# Simulazione compito n.1

## Domande a risposta multipla

1)	В	6)	Α	11)	В
2)	В	7)	С	12)	Α
3)		8)		13)	
4)		9)		14)	
5)		10)		15)	

## Risultati dei problemi

### Problema 1

1. 
$$k_{n3} = 2.5 \text{ mAV}^2$$

2. M1: 
$$V_{GS1} = -1V$$
,  $V_{DS1} = 4.5V$   
M2:  $V_{GS2} = 3.8V$ ,  $V_{DS2} = 3.8V$   
M3:  $V_{GS3} = 3.8V$ ,  $V_{DS3} = 6.5V$ 

3. 
$$R_{IN} = 100k\Omega, R_{OUT} = 208\Omega$$

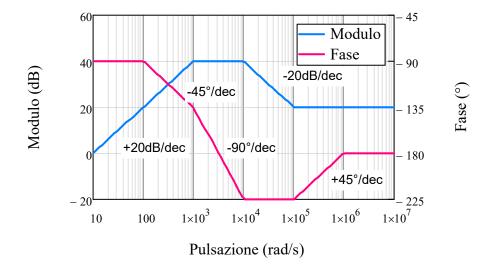
4. 
$$A_v = 0.968V$$

### Problema 2

1. 
$$W(s) = \frac{-R_3}{R_2} \cdot \frac{s \cdot C_2 \cdot R_2 \cdot (1 + s \cdot R_1 \cdot C_1)}{(1 + s \cdot R_2 \cdot C_2) \cdot (1 + s \cdot R_3 \cdot C_3)}$$

2. 
$$C_1 = 10nF$$

3. Diagramma di Bode



#### Problema 3

1. 
$$V_{OUT} = 1.8V$$
,

2. 
$$V_{OUT} = 5.25V$$
,

3. 
$$V_{OUT} = 2.45V$$

 $V_{DD}$ 

## Problema 1

DATI:

$$V_{DD} = 11V;$$

$$R_1 = 200 k\Omega$$
,  $R_2 = 200 k\Omega$ ,  $R_B = 50 k\Omega$ ,

$$R_{I} = 10k\Omega$$
,  $R_{I} = 1k\Omega$ ;

M1: 
$$\mathbf{k}_{n1} = 1.6 \text{mA} \cdot \text{V}^{-2}$$
,  $\mathbf{V}_{TN1} = -4 \text{V}$ ,  $\lambda_{n1} = 0$ 

M2: 
$$k_{n2} = 0.05 mA \cdot V^{-2}$$
,  $V_{TN2} = 1.4 V$ ,  $\lambda_{n2} = 0$ 

M3: 
$$V_{TN3} = 1.4V$$
,  $\lambda_{n3} = 0.00 \text{ IV}^{-1}$ 

# 1) parametro $k_{n3}$ per ottenere $I_{DS1} = 7.2 \text{mA}$

(trascuriamo λ nell'analisi DC)

$$\frac{k_{n2}}{2} \left( V_{GS2} - V_{TN2} \right)^2 = \frac{V_{DD} - V_{GS2}}{R_{B}}$$

Poniamo  $x = V_{GS2} - V_{TN2}$ 

$$\frac{R_{\rm B} \cdot k_{\rm n2}}{2} x^2 = V_{\rm DD} - V_{\rm TN2} - x$$

$$a = \frac{R_B \cdot k_{n2}}{2} = 1.25 \cdot V^{-1}$$
  $c = -V_{DD} + V_{TN2} = -9.6 V$   $a \cdot x^2 + x + c = 0$ 

$$a \cdot x^2 + x + c = 0$$

 $M_2$ 

Soluzioni: 
$$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{1 - 4 \cdot a \cdot c}}{2a} = 2.4 \text{ V}$$
 Accettabile

$$x_2 = \frac{-1 - \sqrt{1 - 4 \cdot a \cdot c}}{2a} = -3.2 \text{ V}$$
 Non accettabile

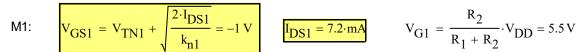
$$V_{GS2} = V_{TN2} + x_1 = 3.8 V$$

$$I_{DS2} = \frac{k_{n2}}{2} (V_{GS2} - V_{TN2})^2 = 0.144 \cdot mA$$

$$I_{DS3} = I_{DS1} = 7.2 \cdot mA$$

$$k_{n3} = k_{n2} \cdot \frac{I_{DS3}}{I_{DS2}} = 2.5 \cdot \frac{mA}{V^2}$$

#### 2) Punto di lavoro dei transistor



$$I_{DS1} = 7.2 \cdot mA$$

$$V_{G1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_{DD} = 5.5 V_{DD}$$

$$V_{S1} = V_{G1} - V_{GS1} = 6.5 V$$

$$V_{S1} = V_{G1} - V_{GS1} = 6.5 \text{ V}$$
  $V_{DS1} = V_{DD} - V_{S1} = 4.5 \text{ V}$   $V_{GS1} - V_{TN1} = 3 \text{ V}$ 

$$V_{GS1} - V_{TN1} = 3 V$$

**OK Saturazione** 

 $V_{GS2} = 3.8 V$ 

$$V_{DS2} = V_{GS2} = 3.8 \text{ V}$$
  $I_{DS2} = 0.144 \cdot \text{mA}$ 

$$I_{DS2} = 0.144 \cdot mA$$

 $V_{GS3} = V_{GS2} = 3.8 V$ M3:

$$V_{DS3} = V_{S1} - 0 = 6.5 V$$
  $I_{DS3} = 7.2 \cdot mA$ 

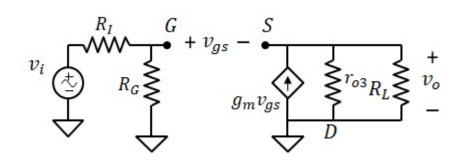
$$I_{DS3} = 7.2 \cdot mA$$

$$V_{GS3} - V_{TN3} = 2.4 \, \mathrm{V}$$
 OK Saturazione

## 3) Resistenza di ingresso e di uscita

Modello ai piccoli segnali (configurazione a drain comune):

M3: 
$$r_{o3} = \frac{2}{k_{n3} \cdot (V_{GS3} - V_{TN3})^2 \cdot \lambda_{n3}} = 138.9 \cdot k\Omega$$



$$R_{I} = 1 \cdot k\Omega$$

$$R_{g} = \frac{R_{1} \cdot R_{2}}{R_{1} + R_{2}} = 100 \cdot k\Omega$$

$$v_{o}$$

$$r_{o3} = 138.889 \cdot k\Omega$$

$$g_{m} = k_{n1} \cdot (V_{GS1} - V_{TN1}) = 4.8 \cdot mS$$

$$R_{IN} = R_g = 100 \cdot k\Omega$$

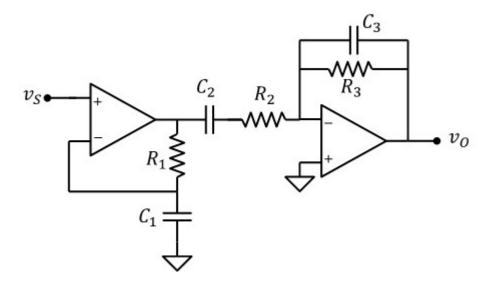
$$R_{OUT} = \frac{r_{o3}}{1 + g_m \cdot r_{o3}} = 208 \cdot \Omega$$

