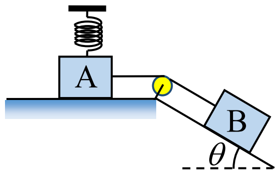
Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica - Canale 1 (Prof. G. Naletto)
Prova scritta di Fisica Generale 1 - Padova, 22 giugno 2023

Cognome .... Nome .... Matricola ....

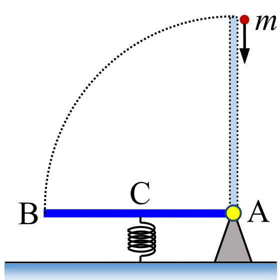
Problema 1



Un corpo A di dimensioni trascurabili e massa $m_A = 4.5$ kg è fermo su un piano orizzontale scabro. I coefficienti di attrito statico e dinamico tra corpo e piano sono uguali e pari a $\mu = 0.21$. Sopra il corpo preme una molla, vincolata all'altro estremo, verticale e compressa di $\Delta\ell = 0.05$ m; su un lato del corpo è attaccata una fune ideale tesa orizzontale collegata all'altro estremo, tramite una carrucola ideale, ad un altro corpo B di dimensioni trascurabili e massa $m_B = 5$ kg posto su un piano liscio inclinato di un angolo $\theta = 20°$ rispetto al piano orizzontale; la fune collegata a B è parallela al piano inclinato. Ad un certo istante si toglie la molla e i due corpi si mettono in movimento. Determinare:

a) il minimo valore k_{min} della costante elastica della molla sufficiente a mantenere fermi i corpi;
b) il modulo T della tensione della fune mentre i corpi sono in moto;
c) l'energia cinetica complessiva $E_{k,A+B}$ dei corpi A e B dopo che B ha percorso una distanza $d = 0.3$ m sul piano inclinato.

Problema 2



Una sbarretta sottile omogenea AB di lunghezza $L = 0.6$ m e massa $M = 4.5$ kg è vincolata a ruotare attorno ad un asse fisso orizzontale passante per A perpendicolare alla sbarretta stessa. Inizialmente la sbarretta è mantenuta ferma orizzontale e comprime di $\Delta\ell = 0.15$ m una molla di costante elastica $k = 1200$ N/m perpendicolare ad AB applicata nel suo centro C che spinge in alto (vedi figura; la molla non è attaccata alla sbarretta in C). Ad un certo istante si sblocca la sbarretta che si mette in moto ruotando attorno ad A. Quando la sbarretta è in posizione verticale, un corpo in caduta libera di dimensioni trascurabili e massa $m = M/6$ kg urta in modo completamente anelastico la sbarra nell'estremo B. Determinare:

a) il modulo α_0 dell'accelerazione angolare della sbarretta all'istante dello sblocco;
b) modulo, direzione e verso della reazione vincolare $\vec{R}_{A,0}$ esercitata in A all'istante iniziale del moto;
c) il modulo ω della velocità angolare della sbarretta un istante prima dell'urto;
d) il modulo ω' della velocità angolare della sbarretta subito dopo l'urto.

Problema 3

Cinque moli di un gas ideale biatomico sono sottoposte al ciclo ABCDA. Il gas viene espanso molto lentamente in modo isotermo dallo stato A in cui occupa il volume V_1 ed è alla temperatura $T_A = 320$ K allo stato B in cui occupa il volume V_2; durante questa trasformazione, l'entropia del gas varia di $\Delta S_{AB,gas} = 8$ J/K. Si mette poi il gas in contatto termico con un serbatoio alla temperatura $T_C = 280$ K e il gas raggiunge lo stato di equilibrio C in cui occupa lo stesso volume V_2. Poi si isola termicamente il gas e lo si comprime molto lentamente fino allo stato D in cui ritorna al volume iniziale V_1. Infine si mette il gas in contatto termico con un serbatoio alla temperatura $T_S = 400$ K finché il gas ritorna allo stato iniziale A. Dopo aver disegnato il ciclo nel piano di Clapeyron, determinare:

a) la temperatura T_D del gas nello stato D;
b) il rendimento η del ciclo;
c) la variazione ΔS_{amb} di entropia dell'ambiente nel ciclo del gas.

Soluzioni

Problema 1

a) $\begin{cases} T_0 - f_{as} = 0 \\ m_B g \sin\theta - T_0 = 0 \end{cases} \Rightarrow \quad f_{as} = m_B g \sin\theta \le \mu_s N_A; \quad m_A g + k\Delta\ell - N_A = 0$

$$\Rightarrow \quad m_B g \sin\theta \le \mu(m_A g + k\Delta\ell) \quad \Rightarrow \quad k \ge \left(\frac{1}{\mu} m_B \sin\theta - m_A\right)\frac{g}{\Delta\ell} = k_{min} = 715 \text{ N/m}$$

b) $\begin{cases} T - \mu_d m_A g = m_A a \\ m_B g \sin\theta - T = m_B a \end{cases} \Rightarrow \quad a = \dfrac{m_B \sin\theta - \mu m_A}{m_A + m_B} g = 0.79 \text{ m/s}^2; \quad T = m_A(a + \mu g) = 12.8 \text{ N}$

c) $v^2 = 2ad; \;\; E_{k,A+B} = \dfrac{1}{2}(m_A + m_B)v^2 = (m_A + m_B)ad = 2.25 \text{ J}$

oppure

$$W_{nc} = \Delta E_m = \Delta E_k + \Delta E_p \quad \Rightarrow \quad -\mu m_A g d = E_{k,A+B} - m_B g d \sin\theta \quad \Rightarrow \quad E_{k,A+B} = (m_B \sin\theta - \mu m_A) g d$$

