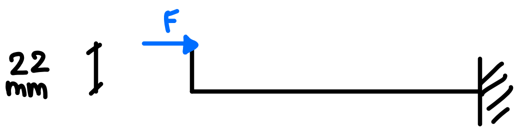
ESERCIZI TRATTI DA TEMI D'ESAME

Esercizio 2

2. In una prova di laboratorio si valuta la resistenza di un fissatore osseo intramidollare, utilizzato per la guarigione di una frattura ossea completa. Il sistema femore / fissatore è vincolato e sollecitato come in figura. La forza F è applicata sulla testa del femore, con direzione parallela al suo asse, ad una distanza di 22 mm dal medesimo. Il fissatore ha sezione costante di forma circolare con diametro pari a 8 mm ed è costituito da una lega metallica con resistenza pari a 0.85 GPa. Si calcoli il valore della forza F corrispondente al raggiungimento di tale condizione limite.



$D = 8$ mm

$\sigma_{max} = 0{,}85$ GPa

$F_{lim} = ?$

Sez. circolare costante

Presso flessione su sezione circolare piena.

$$\sigma_{max} = \frac{N}{A} \pm \frac{M}{J} y = -\frac{F}{A} - \frac{M}{J} y$$

dove $N = -F$

$M = F \cdot e$ dove $e = 22$ mm eccentricità

y coord. variabile

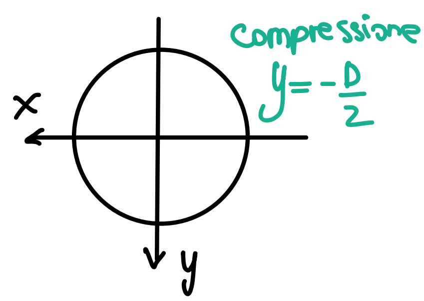
sforzo assiale di compressione

Area della sezione: $A = \frac{\pi D^2}{4} = \pi 16 \text{ mm}^2 = 50{,}26 \text{ mm}^2$

Momento d'inerzia $J = \frac{\pi}{64} \cdot D^4 = \frac{\pi}{64} \cdot 8^4 = 64\pi \text{ mm}^4 = 201{,}06 \text{ mm}^4$

Per massimizzare σ e trovare σ_{max} in compressione pongo $y = \frac{D}{2}$

Considero il valore assoluto della resistenza:



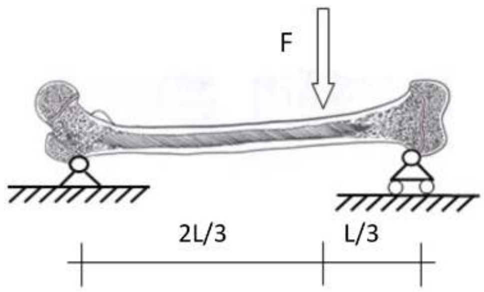
$$\sigma_{max} = -\frac{F}{A} - \frac{F \cdot e}{J} \frac{D}{2} = 850 \text{ MPa} = 850 \text{ N/mm}^2$$

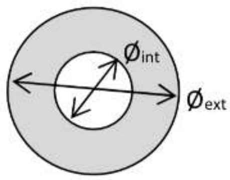
$$-\sigma_{compr} = F\left(\frac{1}{A} + \frac{eD}{2J}\right)$$

$$F_{lim} = \frac{-\sigma_{max}}{\frac{1}{A} + \frac{eD}{2J}} = \frac{-850}{\frac{1}{50{,}26} + \frac{22 \cdot 4}{50{,}26}} = -1857{,}43 \text{ N}$$

Esercizio 11

11. In una prova meccanica di resistenza di un femore la struttura viene vincolata e caricata come in figura. Si determinino le componenti di sollecitazione nell'ipotesi che il femore sia assimilabile ad una struttura a trave ad asse rettilineo, orizzontale. Ipotizzando poi che nella sezione di massimo momento flettente la struttura abbia la sezione circolare cava indicata in figura, si calcoli la massima tensione normale di compressione agente.