#### 4) Guadagno di tensione

$$A_{vo} = \frac{g_{m} \cdot r_{o3}}{1 + g_{m} \cdot r_{o3}} = 0.999$$

$$A_{V} = \frac{R_{IN}}{R_{IN} + R_{I}} \cdot A_{VO} \cdot \frac{R_{L}}{R_{L} + R_{OUT}} = 0.968$$

DATI: 
$$R_1 = 1k\Omega$$
,  $R_2 = 1k\Omega$ ,  $R_3 = 100k\Omega$ ,  $C_2 = 1\mu F$ ,  $C_3 = 1nF$ 



#### 1) Funzione di trasferimento

## Primo stadio

$$v_{O1} = v_S \cdot (1 + R_1 \cdot j\omega \cdot C_1)$$

Secondo stadio (filtro passa-banda)

$$\mathbf{v}_{O} = \frac{-\mathbf{R}_{3}}{\mathbf{R}_{2}} \cdot \frac{\mathbf{j} \boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{C}_{2} \cdot \mathbf{R}_{2}}{\left(1 + \mathbf{j} \boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{R}_{2} \cdot \mathbf{C}_{2}\right) \cdot \left(1 + \mathbf{j} \boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{R}_{3} \cdot \mathbf{C}_{3}\right)} \cdot \mathbf{v}_{O1} = \frac{-\mathbf{R}_{3}}{\mathbf{R}_{2}} \cdot \frac{\mathbf{j} \boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{C}_{2} \cdot \mathbf{R}_{2}}{\left(1 + \mathbf{j} \boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{R}_{2} \cdot \mathbf{C}_{2}\right) \cdot \left(1 + \mathbf{j} \boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{R}_{3} \cdot \mathbf{C}_{3}\right)} \cdot \left(1 + \mathbf{R}_{1} \cdot \mathbf{j} \boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{C}_{1}\right) \cdot \mathbf{v}_{S}$$

La funzione ha uno zero singolo nell'origine, uno zero in:

$$\omega_{Z_1} = \frac{1}{R_1 \cdot C_1} \quad \text{e due poli in:} \quad \omega_{P_1} = \frac{1}{R_2 \cdot C_2} = 1 \times 10^3 \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\omega_{\text{P}_2} = \frac{1}{\text{R}_3 \cdot \text{C}_3} = 1 \times 10^4 \cdot \text{s}^{-1}$$

$$W(s) = \frac{-R_3}{R_2} \cdot \frac{\frac{s}{\omega_{P_1}} \cdot \left(1 + \frac{s}{\omega_{Z_1}}\right)}{\left(1 + \frac{s}{\omega_{P_1}}\right) \cdot \left(1 + \frac{s}{\omega_{P_2}}\right)}$$

2) valore di  ${\bf C_1}$  affinché i guadagno in alta frequenza abbia modulo  ${
m Wo}~=~10$ 

$$\lim_{w \to \infty} |W(\omega)| = \frac{R_1 \cdot C_1}{R_2 \cdot C_3}$$

$$C_1 = \text{Wo} \cdot \frac{R_2 \cdot C_3}{R_1} = 10 \cdot \text{nF}$$

$$\lim_{\mathbf{w} \to \infty} |\mathbf{W}(\omega)| = \frac{\mathbf{R}_1 \cdot \mathbf{C}_1}{\mathbf{R}_2 \cdot \mathbf{C}_3}$$

$$\mathbf{C}_1 = \mathbf{W} \cdot \frac{\mathbf{R}_2 \cdot \mathbf{C}_3}{\mathbf{R}_1} = 10 \cdot \text{nF}$$

$$\omega_{\mathbf{Z}_1} = \frac{1}{\mathbf{R}_1 \cdot \mathbf{C}_1} = 1 \times 10^5 \cdot \text{s}^{-1}$$

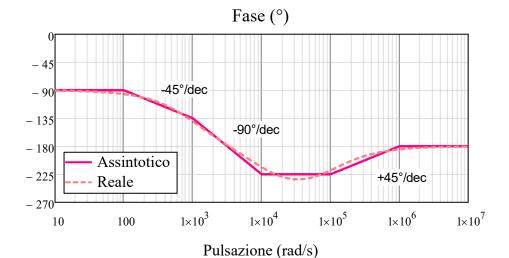
#### 3) diagramma di Bode asintotico del modulo e della fase

$$W(s) = A \cdot \frac{\frac{s}{\omega_{P_1}} \cdot \left(1 + \frac{s}{\omega_{Z_1}}\right)}{\left(1 + \frac{s}{\omega_{P_1}}\right) \cdot \left(1 + \frac{s}{\omega_{P_2}}\right)} \qquad \qquad A = \frac{-R_3}{R_2} = -100$$

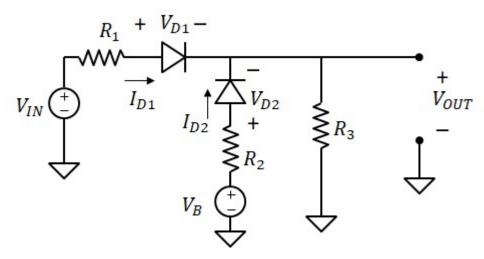
$$\omega_{P_1} = 1 \times 10^3 \cdot s^{-1} \qquad \omega_{P_2} = 1 \times 10^4 \cdot s^{-1} \qquad \omega_{Z_1} = 1 \times 10^5 \cdot s^{-1}$$



Pulsazione (rad/s)



DATI: 
$$R_1 = 1k\Omega$$
,  $R_2 = 2k\Omega$ ,  $R_3 = 3k\Omega$ ,  $V_B = 4V$ ,  $V_{ON} = 1V$ 



# Calcolare la tensione di uscita $\textbf{V}_{\text{OUT}}$ con $\,V_{IN}=\,0\,$

Poichè  $V_{IN} < V_{B}$  è plausibile che la corrente scorra in verso concorde con D2 e opposto a D1. Quindi ipotiziamo D1 OFF e D2 ON (condizione che deve essere verificata a posteriori)

