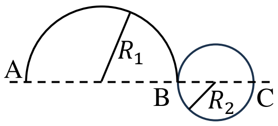
A

Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica - Canale 1 (Prof. G. Naletto)
Prima Prova in Itinere di Fisica Generale 1 - Padova, 17 aprile 2024

Cognome .... Nome .... Matricola ....

Problema 1



Un corpo di dimensioni trascurabili è fermo nell'estremo A di una guida semicircolare orizzontale $\widehat{AB}$ di raggio $R_1 = 1.3$ m. Ad un certo istante il corpo si mette in movimento con accelerazione tangenziale di modulo costante $a_{1,T}$ e giunge all'altro estremo B con velocità di modulo $v_B = 1.1$ m/s. Determinare:

a) il modulo $a_{1,B}$ dell'accelerazione del corpo in B.

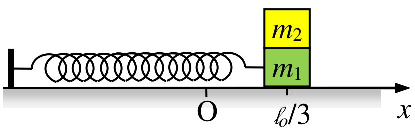
A questo punto il corpo prosegue il suo moto su un'altra guida orizzontale circolare, di raggio R_2, tangente in B alla precedente, con una diversa accelerazione tangenziale costante di modulo $a_{2,T}$; il corpo arriva in C, diametralmente opposto a B, con velocità nulla; il tempo impiegato a percorrere il tratto $\widehat{BC}$ della guida circolare è $t_{BC} = 3$ s. Determinare:

b) il raggio R_2 della guida circolare.

Poi da C il corpo continua il suo moto soggetto ad una accelerazione tangenziale $a'_{2,T}(t) = kt$ con $k = 0.11$ m/s^3. Determinare:

c) il tempo t^* impiegato dal corpo a raggiungere una velocità pari in modulo a $v_B/4$ da quando riparte da C.

Problema 2



Una molla ideale di costante elastica $k = 50$ N/m e lunghezza a riposo $\ell_0 = 0.33$ m, vincolata ad un estremo, è collegata all'altro estremo ad un corpo di massa $m_1 = 2$ kg e dimensioni trascurabili. Il corpo è appoggiato su un piano orizzontale scabro, con coefficiente di attrito statico μ_s; la molla è allungata di $\ell_0/3$ parallela al piano ed è orientata lungo l'asse x; l'origine dell'asse è posta nel punto di lunghezza a riposo della molla (vedi figura). Determinare:

a) il coefficiente di attrito statico μ_s, sapendo che il minimo valore della massa m_2 posta sopra m_1 necessaria per mantenere il sistema in quiete è pari a $m_{2,min} = 0.5$ kg.

Si toglie la massa m_2 e m_1 si mette in movimento. Determinare:

b) il valore μ_d del coefficiente di attrito dinamico, sapendo che m_1 percorre una distanza pari a $|x_f - x_i| = \ell_0/2$ prima di fermarsi;
c) la coordinata x^* rispetto all'origine dell'asse in cui m_1 raggiunge la massima velocità (in modulo);
d) se il corpo, dopo che si è fermato, riprende a muoversi oppure no.

Problema 3

Un corpo di dimensioni trascurabili e massa $m = 1.8$ kg, è tenuto fermo su un piano orizzontale liscio, mentre mantiene compressa della quantità $\Delta x = 0.15$ m una molla ideale orizzontale di costante elastica k. Ad un certo istante il corpo viene sbloccato e si mette in moto lungo il piano. Dopo essersi separato dalla molla, quando il modulo della velocità è $v_0 = 2.5$ m/s, il corpo inizia a salire su una rampa liscia di massa $M = 12$ kg che può scorrere senza attrito sul piano, inizialmente ferma; il corpo arriva alla massima quota h rispetto al piano orizzontale e poi ridiscende. Determinare:

a) il valore k della costante elastica della molla;
b) il modulo v della velocità del corpo rispetto al suolo quando si trova alla massima altezza h sulla rampa;
c) la massima altezza h cui arriva il corpo rispetto al piano orizzontale;
d) (facoltativo) il modulo V_f della velocità della rampa dopo che il corpo è ridisceso sul piano orizzontale.

