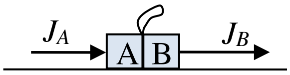
Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica - Canale 1 (Prof. G. Naletto)
Prova scritta di Fisica Generale 1 - Padova, 20 giugno 2024

Cognome .... Nome .... Matricola ....

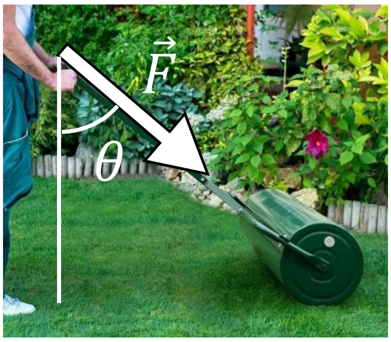
Problema 1



Due corpi A e B di dimensioni trascurabili e masse uguali $m_A = m_B = m = 1.8$ kg, sono uniti tra loro da un elastico di massa trascurabile, lunghezza a riposo $\ell_0 = 0.35$ m e costante elastica $k = 15$ N/m (NB l'elastico si comporta come una molla di lunghezza a riposo ℓ_0 e costante elastica k, ma può solo allungarsi). I due corpi sono fermi a contatto su un piano orizzontale liscio quando su di essi vengono applicati all'istante $t_0 = 0$ due diversi impulsi orizzontali nella stessa direzione e verso di modulo rispettivamente $J_A = 4$ Ns e $J_B = 4.4$ Ns che li mettono in movimento con B "davanti" ad A. Determinare:

a) l'istante t^* in cui la distanza tra A e B è pari alla lunghezza ℓ_0 dell'elastico (che in quell'istante si tende);
b) il modulo v_{CM} della velocità del centro di massa del sistema nell'istante in cui le velocità di A e B sono uguali;
c) l'allungamento $\Delta\ell$ dell'elastico nello stesso istante.

Problema 2



Un rullo da giardinaggio è schematizzabile come un cilindro di raggio $R = 0.15$ m e massa $m = 75$ kg. La persona che lo spinge esercita una forza $\vec{F}$ inclinata verso il basso di un angolo $\theta = 45°$ rispetto alla verticale sul braccio di spinta (di massa trascurabile) che viene trasferita integralmente all'asse di rotazione del rullo. Sapendo che il coefficiente di attrito statico tra rullo e prato è $\mu_S = 0.25$ e trascurando l'attrito tra rullo e asse di rotazione e l'attrito volvente, determinare:

a) il modulo F_{max} della forza massima che si può applicare affinché il moto del rullo sia di puro rotolamento.

Nell'ipotesi che, a partire da rullo fermo, si applichi una forza di modulo $F = 200$ N per due giri completi del rullo e che poi lo si accompagni senza più spingere, determinare:

b) il modulo a_{CM} dell'accelerazione del centro di massa del rullo mentre si applica la forza;
c) il modulo ω della velocità angolare del rullo nell'istante in cui si smette di applicare la forza;
d) il numero N di giri che il rullo compie ancora dopo che si è tolta la forza, nel caso in cui il rullo risenta di un attrito volvente pari in modulo a $M_v = 2$ Nm.

Problema 3

Tre moli di un gas ideale biatomico, inizialmente in equilibrio nello stato A in contatto termico con un serbatoio di calore alla temperatura $T_A = 290$ K, compiono un ciclo frigorifero. Per mezzo di una espansione molto lenta in cui mantiene sempre il contatto termico con il serbatoio, il gas viene portato allo stato B, il cui volume è $V_B = 3V_A$. Si isola termicamente il contenitore del gas e, sempre in modo molto lento, si comprime il gas fino allo stato C in cui occupa il volume $V_C = 2V_A$. Infine, si mette nuovamente il gas in contatto termico con il serbatoio alla temperatura T_A e lo si comprime riportandolo nello stato iniziale A. Sapendo che l'efficienza del ciclo frigorifero è $\xi = 3$, dopo aver disegnato il ciclo nel piano pV, determinare:

a) la temperatura T_C del gas in C;
b) il calore Q_{CA} scambiato dal gas nella trasformazione CA;
c) la variazione di entropia $\Delta S_{U,CA}$ dell'universo nella trasformazione CA.

Soluzioni

Problema 1

a) $v_{0A} = \dfrac{J_A}{m} = 2.22$ m/s; $v_{0B} = \dfrac{J_B}{m} = 2.44$ m/s; $\ell = x_B - x_A = v_{0B}t^* - v_{0A}t^* \;\Rightarrow\; t^* = \dfrac{\ell m}{J_B - J_A} = 1.58$ s

b) La risultante delle forze esterne applicate al sistema è $\vec{R}^E = m_{TOT}\vec{a}_{CM} = 0 \;\Rightarrow\; \vec{v}_{CM} = \text{cost}$

$$v_{CM} = \frac{m_A v_{0A} + m_B v_{0B}}{m_A + m_B} = \frac{1}{2}(v_{0A} + v_{0B}) = 2.33 \text{ m/s}$$

c) $P = \text{cost} \;\Rightarrow\; m_{TOT}v_{CM} = m_A v_A + m_B v_B \;\Rightarrow\; v_A = v_B = v_{CM} = \dfrac{1}{2}(v_{0A} + v_{0B})$

$$E_m = \text{cost} \;\Rightarrow\; \frac{1}{2}m_A v_{0A}^2 + \frac{1}{2}m_B v_{0B}^2 = \frac{1}{2}m_A v_A^2 + \frac{1}{2}m_B v_B^2 + \frac{1}{2}k\Delta\ell^2 \;\Rightarrow\; v_{0A}^2 + v_{0B}^2 = v_A^2 + v_B^2 + \frac{k\Delta\ell^2}{m}$$

$$\Rightarrow\; (v_{0A} - v_{0B})^2 = \frac{2k\Delta\ell^2}{m} \;\Rightarrow\; \Delta\ell = |v_{0A} - v_{0B}|\sqrt{\frac{m}{2k}} = 0.054 \text{ m}$$

