Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica - Canale 1 (Prof. G. Naletto)
Prova scritta di Fisica Generale 1 - Padova, 9 febbraio 2024

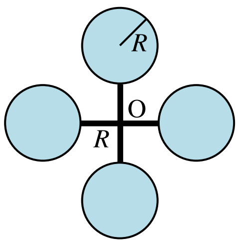
Cognome .... **Nome** .... **Matricola** ....

Problema 1

Un corpo puntiforme, inizialmente fermo, inizia a muoversi all'istante $t = 0$ con moto circolare uniformemente accelerato su una traiettoria orizzontale di raggio $R = 6.5$ m. Sapendo che all'istante $t' = 6$ s il modulo dell'accelerazione centripeta è pari al doppio del modulo dell'accelerazione tangenziale, determinare:

a) il modulo α dell'accelerazione angolare del corpo;
b) l'angolo $\Delta\theta$ complessivamente percorso dal corpo all'istante t';
c) il modulo a' dell'accelerazione del corpo all'istante t' e l'angolo ϕ tra l'accelerazione e la tangente alla traiettoria nello stesso istante.

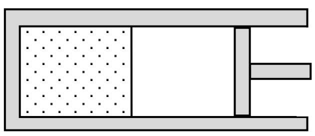
Problema 2



Un corpo rigido è costituito da una croce avente massa trascurabile e bracci di lunghezza $2R$ ai cui estremi sono fissate, sulla superficie, delle sfere omogenee di raggio R e massa $m = 3$ kg; la superfici delle sfere sono perpendicolari ai bracci della croce nei punti di contatto. Il corpo può ruotare con attrito costante attorno ad un asse fisso verticale z passante per il centro O della croce e perpendicolare ad essa e il momento di inerzia del corpo rispetto a quest'asse è $I_z = 0.15$ kgm^2. Sull'asse z agisce per un certo tempo un motore che mette in rotazione il sistema inizialmente fermo. Dopo $N = 6$ giri, quando il sistema ha una velocità angolare istantanea pari in modulo a $\omega = 2.2$ rad/s, due sfere diametralmente opposte si staccano dalla croce e il motore istantaneamente viene spento; si sa che fino a questo istante, l'attrito ha compiuto un lavoro resistente pari a $W_{att} = -0.4$ J. Determinare:

a) il raggio R delle sfere;
b) il lavoro W_{mot} eseguito complessivamente dal motore;
c) il modulo ω' della velocità angolare del corpo subito dopo che le due sfere si sono staccate;
d) il numero N' di giri fatti dal corpo da quando si spegne il motore a quando si ferma.

Problema 3



Un cilindro adiabatico di volume $V = 0.1$ m^3 è chiuso ad un'estremità da un pistone mobile con attrito trascurabile. Il volume del cilindro è diviso in due parti uguali da una valvola a farfalla a tenuta di spessore trascurabile. Nello stato iniziale A, il settore del cilindro chiuso dal pistone è vuoto, mentre nell'altro si trovano $n = 4$ moli di un gas biatomico perfetto alla temperatura T_A. Ad un certo istante la valvola si apre ed il gas occupa tutto il volume V a disposizione portandosi alla pressione $p_B = 8 \cdot 10^4$ Pa. Poi, agendo molto lentamente dall'esterno, il pistone comprime il gas finché questo torna ad occupare il volume iniziale V_A. Infine, dopo aver bloccato il pistone, il gas viene messo in contatto termico con un serbatoio alla temperatura iniziale T_A fino a raggiungere l'equilibrio. Determinare:

a) la temperatura iniziale T_A del gas;
b) il calore Q_{ciclo} scambiato e il lavoro W_{ciclo} fatto/subito dal gas nel ciclo;
c) la variazione di entropia ΔS_{gas} del gas nelle tre trasformazioni del ciclo.

Soluzioni

Problema 1

a) $a_N(t') = \dfrac{v^2(t')}{R} = \dfrac{a_T{}^2 t'^2}{R} = 2a_T \;\Rightarrow\; a_T = \dfrac{2R}{t'^2} \;\Rightarrow\; \alpha = \dfrac{a_T}{R} = \dfrac{2}{t'^2} = 0.056\ \mathrm{s^{-2}}$

b) $\theta(t') = \theta_0 + \omega_0 t' + \dfrac{1}{2}\alpha t'^2 \;\Rightarrow\; \Delta\theta = \theta(t') - \theta_0 = \dfrac{1}{2}\alpha t'^2 = 1\ \mathrm{rad} = 57.3°$

c) $\vec{a} = \vec{a}_T + \vec{a}_N \;\Rightarrow\; a' = \sqrt{a_T^2(t') + a_N^2(t')} = \sqrt{a_T^2(t') + 4a_T^2(t')} = a_T(t')\sqrt{5} = \dfrac{2R}{t'^2}\sqrt{5} = 0.807\ \mathrm{m/s^2}$

