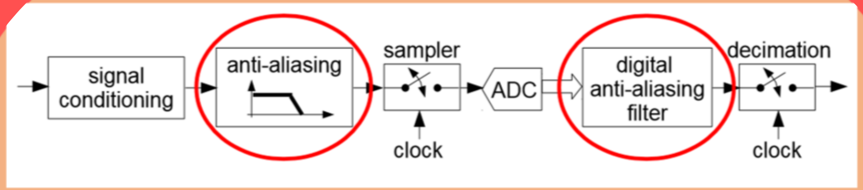
Acquisizione di segnali nel mondo reale



Condizionamento del segnale
→ nozioni di base condizionamento per adattare segnale a sampler e ADC

Condizioni di non distorsione
→accortezze su guadagno e fase

Campionamento e aliasing
→ come evitare perdita di informazioni o aggiunta di informazioni fittizie

Ricostruzione del segnale

LEZIONE 5A:

Acquisizione dei segnali: campionamento e quantizzazione

Misure e acquisizione di dati biomedici

Sarah Tonello, PhD
Dip. Ingegneria dell'Informazione
Università di Padova

Outline

- Generalità sull'acquisizione
- Campionamento e Aliasing
- Filtri anti-aliasing
- Quantizzazione: principio
- Errore di quantizzazione

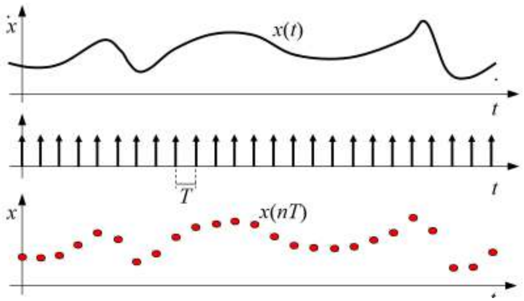
QUIZ

Generalità sulla conversione A/D nell'acquisizione dei segnali

CONVERSIONE ANALOGICO-DIGITALE

Processo in **due fasi** che permette di trasformare un segnale continuo in un segnale discreto nei tempi e nelle ampiezze

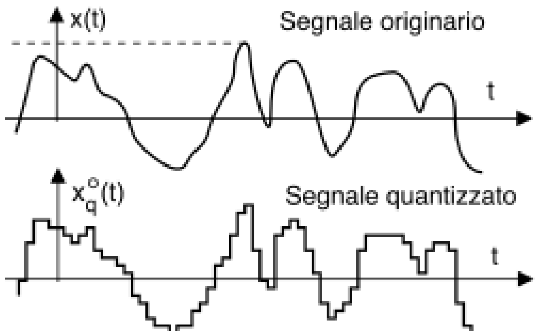
- il **campionamento** che permette di discretizzare la variabile "tempo".



CIRCUITO DEDICATO:
Sample-and-Hold amplifier (SHA)

PRINCIPALI CRITICITA':
Aliasing

- la **quantizzazione** che porta a considerare valori discreti di "ampiezza".



CIRCUITO DEDICATO:
Analog to Digital Converter (ADC)

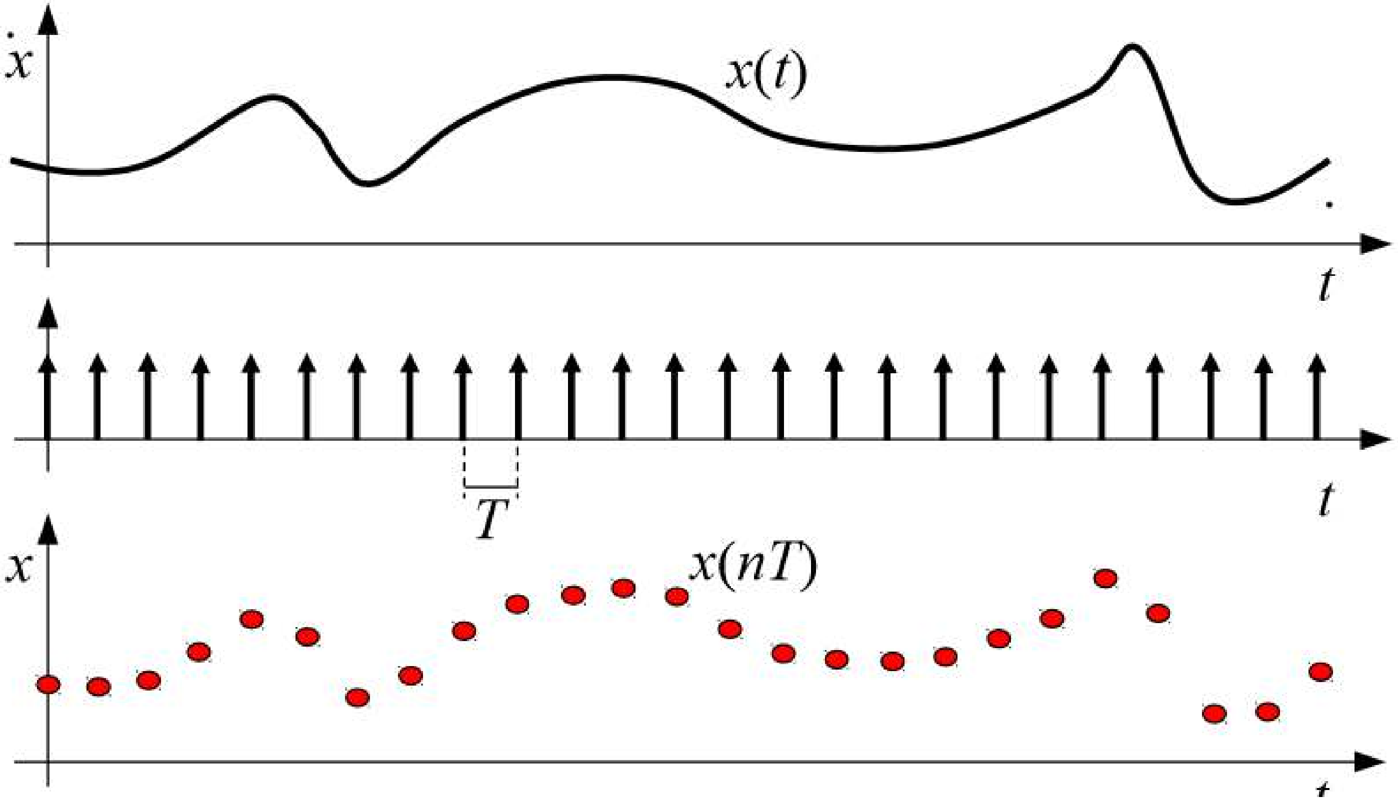
PRINCIPALI CRITICITA':
Errore di quantizzazione

