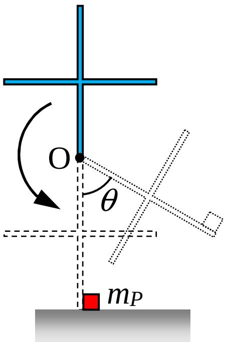
Corsi di Laurea in Ingegneria dell'Informazione, Elettronica e Informatica
Canale 3 (Prof. G. Naletto)
Seconda Prova in Itinere di Fisica Generale 1 - Padova, 8 giugno 2018

Cognome .... **Nome** .... **Matricola** ....

Problema 1



Una croce è costituita da due sbarrette uguali omogenee di spessore trascurabile ciascuna di massa m_S = 2.1 kg e lunghezza L = 0.44 m unite nei loro centri a formare un angolo retto. La croce è vincolata a ruotare nel piano verticale che la contiene attorno ad un asse fisso passante per l'estremo O di una delle due sbarrette. Inizialmente la croce è ferma nel punto di equilibrio instabile (il punto più alto del suo moto di rotazione); ad un certo istante, a causa di un piccolissimo spostamento dalla posizione di equilibrio, la croce inizia a ruotare attorno all'asse che è privo di attrito. Quando si trova nel punto più basso della traiettoria la croce urta in modo completamente anelastico un punto materiale di massa $m_P = m_S/3$ fermo su un piano orizzontale liscio che si attacca all'estremo della sbarretta opposto ad O. A causa dell'urto, la croce subisce un lieve disassamento che comporta l'introduzione di un momento di attrito costante di modulo M_a sull'asse. Determinare:

a) il momento d'inerzia I_O della croce rispetto ad O;
b) il modulo ω della velocità angolare della croce un istante prima dell'urto;
c) il modulo ω' della velocità angolare della croce un istante dopo l'urto;
d) (facoltativa) il modulo M_a del momento di attrito agente sull'asse subito dopo l'urto sapendo che la croce si ferma istantaneamente dopo essere ruotata di un angolo $\theta = \pi/3$ a partire dall'urto;

Problema 2

Tre moli di un gas perfetto biatomico si trovano in equilibrio in un contenitore adiabatico alla temperatura T_A = 300 K e volume V_A = 0.06 m^3. Il gas viene dapprima sottoposto ad una espansione libera in cui l'entropia dell'universo aumenta di $\Delta S_{U,AB}$ = 12 J/K. Il gas viene poi compresso in modo molto lento e graduale subendo un lavoro esterno $W_{BC,ext}$ = 2500 J, finché si porta nello stato C. Si toglie a questo punto il materiale isolante del contenitore e, mantenendone costante il volume, si mette il gas in contatto termico con un serbatoio ideale alla temperatura T_D fino a quando il gas raggiunge lo stato di equilibrio D. Infine, rimesso l'isolante al recipiente, si comprime il gas in modo molto lento e graduale fino a riportarlo allo stato iniziale A. Si disegni il ciclo del gas nel diagramma pV e si determinino:

a) la temperatura T_C del gas nello stato di equilibrio C;
b) il volume V_C del gas nello stato di equilibrio C;
c) la variazione ΔU_{DA} dell'energia interna del gas nella trasformazione DA;
d) la variazione ΔS_U di entropia dell'universo nel ciclo.

Problema 3

Una macchina termica reversibile lavora tra un serbatoio ideale alla temperatura T_2 = 350 K ed una massa m di ghiaccio alla temperatura di fusione T_1 = 273.15 K. Il lavoro W_R prodotto dalla macchina in un ciclo serve a comprimere in modo isotermo reversibile una mole di gas alla temperatura T_0 = 300 K in modo da dimezzarne il volume. Si trova che dopo N = 150 cicli tutto il ghiaccio è fuso. Sapendo che il calore latente di fusione del ghiaccio è $\lambda_g = 3.3 \cdot 10^5$ J/kg e che il calore specifico dell'acqua è 4186 J/kgK, determinare:

a) il calore Q_2 assorbito dalla macchina ad ogni ciclo;
b) la massa m di ghiaccio;
c) il calore Q_2' che la macchina deve complessivamente assorbire dal serbatoio a temperatura T_2 a partire da quando tutto il ghiaccio è diventato acqua per portare la temperatura dell'acqua a T_1' = 280 K.

