

# Soluzioni del III homework.

1. La funzione di trasferimento di un controllore che garantisce quanto richiesto è:

$$C(s) = \frac{117(s + 50)^3}{s(s^2 + 1)}$$

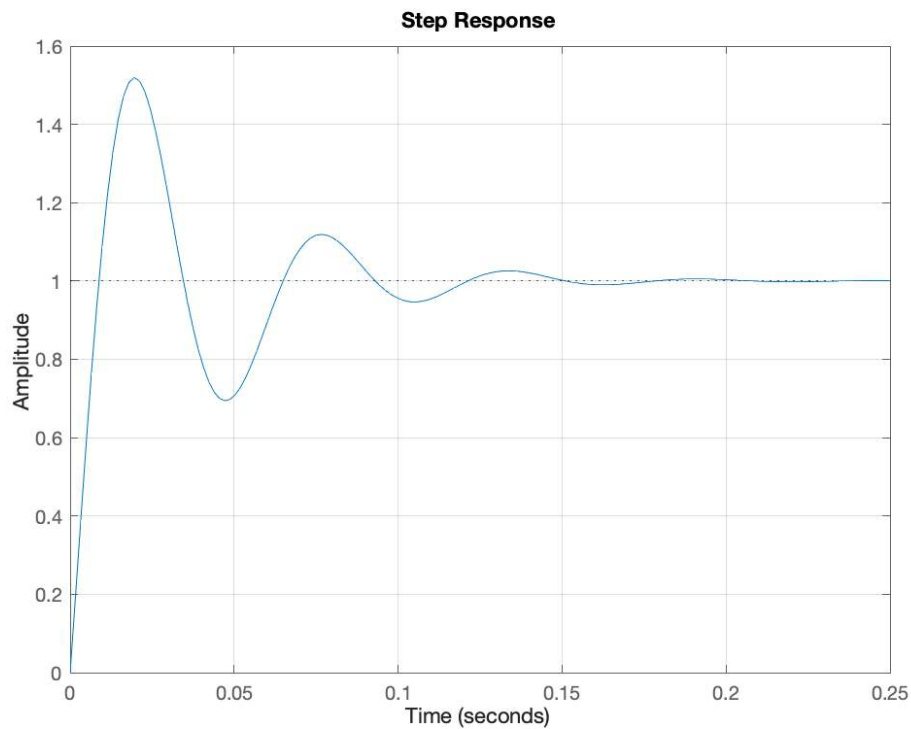
2. La funzione di trasferimento del sistema a catena chiusa è:

$$W(s) = \frac{117s^3 + 17550s^2 + 877500s + 14620000}{s^4 + 120s^3 + 17551s^2 + 877503s + 14620000}$$

I suoi poli dominanti sono in  $-28.30 \pm 109.64j$

3. Il tempo salita e il tempo di assestamento della risposta indiciale del sistema a catena chiusa sono, rispettivamente:  $t_r \simeq 0.007$ ,  $t_s \simeq 0.146$

4. Il grafico della risposta indiciale del sistema a catena chiusa è:



## Ragionamenti e i passaggi per ottenere la soluzione

Il controllore deve avere la forma

$$C(s) = \frac{N_c(s)}{s(s^2 + 1)D_c(s)}$$

affinché il sistema a catena chiusa inseguia segnali di riferimento a gradino con errore asintotico nullo e garantisca reiezione asintotica perfetta di disturbi sinusoidali di pulsazione pari a 1 radiante al secondo. Per non dover ricorrere a un controllore di ordine più elevato del necessario, scegliamo  $D_c(s) = 1$  e proviamo a vedere come scegliere  $N_c(s)$ , ossia gli zeri del controllore, in modo da attirare i poli del sistema a catena chiusa nella parte di  $\mathbb{C}$  ottenuta intersecando il semipiano a sinistra di una retta verticale di ascissa pari a  $-\sigma^*$ , con  $\sigma^* := 4.6/t_s^* \simeq 31$  e la regione che si trova all'esterno di una semicirconferenza di raggio pari a  $\omega_n^* := 1.8/t_r^* \simeq 36$ .

Utilizzando il luogo delle radici e la sua interpretazione come linee di un campo elettrico piano risulta intuitivo che un modo di ottenere quanto voluto è scegliere tre zeri reali a sinistra di  $-36$ . Scegliamo dunque  $N_c(s) = (s + z)^3$  con  $z > 36$ . Per esempio prendiamo  $z = 50$  (in modo che lo zero in  $-z$  sia sufficientemente a sinistra di  $-36$  da non dover richiedere valori enormi del guadagno per garantire che tutti i poli del sistema a catena chiusa siano nella regione desiderata).

Con i seguenti comandi disegno il luogo delle radici e i contorni della regione ammissibile.

```
clear all
close all
```

```
Ng=[1]    %Fisso il numeratore di G
Dg=[1 3]  %Fisso il denominatore di G
```

```
G=tf(Ng,Dg) %Fisso G
```

```
Dc=conv([1 0], [1 0 1]) %Fisso il denominatore di C
z=-50 %fisso lo zero triplo di C (potevo anche fissare 3 zeri distinti)
Nc=conv([1 -z],conv([1 -z],[1 -z])) %Fisso il numeratore di C
```

```
N=conv(Nc,Ng) %Fisso il numeratore di H
D=conv(Dc,Dg) %Fisso il denominatore di H
```

```
rlocus(N,D)
axis('equal')
grid
```

```
% I seguenti comandi disegnano i contorni della regione ammissibile.
hold on
```

```

ts=0.15
tr=0.05

Wn=1.8/tr
sigma=4.6/ts

w=pi/2:0.01:3*pi/2;
y=Wn*sin(w);
x=Wn*cos(w);

plot(x,y,'m','LineWidth',1)
v=axis;
plot([-sigma,-sigma],[v(3),v(4)],'m','LineWidth',1)

```

Naturalmente se vedessimo che il valore di  $z$  non ci dà un luogo soddisfacente lo potremmo cambiare. Vediamo invece che il luogo sembra essere adeguato. Con il comando

```
rlocfind(N,D)
```

possiamo determinare il valore del guadagno  $K$  per il quale si ha intersezione del luogo con la circonferenza di raggio  $\omega_n^*$ . Troviamo  $K = 260$ .

A questo punto con il comando

```
stepinfo(W,'SettlingTimeThreshold',0.01)
```

otteniamo i seguenti valori di  $t_r$  e  $t_s$ :  $t_r \simeq 0.0043$ ,  $t_s \simeq 0.0573$ . Entrambi i valori sono sensibilmente più piccoli di quanto richiesto e quindi possiamo permetterci di spostare a destra i poli dominanti della funzione di trasferimento del sistema a catena chiusa. Vista la forma del luogo delle radici, ciò corrisponde a diminuire il valore del guadagno  $K$ . Diminuendo progressivamente  $K$  e utilizzando di nuovo il comando `stepinfo`, troviamo che per  $K = 117$ , si ha  $t_r \simeq 0.007$ ,  $t_s \simeq 0.146$ . Pertanto questo valore è adeguato alle richieste e quindi un controllore di funzione di trasferimento

$$C(s) = \frac{117(s + 50)^3}{s(s^2 + 1)}$$

risolve il problema proposto. Il grafico della risposta indiciale del sistema a catena chiusa si ottiene con i comandi:

```

K=117
H=tf(K*N,D)
W=feedback(H,1)
figure
step(W)
grid

```