Outline

- Generalità sull’acquisizione
- Campionamento e Aliasing
- Filtri anti-aliasing
- Quantizzazione: principio
- Errore di quantizzazione

QUIZ

Campionamento dei segnali: generalità e richiami



Segnale tempo continuo

x

Treno di impulsi periodico (T)

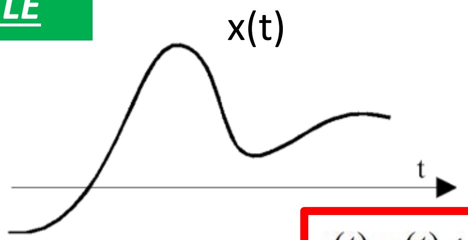
⇩

Segnale campionato con intervallo di campionamento T, <u>uniforme</u>

N.B. Uniformità di T consente negli strumenti di salvare il vettore del s(nT) → come s(n)

Analisi di Fourier per segnali campionati

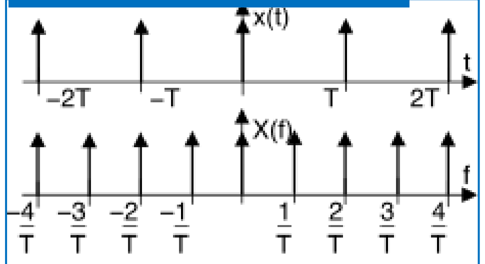
1) SORGENTE DI SEGNALE



1) Trasformata di Fourier

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\, e^{-j2\pi f t} dt$$

2) ACQUISIZIONE DEL SEGNALE



treno di impulsi e sua trasformata

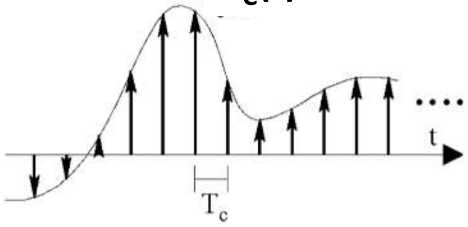
$$\boxed{s(t)\cdot c(t) \Leftrightarrow S(f) * C(f)}$$

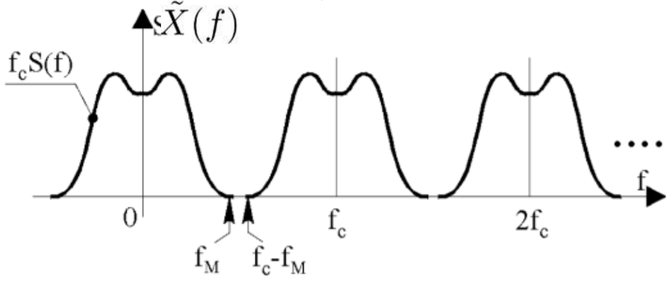
PRODOTTO TRA SEGNALE E TRENO DI IMPULSI

CONVOLUZIONE TRA TRASFORMATA SEGNALE E TRASFORMATA TRENO DI IMPULSI

2) Trasformata di Fourier Tempo discreta

$$\tilde{X}(f) = \sum_{-\infty}^{+\infty} T_S \cdot x(nT_S) e^{-j2\pi f n T_S}$$





Partendo dalla definizione di convoluzione:

$$\tilde{X}(f) = X(f) * f_c \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(f - kf_c)$$

Ottengo la relazione tra $X(f)$ **e** $\tilde{X}(f)$

$$\tilde{X}(f) = \frac{1}{T_S} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} X\left(f - k\frac{1}{T_S}\right)$$

