

ESERCIZI SCHEDA 3

ESERCIZIO 1

$$E_y = \alpha + \frac{\beta}{y^2} = 600 \frac{\text{N}}{\text{C}} + \frac{1}{y^2} 5 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}}$$

$$y_a = 2 \text{ cm} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m} \quad y_b = 3 \text{ cm} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

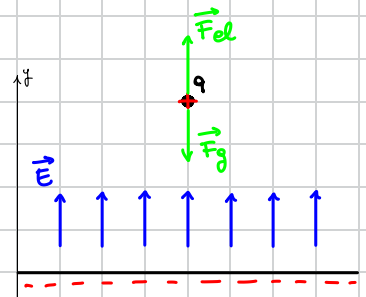
$$\vec{E} = -\nabla V \Rightarrow \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \frac{\partial V}{\partial x} \\ \frac{\partial V}{\partial y} \\ \frac{\partial V}{\partial z} \end{pmatrix} \Rightarrow E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \Leftrightarrow V = -\int E_y dy = -\int \left(\alpha + \frac{\beta}{y^2} \right) dy = -\alpha y + \frac{\beta}{y} + k \quad \text{con } k \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow V_a - V_b = \int_{y_b}^{y_a} -E_y dy = \left[-\alpha y + \frac{\beta}{y} \right]_{y_b}^{y_a} = 88,33 \text{ V} \quad V_a - V_b > 0 \Rightarrow V_a > V_b$$

ESERCIZIO 2

$$m = 5 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \quad q = +7 \text{ nC} = +7 \cdot 10^{-9} \text{ C} \quad \sigma = +8 \text{ pC/m}^2 = +8 \cdot 10^{-12} \text{ C/m}^2$$

$$d_i = 0,4 \text{ m}, \quad d_f = 0,1 \text{ m}$$



stato iniziale: all'inizio non è presente energia cinetica, in quanto la particella è ferma; si hanno sia energia potenziale elettrica che gravitazionale.

stato finale: la particella ha sia energia potenziale elettrostatica e gravitazionale che energia cinetica.

$$\text{potenziale } V = -\int E_y dy = -\int \frac{\sigma}{2\epsilon_0} dy = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} y + k$$

$$\text{Pongo la conservazione dell'energia: } U_{g,i} + U_{el,i} = U_{g,f} + U_{el,f} + k$$

$$mgd_i + qV_i = mgd_f + qV_f + \frac{1}{2}mv^2$$

$$mgd_i + qV_i - mgd_f - qV_f = \frac{1}{2}mv^2$$

$$mg(d_i - d_f) + q(V_i - V_f) = \frac{1}{2}mv^2$$

$$mg(d_i - d_f) + q \left(-\frac{\sigma}{2\epsilon_0} d_i + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} d_f \right) = \frac{1}{2}mv^2$$

$$2mg(d_i - d_f) - q \frac{\sigma}{2\epsilon_0 m} (d_i - d_f) = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{(d_i - d_f) \left(2g - q \frac{\sigma}{m\epsilon_0} \right)} = 1,445 \text{ m/s}$$