrac{1}{2}m_B g - F\cos\theta$

$$f_{as} \le f_{as,max} = \mu_s N \ \Rightarrow\ \frac{1}{2}m_B g - F\cos\theta \le \mu_s(m_A g - F\sin\theta) \ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \mu_s \ge \frac{m_B g - 2F\cos\theta}{2(m_A g - F\sin\theta)} = \mu_{s,min} = 0.15$$

c) $\begin{cases} T'_A = m_A a_A \\ m_B g - T'_B = m_B a_B \\ T'_B = 2T'_A \\ a_A = 2a_B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T'_A = m_A a_A \\ m_B g - 2T'_A = m_B \dfrac{a_A}{2} \end{cases} \Rightarrow\ a_A = \dfrac{2m_B}{4m_A + m_B} g = 6.5\ \text{m/s}^2$

d) $m_B g \dfrac{\ell_A}{2} = \dfrac{1}{2}m_A(2v_B)^2 + \dfrac{1}{2}m_B v_B^2 \ \Rightarrow\ v_B = \sqrt{\dfrac{m_B}{4m_A + m_B} g\ell_A} = 1.62\ \text{m/s}$

Problema 3

a) Entrambi i corpi si muovono di moto rettilineo uniforme, su di essi non agiscono forze: $f_{as} = 0$.

b) Si orienta l'asse orizzontale *x* verso destra in figura.

$\begin{cases} f_{ad} = m a_m \\ F - f_{ad} = M a_M \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mu_d g = a_m \\ F - \mu_d m g = M a_M \end{cases} \Rightarrow\ a_M = \dfrac{F - \mu_d m g}{M} = 2.28\ \text{m/s}^2$

c) $a'_m = a_m - a_M = \mu_d g - a_M = -0.12\ \text{m/s}^2$; $\ell' = \left|\dfrac{1}{2}\, a'_m \Delta t^2\right| = 0.53\ \text{m}$

d) La velocità v_m finale del corpo coincide con la velocità finale del centro di massa, $v_{CM,fin}$. Il centro di massa del sistema è accelerato finché agisce la forza, poi la sua velocità rimane costante.

$$\vec{R}^E = \vec{F} = (m+M)a_{CM};\quad v_m = v_{CM,fin} = v_0 + a_{CM}\Delta t = v_0 + \frac{F\Delta t}{m+M} = 7.32\ \text{m/s}$$

Oppure

$$v_M(\Delta t) = v_0 + a_M\Delta t;\ v_m(\Delta t) = v_0 + a_m\Delta t \ \Rightarrow\ P(\Delta t) = M(v_0 + a_M\Delta t) + m(v_0 + a_m\Delta t) =$$

$$= (M+m)v_0 + F\Delta t;\quad P_f = (m+M)v_{CM} \ \Rightarrow\ v_m = v_{CM} = v_0 + \frac{F\Delta t}{m+M}$$