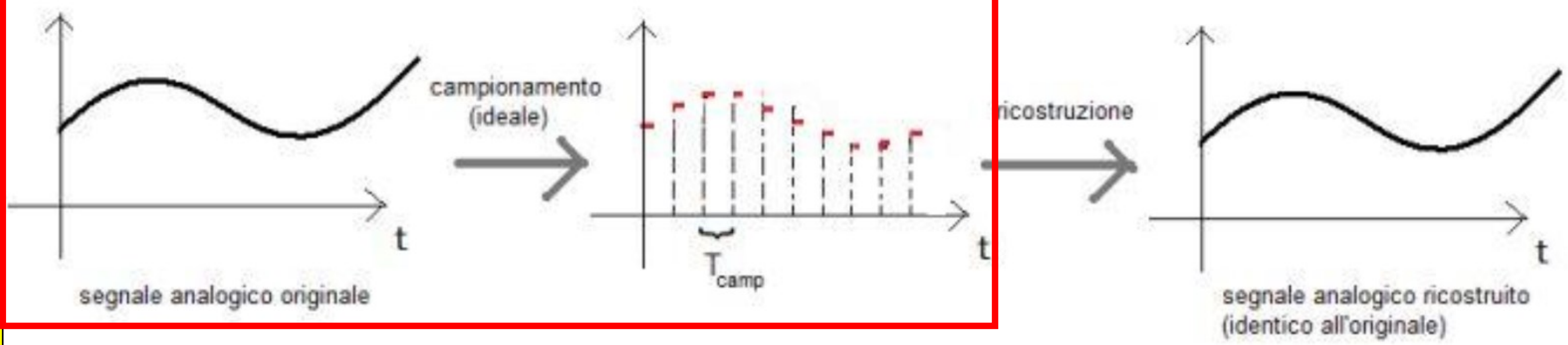
Con $1/T_S = f_C$

- L'equazione mette in evidenza il fatto che lo spettro del segnale campionato è la **ripetizione periodica**, con periodo fc=1/Ts di quello del segnale continuo
  - Se le condizioni relative al campionamento sono state soddisfatte, vale l'uguaglianza

$$T_S \cdot \tilde{X}(f) = X(f) \text{ per } -\frac{1}{2T_S} < f < +\frac{1}{2T_S}$$

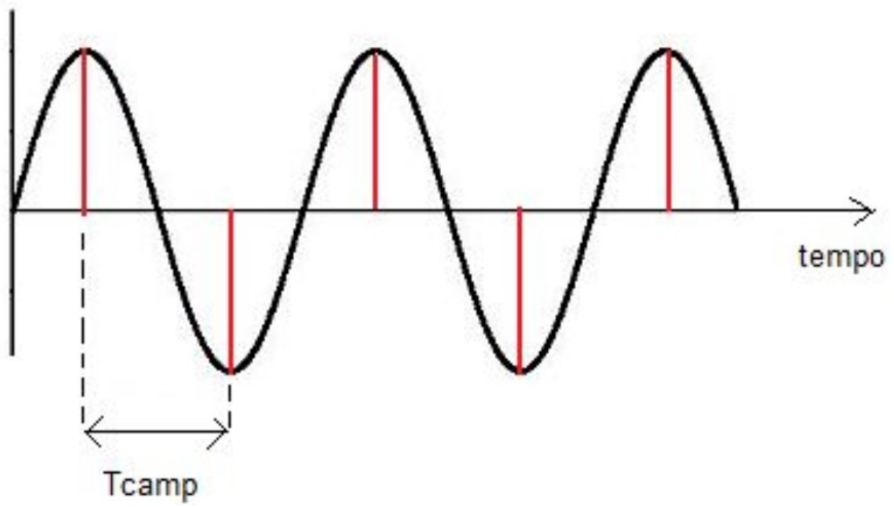
Campionamento dei segnali: generalità e richiami

In generale il campionamento di una grandezza analogica è ottimale se non comporta perdita di informazioni, ovvero se è possibile ricostruire perfettamente la grandezza analogica originaria a partire dai suoi campioni.

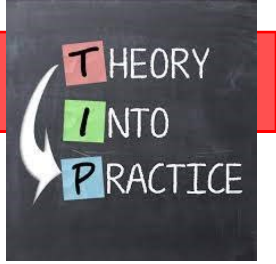


Richiamo...

Il **teorema del campionamento** (o *teorema di Nyquist-Shannon*) afferma che, per campionare correttamente (senza perdita di informazioni) un segnale a **banda limitata**, è ***sufficiente campionarlo*** con una frequenza di campionamento pari ***almeno al doppio*** della massima frequenza del segnale (tale frequenza viene anche detta **frequenza di Nyquist**).

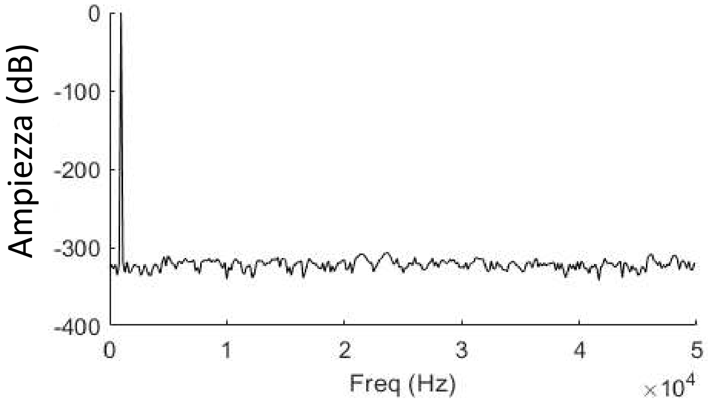


Campionamento dei segnali: considerazioni pratiche

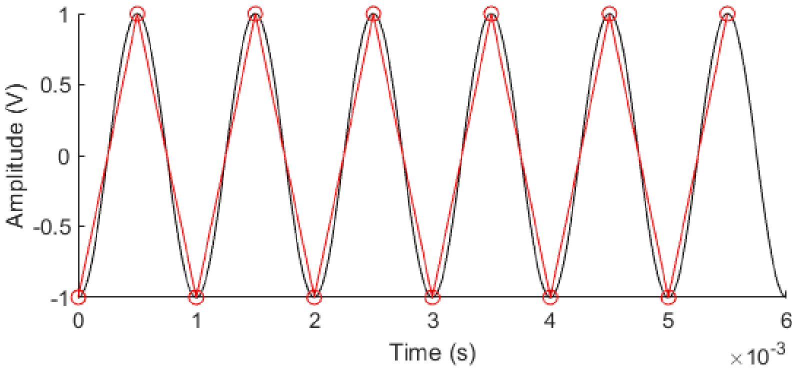


Vuol dire che $f_c = 2f_{max}$ è sempre sufficiente per ricostruire poi il segnale???

