# Foglio di esercizi 9

16 maggio 2022

**Esercizio 1** Sia $V$ uno spazio vettoriale con base $\{v_1, v_2, v_3\}$, e sia $g$ la forma bilineare simmetrica di matrice, rispetto alla base data,

$$G = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

- verificare che $g$ è non degenere
- determinare una base ortogonale di $V$ relativamente a $g$

**Esercizio 2** E' data la matrice $A$:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

- dimostrare che $A$ è diagonalizzabile, e trovare la matrice diagonale $D$ e la matrice diagonalizzante $S$ tali che $A = SDS^{-1}$
- determinare una matrice ortogonale $H$ che diagonalizzi la matrice $A$

**Esercizio 3** E' data la matrice $A$:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & t^2 \\ 0 & t & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- studiare la diagonalizzabilità di $A$ al variare di $t$
- dire per quali valori di $t$ è possibile determinare una matrice ortogonale $H$ che diagonalizzi la matrice $A$ (per questi casi trovare $H$)

- per il maggiore dei valori di $t$ appena trovati, considerare la base di autovettori appena trovata e usarla per scomporre $R^3$ in 2 sottospazi arbitrari tali che $U \oplus U\perp = R^3$. Valutare le proiezioni di $v = (1, 4, 5)$ su $U\perp$ e su $U$
- determinare tutti i vettori la cui proiezione su $U$ è pari alla proiezione di $v$ su $U$