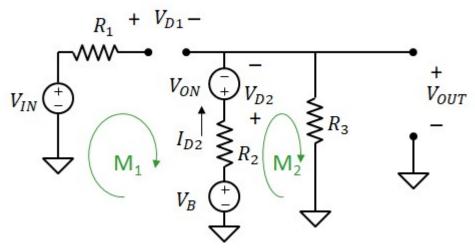
Supponiamo: D1 OFF - D2 ON

La maglia M<sub>1</sub> è aperta La maglia M<sub>2</sub> è chiusa

LdK a M<sub>2</sub>:

$$V_B - R_2 \cdot I_{D2} - V_{ON} - R_3 \cdot I_{D2} = 0$$

$$I_{D2} = \frac{(V_B - V_{ON})}{R_2 + R_3} = 0.6 \cdot \text{mA}$$



Legge di Ohm su R<sub>3</sub>:

$$V_{OUT} = \frac{(V_B - V_{ON})}{R_2 + R_2} \cdot R_3 = 1.8 \text{ V}$$

Verifichiamo le condizioni di polarizzazione:

$$V_{D1} \,=\, V_{IN} - V_{OUT} = -1.8\, V\,$$
 < V\_ON --> verificata l'ipotesi che D1 sia OFF

 $I_{D2} > 0$  OK, verificata l'ipotesi che D2 sia ON

$$V_{OUT} = 1.8 V$$

## Calcolare la tensione di uscita $V_{OLT}$ con $V_{IN} = 8V$

Poichè  $V_{IN} > V_{B}$  è plausibile che la corrente scorra in verso concorde con D1 e opposto a D2. Quindi ipotiziamo D1 ON e D2 OFF (condizione che deve essere verificata a posteriori)

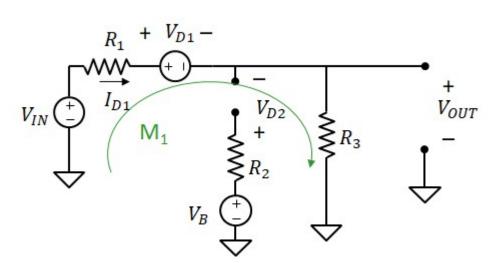
Supponiamo: D1 ON - D2 OFF

Legge di kirchhoff alla maglia M<sub>1</sub>:

$$V_{IN} - R_1 \cdot I_{D1} - V_{ON} - R_3 \cdot I_{D1} = 0$$

$$I_{D1} = \frac{V_{IN} - V_{ON}}{R_1 + R_3} = 1.75 \cdot mA$$

$$V_{OLIT} = R_3 \cdot I_{D1} = 5.25 \text{ V}$$



Vericfica della polarizzazione dei diodi:

D1: acceso.  $I_{D1} > 0$  OK, verificata l'ipotesi che D1 sia ON

D2: spento.  $V_{D2} = V_B - V_{OUT} = -1.25V$  <  $V_{ON}$  --> verificata l'ipotesi che D2 sia OFF

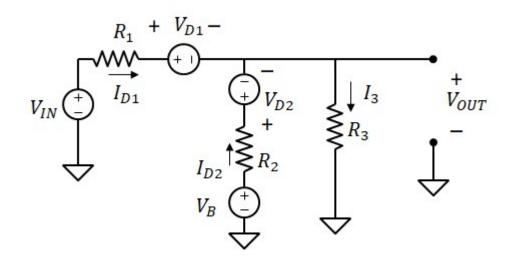
$$V_{OUT} = 5.25 V$$

## Calcolare la tensione di uscita $V_{OUT}$ con $V_{IN} = 4V$

Supponiamo: D1 ON - D2 ON

Calcoliamo la tensione di uscita mediante la legge di kirchhoff al nodo di uscita usando come incognita V<sub>OUT</sub>

$$I_{D1} + I_{D2} - I_3 = 0$$



Legge di Ohm su R<sub>1</sub>: 
$$I_{D1} = \frac{V_{IN} - V_{ON} - V_{OUT}}{R_1}$$

$$\text{Legge di Ohm su R}_2\text{:} \qquad \text{I}_{D2} = \frac{\text{V}_B - \text{V}_{ON} - \text{V}_{OUT}}{\text{R}_2}$$

Legge di Ohm su R<sub>3</sub>: 
$$I_3 = \frac{V_{OUT}}{R_3}$$
 
$$\frac{V_{IN} - V_{ON} - V_{OUT}}{R_1} + \frac{V_B - V_{ON} - V_{OUT}}{R_2} - \frac{V_{OUT}}{R_3} = 0$$

$$V_{OUT} = \left(\frac{V_{IN} - V_{ON}}{R_1} + \frac{V_B - V_{ON}}{R_2}\right) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)^{-1} = 2.45 \text{ V}$$

Vericfica della polarizzazione dei diodi:

$$I_{D1} = \frac{V_{IN} - V_{ON} - V_{OUT}}{R_1} = 0.545 \cdot \text{mA} \qquad I_{D1} > 0$$

OK, verificata l'ipotesi che D1 sia ON

$$I_{D2} = \frac{V_B - V_{ON} - V_{OUT}}{R_2} = 0.273 \cdot \text{mA}$$

$$I_{D2} > 0$$

OK, verificata l'ipotesi che D2 sia ON

 $V_{OUT} = 2.45 \,\mathrm{V}$ 

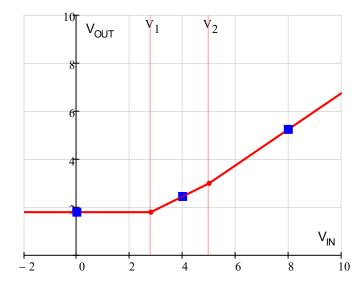
# Tracciamo la transcaratteristica di $V_{\rm OUT}$ in funzione di $V_{\rm IN}$ (non richiesto dal problema)

Definiamo:

$$V_1 = \frac{(V_B - V_{ON})}{R_2 + R_3} \cdot R_3 + V_{ON} = 2.8 V$$

$$V_1 = \frac{(V_B - V_{ON})}{R_2 + R_3} \cdot R_3 + V_{ON} = 2.8 V$$
  $V_2 = V_B \cdot \left(1 + \frac{R_1}{R_3}\right) - V_{ON} \cdot \frac{R_1}{R_3} = 5 V$ 

 ${
m V_1}$  e  ${
m V_2}$  sono i due valori di  ${
m V_{IN}}$  per i quali cambia il punto di lavoro dei diodi



$$V_{OUT}(0) = 1.8 V$$

$$V_{OUT}(4V) = 2.455 V$$

$$V_{OLIT}(8V) = 5.25 V$$

$$V_{\text{OUT}}(2.8V) = 1.8 \, \text{V}$$

$$V_{OUT}(5V) = 3V$$

# Simulazione compito n.2

## Domande a risposta multipla

1)	С	6)	Α	11)	Α
2)	B B	7)	Α	12)	В
3)	В	8)		13)	Α
4)	С	9)	С	14)	Α
5)	В	10)		15)	В

#### Problema 1

1. 
$$V_{GS1} = 4V, V_{DS1} = 8V$$
  
 $V_{GS2} = 4.5V, V_{DS2} = 9V$   
 $V_{GS3} = 3V, V_{DS3} = 11V$   
 $V_{GS4} = 3V, V_{DS4} = 18V$ 

2. 
$$g_{m1} = 1mS, g_{m2} = 4mS$$

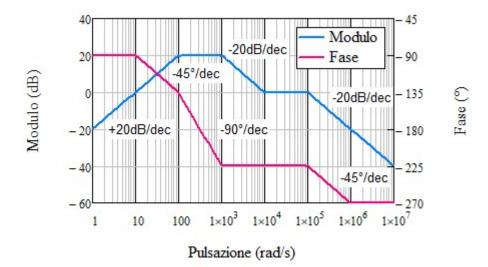
3. 
$$R_{IN} = 889\Omega$$
,  $R_{OUT} = 247\Omega$ 