Problema 2

a) Posto il polo sull'asse di rotazione del rullo (passante per il suo centro di massa):

$$\begin{cases} Rf_{as} = I_z\alpha \\ F_x - f_{as} = ma_{CM} \\ N - F_y - mg = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Rf_{as} = \frac{1}{2}mR^2\frac{a_{CM}}{R} \\ F\sin\theta - f_{as} = ma_{CM} \\ N - F\cos\theta - mg = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f_{as} = \frac{1}{2}ma_{CM} \\ F\sin\theta - f_{as} = ma_{CM} \\ N = F\cos\theta + mg \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f_{as} = \frac{1}{3}F\sin\theta \\ a_{CM} = \frac{2F\sin\theta}{3m} \\ N = F\cos\theta + mg \end{cases}$$

$$f_{as} \le \mu_s N \;\Rightarrow\; \frac{1}{3}F\sin\theta \le \mu_s(F\cos\theta + mg) \;\Rightarrow\; F \le F_{max} = \frac{3\mu_s mg}{\sin\theta - 3\mu_s\cos\theta} = 3122 \text{ N}$$

b) $a_{CM} = \dfrac{2F\sin\theta}{3m} = 1.26$ m/s^2

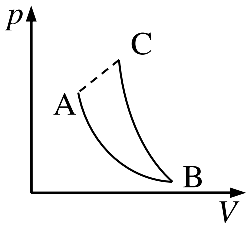
c) $\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\Delta\theta = 2\dfrac{a_{CM}}{R}4\pi \;\Rightarrow\; \omega = \sqrt{\dfrac{8\pi a_{CM}}{R}} = 14.5$ rad/s

oppure $W = \Delta E_k \;\Rightarrow\; F\sin\theta\, 4\pi R = \dfrac{1}{2}I_z\omega^2 + \dfrac{1}{2}mv_{CM}^2 \;\Rightarrow\; \dfrac{3}{2}ma_{CM}4\pi R = \dfrac{3}{4}mR^2\omega^2$

d) $W_{diss} = \Delta E_m \;\Rightarrow\; -M_v \cdot 2\pi N = -\left(\dfrac{1}{2}I_z\omega^2 + \dfrac{1}{2}mv_{CM}^2\right) \;\Rightarrow\; N = \dfrac{I_z\omega^2 + mv_{CM}^2}{4\pi M_v} = \dfrac{3mR^2\omega^2}{8\pi M_v} = 21.2$

oppure $\begin{cases} Rf'_{as} - M_v = I_z\alpha' \\ -f'_{as} = ma'_{CM} = m\alpha' R \end{cases} \;\Rightarrow\; \alpha' = -\dfrac{2M_v}{3mR^2};\quad 0 = \omega^2 + 2\alpha' 2\pi N \;\Rightarrow\; N = \dfrac{3mR^2\omega^2}{8\pi M_v}$

Problema 3



a) $T_B V_B^{\gamma-1} = T_C V_C^{\gamma-1} \;\Rightarrow\; T_C = T_B\left(\dfrac{V_B}{V_C}\right)^{\gamma-1} = T_A\left(\dfrac{3V_A}{2V_A}\right)^{\gamma-1} = T_A\left(\dfrac{3}{2}\right)^{\gamma-1} = 341$ K

b) $Q_{AB} = W_{AB} = nRT_A\ln\dfrac{V_B}{V_A} = 7946$ J; $\quad Q_{BC} = 0$;

Il ciclo è monotermo (lo scambio di calore avviene solo con il serbatoio a temperatura T_A) e frigorifero: per l'enunciato di Kelvin-Planck, il ciclo può solo cedere calore al serbatoio. Siccome $Q_{AB} > 0$ e $Q_{BC} = 0$, deve essere $Q_{CA} < 0$ e $|Q_{CA}| > Q_{AB}$.

$$\xi = \frac{Q_{ASS}}{|W_F|} = \frac{Q_{ASS}}{|Q_{ASS} + Q_{CED}|} = -\frac{Q_{AB}}{Q_{AB} + Q_{CA}} \;\Rightarrow\; Q_{CA} = -Q_{AB}\frac{1+\xi}{\xi} = -10595 \text{ J}$$

c) $\Delta S_{gas,ciclo} = \Delta S_{gas,AB} + \Delta S_{gas,CA} = 0 \;\Rightarrow\; \Delta S_{gas,CA} = -\Delta S_{gas,AB} = -nR\ln\dfrac{V_B}{V_A} = -\dfrac{Q_{AB}}{T_A}$

$$\Delta S_{U,CA} = \Delta S_{gas,CA} + \Delta S_{serb,CA} = -\frac{Q_{AB} + Q_{CA}}{T_A} = 9.13 \text{ J/K}$$