Soluzioni

Problema 1

a) $$I_O = 2\left(\frac{1}{12}m_S L^2 + m_S\frac{L^2}{4}\right) = \frac{2}{3}m_S L^2 = 0.27\ \text{kgm}^2 \quad \text{oppure} \quad I_O = \frac{1}{3}m_S L^2 + \left(\frac{1}{12}m_S L^2 + m_S\frac{L^2}{4}\right) = \frac{2}{3}m_S L^2$$

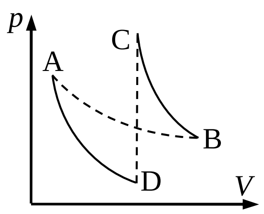
b) $$E_m = \text{cost} \;\Rightarrow\; 2m_S gL = \frac{1}{2}I_O\omega^2 \;\Rightarrow\; 2m_S gL = \frac{1}{2}\frac{2}{3}m_S L^2\omega^2 \;\Rightarrow\; \omega = \sqrt{\frac{6g}{L}} = 11.57\ \text{rad/s}$$

c) $$I_O' = I_O + m_P L^2 = m_S L^2;\quad I_O\omega = I_O'\omega' \;\Rightarrow\; \omega' = \frac{I_O}{I_O'}\omega = \frac{2}{3}\omega = 7.71\ \text{rad/s}$$

d) $$W_{nc} = \Delta E_m \;\Rightarrow\; -M_a\theta = 2m_S g\frac{L}{2}(1-\cos\theta) + m_P gL(1-\cos\theta) - \frac{1}{2}I_O'\omega'^2 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; M_a = \frac{4}{3\theta}m_S gL\cos\theta = 5.77\ \text{Nm}$$

Problema 2



a) $$W_{BC,ext} = -W_{BC,gas} = \Delta U_{BC} = nc_V\left(T_C - T_B\right) \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; T_C = T_B + \frac{W_{BC,ext}}{nc_V} = T_A + \frac{W_{BC,ext}}{nc_V} = 340.1\ \text{K}$$

b) $$\Delta S_{U,AB} = \Delta S_{gas,AB} = nR\ln\frac{V_B}{V_A} \;\Rightarrow\; V_B = V_A e^{\Delta S_{U,AB}/(nR)} = 0.097\ \text{m}^3$$

$$T_B V_B^{\gamma-1} = T_C V_C^{\gamma-1} \;\Rightarrow\; V_C = V_B\left(\frac{T_B}{T_C}\right)^{1/(\gamma-1)} = V_B\left(\frac{T_A}{T_C}\right)^{1/(\gamma-1)} = 0.071\ \text{m}^3$$

c) $$T_D V_D^{\gamma-1} = T_A V_A^{\gamma-1} \;\Rightarrow\; T_D = T_A\left(\frac{V_A}{V_D}\right)^{\gamma-1} = T_A\left(\frac{V_A}{V_C}\right)^{\gamma-1} = 280.6\ \text{K};\quad \Delta U_{DA} = nc_V\left(T_A - T_D\right) = 1212\ \text{J}$$

d) $$\Delta S_U = \Delta S_{amb,CD} = \frac{Q_{CD,amb}}{T_D} = -\frac{Q_{CD,gas}}{T_D} = -\frac{nc_V\left(T_D - T_C\right)}{T_D} = 13.23\ \text{J/K} \qquad \text{oppure}$$

$$\Delta S_U = \Delta S_{U,AB} + \Delta S_{U,CD} = \Delta S_{U,AB} + \Delta S_{gas,CD} + \Delta S_{amb,CD} = \Delta S_{U,AB} + nc_V\ln\frac{T_D}{T_C} - \frac{nc_V\left(T_D - T_C\right)}{T_D}$$

Problema 3

a) $$W_R = -W_{isot,gas} = -nRT_0\ln\left(\frac{V_{fin}}{V_{in}}\right) = 1729\ \text{J};\quad \eta = 1 - \frac{T_1}{T_2} = \frac{W_R}{Q_2} \;\Rightarrow\; Q_2 = \frac{W_R}{1-\frac{T_1}{T_2}} = \frac{T_2}{T_2 - T_1}W_R = 7874\ \text{J}$$

b) $$Q_1 = W_R - Q_2 = -6145\ \text{J};\quad m\lambda_g = -NQ_1 \;\Rightarrow\; m = -\frac{NQ_1}{\lambda_g} = 2.79\ \text{kg}$$

c) $$\Delta S_U = 0 \;\Rightarrow\; \Delta S_U = \Delta S_{serb} + \Delta S_{H_2O} = \frac{-Q_2}{T_2} + mc\ln\frac{T_1'}{T_1} = 0 \;\Rightarrow\; Q_2 = T_2 mc\ln\frac{T_1'}{T_1} = 101382\ \text{J}$$