4. 
$$A_v = 4.79$$

#### Problema 2

1. 
$$W(\omega) = -\left(\frac{R_2 + R_3}{R_1}\right) \cdot \frac{i\omega \cdot R_4 \cdot C_4 \left[1 + j\omega \cdot \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} \cdot \left(C_2 + C_3\right)\right]}{\left(1 + j\omega \cdot R_2 \cdot C_2\right) \cdot \left(1 + j\omega \cdot R_3 \cdot C_3\right) \cdot \left(1 + i\omega \cdot R_4 \cdot C_4\right)}$$

2. Diagramma di Bode



3. 
$$v_{O}(t) = 5V \cdot \sin(\omega_1 \cdot t + -153^\circ) + 0.5V \cdot \sin(\omega_2 \cdot t - 225^\circ)$$

### Problema 3

1. 
$$I_0 = 5mA$$

2. 
$$V_0 = 5.5V$$

DATI:

$$V_{DD} = 12V, V_{SS} = -15V,$$

$$V_{\mathbf{B}} = 3V$$
,

$$R_1 = 8k\Omega, R_2 = 200k\Omega, R_3 = 200k\Omega,$$

$$R_{I} = 200\Omega$$
,  $R_{I} = 1k\Omega$ 

M1: 
$$k_{n1} = 0.5 \text{mA} \cdot \text{V}^{-2}$$
,  $V_{TN1} = 2 \text{V}$ 

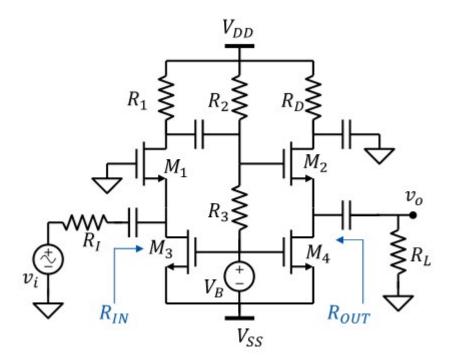
M2: 
$$k_{n2} = 1.6 \text{mA} \cdot \text{V}^{-2}$$
,  $V_{TN2} = 2 \text{V}$ 

M3: 
$$k_{n3} = 2mA \cdot V^{-2}$$
,  $V_{TN3} = 2V$ 

M4: 
$$k_{n4} = 10 \text{mA} \cdot \text{V}^{-2}$$
,  $V_{TN4} = 2 \text{V}$ 

$$\lambda_{n1} = \lambda_{n2} = 0$$

$$\lambda_{n3} = 0.01 \text{V}^{-1}, \, \lambda_{n4} = 0.01 \text{V}^{-1}$$



#### 1) La polarizzazione di tutti i transistor in condizioni DC

MOSFET M3:

$$V_{GS3} = V_B = 3 V$$

$$I_{DS3} = \frac{k_{n3}}{2} \cdot (V_{GS3} - V_{TN3})^2 = 1 \cdot mA$$

MOSFET M4:

$$V_{GS4} = V_B = 3 V$$

$$I_{DS4} = \frac{k_{n4}}{2} \cdot (V_{GS4} - V_{TN4})^2 = 5 \cdot mA$$

MOSFET M1:

$$I_{DS1} = I_{DS3}$$

$$I_{DS1} = I_{DS3}$$
  $V_{GS1} = V_{TN1} + \sqrt{\frac{2 \cdot I_{DS1}}{k_{n1}}} = 4 \text{ V}$ 

$$V_{S1} = 0 - V_{GS1} = -4 V$$

$$V_{D1} = V_{DD} - R_1 \cdot I_{DS1} = 4 V_{DS1}$$

$$V_{D1} = V_{DD} - R_1 \cdot I_{DS1} = 4 V$$
 
$$V_{DS1} = V_{D1} - V_{S1} = 8 V$$

Saturazione

MOSFET M2:

$$I_{DS2} = I_{DS4}$$

$$V_{GS2} = V_{TN2} + \sqrt{\frac{2 \cdot I_{DS2}}{k_{n2}}} = 4.5 \text{ V}$$

$$V_{G2} = V_B + \frac{R_3}{R_2 + R_3} \cdot (V_{DD} - V_B) = 7.5 \text{ V} \quad V_{S2} = V_{G2} - V_{GS2} = 3 \text{ V}$$

$$V_{S2} = V_{G2} - V_{GS2} = 3 V$$

 $V_{DS2} = V_{DD} - V_{S2} = 9 V$ 

Saturazione

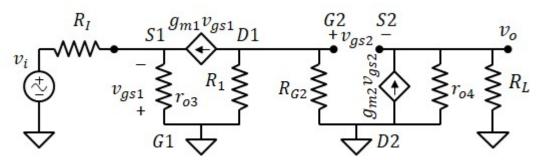
$$V_{DS3} = V_{S1} - V_{SS} = 11 \text{ V}$$

Saturazione

$$V_{DS4} = V_{S2} - V_{SS} = 18 V$$

Saturazione

#### 2) Modello ai piccoli segnali



$$g_{m1} = k_{n1} \cdot (V_{GS1} - V_{TN1}) = 1 \cdot mS$$

$$g_{m2} = k_{n2} \cdot (V_{GS2} - V_{TN2}) = 4 \cdot mS$$

$$\mathbf{r}_{\mathrm{o}3} = \frac{2}{\mathbf{k}_{\mathrm{n}3} \cdot \left(\mathbf{V}_{\mathrm{GS3}} - \mathbf{V}_{\mathrm{TN3}}\right)^2 \cdot \lambda_{\mathrm{n}3}} = 100 \cdot \mathrm{k}\Omega$$

$${\rm r_{o4}} = \frac{2}{{\rm k_{n4} \cdot \left( {\rm V_{GS4} - V_{TN4}} \right)^2 \cdot \lambda_{n4}}} = 20 \cdot {\rm k\Omega}$$

$$R_{G2}=\frac{R_2{\cdot}R_3}{R_2+R_3}=100{\cdot}k\Omega$$

#### 3) resistenze di ingresso e uscita

Resistenza di ingresso dell'amplificatore:

$$R_{IN} = \frac{R_1}{1 + R_1 \cdot g_{m1}} = 0.889 \cdot k\Omega$$

Resistenza di uscita dell'amplificatore:

$$R_{OUT} = \frac{r_{o4}}{1 + r_{o4} \cdot g_{m2}} = 0.247 \cdot k\Omega$$

Resistenza di ingresso del primo stadio (Gate Comune)

Resistenza di uscita del secondo stadio (Drain Comune)