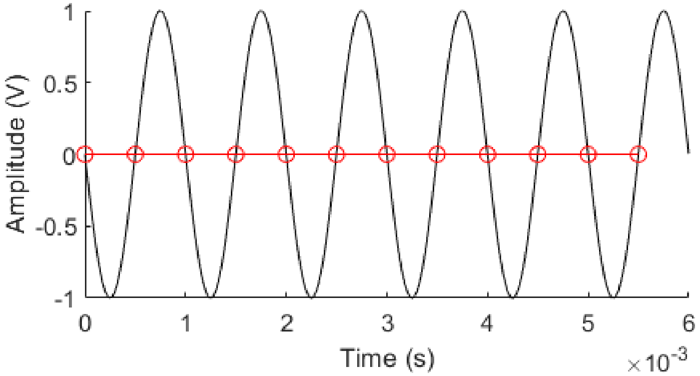
SEGNALI A BANDA LIMITATA



Esempio 1: Coseno, con istanti di campionamento sincronizzati a massimi e minimi

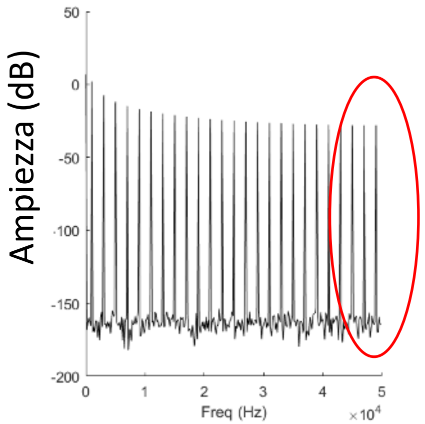


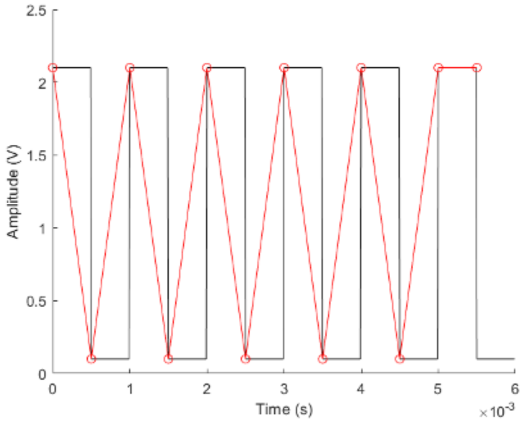
Esempio 2: Seno, banda limitata, con istanti di campionamento **non** sincronizzati a massimi e minimi



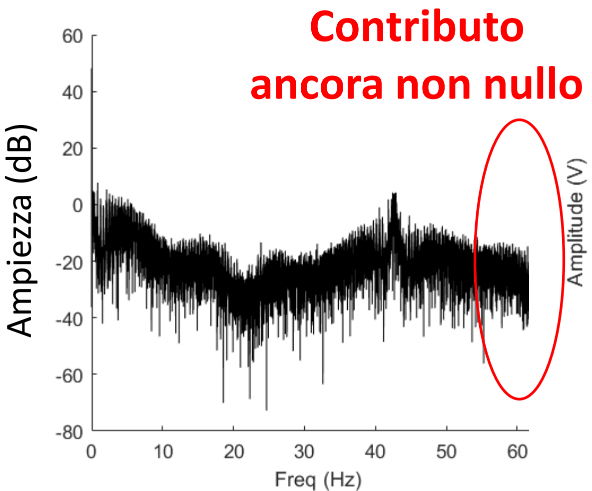
SEGNALI A BANDA NON LIMITATA

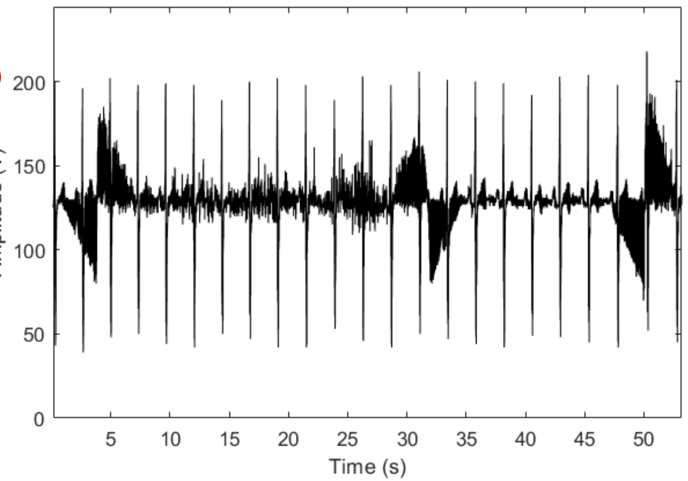
Esempio 3: Onda quadra





Esempio 4: Spettro di un segnale reale, già campionato



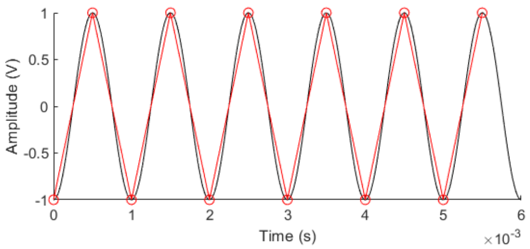


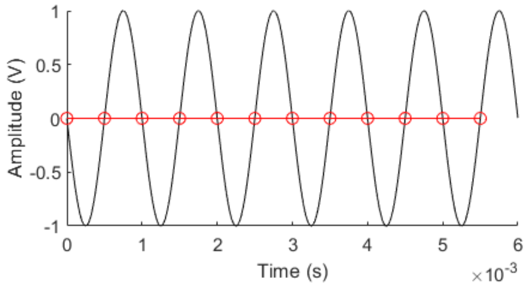
Campionamento dei segnali: considerazioni pratiche

