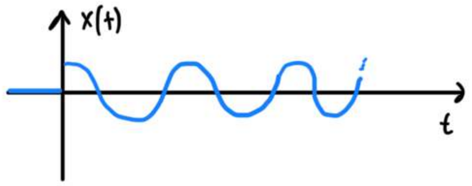
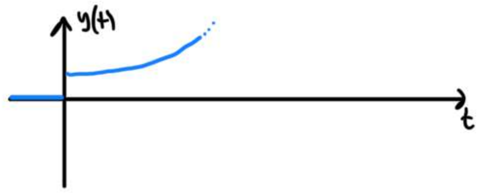
Lezione 11 - 22/03/2024

Completiamo l'esercizio che stavamo facendo ieri



$$x(t) = \sin(t+2)\, 1(t)$$
$$y(t) = e^{t} \cdot 1(t)$$



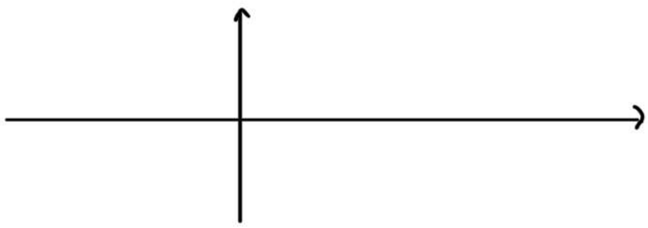
$$z = x * y$$

$$z = \int_{-\infty}^{+\infty} \sin(v+2)\, 1(v)\, e^{t-v} 1(t-v)\, dv$$

$t - v > 0$
$t > v$
$v < t$

$$= \int_{0}^{t} \sin(v+2)\, e^{t-v}\, dv$$

PRESENZA GRADINO



Es 5

Il segnale $z(n) = \sum_{k=-\infty}^{n-1} 3^k$ è esprimibile tramite una **convoluzione discreta** z(n)=x*y(n). Identificare i segnali x(n) e y(n)

$$z(n) = \sum_{k=-\infty}^{n-1} 3^k \overset{?}{=} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k)\, y(n-k)$$

PER QUALCHE $x(k), y(k)$ $\mathcal{L}^1$

SOL. LA FUNZIONE INDICATRICE E' $1_0(k-(n-1)) = 1_0(n-1-k) = 1_0(n-k-1)$

QUINDI, $z(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} 1_0(n-k-1)\, 3^k$; PERTANTO: $x(n) = 3^k$

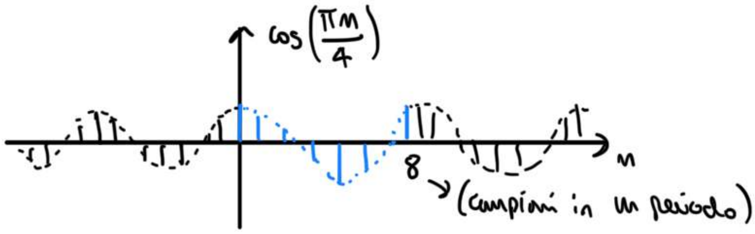
$y(n) = 1_0(n-1)$

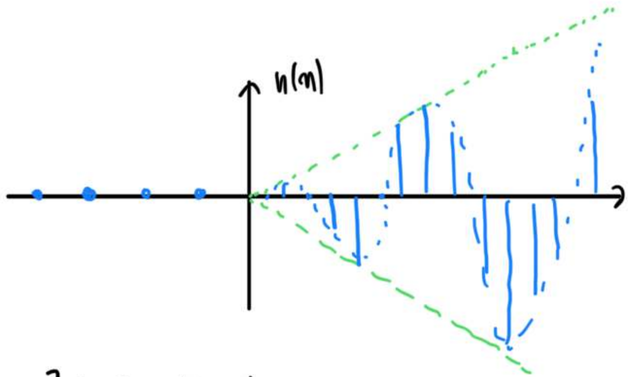
Es 1

Discutere la **stabilità** di un filtro avente come risposta impulsiva

1. $h(n) = n \cos(\pi n/4) 1_0(n)$
2. $h(t) = e^{-t} \cos(2t) 1(t)$

1. BIBO STABILITÀ DI $h(n) = n\cos\left(\frac{\pi n}{4}\right) 1_0(n)$



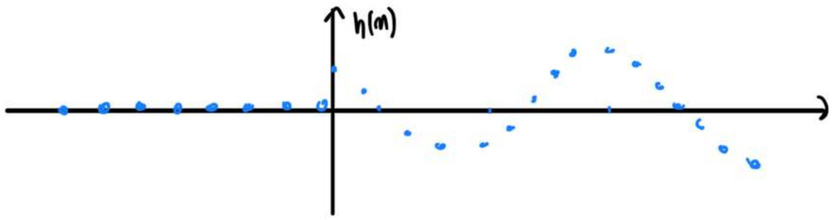


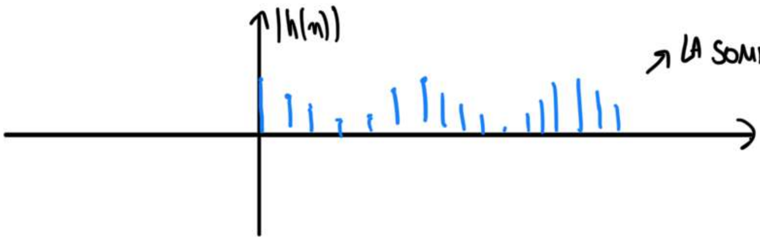
È REALE QUESTA RISPOSTA? SI, NON HO VALORI COMPLESSI

È CAUSALE $h(n)$? NO, PERCHÉ VALE 0 A TEMPI NEGATIVI

È BIBO-STABILE IL SISTEMA? NO PERCHÉ $h(n)$ DIVERGE (si vede dal grafico)

E SE $h(n)$ FOSSE $h(n) = \cos\left(\frac{\pi}{4} n\right) 1_0(n)$?