#### 4) Guadagno di tensione

1° Stadio: 
$$A_{vo1} = R_1 \cdot g_{m1} = 8$$

$$R_{OUT1} = R_1 = 8 \cdot k\Omega$$

$$\text{2° Stadio:} \qquad A_{vo2} = \frac{r_{o4} \cdot g_{m2}}{1 + r_{o4} \cdot g_{m2}} = 0.988 \qquad R_{IN2} = R_{G2} = 100 \cdot k\Omega$$

$$R_{IN2} = R_{G2} = 100 \cdot k\Omega$$

$$A_{vo} = A_{vo1} \cdot \frac{R_{IN2}}{R_{IN2} + R_{OUT1}} \cdot A_{vo2} = 7.32$$

$$\frac{R_{\text{IN2}}}{R_{\text{IN2}} + R_{\text{OUT1}}} = 0.926$$

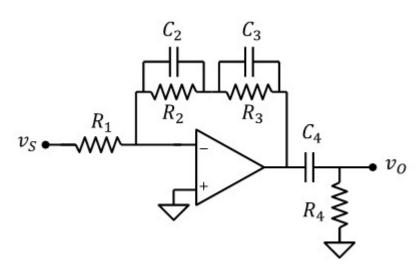
$$A_{V} = \frac{R_{IN}}{R_{IN} + R_{I}} \cdot A_{VO} \cdot \frac{R_{L}}{R_{OUT} + R_{L}} = 4.79$$

$$\frac{R_{IN}}{R_{IN}+R_{I}}=0.82 \qquad \qquad \frac{R_{L}}{R_{OUT}+R_{L}}=0.8$$

DATI:  $R_1 = 1.1k\Omega$  $R_2 = 1k\Omega$  $C_2 = 10nF$  $R_3 = 10k\Omega$  $C_3 = 100 nF$ 

 $R_4 = 100 k\Omega$ 

 $C_4 = 100 nF$ 



#### 1) Funzione di trasferimento

Tensione di uscita dell'operazionale:

$$v_{AO} = -\frac{Z_{23}}{R_1} \cdot v_S$$

$$Z_{23} = Z_2 + Z_3$$

$$Z_{23} = Z_2 + Z_3$$
  $Z_2 = \frac{R_2}{1 + j\omega \cdot R_2 \cdot C_2}$   $Z_3 = \frac{R_3}{1 + j\omega \cdot R_3 \cdot C_3}$ 

$$Z_{23} = \frac{R_2}{1 + j\omega \cdot R_2 \cdot C_2} + \frac{R_3}{1 + j\omega \cdot R_3 \cdot C_3} = (R_2 + R_3) \cdot \frac{1 + j\omega \cdot \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} \cdot (C_2 + C_3)}{(1 + j\omega \cdot R_2 \cdot C_2) \cdot (1 + j\omega \cdot R_3 \cdot C_3)}$$

$$\mathbf{v}_{\mathrm{AO}} = -\left(\frac{\mathbf{R}_2 + \mathbf{R}_3}{\mathbf{R}_1}\right) \cdot \frac{1 + \mathbf{j}\boldsymbol{\omega} \cdot \frac{\mathbf{R}_2 \cdot \mathbf{R}_3}{\mathbf{R}_2 + \mathbf{R}_3} \cdot \left(\mathbf{C}_2 + \mathbf{C}_3\right)}{\left(1 + \mathbf{j}\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{R}_2 \cdot \mathbf{C}_2\right) \cdot \left(1 + \mathbf{j}\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{R}_3 \cdot \mathbf{C}_3\right)} \cdot \mathbf{v}_{\mathrm{S}}$$

Tensione di uscita (regola del partitore):

$$v_{O} = v_{AO} \cdot \frac{R_{4}}{R_{4} + \frac{1}{i\omega \cdot C_{4}}} = -\left(\frac{R_{2} + R_{3}}{R_{1}}\right) \cdot \frac{1 + j\omega \cdot \frac{R_{2} \cdot R_{3}}{R_{2} + R_{3}} \cdot \left(C_{2} + C_{3}\right)}{\left(1 + j\omega \cdot R_{2} \cdot C_{2}\right) \cdot \left(1 + j\omega \cdot R_{3} \cdot C_{3}\right)} \cdot \frac{i\omega \cdot R_{4} \cdot C_{4}}{1 + i\omega \cdot R_{4} \cdot C_{4}} \cdot v_{S}$$

$$\frac{\mathbf{v}_{\mathrm{O}}}{\mathbf{v}_{\mathrm{S}}} = -\left(\frac{\mathbf{R}_{2} + \mathbf{R}_{3}}{\mathbf{R}_{1}}\right) \cdot \frac{i\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{R}_{4} \cdot \mathbf{C}_{4} \cdot \left[1 + j\boldsymbol{\omega} \cdot \frac{\mathbf{R}_{2} \cdot \mathbf{R}_{3}}{\mathbf{R}_{2} + \mathbf{R}_{3}} \cdot \left(\mathbf{C}_{2} + \mathbf{C}_{3}\right)\right]}{\left(1 + j\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{R}_{2} \cdot \mathbf{C}_{2}\right) \cdot \left(1 + j\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{R}_{3} \cdot \mathbf{C}_{3}\right) \cdot \left(1 + i\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{R}_{4} \cdot \mathbf{C}_{4}\right)}$$

Poli reali:

$$\omega_{P_1} = \left(R_4 \cdot C_4\right)^{-1} = 100 \cdot s^{-1} \qquad \omega_{P_2} = \left(R_3 \cdot C_3\right)^{-1} = 1 \times 10^3 \cdot s^{-1} \qquad \omega_{P_3} = \left(R_2 \cdot C_2\right)^{-1} = 1 \times 10^5 \cdot s^{-1}$$

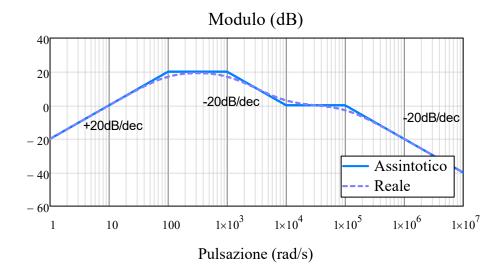
Zeri reali:

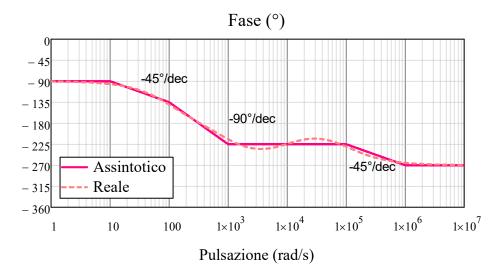
$$\omega_{Z_1} = \left[ \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} \cdot (C_2 + C_3) \right]^{-1} = 1 \times 10^4 \cdot s^{-1}$$

$$W(s) = A \cdot \frac{\frac{s}{\omega_{P_1}} \cdot \left(1 + \frac{s}{\omega_{Z_1}}\right)}{\left(1 + \frac{s}{\omega_{P_1}}\right) \cdot \left(1 + \frac{s}{\omega_{P_2}}\right) \cdot \left(1 + \frac{s}{\omega_{P_3}}\right)}$$

$$A = -\left(\frac{R_2 + R_3}{R_1}\right) = -10$$

#### 2) diagramma di Bode asintotico del modulo e della fase





# 3) Ampiezza e fas e del segnale di uscita, con segnale di ingresso:

 $\Delta \varphi_2 = -225^{\circ}$ 

Fase in  $\omega_2$ :

$$v_{O}(t) = V_{O1} \cdot \sin(\omega_{1} \cdot t + \varphi_{O1}) + V_{O2} \cdot \sin(\omega_{2} \cdot t + \varphi_{O2})$$

 $\varphi_{O2} = \varphi_2 + \Delta \varphi_2 = -225.9$ 

DATI:

$$R_1 = 1k\Omega$$
,  $R_2 = 9k\Omega$ ,  $R_S = 100\Omega$ ,  $R_L = 1k\Omega$ ,  $v_S = 5V$ 

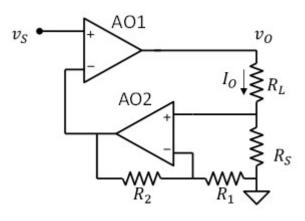
## 1) Corrente I<sub>O</sub>.

AO2 è in configurazione non invertente: Per il principio del cortocircuito virtuale

$$\mathbf{v}_{O2} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot R_S \cdot I_O = \mathbf{v}_S$$

$$I_{O} = \frac{v_{S}}{R_{S}} \cdot \frac{R_{1}}{R_{1} + R_{2}} = 5 \cdot \text{mA}$$

(Non dipende dal valore di  $R_L$ )



# 2) Tensione ${\bf v}_{\rm O}$

$$v_O = (R_L + R_S) \cdot I_O = 5.5 V$$

# Simulazione compito n.3

## Domande a risposta multipla

1)	В	6)	С	11)	В
2)		7)	Α	12)	
3)		8)	Α	13)	
4)		9)		14)	
	В	10)	Α	15)	

## Problema 1

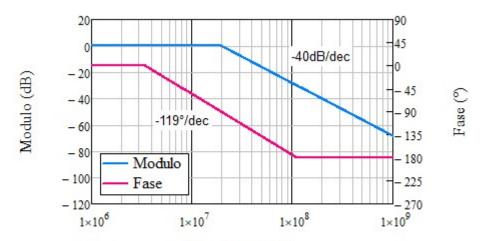
1. 
$$V_{GS1} = 1.5V$$
,  $V_{DS1} = 2.5V$   
 $V_{GS2} = 1.5V$ ,  $V_{DS2} = 2.5V$   
 $V_{GS3} = 2V$ ,  $V_{DS3} = 3.5V$ 

- 2.  $A_d = 8$
- 3.  $A_c = -0.04$
- 4. CMRR = 200
- 5.  $R_{OUT} = 8k\Omega$

#### Problema 2

1. 
$$W(s) = \frac{1}{\left(1 + 2C_1 \cdot R_1 \cdot s + s^2 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot R_1^2\right)}$$

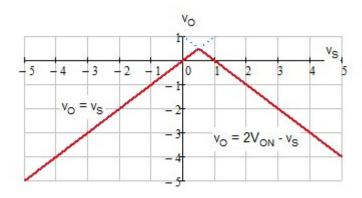
2. Diagramma di Bode



Pulsazione (rad/s)

#### Problema 3

$$v_{O}$$
 =  $v_{S}$  se  $v_{S} < V_{ON}$   $v_{O}$  =  $2V_{ON} - v_{S}$  se  $v_{S} > V_{ON}$ 



### Problema 4

- 1.  $v_0 = -13 \text{mV}$
- 2.  $v_S = 1.18 \text{mV}$

DATI:

$$V_{DD} = 5V$$
,  $V_{SS} = -5V$ ,  $V_{REF} = -3V$ ,  $R_D = 8k\Omega$ ;

M1 e M2: 
$$k_{n1} = 4mA \cdot V^{-2}$$
,  $k_{n2} = 4mA \cdot V^{-2}$ ,  $V_{TN} = 1V$ 

M3: 
$$k_{n3} = 2mA \cdot V^{-2}$$
;  $\lambda_{n3} = 0.01V^{-1}$ 

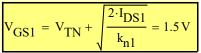
## 1) Punto di polarizzazione dei MOSFET $con v_1 = v_2 = 0V$

Corrente attraverso il MOSEFT Ma

$$V_{GS3} = V_{REF} - V_{SS} = 2 V$$

$$I_{DS3} = \frac{k_{n3}}{2} \cdot (V_{GS3} - V_{TN})^2 = 1 \cdot mA$$

$$I_{DS1} = \frac{I_{DS3}}{2} = 0.5 \cdot \text{mA}$$
  $I_{DS2} = I_{DS1} = 0.5 \cdot \text{mA}$ 



$$V_{GS2} = V_{GS1} = 1.5 V$$

$$V_{G1} = 0$$
  $V_{S1} = V_{G1} - V_{GS1} = -1.5 V$   $V_{D1} = V_{DD} - I_{DS1} \cdot R_D = 1 V$ 

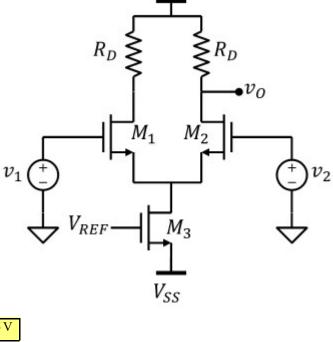
$$V_{D1} = V_{DD} - I_{DS1} \cdot R_D = 1 \text{ V}$$

$$V_{DS1} = V_{D1} - V_{S1} = 2.5 V$$
  $V_{GS1} - V_{TN} = 0.5 V$  OK, M1 Saturazione

$$V_{GS1} - V_{TN} = 0.5 V$$

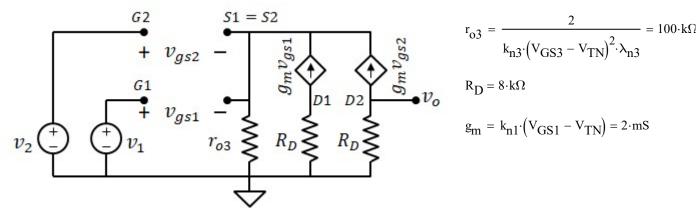
$$V_{DS3} = V_{S1} - V_{SS} = 3.5 \text{ V}$$
 V<sub>GS3</sub> - V<sub>TN</sub> = 1 V OK, M3 Saturazione

$$V_{GS3} - V_{TN} = 1 V$$



#### 2) Guadagno differenziale

Modello ai piccoli segnali



$$r_{o3} = \frac{2}{k_{n3} \cdot (V_{GS3} - V_{TN})^2 \cdot \lambda_{n3}} = 100 \cdot k\Omega$$

