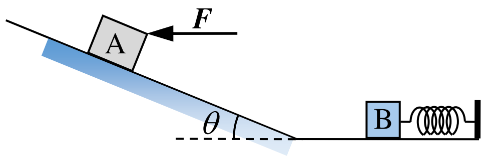
Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica - Canale 1 (Prof. G. Naletto)
Prova scritta di Fisica Generale 1 - Padova, 8 luglio 2024

Cognome .... Nome .... Matricola ....

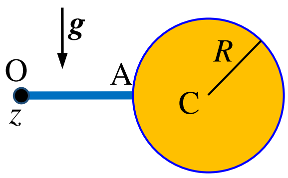
Problema 1



Un corpo A di dimensioni trascurabili e massa $m_A = 1.2$ kg è mantenuto fermo su un piano inclinato scabro da una forza $\vec{F}$ orizzontale (vedi figura); l'angolo di inclinazione del piano è $\theta = 25°$, il corpo si trova ad una altezza h rispetto al piano orizzontale, il coefficiente di attrito statico tra corpo e piano è $\mu_s = 0.22$ e quello dinamico è $\mu_d = 0.2$. Tolta la forza $\vec{F}$, il corpo scende e alla fine della discesa il modulo della sua velocità è $v = 2.2$ m/s. Il corpo prosegue il suo moto lungo un piano orizzontale liscio e urta in modo completamente anelastico un corpo B di massa $m_B = 4.4$ kg fermo sul piano; B è appoggiato ad una molla ideale di costante elastica $k = 210$ N/m orizzontale vincolata all'altro estremo sul lato opposto a quello a cui avviene l'urto. Determinare:

a) il valore F_{min} del modulo della minima forza $\vec{F}$ necessaria a mantenere fermo A sul piano inclinato.
b) l'altezza h cui si trova inizialmente A sul piano inclinato;
c) la massima compressione Δx_{max} della molla dopo l'urto tra A e B;

Problema 2



Un corpo rigido è costituito da una sbarretta omogena sottile OA di massa $m_L = 1.5$ kg e lunghezza $L = 0.35$ m e da una sfera omogenea di massa $m_S = \frac{7}{6} m_L$ e raggio $R = \frac{5}{7} L$; la sbarretta è attaccata nel suo estremo A ad un punto della superficie della sfera ed è orientata in direzione radiale rispetto al centro C della sfera stessa. Il corpo può ruotare senza attrito attorno ad un asse orizzontale z perpendicolare alla sbarretta OA e passante per l'estremo O della sbarretta. Inizialmente il corpo è mantenuto fermo con OA orizzontale (vedi figura) poi lo si lascia cadere soggetto alla forza peso. Dimostrare:

a) che il momento di inerzia del corpo rispetto all'asse di rotazione z è $I_z = 4 m_L L^2$.

Determinare:

b) il modulo α_0 della accelerazione angolare iniziale del corpo;
c) il modulo ω della velocità angolare del corpo nell'istante in cui la sbarretta è verticale.

Nell'istante in cui la sbarretta è verticale la sfera si stacca dall'estremo A della sbarretta. Determinare:

d) il modulo ω' della velocità angolare della sbarretta subito dopo il distacco della sfera.

Problema 3

Due moli di un gas ideale monoatomico contenute in un recipiente a volume variabile sono all'equilibrio nello stato A, in cui occupano il volume $V_A = 0.08$ m^3, in contatto termico con un serbatoio di calore alla temperatura $T_A = 400$ K. Si porta il gas nello stato di equilibrio B per mezzo di una trasformazione in cui il gas rimane sempre in contatto termico con il serbatoio alla temperatura T_A, al quale cede un calore $Q_{AB} = -5000$ J, e in cui l'entropia dell'universo non cambia, $\Delta S_{U,AB} = 0$. Poi, mantenendone costante il volume, si mette il gas in contatto termico con una massa $m = 8 \cdot 10^{-3}$ kg di ghiaccio alla temperatura $T_G = 260$ K fino a quando tutto il ghiaccio è fuso e il gas si porta nello stato di equilibrio C. Infine si riporta il gas nello stato iniziale A per mezzo di una trasformazione reversibile. Ricordando che il calore specifico del ghiaccio è $c_g = 2051.5$ J/kgK e che il calore latente di fusione del ghiaccio è $\lambda_g = 3.3 \cdot 10^5$ J/kg, determinare:

a) il volume V_B occupato dal gas nello stato di equilibrio B;
b) la temperatura T_C del gas nello stato di equilibrio C;
c) la variazione di entropia ΔS_{amb} dell'ambiente nel ciclo.

Soluzioni

Problema 1

a) $\begin{cases} m_A g\sin\theta - F\cos\theta - f_{as} = 0 \\ N_A - F\sin\theta - m_A g\cos\theta = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f_{as} = m_A g\sin\theta - F\cos\theta \\ N_A = F\sin\theta + m_A g\cos\theta \end{cases}; \quad f_{as} \le \mu_s N_A \quad \Rightarrow$

$$\Rightarrow \quad m_A g\sin\theta - F\cos\theta \le \mu_s(F\sin\theta + m_A g\cos\theta) \;\Rightarrow\; F \le F_{max} = m_A g\frac{\sin\theta - \mu_s\cos\theta}{\cos\theta + \mu_s\sin\theta} = 2.63\ \text{N}$$

