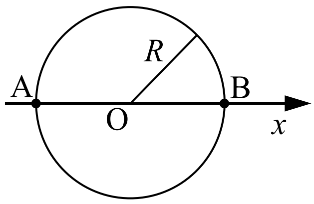
B

Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica - Canale 1 (Prof. G. Naletto)
Prima Prova in Itinere di Fisica Generale 1 - Padova, 4 aprile 2022

Cognome .... Nome .... Matricola ....

Aula .... Posto # ....

Problema 1



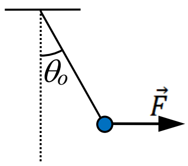
Due punti materiali, P e Q, sono inizialmente fermi in A. All'istante $t_o = 0$, P inizia un moto rettilineo uniformemente accelerato con accelerazione a_P lungo l'asse orizzontale x passante per B, con AB = $2R$ (R = 1.7 m). Anche Q si mette in moto all'istante t_o, con un moto circolare uniformemente accelerato con accelerazione angolare $\alpha = 0.33$ rad/s^2 su una circonferenza orizzontale di diametro AB. I due punti arrivano in B nello stesso istante t_B. Determinare:

a) il modulo a_P dell'accelerazione cui è soggetto P;
b) il modulo a_Q dell'accelerazione di Q quando ha percorso un arco di circonferenza $s = \frac{\pi}{6}R$ (partendo da A).

Per $t > t_B$, l'accelerazione di P diventa a'_P, costante, e l'accelerazione angolare di Q si inverte ($\alpha' = -\alpha$). Determinare:

c) modulo e segno dell'accelerazione a'_P affinché P incontri nuovamente Q quando questo ripassa per la prima volta in A.

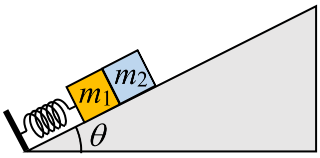
Problema 2



Un corpo di dimensioni trascurabili e massa m collegato ad un filo ideale di lunghezza L = 0.53 m fissato al soffitto è mantenuto fermo grazie all'azione di una forza orizzontale di modulo $F = 4$ N con il filo teso che forma un angolo $\theta_o = 27°$ rispetto alla verticale (vedi figura). Ad un certo istante si toglie la forza $\vec{F}$, si applica istantaneamente al corpo un impulso perpendicolare al filo e contenuto nel piano verticale, e il corpo si mette in moto con velocità iniziale di modulo v_o. Sapendo che il modulo della massima velocità del corpo è pari a $v_{max} = 1.3$ m/s, determinare:

a) la massa m del corpo;
b) il modulo v_o della velocità iniziale del corpo;
c) il modulo T^* della tensione del filo nell'istante in cui forma nuovamente un angolo θ_o rispetto alla verticale.

Problema 3



Due corpi di massa rispettivamente m_1 = 1.55 kg e m_2 = 2.2 kg sono appoggiati su un piano liscio inclinato di un angolo θ. I due corpi sono a contatto, con m_2 sopra m_1, e comprimono di una quantità pari in modulo a Δx_o = 0.06 m una molla ideale di costante elastica k parallela al piano inclinato e vincolata all'altro estremo (vedi figura). Il corpo di massa m_1 è attaccato alla molla. Sapendo che in queste condizioni la forza che m_2 applica su m_1 ha modulo F_{21} = 13 N determinare:

a) il valore dell'angolo θ;
b) la costante elastica k della molla.

Successivamente si porta la compressione della molla al valore, in modulo, di $\Delta x'$ = 0.13 m e poi si lasciano i corpi liberi di muoversi. Determinare:

c) il modulo F'_{12} della forza che m_1 applica su m_2 all'istante del rilascio;
d) il modulo F_{12}^* della forza tra i due corpi al momento del distacco di m_2 da m_1;
e) (facoltativo) la massima estensione Δx_{max} della molla.