$\tan\phi = \dfrac{a_N(t')}{a_T} \;\Rightarrow\; \phi = \tan^{-1}\left(\dfrac{a_N(t')}{a_T(t')}\right) = \tan^{-1}(2) = 63.4° = 1.11\ \mathrm{rad}$; oppure $\sin\phi = \dfrac{a_N(t')}{a(t')}$

Problema 2

a) $I_z = 4I_{sfera,z} = 4\left[\dfrac{2}{5}mR^2 + m(2R)^2\right] = \dfrac{88}{5}mR^2 \;\Rightarrow\; R = \sqrt{\dfrac{5}{88}\dfrac{I_z}{m}} = 0.053\ \mathrm{m}$

b) $W_{tot} = \Delta E_k \;\Rightarrow\; W_{mot} + W_{att} = \dfrac{1}{2}I_z\omega^2 \;\Rightarrow\; W_{mot} = \dfrac{1}{2}I_z\omega^2 - W_{att} = 0.763\ \mathrm{J}$

c) $L_O = \mathrm{cost} \;\Rightarrow\; I_z\omega = I'_z\omega' = \dfrac{I_z}{2}\omega' \;\Rightarrow\; \omega' = 2\omega = 4.4\ \mathrm{rad/s}$

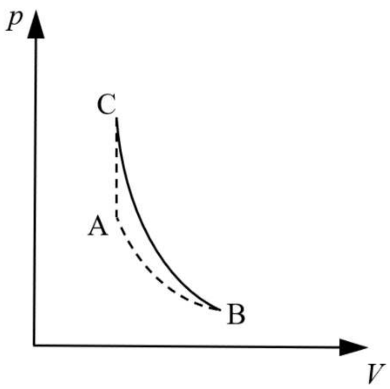
d) $W'_{tot} = \Delta E'_k \;\Rightarrow\; W'_{att} = -\dfrac{1}{2}I'_z\omega'^2$; $\quad W'_{att} = M_{att}\Delta\theta' = \dfrac{W_{att}}{\Delta\theta}\Delta\theta' = W_{att}\dfrac{N'}{N} \;\Rightarrow$

$N' = N\dfrac{W'_{att}}{W_{att}} = -N\dfrac{I'_z\omega'^2}{2W_{att}} = -N\dfrac{I_z\omega^2}{W_{att}} = 10.9$

oppure $\quad W_{att} = M_{att}\Delta\theta \;\Rightarrow\; M_{att} = \dfrac{W_{att}}{\Delta\theta} = \dfrac{W_{att}}{2\pi N} = -0.011\ \mathrm{Nm}$;

$W'_{att} = \Delta E'_k \;\Rightarrow\; M_{att}\Delta\theta' = -\dfrac{1}{2}I'_z\omega'^2$; $\quad N' = \dfrac{\Delta\theta'}{2\pi} = -\dfrac{I'_z\omega'^2}{4\pi M_{att}} = -\dfrac{I_z\omega'^2}{8\pi M_{att}} = -\dfrac{I_z\omega^2}{2\pi M_{att}}$

Problema 3



Il gas compie un ciclo con le seguenti trasformazioni: AB, espansione libera; BC, compressione adiabatica reversibile; CA, isocora irreversibile.

a) $p_B V_B = nRT_B \;\Rightarrow\; T_A = T_B = \dfrac{p_B V_B}{nR} = \dfrac{p_B V}{nR} = 241\ \mathrm{K}$

b) $T_B V_B^{\gamma-1} = T_C V_C^{\gamma-1} \;\Rightarrow\; T_C = T_B\dfrac{V_B^{\gamma-1}}{V_C^{\gamma-1}} = T_B \cdot 2^{\gamma-1} = 317\ \mathrm{K}$;

$Q_{ciclo} = Q_{CA} = nc_V(T_A - T_C) = -6390\ \mathrm{J}$

$W_{ciclo} = Q_{ciclo} = -6390\ \mathrm{J}$

oppure $\quad W_{ciclo} = W_{BC} = -\Delta U_{BC} = -nc_V(T_C - T_B)$

c) $\Delta S_{gas,AB} = nR\ln\dfrac{V_B}{V_A} = nR\ln 2 = 23.1\ \mathrm{J/K}$; $\quad \Delta S_{gas,BC} = 0$; $\quad \Delta S_{gas,CA} = nc_V\ln\dfrac{T_A}{T_C} = -23.1\ \mathrm{J/K}$