b) $W_{nc} = \Delta E_m \;\Rightarrow\; -\mu_d m_A g\cos\theta\dfrac{h}{\sin\theta} = \dfrac{1}{2}m_A v^2 - m_A g h \;\Rightarrow\; h = \dfrac{v^2}{2g(1-\mu_d\,\mathrm{ctg}\,\theta)} = 0.43\ \text{m}$

oppure $\quad m_A g\sin\theta - \mu_d m_A g\cos\theta = m_A a; \quad v^2 = v_0^2 + 2ad = 2g(\sin\theta - \mu_d\cos\theta)\dfrac{h}{\sin\theta}$

c) $m_A v = (m_A + m_B)v'; \quad \dfrac{1}{2}(m_A+m_B)v'^2 = \dfrac{1}{2}k\Delta x_{max}^2 \;\Rightarrow$

$$\Rightarrow \quad \Delta x_{max} = \sqrt{\frac{m_A+m_B}{k}v'^2} = \sqrt{\frac{m_A+m_B}{k}\frac{m_A^2}{(m_A+m_B)^2}v^2} = \frac{m_A v}{\sqrt{k(m_A+m_B)}} = 0.077\ \text{m}$$

Problema 2

a) $I_z = \dfrac{1}{3}m_L L^2 + \left[\dfrac{2}{5}m_S R^2 + m_S(L+R)^2\right] = \dfrac{1}{3}m_L L^2 + \left(\dfrac{2}{5}\dfrac{7}{6}m_L\dfrac{25}{49}L^2 + \dfrac{7}{6}m_L\dfrac{144}{49}L^2\right) = 4m_L L^2 =$

$= 0.735\ \text{kgm}^2$

b) La posizione del centro di massa del corpo rispetto all'asse orizzontale x di origine O è:

$$x_{CM} = \frac{m_L\frac{L}{2} + m_S(L+R)}{m_L + m_S} = \frac{m_L\frac{L}{2} + \frac{7}{6}m_L\frac{12}{7}L}{\frac{13}{6}m_L} = \frac{6}{13}\left(\frac{L}{2} + 2L\right) = \frac{15}{13}L$$

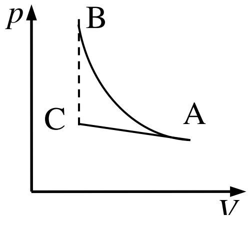
$$x_{CM}(m_L + m_S)g = I_O\alpha_0 \;\Rightarrow\; \frac{15}{13}L\frac{13}{6}m_L g = 4m_L L^2\alpha_0 \;\Rightarrow\; \alpha_0 = \frac{5g}{8L} = 17.5\ \text{rad/s}^2$$

oppure $\quad m_L g\dfrac{L}{2} + m_S g(L+R) = I_O\alpha_0 \;\Rightarrow\; m_L g\dfrac{L}{2} + \dfrac{7}{6}m_L g\dfrac{12}{7}L = 4m_L L^2\alpha_0 \;\Rightarrow\; \dfrac{5}{2}g = 4L\alpha_0$

c) $E_m = \text{cost} \;\Rightarrow\; \dfrac{1}{2}I_z\omega^2 = (m_L + m_S)g x_{CM} \;\Rightarrow\; \dfrac{1}{2}4m_L L^2\omega^2 = \dfrac{13}{6}m_L g\dfrac{15}{13}L \;\Rightarrow\; \omega = \sqrt{\dfrac{5g}{4L}} = 5.92\ \text{rad/s}$

d) $I_z\vec{\omega} = I'_z\vec{\omega}' + \overrightarrow{OC}\times m_S\vec{v}'_C \;\Rightarrow\; 4m_L L^2\omega = \dfrac{1}{3}m_L L^2\omega' + \dfrac{12}{7}L\dfrac{7}{6}m_L\omega'\dfrac{12}{7}L \;\Rightarrow\; \omega' = \dfrac{84}{79}\omega = 6.29\ \text{rad/s}$

Problema 3



a) La trasformazione AB è isoterma reversibile, quindi:

$$Q_{AB} = nRT_A\ln\frac{V_B}{V_A} \quad\Rightarrow\quad V_B = V_A e^{Q_{AB}/(nRT_A)} = 0.038\ \text{m}^3$$

b) Posto $T_f = 273.15$ K

$$Q_g = -Q_{BC} \quad\Rightarrow\quad m c_g(T_f - T_G) + m\lambda_g = -nc_V(T_C - T_B) \quad\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\quad T_C = T_B - \frac{m}{nc_V}\left[c_g(T_f - T_G) + \lambda_g\right] = 285.5\ \text{K}$$

c) $\Delta S_{amb} = \Delta S_{U,ciclo} = \Delta S_{U,BC} = \Delta S_{gas,BC} + \Delta S_{amb,BC} = nc_V\ln\dfrac{T_C}{T_B} + \left(mc_g\ln\dfrac{T_f}{T_G} + \dfrac{m\lambda_g}{T_f}\right) = 2.06\ \text{J/K}$

oppure $\quad \Delta S_{U,CA} = \Delta S_{gas,CA} + \Delta S_{amb,CA} = 0 \quad\Rightarrow\quad \Delta S_{amb,CA} = -\Delta S_{gas,CA}$

$$\Delta S_{amb} = \Delta S_{amb,AB+BC+CA} = \frac{-Q_{AB}}{T_A} + mc_g\ln\frac{T_f}{T_G} + \frac{m\lambda_g}{T_f} - \left(nR\ln\frac{V_A}{V_C} + nc_V\ln\frac{T_A}{T_C}\right)$$