Vuol dire che $\mathbf{f_c = 2f_{max}}$ è nella pratica sempre sufficiente per ricostruire poi il segnale??? **NO!!**

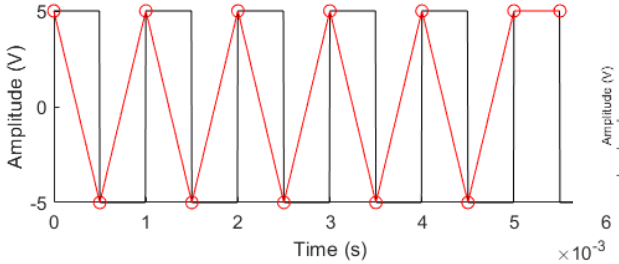
PER 3 PRINCIPALI MOTIVI:

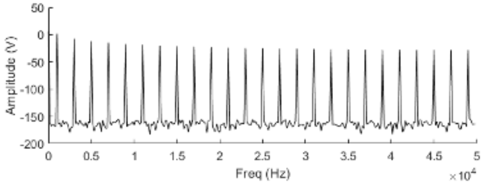
1) il campionamento dovrebbe essere effettuato in modo **<u>sincrono con i massimi e i minimi del segnale sinusoidale</u>**; se i campioni non sono esattamente sincronizzati con le variazioni del segnale, la ricostruzione del segnale non è fedele.



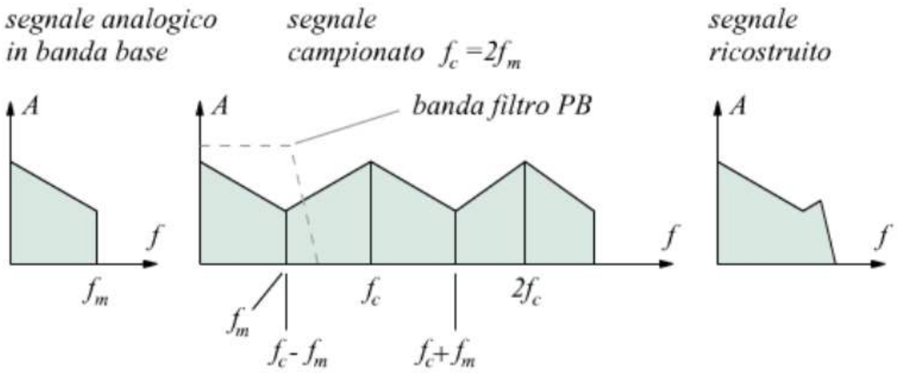


2) la condizione $f_c = 2f_{max}$ vale solo se il segnale è **<u>rigorosamente a banda limitata</u>**, cioè se è possibile individuare nel suo spettro una frequenza massima; a parte le sinusoidi, **<u>nessun segnale reale di interesse pratico ha una banda limitata</u>**.

