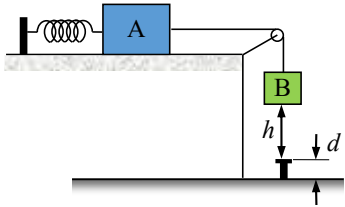


Cognome Nome Matricola

Aula Posto #

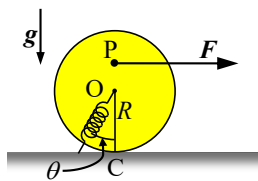
Problema 1



Un corpo A di massa $m_A = 10$ kg è posto su un piano orizzontale scabro avente coefficiente di attrito dinamico $\mu_d = 0.12$. Esso è collegato tramite una fune inestensibile di massa trascurabile ed una carrucola ideale ad un corpo B di massa $m_B = 4$ kg che può scendere in verticale come indicato in figura; sul lato opposto alla fune, A è collegato ad una molla ideale di costante elastica $k = 300$ N/m orizzontale vincolata all'altro estremo ed estesa di una quantità $\Delta x = 0.15$ m. La base inferiore di B si trova ad una distanza $h = 0.2$ m lungo la verticale dalla testa di un chiodo parzialmente conficcato nel terreno da cui sporge di $d = 0.004$ m. Inizialmente il sistema è fermo, poi si stacca la molla da A e i corpi si mettono in movimento. Determinare:

- modulo F_{as} e verso della forza di attrito statico inizialmente presente tra A ed il piano;
- il modulo T della tensione della fune mentre i corpi A e B stanno cadendo;
- se alla fine il chiodo sarà completamente conficcato nel terreno, sapendo che, mentre scende, il terreno esercita su di esso una forza di strisciamento costante $F_{str} = 500$ N (si consideri trascurabile l'effetto della forza peso del chiodo stesso).

Problema 2



Un disco di raggio R e massa $m = 5$ kg è appoggiato su un piano scabro orizzontale con il suo asse orizzontale. Nella posizione P del disco, alla distanza $OP = R/2$ dal centro O del disco, con OP verticale e P sopra O, è applicata una forza orizzontale di modulo costante $F = 3.2$ N complanare al disco. Nel centro O del disco è attaccata una molla di costante elastica $k = 100$ N/m vincolata al piano all'altro estremo; la molla è complanare al piano del disco, inclinata di un angolo $\theta = 30^\circ$ rispetto alla

verticale, estesa di Δx e si oppone al moto del disco indotto dalla forza \vec{F} . Determinare:

- l'allungamento Δx della molla;
 - il modulo N della reazione normale esercitata dal piano di appoggio sul disco.
- Ad un certo istante, si stacca la molla ed il disco si mette in moto di puro rotolamento; durante il moto del disco, la forza \vec{F} rimane sempre applicata nel punto posto a distanza $R/2$ sopra O. Determinare:
- il modulo f_{as} della forza di attrito statico tra disco e piano durante il moto;
 - l'energia cinetica E_k del disco dopo che il suo centro di massa ha percorso una distanza $l = 1.5$ m.

Problema 3

Una macchina termica di rendimento $\eta = 0.22$ lavora tra una massa M_V di vapor acqueo saturo ($\lambda_V = 2.26 \cdot 10^6$ J/kg, $T_V = 373.15$ K) ed un serbatoio contenente ghiaccio ($\lambda_G = 3.3 \cdot 10^5$ J/kg, $T_G = 273.15$ K). Ad ogni ciclo condensa una massa $m_V = 0.005$ kg di vapore e fonde una massa m_G di ghiaccio. Determinare:

- la massa m_G di ghiaccio che fonde ad ogni ciclo della macchina;
- la massa M_V di vapore iniziale sapendo che con il lavoro complessivamente prodotto dalla macchina, cioè fino a quando tutto il vapore è condensato, è possibile dimezzare il volume di $n = 12$ moli di gas alla temperatura $T = 360$ K con una trasformazione isoterma reversibile.

Quando tutto il vapore è condensato, si sostituisce la macchina con una reversibile (che lavora quindi tra una massa M_V d'acqua inizialmente alla temperatura T_V e il serbatoio di ghiaccio alla temperatura T_G). Determinare:

- la temperatura T_{H_2O} dell'acqua ($c_{H_2O} = 4186.6$ J/(kg K)) dopo che è fusa un'ulteriore massa $M_G = 0.025$ kg di ghiaccio.

