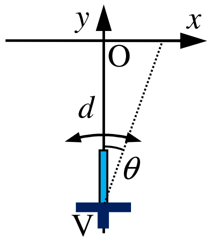
Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica (Canale 1)
Numerosità Canale 3 (Prof. G. Naletto)
Prima Prova in Itinere di Fisica Generale 1 - Padova, 9 aprile 2019

Cognome .... Nome .... Matricola ....

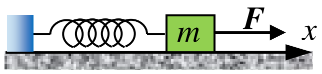
Problema 1



Al luna park, un bersaglio lungo (verticalmente) e stretto (orizzontalmente) si muove lungo un asse orizzontale x con legge oraria $x(t) = A\sin(\omega t + \phi)$, in cui $\omega = 0.5$ rad/s e $A = 5$ m. Un ragazzo cerca di colpire il bersaglio sparando un proiettile con un cannoncino ad aria compressa che può ruotare nel piano orizzontale attorno ad un asse verticale V posto a distanza $d = 6$ m dall'asse x. L'incrocio tra l'asse orizzontale y perpendicolare a x che passa per V e l'asse x stesso definisce l'origine O del sistema di riferimento. Dall'istante $t = 0$ in cui il ragazzo preme il grilletto, il proiettile, inizialmente fermo nel cannoncino in V, subisce una accelerazione costante di modulo a per un tempo $t_1 = 0.2$ s dentro alla canna rettilinea, e viene poi espulso in aria. Il ragazzo punta lungo la direzione y e colpisce il bersaglio all'istante $t_2 = 0.6$ s. Trascurando l'attrito dell'aria, determinare:

a) la fase iniziale ϕ nell'equazione del moto del bersaglio;
b) il modulo a dell'accelerazione del proiettile dentro al cannoncino;
c) l'istante t_o in cui il ragazzo avrebbe dovuto premere il grilletto per colpire il bersaglio puntando il cannoncino nella direzione $\theta = 0.5$ rad al primo passaggio del bersaglio nel tratto $x > 0$.

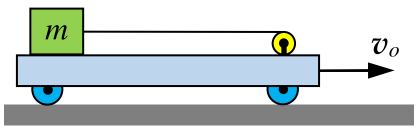
Problema 2



Un corpo di massa $m = 9$ kg è fermo su un piano orizzontale scabro; i coefficienti di attrito statico e dinamico tra corpo e piano sono rispettivamente $\mu_s = 0.16$ e $\mu_d = 0.14$. Su un lato del corpo è applicata una forza costante orizzontale di modulo $F = 60$ N; sul lato opposto, il corpo è collegato ad una molla posta parallela alla forza $\boldsymbol{F}$ ideale di costante elastica $k = 400$ N/m allungata di $x_o = 0.14$ m (NB: si è posta l'origine dell'asse di riferimento x nel punto di lunghezza a riposo della molla) e vincolata all'altro estremo. Ad un certo istante si toglie la forza $\boldsymbol{F}$, ed il corpo inizia a muoversi sul piano. Determinare:

a) modulo e verso della forza di attrito statico $\boldsymbol{f_{as}}$ agente sul corpo prima di togliere la forza $\boldsymbol{F}$;
b) l'intervallo di valori che può avere il modulo F della forza applicata al corpo per cui esso rimane fermo;
c) il modulo a dell'accelerazione del corpo un istante dopo che si è messo in movimento;
d) il modulo v della velocità del corpo quando passa per il punto di lunghezza a riposo della molla;
e) (facoltativo) il modulo v_{max} della massima velocità raggiunta dal corpo.

Problema 3



Un corpo di massa $m = 2.7$ kg è appoggiato su un carrello orizzontale liscio di massa $M = 15$ kg che può scorrere senza attrito su un piano orizzontale. Una fune tesa orizzontale inestensibile e di massa trascurabile è fissata ad un estremo al corpo, e all'altro estremo ad un verricello solidale al carrello. Quando è azionato, il verricello esercita una tensione di modulo $T = 2.5$ N sulla fune. Inizialmente il verricello è spento, e tutto il sistema si muove con velocità costante parallela alla fune di modulo $v_o = 0.45$ m/s e verso che va dal corpo al verricello (vedi figura). Ad un certo istante, si aziona il verricello e il corpo si avvicina al verricello stesso. Determinare:

a) il modulo a_{CM} dell'accelerazione del centro di massa del sistema quando il verricello è in azione;
b) modulo e verso dell'accelerazione $\boldsymbol{a'}$ del corpo relativamente al carrello quando il verricello è in azione;
c) modulo e verso della velocità $\boldsymbol{V}$ del carrello (nel sistema di riferimento inerziale) quando il corpo ha percorso una distanza $d = 1.8$ m sul carrello stesso;
d) il lavoro W^I fatto dalle forze interne al sistema da quando si aziona il verricello a quando il corpo ha percorso la distanza d sul carrello.