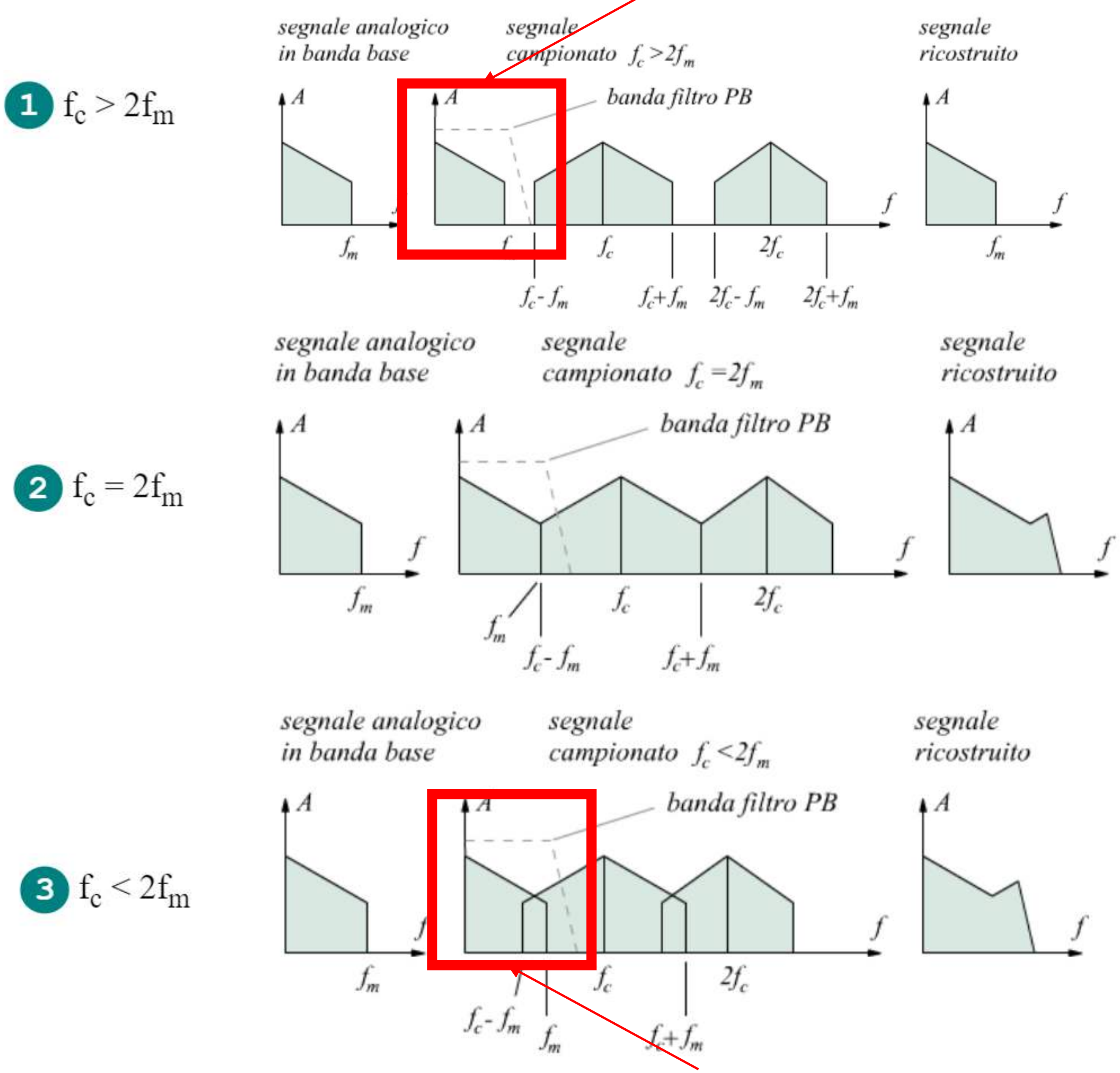




3) per **ricostruire** il segnale sinusoidale con condizione $f_c = 2f_{max}$ occorre avere a disposizione **<u>un filtro passa-basso ideale,</u>** in grado di eliminare dal segnale campionato tutte le armoniche con frequenza superiore a f_{max} e a far passare tutte le altre senza attenuazione; **<u>un filtro del genere non è realizzabile nella pratica.</u>**



FILTRO NON IDEALE



PERDITA DI INFORMAZIONI CAUSA ALIASING

Il segnale può essere agevolmente ricostruito con un filtro passabasso con frequenza di taglio $f_m < f_t < f_c - f_m$

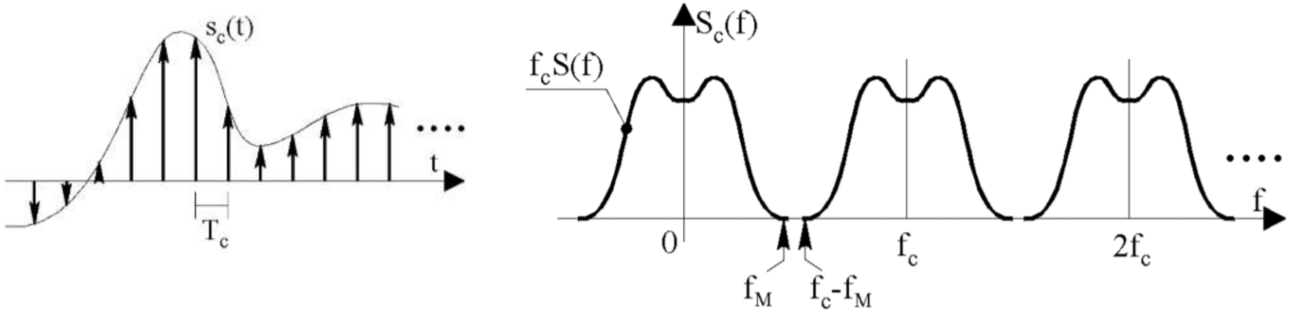
Il teorema di Shannon è formalmente rispettato ma l'impossibilità di **usufruire di un filtro passa-basso ideale con pendenza infinita** per la ricostruzione provoca effetti di distorsione **(minori distorsioni maggiore è la pendenza del filtro)**

Il teorema di Shannon non è formalmente rispettato, non è possibile ricostruire il segnale perchè vengono perse informazioni utili, indipendentemente dal filtro usato. **Nei segnali reali un minimo d aliasing sempre presente a causa della banda non limitata**

Cosa intendiamo per aliasing?

Il fenomeno dell'aliasing

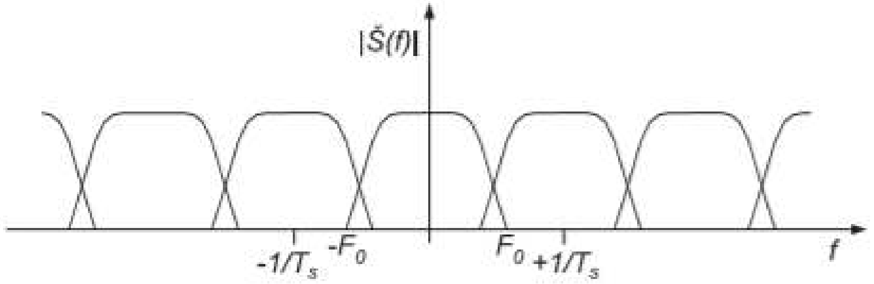
- Noto che lo spettro del segnale campionato è la **ripetizione periodica**, con periodo $1/T_S$ di quello del segnale continuo