Problema 2

a) $\Sigma_i \vec{M}_{i,A} = I_A \vec{\alpha}_0 \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{AC} \times k\Delta\vec{\ell} + \overrightarrow{AC} \times M\vec{g} = I_A \vec{\alpha}_0 \quad \Rightarrow \quad \dfrac{L}{2} k\Delta\ell - \dfrac{L}{2} Mg = \dfrac{1}{3} ML^2 \alpha_0 \quad \Rightarrow$

$$\Rightarrow \quad \alpha_0 = \frac{3}{2ML}(k\Delta\ell - Mg) = 75.5 \text{ rad/s}^2$$

b) La forza elastica, la forza peso e l'accelerazione iniziale sono tutti vettori verticali. Quindi anche $\vec{R}_{A,0}$ è verticale.

$$k\Delta\vec{\ell} + M\vec{g} + \vec{R}_{A,0} = M\vec{a}_{CM,0} \quad \Rightarrow \quad k\Delta\ell - Mg + R_{A,0} = Ma_{CM,0} = M\alpha_0 \frac{L}{2}$$

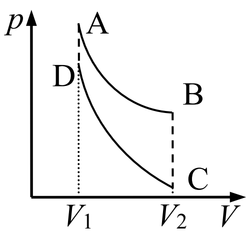
$$\Rightarrow \quad R_{A,0} = M\alpha_0 \frac{L}{2} - k\Delta\ell + Mg = -34 \text{ N}, \quad \text{orientata verso il basso}$$

oppure $\Sigma_i \vec{M}_{i,C} = I_C \vec{\alpha}_0 \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{CA} \times \vec{R}_{A,0} = I_C \vec{\alpha}_0 \quad \Rightarrow \quad \dfrac{L}{2} R_{A,0} = \dfrac{1}{12} ML^2 \alpha_0 \quad \Rightarrow \quad R_{A,0} = \dfrac{1}{6} ML\alpha_0$

c) $E_m = \text{cost} \quad \Rightarrow \quad \dfrac{1}{2} k\Delta\ell^2 = \dfrac{1}{2} I_A \omega^2 + Mg\dfrac{L}{2} \quad \Rightarrow \quad \omega = \sqrt{\dfrac{3(k\Delta\ell^2 - MgL)}{ML^2}} = 0.97 \text{ rad/s}$

d) $\vec{L}_A = \text{cost} \quad \Rightarrow \quad I_A \omega = I'_A \omega' \quad \Rightarrow \quad \dfrac{1}{3} ML^2 \omega = \left(\dfrac{1}{3} ML^2 + \dfrac{M}{6} L^2\right)\omega' \quad \Rightarrow \quad \omega' = \dfrac{2}{3}\omega = 0.65 \text{ rad/s}$

Problema 3



a) $\Delta S_{AB,gas} = nR \ln\dfrac{V_B}{V_A} = nR \ln\dfrac{V_2}{V_1} \quad \Rightarrow \quad \dfrac{V_2}{V_1} = e^{\frac{\Delta S_{AB}}{nR}} = 1.21;$

$$T_C V_C^{\gamma-1} = T_D V_D^{\gamma-1} \quad \Rightarrow \quad T_D = T_C\left(\frac{V_C}{V_D}\right)^{\gamma-1} = T_C\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} = 302.4 \text{ K}$$

b) $Q_{AB} = W_{AB} = nRT_A \ln\dfrac{V_B}{V_A} = T_A \Delta S_{AB} = 2560 \text{ J}$

$Q_{BC} = nc_V(T_C - T_B) = -4157 \text{ J}; \quad Q_{CD} = 0; \quad Q_{DA} = nc_V(T_A - T_D) = 1829 \text{ J};$

$W_{BC} = 0; \;\; W_{CD} = -nc_V(T_D - T_C) = -2328 \text{ J}; \quad W_{DA} = 0; \quad W_{TOT} = 1829 \text{ J};$

$$\eta = \frac{W_{TOT}}{Q_{ASS}} = 1 + \frac{Q_{CED}}{Q_{ASS}} = 1 + \frac{Q_{BC}}{Q_{AB} + Q_{DA}} = 0.0528$$

c) $\Delta S_{amb} = \Delta S_{amb,AB} + \Delta S_{serb,BC} + \Delta S_{serb,DA} = -\Delta S_{AB,gas} + \dfrac{-Q_{BC}}{T_C} + \dfrac{-Q_{DA}}{T_S} = 2.28 \text{ J/K}$

oppure $\Delta S_{amb} = \Delta S_U = \Delta S_{U,BC} + \Delta S_{U,DA} = nc_V \ln\dfrac{T_C}{T_B} + \dfrac{-Q_{BC}}{T_C} + nc_V \ln\dfrac{T_A}{T_D} + \dfrac{-Q_{DA}}{T_S}$