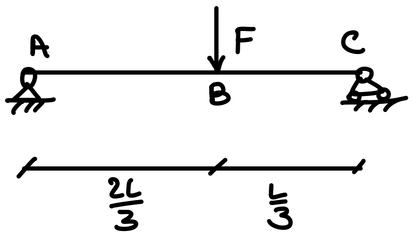
Dati geometrici e di carico

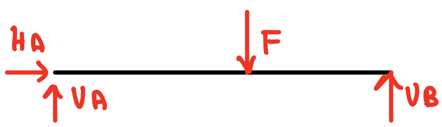
L = 420 mm, F = 1010 N

$\varnothing_{int}$ = 12.8 mm

$\varnothing_{ext}$ = 26.0 mm

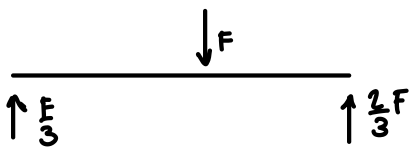
Approssimo la struttura:





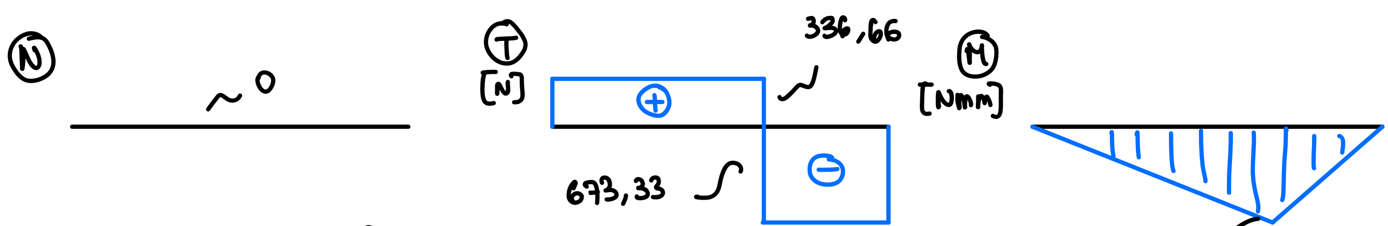
$$\begin{cases} H_A = 0 \\ V_A + V_B = F \\ -F\frac{2}{3}L + V_B L = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_A = 0 \\ V_B = \frac{2}{3}F \\ V_A = \frac{F}{3} \end{cases}$$



$$V_A = \frac{F}{3} = \frac{1010}{3} = 336,66 \text{ N}$$

$$V_B = \frac{2}{3}F = 673,33 \text{ N}$$



Massimo momento flettente in B:

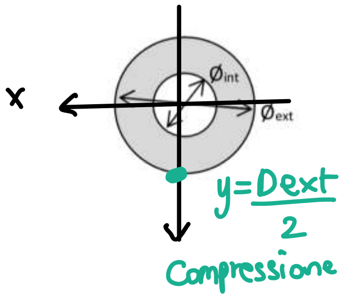
$$M_{max} = \frac{F}{3} \cdot \overline{AB} = 336,66 \cdot 280 = 94264,8 \text{ Nmm}$$

$$V_A \cdot \overline{AB} = 94264,8$$

Calcolo la massima tensione normale di compressione:

Momento d'inerzia:

$$J = \frac{\pi}{64}\left(D_{ext}^4 - D_{int}^4\right) = \frac{\pi}{64}\left(26^4 - 12,8^4\right) = 21'114,08 \text{ mm}^4$$



Massima tensione normale di compressione:

$$\sigma_{max\,compr} = \frac{N}{J}\,\frac{Dext}{2} = \frac{94264,8}{21114,08}\cdot\frac{26}{2} = 58,04\ N/mm^2 = 58,04\ MPa$$

massima tensione di compressione per $y = \frac{Dext}{2}$ (raggio esterno)

Esercizio 12

12. Una porzione di femore umano è sottoposta a una prova sperimentale meccanica come in figura, applicando un momento torcente M_t con asse momento coincidente con l'asse del femore. La sezione di minore resistenza della diafisi è quella all'incastro. Tale sezione si assume di tipo circolare cavo, con diametro esterno di 32 mm e spessore di 6 mm. Nell'ipotesi che nella condizione di limite elastico la tensione tangenziale sul tessuto osseo corticale sia pari a τ_{lim} = 48 MPa, si calcoli il corrispondente valore limite del momento torcente $M_{t,lim}$.

$Dext = 32$ mm

$t = 6$ mm

$\tau_{lim} = 48$ MPa

$M_{t,lim}$?

$$D_{int} = Dext - 2t = 32 - 6\cdot 2 = 20\ mm$$

Formula di Bredt: $\tau = \frac{M_t}{2\Omega\,\delta(s)}$

Ω: area racchiusa dalla linea media della sezione

$\delta(s)$: spessore minimo

M_t: momento torcente

utilizzabile se $\frac{t}{Dext} < \frac{1}{10}$

In questo caso $t = 6$ mm $\quad D_{ext} = 32$ mm $\qquad \dfrac{t}{D_{ext}} = \dfrac{6}{32} \simeq 0,19$

non si può utilizzare la formula di Bredt

Momento polare $J_p = \dfrac{\pi}{32}\left(D_{ext}^4 - D_{int}^4\right) = \dfrac{\pi}{32}\left(32^4 - 20^4\right) =$