 $V_{DS2} = V_{DS1} = 2.5 V$ 

$$R_D = 8 \cdot k\Omega$$

$$g_{m} = k_{n1} \cdot (V_{GS1} - V_{TN}) = 2 \cdot mS$$

Solo modo differenziale

$$\mathbf{v}_1 = \frac{\mathbf{v}_d}{2} \qquad \mathbf{v}_2 = -\frac{\mathbf{v}_d}{2}$$

legge di kirchhoff in S1=S2:

$$g_{m} \cdot \left(\frac{v_{d}}{2} - v_{s}\right) + g_{m} \left(\frac{-v_{d}}{2} - v_{s}\right) = \frac{v_{s}}{r_{o3}}$$
  $v_{s} = 0$   $v_{gs2} = v_{2} = \frac{-v_{d}}{2}$ 

$$v_o = -g_m \cdot v_{gs2} \cdot R_D = -R_D \cdot g_m \cdot \left(-\frac{v_d}{2}\right)$$

$$A_d = \frac{R_D \cdot g_m}{2} = 8$$

$$v_s = 0$$
  $v_{gs2} = v_2 = \frac{-v_d}{2}$ 

$$A_{d} = \frac{R_{D} \cdot g_{m}}{2} = 8$$

#### 3) Guadagno di modo comune

$$v_1 = v_2 = v_c$$

legge di kirchhoff in S1=S2:

$$g_{m} \cdot (v_{c} - v_{s}) + g_{m}(v_{c} - v_{s}) = \frac{v_{s}}{r_{o3}}$$
  $v_{s} = \frac{2 \cdot g_{m} \cdot r_{o3}}{1 + 2 \cdot g_{m} \cdot r_{o3}} \cdot v_{c}$ 

$$\mathbf{v}_{s} = \frac{2 \cdot \mathbf{g}_{m} \cdot \mathbf{r}_{o3}}{1 + 2 \cdot \mathbf{g}_{m} \cdot \mathbf{r}_{o3}} \cdot \mathbf{v}_{c}$$

$$v_{gs1} = v_c - v_s = \frac{1}{1 + 2 \cdot g_m \cdot r_{o3}} \cdot v_c$$

$$\mathbf{v_o} = -\mathbf{g_m} \cdot \mathbf{v_{gs1}} \cdot \mathbf{R_D} = -\mathbf{R_D} \cdot \mathbf{g_m} \cdot \frac{1}{1 + 2 \cdot \mathbf{g_m} \cdot \mathbf{r_{o3}}} \cdot \mathbf{v_c}$$

$$A_{c} = \frac{-R_{D} \cdot g_{m}}{1 + 2 \cdot g_{m} \cdot r_{o3}} = -0.04$$

#### 4) CMRR

$$CMRR = \left| \frac{A_d}{A_c} \right| = 200$$

#### 5) resistenza di uscita

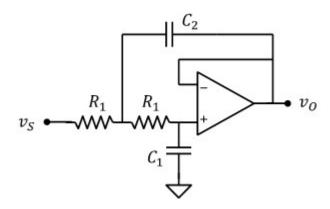
$$R_{OUT} = R_D = 8 \cdot k\Omega$$

DATI:

 $R_1 = 10\Omega$ 

 $C_1 = 3.9nF,$ 

 $C_2 = 6.8nF$ 



#### 1) Funzione di trasferimento

$$\mathbf{v}_{\mathbf{O}} = \mathbf{v}_{\mathbf{P}} = \mathbf{v}_{\mathbf{N}} \cdot \frac{1}{1 + i\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{C}_{1} \cdot \mathbf{R}_{1}}$$

$$\mathbf{v}_{\mathbf{P}} = (1 + i\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{C}_{1} \cdot \mathbf{R}_{1}) \cdot \mathbf{v}_{\mathbf{O}}$$

$$\mathbf{v}_{\mathbf{P}} = (1 + i\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{C}_1 \cdot \mathbf{R}_1) \cdot \mathbf{v}_{\mathbf{O}}$$

Dalla legge di kirchhoff:

$$\mathbf{v}_{\mathbf{A}} = \frac{\frac{\mathbf{v}_{\mathbf{S}}}{R_{1}} + \mathbf{v}_{\mathbf{O}} \cdot i\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{C}_{2}}{\frac{1}{R_{1}} + \frac{i\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{C}_{1}}{1 + i\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{R}_{1} \cdot \mathbf{C}_{1}} + i\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{C}_{2}} = \frac{\mathbf{v}_{\mathbf{S}} + \mathbf{v}_{\mathbf{O}} \cdot i\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{R}_{1} \cdot \mathbf{C}_{2}}{1 + \frac{i\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{R}_{1} \cdot \mathbf{C}_{1}}{1 + i\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{R}_{1} \cdot \mathbf{C}_{1}} + i\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{R}_{1} \cdot \mathbf{C}_{2}}$$

$$(1 + i\omega \cdot C_1 \cdot R_1) \cdot v_O = \frac{v_S + v_O \cdot i\omega \cdot R_1 \cdot C_2}{1 + \frac{i\omega \cdot R_1 \cdot C_1}{1 + i\omega \cdot R_1 \cdot C_1} + i\omega \cdot R_1 \cdot C_2}$$

$$[1 + i\omega \cdot R_1 \cdot C_1 + i\omega \cdot R_1 \cdot C_1 + i\omega \cdot R_1 \cdot C_2 + (i\omega)^2 \cdot R_1^2 \cdot C_2 \cdot C_1] \cdot v_O = v_S + v_O \cdot i\omega \cdot R_1 \cdot C_2$$

$$[1 + 2i\omega \cdot R_1 \cdot C_1 + (i\omega)^2 \cdot R_1^2 \cdot C_2 \cdot C_1] \cdot v_O = v_S$$

$$v_{O} = \frac{v_{S}}{\left[1 + 2 \cdot i\omega \cdot C_{1} \cdot R_{1} + (i\omega)^{2} \cdot C_{2} \cdot C_{1} \cdot R_{1}^{2}\right]}$$

Poniamo:

$$\omega_{\mathbf{P}} = \frac{1}{R_1 \cdot \sqrt{C_1 \cdot C_2}} = 1.94 \times 10^7 \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\delta = \sqrt{\frac{C_1}{C_2}} = 0.757$$

$$v_{O} = \frac{v_{S}}{\left[1 + \frac{i\omega}{\omega_{P}} \cdot 2 \cdot \delta + \left(\frac{i\omega}{\omega_{P}}\right)^{2}\right]}$$

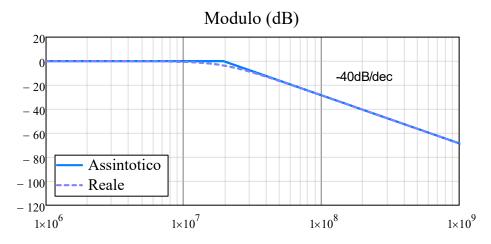
## Funzione di trasferimento

$$W(s) = \frac{A}{\left[1 + \frac{s}{\omega_{P}} \cdot 2 \cdot \delta + \left(\frac{s}{\omega_{P}}\right)^{2}\right]}$$

