

Cognome _____ Nome _____ Matricola _____ Docente del corso _____

Università degli Studi di Padova

Padova, 17 settembre 2019 Appello IVFAMP Tempo: 2 ore e 45 minuti.

Gli esercizi vanno svolti con le dovute giustificazioni sul foglio di bella. Questo foglio va consegnato unitamente al solo foglio di bella. Richiesta certificato di partecipazione all'esame: carlo.mariconda@unipd.it

0.1 Analisi

- (A₁) Determinare il volume della regione dello spazio contenuta nel cilindro $x^2 + y^2 \leq 1$ e delimitata dai piani $z = 0$ e $z = -y$.
- (A₂) Sia $\vec{F}(x, y) = (6y + x, y + 2x)$, con $(x, y) \in \mathbb{R}^2$. Dire se \vec{F} è conservativo. Calcolare poi l'integrale di \vec{F} sul bordo del disco $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 \leq 4$, orientato in senso antiorario.
- (A₃) Determinare la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy $y^2(x)y'(x) = 3x^2y^3(x) - 6x^2, y(-1) = 1$.
- (A₄) Integrare x^2 sulla superficie $z = \sqrt{x^2 + y^2}, 0 \leq z \leq 1$.

Probabilità

Sono richiesti valori numerici, non solo le formule.

P₁) Si consideri la funzione di due variabili

$$f_a(x, y) = \begin{cases} ax^3(y + 1) & \text{se } (x, y) \in [0, 1] \times [0, 1], \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

1. Per quale valore del parametro reale a la funzione f_a è la densità congiunta di una coppia di variabili aleatorie continue X e Y .
 2. Per il valore trovato nel punto a) determinare le densità marginali.
 3. X e Y sono indipendenti?
 4. Calcolare la probabilità dell'evento $Y \leq X^2$.
- P₂) Un pastificio produce spaghetti il cui diametro è una variabile aleatoria normale di media 0.3 mm e varianza 0.09 mm². Uno spaghetti è accettabile se il suo diametro è compreso tra 0.21 mm e 0.39 mm.
1. Determinare la probabilità che uno spaghetti sia accettabile;
 2. Determinare il valore massimo che deve avere la varianza (al posto dei precedenti 0.09 mm²) che assicura che uno spaghetti sia accettabile con probabilità almeno uguale al 90%.
- P₃) Nel campo del sig. XYZ c'è una pianta di chinotti. La probabilità che la pianta produca almeno 2 Kg di frutti è uguale a 0.7 quando XYZ si ricorda di usare del fertilizzante, altrimenti se si dimentica di usarlo scende a 0.2. In generale la pianta di chinotti del sig. XYZ produce almeno 2 Kg di frutti con probabilità 0.5. Calcolare la probabilità che il sig. XYZ si ricordi di somministrare il fertilizzante.
- P₄) Dobbiamo disporre 20 invitati ad un matrimonio ed i due sposi in fila per la foto di gruppo. I due sposi devono stare vicini tra loro, ma non ai margini della foto (ovvero non possono essere né i primi due né gli ultimi due della fila). In quanti modi possiamo disporli? (Spiegare bene i principi di combinatoria utilizzati non solo il risultato)

Funzione di distribuzione della normale standard

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990