

COGNOME:

NOME:

MATR.:

Università degli Studi di Padova – Ingegneria Biomedica

Appello n.2 di FAMP

19 febbraio 2015

ISTRUZIONI: 1) Inserire qui e sul foglio intestato le proprie generalità. **COSA CONSEGNARE:** questo foglio con le crocette in corrispondenza delle risposte corrette, le giustificazioni richieste negli spazi bianchi, e il foglio intestato con **TUTTI** gli **SVOLGIMENTI** degli esercizi affrontati. **REGOLE: NON INSERIRE FOGLI DI BRUTTA COPIA** - Risposte non giustificate sul foglio protocollo o non coerenti con quanto scritto nell'elaborato non saranno prese in considerazione - **TEMPO** Esercizi (Analisi + Probabilità): **2 ore e 30 minuti**

Analisi

1. Sia $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 - 3y^3}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$

(a) Determinare, se esiste, il gradiente di f in $(0, 0)$. **Risposta 1a:** $\nabla f(0, 0) = (\quad , \quad)$

(b) Scrivere cosa vuol dire che f è differenziabile in $(0, 0)$ (attraverso l'esistenza o meno di un limite, da esplicitare, di una funzione che si chiede di scrivere esplicitamente - esempio $\lim_{? \rightarrow ?} \frac{4x - 5y}{x^3 + y^2} = ??$);

Risposta 1b:

(c) Dire se effettivamente f è differenziabile on $(0, 0)$? **Risposta 1c:** f ☐ è ☐ non è differenziabile in $(0, 0)$

Infatti

2. Risolvere (sul foglio protocollo) l'equazione $yy' = 2x - 1$ con la condizione iniziale $y(0) = -1$ (riportare qui sotto la soluzione) e calcolare $y(1)$. $y(x) =$

Risposta 2: a) 5 b) $2 \log 5$ c) -1 d) $1/5$ e) $3e$

3. Calcolare l'integrale $\int_{\{4x^2 + y^2 \leq 1\}} |x|y^2 dx dy$. **Risposta 3:** a) $\frac{1}{5}$ b) $1/15$ c) $\frac{5}{4}$ d) $\frac{1}{4}$ e) $\pi^{3/2}/2$

4. Sia $f(x, y) = x^2 + y^2 + x^3y$.

Determinare i punti critici di f e la loro natura

Risposta 4: punti di minimo locale:

punti di massimo locale:

punti di sella:

Risposte della parte di Analisi: barrare con una X in corrispondenza delle risposte corrette

	a)	b)	c)	d)	e)	ALTRO
2						
3						

Probabilità

1. Un tipografo prepara una pagina di un libro contenente $n = 800$ caratteri. Ogni carattere, indipendentemente dagli altri, può essere sbagliato con probabilità $p = 0.001$.

(a) Qual è la corretta variabile aleatoria X per contare il numero di errori nella pagina (tipo e parametri)?

Risposta

(b) Utilizzando una opportuna variabile di Poisson Y , approssimare la probabilità che una pagina fissata sia senza errori.

Risposta

2. Il montacarichi della biblioteca può trasportare fino a 9 800 kg. Si considerano 49 casse di libri; ogni cassa i ($i = 1, \dots, 49$) ha un peso X_i di *media* 205 kg e *deviazione standard* di 15 kg. Approssimare la probabilità che il montacarichi regga il peso delle 49 casse utilizzando una opportuna variabile continua da precisare. **Dopo aver ridotto ai minimi termini le frazioni coinvolte utilizzare la tabella della variabile normale standard per dare il risultato con due cifre decimali.**

3. Si consideri la variabile congiunta (X, Y) di densità

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} 6e^{-2x-3y} & \text{se } x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{altrimenti,} \end{cases}$$

(a) Determinare le densità marginali f_X e f_Y di X e di Y . (fare molta attenzione a precisare dove le densità marginali sono nulle);

Risposta

(b) Dire se X e Y sono indipendenti. Riconoscere le leggi di X e di Y (uniformi? normali? esponenziali? binomiali? Poisson?....)

Risposta

(c) Calcolare $P(X + Y < 1)$.

Risposta

Tavola della funzione di ripartizione della v.a. Normale Standard

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-t^2/2} dt$$

[illegible]