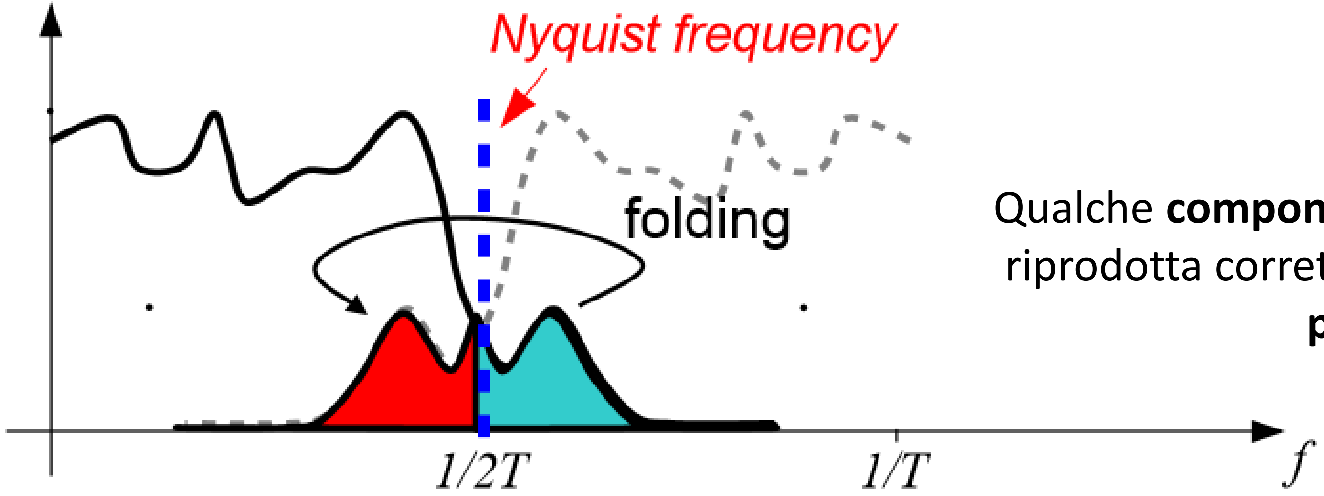
IN CASO DI SOTTOCAMPIONAMENTO

$$F_s < 2F_{max}$$

→ Le ripetizioni di S(f) si sovrapporranno, modificando l'informazione in modo irreversibile, provocando il fenomeno dell'**ALIASING**

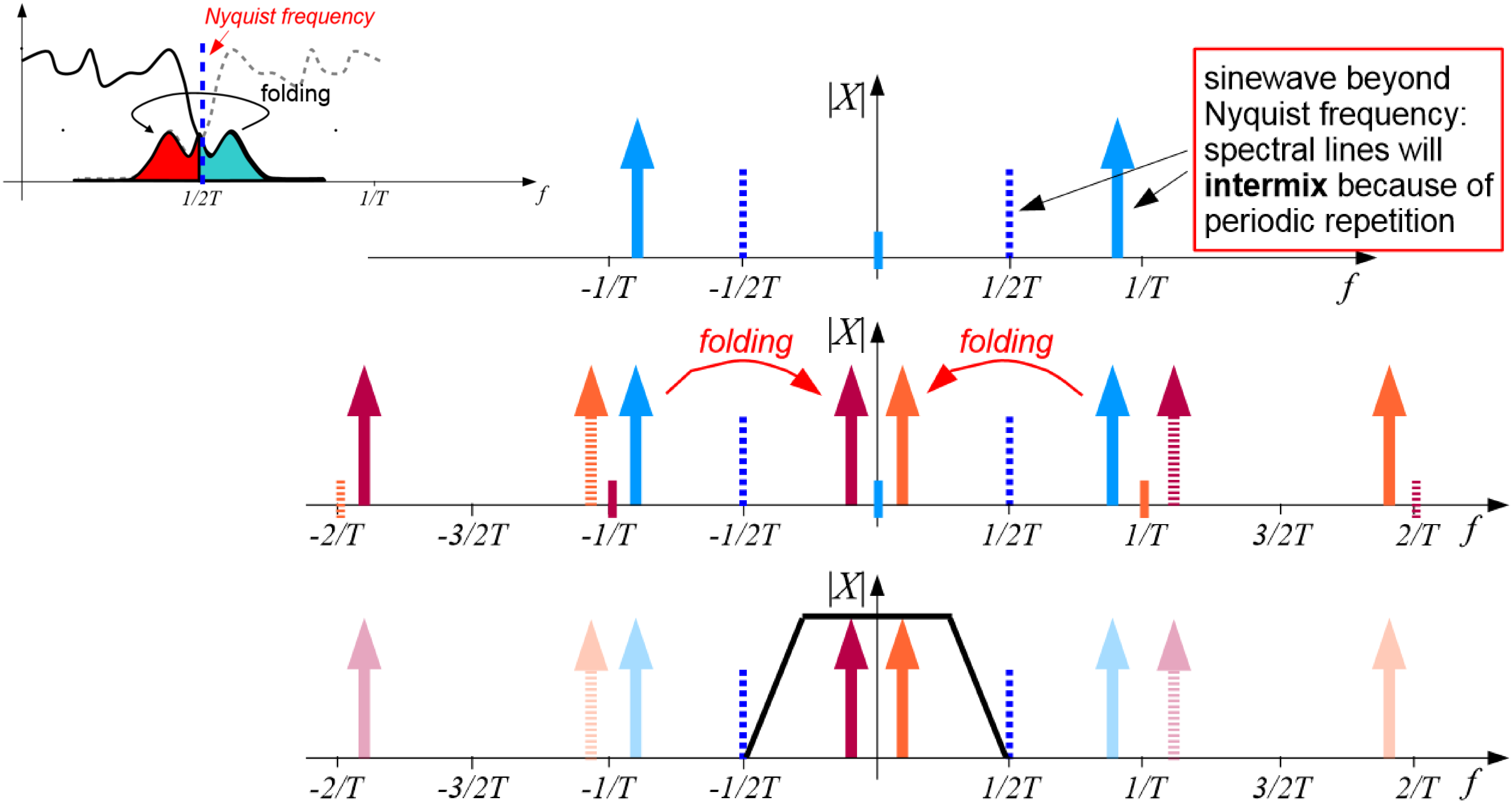


<u>**«ALIASING» deriva dal fatto che le frequenze più alte si nascondono dietro un'identità falsa, dietro un «alias»**</u>