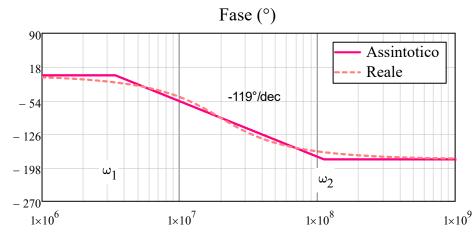
$$A = 1 \qquad \omega_P = 1.94 \times 10^7 \cdot s^{-1}$$

$$\delta = 0.76$$

## 2) diagramma di Bode asintotico del modulo e della fase



Pulsazione (rad/s)



$$\omega_1 = \omega_P \cdot 10^{-\delta} = 3.4 \times 10^6 \cdot s^{-1}$$

$$\boldsymbol{\omega}_2 \ = \ \boldsymbol{\omega}_P \cdot 10^\delta = 1.11 \times 10^8 \cdot s^{-1}$$

Pulsazione (rad/s)

 $v_o$ 

3R

### Problema 3

DATI:  $V_{ON} = 0.5V$ 

#### **Transcaratteristica**

Supponiamo il diodo ON

 $i_D = \frac{v_S - V_{ON}}{2R}$ Corrente attraverso il diodo:

Potenziale del terminale non invertente:

$$v_P = V_{ON} + R \cdot i_D = V_{ON} + \frac{v_S - V_{ON}}{2} = \frac{V_{ON}}{2} + \frac{v_S}{2}$$

Potenziale del terminale invertente (cortocircuito virtuale):



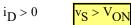
 $v_{O} = v_{N} - 3R \cdot \left(\frac{v_{S} - v_{N}}{R}\right) = 4 \cdot v_{N} - 3v_{S} = 4 \cdot \left(\frac{V_{ON}}{2} + \frac{v_{S}}{2}\right) - 3v_{S}$ 

R

Condizione di validità:

tensione di uscita:

$$i_D > 0$$



#### Supponiamo il diodo OFF

Potenziale del terminale non invertente:

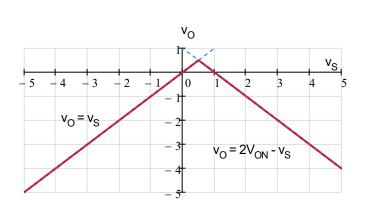
$$v_P = v_N = v_S$$

tensione di uscita:

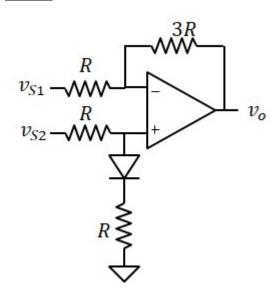
$$v_{O} = 4v_{S} - 3v_{S} = v_{S}$$

Condizione di validità:

$$v_D = v_S - 0$$
  
 $v_S < V_{ON}$ 



# Metodo alternativo: usare la sovrapposizione degli effetti con il seguente circuito e imponendo $v_{\underline{S1}} = v_{\underline{S2}} = v_{\underline{S}}$ alla fine dei conti:



La regione di funzionamento del diodo e il potenziale v<sub>p</sub> dipendono solo dal generatore v<sub>S2</sub>:

 $\label{eq:Diodo ON:} \qquad i_D = \frac{v_{S2} - v_{ON}}{2 \, \text{R}} \qquad \qquad i_D > 0 \quad \text{se} \qquad \quad v_{S2} > v_{ON}$ 

$$v_P = V_{ON} + R \cdot i_D = \frac{V_{ON} + v_{S2}}{2}$$

Dalla sovrapposizione degli effetti:

$$v_{O} = v_{P} \cdot \left(1 + \frac{3R}{R}\right) - \frac{3R}{R} \cdot v_{S1} = 4 \frac{V_{ON} + v_{S}}{2} - 3v_{S} = 2V_{ON} - v_{S}$$

 ${\rm v_p}$  =  ${\rm v_{S2}}$  valida se  ${\rm v_{S2}}$  <  ${\rm V_{ON}}$ Diodo OFF:

Dalla sovrapposizione degli effetti:

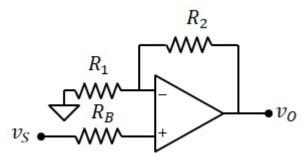
$$v_{O} = v_{P} \cdot \left(1 + \frac{3R}{R}\right) - \frac{3R}{R} \cdot v_{S1} = 4v_{S} - 3v_{S} = v_{S}$$

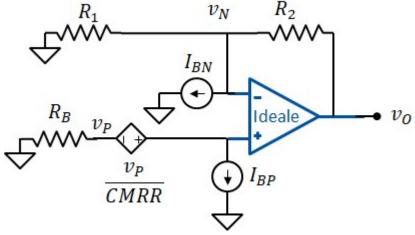
DATI: 
$$R_B=10k\Omega$$
,  $R_1=10k\Omega$ ,  $R_2=90k\Omega$   $v_S=0V$  AO:  $I_{BP}=110nA$ ,  $I_{BN}=110nA$ , CMRR = 10

## 1. Tensione di uscita con $v_s = 0$

Configurazione non invertente:

$$A_{V} = 1 + \frac{R_2}{R_1} = 10$$





Usiamo la sovrapposizione degli effetti:

1) solo corrente I<sub>BP</sub>

$$v_{\mathbf{P}} = 0 - R_{\mathbf{B}} \cdot I_{\mathbf{BP}} = -1.1 \cdot mV$$

$$v_{p} = 0 - R_{B} \cdot I_{BP} = -1.1 \cdot mV$$
  $v_{O1} = A_{V} \cdot \left(\frac{v_{p}}{CMRR} + v_{p}\right) = -12.1 \cdot mV$ 

2) solo corrente I<sub>BN</sub>

$$v_{O2} = R_2 \cdot I_{BN} = 9.9 \cdot mV$$

$$v_{O} = v_{O1} + v_{O2} = -2.2 \cdot mV$$

## 2. Quanto deve valere $v_s$ per ottenere $v_o = 0$

Contributo della sola tensione v<sub>s</sub>:

$$\begin{aligned} v_{P} &= v_{S} \\ v_{O3} &= \left(v_{S} + \frac{v_{S}}{cmr}\right) \cdot A_{v} = v_{S} \cdot \left(1 + \frac{1}{cmr}\right) \cdot A_{v} \\ v_{O1} + v_{O2} + v_{O3} &= 0 \end{aligned} \qquad v_{O1} + v_{O2} + v_{S} \cdot \left(1 + \frac{1}{cmr}\right) \cdot A_{v} = 0 \\ \hline v_{S} &= \frac{-\left(v_{O1} + v_{O2}\right)}{\left(1 + \frac{1}{cmr}\right) \cdot A_{v}} = 0.2 \cdot mV \end{aligned}$$