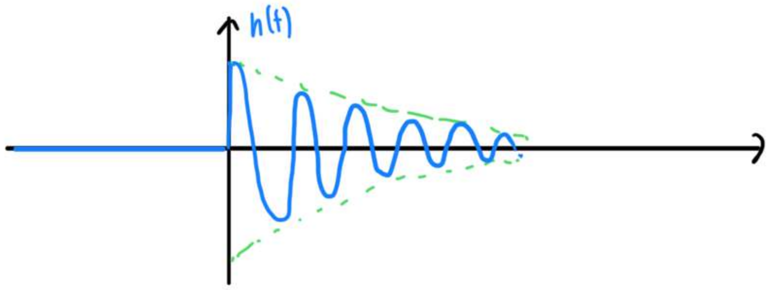


LA SOMMA DI TUTTI QUESTI VALORI È ∞

SICCOME $\sum_{n=0}^{\infty} |h(n)| = \infty$ NON È BIBO-STABILE

Affinché sia Bibo stabile la serie dei valori assoluti si deve spegnere e anche abbastanza rapidamente

2. BIBO - STABILITÀ DI $h(t) = e^{-t}\cos(2t)\,1(t)$



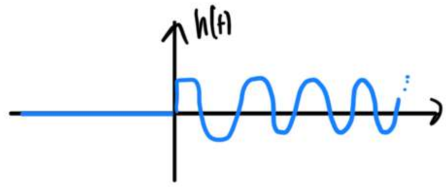
h(t) È UN SISTEMA...

- REALE? SÌ PERCHÉ NON SONO PRESENTI VALORI COMPLESSI
- CAUSALE? SÌ, PERCHÉ VALE 0 PER TEMPI NEGATIVI
- BIBO - STABILE?

$$L_m = \int_{-\infty}^{+\infty} \left|e^{-t}\cos(2t)\,1(t)\right| dt = \int_0^{+\infty} e^{-t}|\cos(2t)|\, dt \leq \int_0^{+\infty} e^{-t}\, dt = \left[-e^{-t}\right]_0^{+\infty} = 1$$

abbiamo trovato un upper bound, quindi abbiamo dimostrato che è limitato

DOMANDA: e se $h(t) = \cos(2t)\,1(t)$?



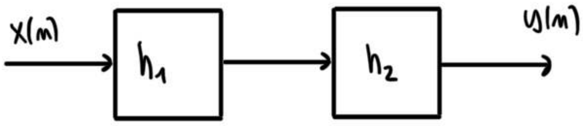
- REALE? SI
- CAUSALE? SI
- BIBO - STABILE? NO PERCHÉ IL SEGNALE NON SI SPEGNE

Es 2

Il segnale $x(n) = \delta(n) - a\,\delta(n-1)$ è dato in pasto alla **cascata** di due filtri $h_1(n) = \sin(8n)$ e $h_2(n) = a^n\, 1_0(n)$ con $|a|<1$.

Si chiede

1. Se la cascata sia una trasformazione BIBO stabile
2. L'uscita del sistema $y(n)$.



$x(n) = \delta(n) - a\,\delta(n-1)$
$h_1(n) = \sin(8n)$
$h_2(n) = a^n \, 1_0(n) \qquad |a|<1$

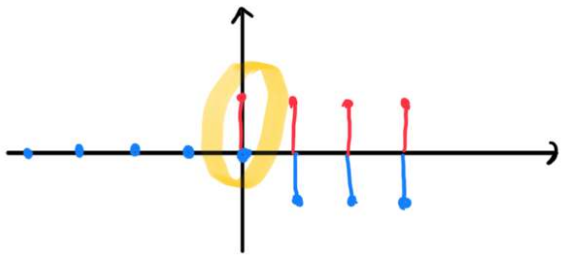
1) BIBO-STABILE?
2) USCITA $y(n) = ?$

SOL. PER LA PROPRIETÀ DELLA SERIE DEI FILTRI $h(n) = h_1(n) * h_2(n)$

$$y(n) = x * h_1 * h_2(n)$$

CONVIENE FARE $(x * h_2) * h_1(n)$ PER LA FORMA DEI SEGNALI

$$\begin{aligned} z(n) = x * h_2(n) &= h_2(n) - a h_2(n-1) \\ &= a^n 1_0(n) - a a^{n-1} 1_0(n-1) \\ &= a^n \left(1_0(n) - 1_0(n-1)\right) \\ &= a^n \delta(n) = \delta(n) \end{aligned}$$



A TEMPI POSITIVI : $1-1=0$
A TEMPI NEGATIVI : 0
A TEMPO NULLO 1

$\Big\}$ È UNA DELTA!

$$y(n) = \delta * h_1(n) = h_1(n) = \sin(8n)$$

NON SI VEDE SE È BIBO STABILE DALL'USCITA. MA OSSERVO h_1 E h_2
- h_1 È BIBO STABILE? NO, È UN SENO CAMPIONATO
- h_2 È BIBO STABILE? SI

LA LORO COMPOSIZIONE SARÀ BIBO? NO, perché uno dei 2 non lo è