Soluzioni

Problema 1

a) $v_B^2 = 2a_{1,T}\pi R_1 \;\Rightarrow\; a_{1,T} = \frac{v_B^2}{2\pi R_1}; \quad a_{1,B} = \sqrt{a_{1,T}^2 + a_{1,N,B}^2} = \sqrt{\left(\frac{v_B^2}{2\pi R_1}\right)^2 + \left(\frac{v_B^2}{R_1}\right)^2} = \frac{v_B^2}{R_1}\sqrt{\frac{1}{4\pi^2}+1} =$

$= 0.94\ \text{m/s}^2$

b) $v_C = 0 = v_B + a_{2,T}t_{BC} \;\Rightarrow\; a_{2,T} = -\frac{v_B}{t_{BC}}; \quad 0 = v_B^2 + 2a_{2,T}\pi R_2 \;\Rightarrow\; R_2 = -\frac{v_B^2}{2a_{2,T}\pi} = \frac{t_{BC}v_B}{2\pi} = 0.53\ \text{m}$

c) $a'_{2,T}(t) = kt = \frac{dv}{dt} \;\Rightarrow\; \int_0^{\frac{v_B}{4}} dv = \int_0^{t^*} kt\,dt \;\Rightarrow\; \frac{v_B}{4} = \frac{1}{2}kt^{*2} \;\Rightarrow\; t^* = \sqrt{\frac{v_B}{2k}} = 2.24\ \text{s}$

Problema 2

a) $-k\frac{\ell_0}{3} + f_{as} = 0 \;\Rightarrow\; f_{as} = k\frac{\ell_0}{3} \le f_{as,max} = \mu_s N_1 = \mu_s(m_1+m_2)g \;\Rightarrow$

$\Rightarrow\; m_2 \ge k\frac{\ell_0}{3\mu_s g} - m_1 = m_{2,min} \;\Rightarrow\; \mu_s = \frac{k\ell_0}{3g(m_1 + m_{2,min})} = 0.22$

b) $W_{nc} = \Delta E_m \;\Rightarrow\; -\mu_d m_1 g\frac{\ell_0}{2} = \frac{1}{2}k\left(\frac{\ell_0}{6}\right)^2 - \frac{1}{2}k\left(\frac{\ell_0}{3}\right)^2 \;\Rightarrow\; \mu_d = \frac{k\ell_0}{12 m_1 g} = 0.07$

c) La massima velocità si ha quando l'accelerazione è nulla, quindi nel punto di equilibrio delle forze:

$-kx^* + \mu_d m_1 g = 0 \;\Rightarrow\; x^* = \frac{\mu_d m_1 g}{k} = \frac{\ell_0}{12} = 0.0275\ \text{m}$

Oppure quando è massima l'energia cinetica:

$W_{nc} = \Delta E_m \;\Rightarrow\; -\mu_d m_1 g\left(\frac{\ell_0}{3} - x\right) = \frac{1}{2}kx^2 + E_k(x) - \frac{1}{2}k\left(\frac{\ell_0}{3}\right)^2$

$\Rightarrow\; E_k(x) = -\mu_d m_1 g\left(\frac{\ell_0}{3} - x\right) - \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}k\left(\frac{\ell_0}{3}\right)^2; \quad \frac{dE_k}{dx} = \mu_d m_1 g - kx^* = 0 \;\Rightarrow\; x^* = \frac{\mu_d m_1 g}{k}$

d) Sul corpo agiscono la forza elastica e la forza di attrito radente. Quindi il corpo riprende a muoversi se:

$|f'_{el}| > |f'_{as,max}|; \quad f'_{el} = k\frac{\ell_0}{6} = 2.75\ \text{N}; \quad f'_{as,max} = \mu_s m_1 g = 4.4\ \text{N}.$ Il corpo sta fermo.

Problema 3

a) $E_m = \text{cost} \;\Rightarrow\; \frac{1}{2}k\Delta x^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 \;\Rightarrow\; k = \frac{mv_0^2}{\Delta x^2} = 500\ \text{N/m}$

b) Nel punto di massima altezza sulla rampa, la velocità del corpo relativa alla rampa è nulla: $\vec{v}' = 0$.

Inoltre, posto x come asse orizzontale nella direzione del moto, $\vec{R}^E = m\vec{g} \;\Rightarrow\; R_x^E = 0 \;\Rightarrow\; P_x = \text{cost}.$

$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{V} \;\Rightarrow\; \vec{v} = \vec{V}; \quad P_x = mv_0 = mv_x + MV_x \;\Rightarrow\; mv_0 = (m+M)v_x \;\Rightarrow\; v_x = \frac{m}{m+M}v_0$

Siccome nel punto di massima altezza, con y asse verticale, $v_y = 0$, allora $v = v_x = \frac{m}{m+M}v_0 = 0.33\ \text{m/s}$

c) $E_m = \text{cost} \;\Rightarrow\; \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}(m+M)v^2 + mgh \;\Rightarrow\; h = \frac{v_0^2}{2g}\frac{M}{m+M} = 0.28\ \text{m}$

d) $\begin{cases} mv_0 = mv_f + MV_f \\ \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_f^2 + \frac{1}{2}MV_f^2 \end{cases} \;\Rightarrow\; \begin{cases} v_f = v_0 - \frac{M}{m}V_f \\ mv_0^2 = m\left(v_0 - \frac{M}{m}V_f\right)^2 + MV_f^2 \end{cases} \;\Rightarrow\; V_f = \frac{2m}{m+M}v_0 = 0.65\ \text{m/s}$