Soluzioni

Problema 1

NB Anche se si tratta di un moto parabolico, ai fini della soluzione conta la sola componente orizzontale del moto.

a) $x(t_2) = A\sin(\omega t_2 + \phi) = 0 \quad \Rightarrow \quad \omega t_2 + \phi = 0 \quad \Rightarrow \quad \phi = -\omega t_2 = -0.3\,\text{rad} = -17.2°$

b) $d_1 = \frac{1}{2}at_1^2; \quad v_1 = at_1; \quad d = d_1 + v_1(t_2 - t_1) = at_1\left(t_2 - \frac{t_1}{2}\right) \quad \Rightarrow \quad a = \frac{2d}{t_1(2t_2 - t_1)} = 60\ \text{m/s}^2$

c) Sia t^* l'istante in cui il bersaglio viene colpito e $\Delta t = t^* - t_o$ il tempo per colpire il bersaglio da quando si preme il grilletto: l'istante in cui il ragazzo avrebbe dovuto premere il grilletto è pari a $t_o = t^* - \Delta t$.

$$x(t^*) = A\sin(\omega t^* + \phi) = d\tan\theta \qquad t^* = \frac{1}{\omega}\left[\sin^{-1}\left(\frac{d\tan\theta}{A}\right) - \phi\right] = 2.03\,\text{s}$$

$$d^* = \frac{d}{\cos\theta} = at_1\left(\Delta t - \frac{t_1}{2}\right) \quad \Rightarrow \quad \Delta t = \frac{d}{at_1\cos\theta} + \frac{t_1}{2} = 0.67\ \text{s}; \quad \Rightarrow \quad t_o = t^* - \Delta t = 1.36\ \text{s}$$

Problema 2

a) $F + f_{as} - kx_o = 0 \quad \Rightarrow \quad f_{as} = kx_o - F = -4\ \text{N} \quad \Rightarrow \quad |f_{as}| = 4\ \text{N}$, verso opposto a $\boldsymbol{F}$.

b) $F + f_{as} - kx_o = 0 \quad \Rightarrow \quad f_{as} = kx_o - F \le f_{as,\max} = \mu_s mg \quad \Rightarrow \quad F \ge kx_o - \mu_s mg = 41.9\ \text{N}$

$F - f_{as} - kx_o = 0 \quad \Rightarrow \quad f_{as} = F - kx_o \le f_{as,\max} = \mu_s mg \quad \Rightarrow \quad F \le kx_o + \mu_s mg = 70.1\ \text{N}$

c) $f_{ad} - kx_o = ma \quad \Rightarrow \quad \mu_d mg - kx_o = ma \quad \Rightarrow \quad |a| = \left|\mu_d g - \frac{k}{m}x_o\right| = 4.85\ \text{m/s}^2$

d) $W_{nc} = \Delta E_m \quad \Rightarrow \quad -\mu_d mgx_o = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}kx_o^2 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{k}{m}x_o^2 - 2\mu_d gx_o} = 0.70\ \text{m/s}$

e) $W_{nc} = \Delta E_m \quad \Rightarrow \quad -\mu_d mg(x_o - x) = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 - \frac{1}{2}kx_o^2 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{k}{m}(x_o^2 - x^2) - 2\mu_d g(x_o - x)}$

$a = \frac{dv}{dx} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\frac{2kx}{m} + 2\mu_d g = 0 \quad \Rightarrow \quad x_{\max} = \frac{\mu_d mg}{k} = 0.031\ \text{m}$ (punto di equilibrio delle forze)

$$\Rightarrow \quad v_{\max} = \sqrt{\frac{k}{m}\left(x_o^2 - \left(\frac{\mu_d mg}{k}\right)^2\right) - 2\mu_d g\left(x_o - \frac{\mu_d mg}{k}\right)} = \sqrt{\frac{k}{m}x_o^2 - 2\mu_d gx_o + \frac{m}{k}\mu_d^2 g^2} = 0.73\ \text{m/s}$$

Problema 3

a) Sistema isolato: $R^E = ma_{CM} = 0 \quad \Rightarrow \quad a_{CM} = 0$

b) $T = ma \quad \Rightarrow \quad a = \frac{T}{m}; \quad ma + MA = 0 \quad \Rightarrow \quad A = -\frac{T}{M}; \quad a' = a - A = \frac{T}{m} + \frac{T}{M} = T\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{M}\right) = 1.09\ \text{m/s}^2$

oppure $\qquad ma + MA = 0; \quad a = a' + A = a' - \frac{m}{M}a \quad \Rightarrow \quad a' = a\left(1 + \frac{m}{M}\right) = \frac{T}{m}\left(1 + \frac{m}{M}\right)$

c) $d = \frac{1}{2}a't^2 \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2d}{a'}}; \quad V = v_o + At = v_o - \frac{T}{M}\sqrt{\frac{2d}{a'}} = 0.15\ \text{m/s}$

oppure $\quad v'^2 = 2a'd \quad \Rightarrow \quad v' = \sqrt{2a'd}; \quad v = v' + V; \quad mv + MV = (m+M)v_o \quad \Rightarrow$

$\Rightarrow \quad m(v' + V) + MV = (m+M)v_o \quad \Rightarrow \quad V = v_o - \frac{m}{m+M}v' = v_o - \frac{m}{m+M}\sqrt{2a'd}$

d) $W^I = \vec{F}_{Mm}\vec{d}_m + \vec{F}_{mM}\vec{d}_M = F_{Mm}d_m - F_{mM}d_M = Td_m - Td_M = T(d_m - d_M) = Td = 4.5\ \text{J}$

oppure, dato che $W^E = 0$, $\quad W^I = W = \Delta E_k = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2 - \frac{1}{2}(m+M)v_o^2 =$

$$= \frac{1}{2}m\left(v_o + \frac{M}{m+M}\sqrt{2a'd}\right)^2 + \frac{1}{2}M\left(v_o - \frac{m}{m+M}\sqrt{2a'd}\right)^2 - \frac{1}{2}(m+M)v_o^2 = \frac{mM}{m+M}a'd = Td$$