Soluzioni

Problema 1

a) $\begin{cases} 2R = \frac{1}{2} a_P t_B^2 \\ \pi = \frac{1}{2} \alpha t_B^2 \end{cases} \Rightarrow a_P = \frac{2R\alpha}{\pi} = 0.357 \text{ m/s}^2$

b) $a_Q = \sqrt{a_{Q,T}^2 + a_{Q,N}^2} = \sqrt{(\alpha R)^2 + (\omega^2 R)^2} = \sqrt{(\alpha R)^2 + \left(2\alpha \frac{\pi}{6} R\right)^2} = \alpha R \sqrt{1 + \frac{\pi^2}{9}} = 0.812 \text{ m/s}^2$

c) Per simmetria, il punto Q impiega lo stesso tempo $t_B = \sqrt{\frac{2\pi}{\alpha}}$ per ritornare in A. Quindi:

$$v_{P,B} = v_P(t_B) = a_P t_B = 2R\sqrt{2\alpha/\pi}; \quad -R = R + v_{P,B} t_B + \frac{1}{2} a'_P t_B^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -2R = R\sqrt{\frac{8\alpha}{\pi}}\sqrt{\frac{2\pi}{\alpha}} + \frac{1}{2} a'_P \frac{2\pi}{\alpha} \Rightarrow a'_P = -\frac{6\alpha R}{\pi} = -3a_P = -1.07 \text{ m/s}^2$$

Problema 2

a) $\vec{T} + \vec{F} + m\vec{g} = 0 \Rightarrow \begin{cases} F - T\sin\theta_o = 0 \\ T\cos\theta_o - mg = 0 \end{cases} \Rightarrow F = mg\tan\theta_o \Rightarrow m = \frac{F}{g\tan\theta_o} = 0.80 \text{ kg}$

b) $\frac{1}{2} m v_o^2 + mgL(1 - \cos\theta_o) = \frac{1}{2} m v_{max}^2 \Rightarrow v_o = \sqrt{v_{max}^2 - 2gL(1 - \cos\theta_o)} = 0.75 \text{ m/s}$

c) Per la conservazione dell'energia, $v(\pm\theta_o) = v_o$. Quindi:

$$T^* - mg\cos\theta_o = m\frac{v_o^2}{L} \Rightarrow T^* = m\left(\frac{v_o^2}{L} + g\cos\theta_o\right) = 7.84 \text{ N}$$

Problema 3

a) $F_{12} - m_2 g\sin\theta = 0 \Rightarrow F_{12}(= F_{21}) = m_2 g\sin\theta \Rightarrow \theta = \sin^{-1}\left(\frac{F_{21}}{m_2 g}\right) = 37°$

b) $-k\Delta x_o - F_{21} - m_1 g\sin\theta = 0 \Rightarrow k = -\frac{1}{\Delta x_o}(F_{21} + m_1 g\sin\theta) = -\frac{1}{\Delta x_o}(m_1 + m_2) g\sin\theta = 369 \text{ N/m}$

c) $\begin{cases} -k\Delta x' - m_1 g\sin\theta - F'_{21} = m_1 a' \\ F'_{12} - m_2 g\sin\theta = m_2 a' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a' = -\frac{k\Delta x'}{m_1 + m_2} - g\sin\theta \\ F'_{12} = -\frac{m_2}{m_1 + m_2} k\Delta x' = 28.2 \text{ N} \end{cases}$

d) Le equazioni appena scritte valgono in generale finché i due corpi rimangono in contatto. Man mano che la molla si decomprime ($\Delta x \to 0$) il modulo della forza di interazione tra m_1 e m_2 diminuisce. Il distacco tra i due corpi avviene quando questa interazione si annulla: $F_{12}^* = 0$.

e) Applicando la conservazione dell'energia tra il momento iniziale del moto e quello del distacco tra i corpi, e poi per il solo corpo m_1, che rimane attaccato alla molla, si ottiene:

$$\frac{1}{2} k\Delta x'^2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) v^{*2} + (m_1 + m_2) g\Delta x' \sin\theta \Rightarrow v^{*2} = \frac{k\Delta x'^2}{m_1 + m_2} - g\Delta x' \sin\theta$$

$$\frac{1}{2} m_1 v^{*2} = \frac{1}{2} k\Delta x_{max}^2 + m_1 g\Delta x_{max} \sin\theta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta x_{max} = -\frac{m_1 g}{k}\sin\theta + \sqrt{\left(\frac{m_1 g}{k}\sin\theta\right)^2 - \frac{m_1 v^{*2}}{k}} = 0.079 \text{ m}$$