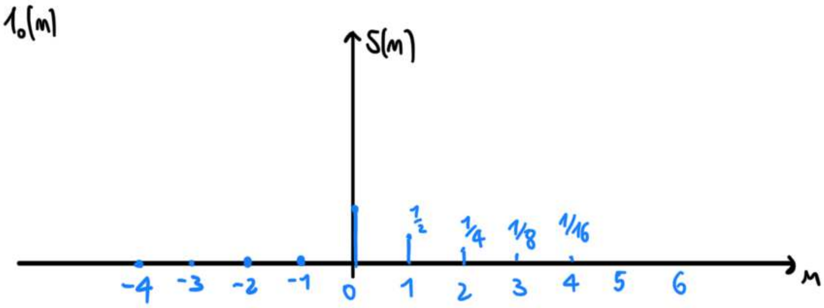
Lezione 6 - 8/03/2024

Es 1

Disegnare i seguenti segnali discreti, quindi calcolarne area, valore medio, energia e potenza:

1. gradino $s(n) = 1_0(n)$
2. **esponenziale** discreto $s(n) = (½)^n \cdot 1_0(t)$
3. **sinusoide** $s(n) = A\cos(2\pi f_0 nT)$ periodica N, con $f_0 NT$ intero
4. esponenziale $s(n) = e^{j2\pi f0nT}$ con f_0 generico
5. somma di esponenziali $s(n) = a\, e^{j2\pi f_1 nT} + b\, e^{j2\pi f_2 nT}$ con $f_1 \neq f_2 + k/T$

$s(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot 1_0(n)$



1) $A_s = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot 1_0(n) = \sum_{0}^{+\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 2$

ha senso parlare di area nel caso discreto ?

2) $m_s = 0$

3) $|s(n)|^2 = s^2(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^{2n} \cdot 1_0(n) = \left(\frac{1}{4}\right)^n \cdot 1_0(n)$

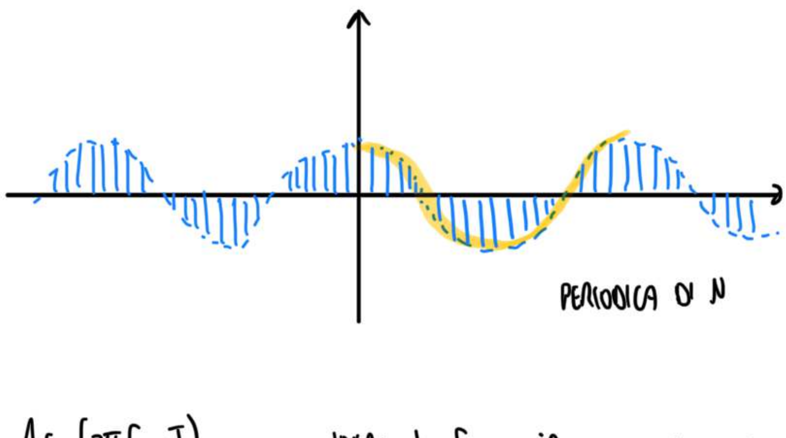
$\rightarrow E_s = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^n \cdot 1_0(n) = \frac{1}{1-\frac{1}{4}} = \frac{4}{3}$

4) $P_s = 0$

---

3. SINUSOIDE

$s(n) = A \cos(2\pi F_0 n T)$ DI PERIODO $N \longleftrightarrow F_0 N T = K$ intero



$A_s(n) = \sum_{n=0}^{N-1} A \cos(2\pi F_0 n T)$

IDEA: trasformo il coseno in esponenziali e mi riconduco alla serie geometrica

$= \sum_{n=0}^{N-1} \frac{A}{2} \underbrace{e^{j2\pi F_0 n T}}_{\left(e^{j2\pi f_0 T}\right)^n = a^n} + \frac{A}{2} \underbrace{e^{-j2\pi F_0 n T}}_{\left(e^{-j2\pi f_0 T}\right)^n = b^n}$ (ho usato $\cos x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$)

$$= \sum_{n=0}^{N-1} \frac{A}{2}a^n + \frac{A}{2}b^n = \frac{A}{2}\,\frac{1-a^N}{1-a} + \frac{A}{2}\,\frac{1-b^N}{1-b} = 0$$

$m_s = 0$

$\cos^2\alpha = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(2\alpha)$ BISEZIONE

$$|s(n)|^2 = |\cos(2\pi F_0 nT)|^2 = \cos^2(2\pi F_0 nT) = \frac{A^2}{2} + \frac{A^2}{2}\cos(2\pi \cdot \underbrace{2F_0 nT})$$

$2F_0 NT = 2K$

$\to (2F_0)T = \frac{2K}{N}$

sicuramente è periodico
non è detto che sia periodo di metà della sinusoide
iniziale

$$E_s(N) = \sum_{n=0}^{N-1} \frac{A^2}{2} + \frac{A^2}{2}\cos(2\pi \cdot 2F_0 nT) = \frac{A^2}{2}\cdot N + \frac{A^2}{2}\cdot 0$$

$$P_s = \frac{E_s(N)}{N} = \frac{A^2}{2}$$

ESERCIZIO 4

$s(n) = e^{j2\pi F_0 nT}$ con F_0 generico, $F_0 \neq 0$

NON È DETTO SIA PERIODICO

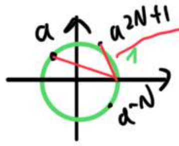
CALCOLIAMO m_s E POTENZA

$e^{j2\pi F_0 nT} = a^n$, $a = e^{j2\pi F_0 T}$

$$\sum_{n=-N}^{N} a^n = \sum_{m=0}^{2N} a^{m-N} = a^{-N}\sum_{m=0}^{2N} a^m = a^{-N}\cdot\frac{1-a^{2N+1}}{1-a}$$

SOL. $m_s = \lim_{N\to+\infty} \frac{\sum_{n=-N}^{N} e^{j2\pi F_0 nT}}{1+2N}$

$$m_s = \lim_{N\to+\infty} \frac{a^{-N}(1-a^{2N-1})}{(1-a)(1+2N)} = 0$$



$a^{-N} = e^{-j2\pi F_0 NT}$

anche se la sinusoide non è periodica, il suo valore medio è comunque 0

- Potenza: $|s(n)|^2 = |e^{j2\pi F_0 nT}|^2 = 1$

$P_s = 1$

se ci fosse stato un A
$s(n) = Ae^{j2\pi F_0 nT}$
$m_s = 0$
$P_s = |A|^2$