Soluzioni

Problema 1

- a) Si orienta l'asse per A positivo verso destra e quello per B positivo verso il basso:

$$T' = m_B g; \quad T' + F_{as} - k\Delta x = 0 \Rightarrow F_{as} = k\Delta x - m_B g = 5.76 \text{ N} \text{ concorde al verso dell'asse (verso destra).}$$

$$b) \begin{cases} m_B g - T = m_B a \\ T - \mu_d m_A g = m_A a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{m_B - \mu_d m_A}{m_A + m_B} g \\ T = m_A (\mu_d g + a) \end{cases} \Rightarrow T = (\mu_d + 1) \frac{m_A m_B}{m_A + m_B} g = 31.4 \text{ N}$$

- c) La massima energia che il corpo B può trasmettere al chiodo è pari alla sua energia cinetica all'urto più la sua energia potenziale gravitazionale dall'altezza del chiodo al suolo (nel caso di urto elastico con più rimbalzi).

$$E_{max} = E_{k,B} + m_B g d = \frac{1}{2} m_B v_B^2 + m_B g d = \frac{1}{2} m_B (2ah) + m_B g d = m_B (ah + gd) = 1.73 \text{ J}$$

La velocità di B all'urto si può determinare anche con la variazione dell'energia meccanica:

$$W_{nc} = \Delta E_m \Rightarrow -\mu_d m_A g h = \frac{1}{2} (m_A + m_B) v_B^2 - m_B g h \Rightarrow v_B^2 = 2 \left(\frac{m_B - \mu_d m_A}{m_A + m_B} g \right) h$$

Siccome il lavoro necessario per conficcare completamente il chiodo nel terreno è $W = F_{str} d = 2 \text{ N} > E_{max}$, il sistema non dispone di energia sufficiente a conficcare completamente il chiodo.

Problema 2

- a) Si può scegliere come polo dei momenti sia il punto di contatto C sia il centro del disco O:

$$\text{Polo C: } \frac{3}{2} R F - R k \Delta x \sin(\pi - \theta) = 0 \Rightarrow \Delta x = \frac{3F}{2k \sin \theta} = 0.096 \text{ m}$$

$$\text{Polo O: } \begin{cases} \frac{R}{2} F - R f'_{as} = 0 \\ F + f_{as} - k \Delta x \sin \theta = 0 \end{cases} \Rightarrow F + \frac{F}{2} - k \Delta x \sin \theta = 0 \Rightarrow \Delta x = \frac{3F}{2k \sin \theta}$$

- b) $N - mg - k \Delta x \cos \theta = 0 \Rightarrow N = mg + k \Delta x \cos \theta = 57.4 \text{ N}$

- c) Polo C: $\frac{3}{2} R F = I_C \alpha \Rightarrow \frac{3}{2} R F = \left(\frac{1}{2} m R^2 + m R^2 \right) \frac{a_{CM}}{R} \Rightarrow a_{CM} = \frac{F}{m} = 0.6 \text{ m/s}^2$

$$\text{Polo O: } \begin{cases} \frac{R}{2} F - R f_{as} = I_O \alpha \\ F + f_{as} = m a_{CM} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R \left(\frac{F}{2} - f_{as} \right) = \frac{1}{2} m R^2 \frac{a_{CM}}{R} \\ F + f_{as} = m a_{CM} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_{CM} = \frac{F}{m} \\ f_{as} = 0 \end{cases}$$

- d) $E_k = \frac{1}{2} m v_{CM}^2 + \frac{1}{2} I_O \omega^2 = \frac{1}{2} m v_{CM}^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} m R^2 \right) \frac{v_{CM}^2}{R^2} = \frac{3}{4} m v_{CM}^2 = \frac{3}{4} m \left(2 \frac{F}{m} l \right) = \frac{3}{2} F l = 7.2 \text{ J}$

$$\text{Oppure: } E_k = W_{F,trasl+rot} = F l + M_O \Delta \theta = F l + \frac{R}{2} F \frac{l}{R} = \frac{3}{2} F l$$

Problema 3

- a) $\eta = 1 + \frac{Q_G}{Q_V} = 1 - \frac{m_G \lambda_G}{m_V \lambda_V} \Rightarrow m_G = m_V \frac{\lambda_V}{\lambda_G} (1 - \eta) = 0.0267 \text{ kg}$

- b) $W_{TOT} = \eta Q_{V,TOT} = \eta M_V \lambda_V; \quad W_{gas} = n R T \ln \frac{V_{fin}}{V_{in}} = n R T \ln \frac{1}{2}; \quad W_{TOT} = -W_{gas} \Rightarrow$

$$\Rightarrow M_V = -\frac{n R T \ln \frac{1}{2}}{\eta \lambda_V} = 0.050 \text{ kg}$$

- c) $\Delta S_{UN} = 0 = \Delta S_{acqua} + \Delta S_{ghiaccio} = M_V c_{H_2O} \ln \frac{T_{H_2O}}{T_V} + \frac{M_G \lambda_G}{T_G} \Rightarrow T_{H_2O} = T_V e^{-\frac{M_G \lambda_G}{M_V c_{H_2O} T_G}} = 323.1 \text{ K}$