$= 87235,7 \text{ mm}^4$

Tensione tangenziale nella condizione di limite elastico:

$$\tau_{lim} = \frac{M_t}{J_p}\,\frac{D_{ext}}{2}$$

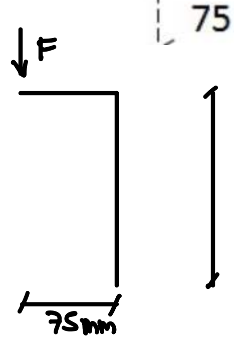
$$M_t = \frac{2\tau_{lim}\,J_p}{D_{ext}} = \frac{2 \cdot 48 \cdot 87235,7}{32} = 261\,707,12 \text{ Nmm}$$

Esercizio 14

14. Una porzione di femore umano è sottoposta ad una prova sperimentale meccanica come in figura, applicando una forza parallela all'asse del femore. La sezione di minore resistenza della diafisi è quella all'incastro. Tale sezione si assume di tipo circolare cavo, con diametro esterno di 32 mm e spessore di 7 mm. Nell'ipotesi che nella condizione di limite elastico la tensione normale sul tessuto osseo corticale assuma a trazione e compressione, rispettivamente, i valori $\sigma_{lim,trz} = +160$ MPa e $\sigma_{lim,cmp} = -180$ MPa, si calcoli il corrispondente valore limite della forza F.

Struttura semplificata:

$F_{lim\,traz}$? $\qquad F_{lim\,compr}$?



220 mm

$D_{ext} = 32$ mm

$t = 7$ mm

$\sigma_{lim\,tr} = 160$ MPa

$\sigma_{lim\,compr} = -180$ MPa

Caso di presso-flessione:

$$\sigma = \frac{N}{A} \pm \frac{N}{J} y = -\frac{F}{A} \pm \frac{N}{J} y \longrightarrow \sigma_{\substack{lim \\ tr}} = -\frac{F}{A} + \frac{F_{tr} \cdot e \cdot y}{J} \qquad e = 75 \text{ mm}$$

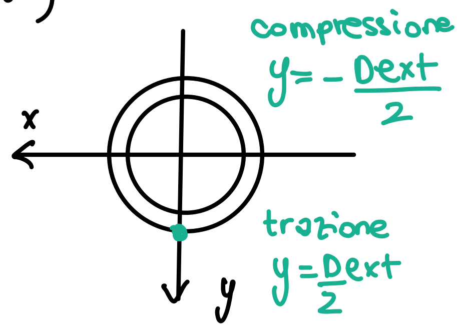
$$\searrow \quad \sigma_{\substack{lim \\ compr}} = -\frac{F}{A} - \frac{F_{compr} \cdot e}{J} \cdot y$$

$$D_{int} = D_{ext} - 2t = 32 - 2 \cdot 7 = 18 \text{ mm}$$

Area $A = \frac{\pi}{4}\left(D_{ext}^2 - D_{int}^2\right) = \frac{\pi}{4}\left(32^2 - 18^2\right) = 549,78 \text{ mm}^2$

Momento d'inerzia $J = \frac{\pi}{64}\left(D_{ext}^4 - D_{int}^4\right) = \frac{\pi}{64}\left(32^4 - 18^4\right) =$

$= 46'318,86 \text{ mm}^4$



Caso limite a trazione:

$$\sigma_{\substack{tr \\ lim}} = -\frac{F_{tr}}{A} + \frac{M_{tr}}{J} y = -\frac{F_{tr}}{A} + \frac{F_{tr} \cdot e}{J} y$$

$$y = \frac{D_{ext}}{2}$$

$$\sigma_{\substack{tr \\ lim}} = F_{tr}\left(-\frac{1}{A} + \frac{e y}{J}\right) \qquad F_{tr} = \frac{\sigma_{lim,tr}}{\left(-\frac{1}{A} + \frac{e y}{J}\right)} = \frac{160}{-\frac{1}{549,78} + \frac{75 \cdot 32}{2 \cdot 46'318,86}} =$$

$$= 6642,19 \text{ N}$$

Caso limite a compressione:

$$\sigma_{\substack{comp \\ lim}} = -\frac{F_{compr}}{A} - \frac{M_{compr}}{J} y = -F_{compr}\left(\frac{1}{A} + \frac{e y}{J}\right)$$

$$F_{compr} = \frac{-\sigma_{compr\ lim}}{\frac{1}{A} + \frac{e}{J} y} = \frac{-180}{\frac{1}{549,78} + \frac{75 \cdot 32}{2 \cdot 46318,86}} = -6492,04 \text{ N}$$