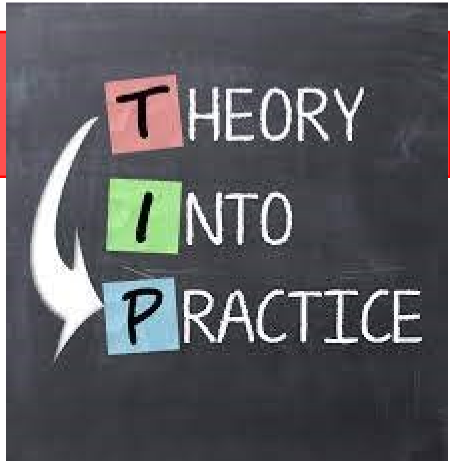


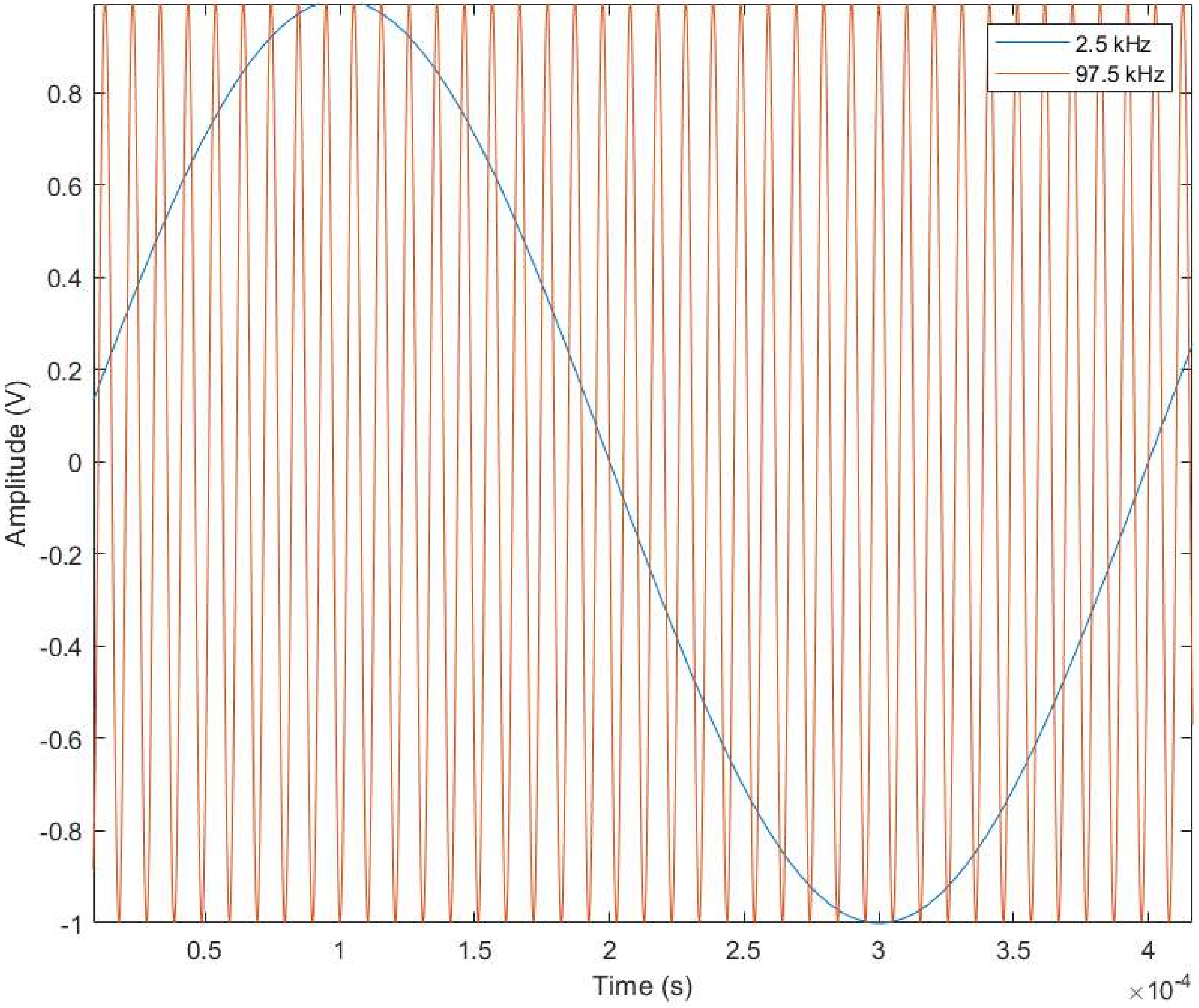
Qualche **componente spettrale a più alta frequenza** non verrà riprodotta correttamente in quanto **nascosta dalle frequenze più basse a cui si sovrappone**.

Effetto del sottocampionamento: Aliasing



Esempio pratico





Due sinusoidi a 2.5 kHz e a 97.5 kHz

Cosa succede se vario la frequenza di campionamento?

In caso di sottocampionamento

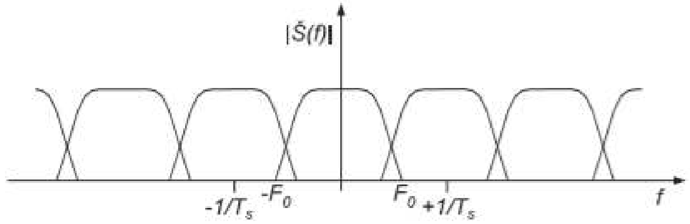
Cioè se $F_s < 2F_0$

→ ripetizioni di S(f) si sovrappongono

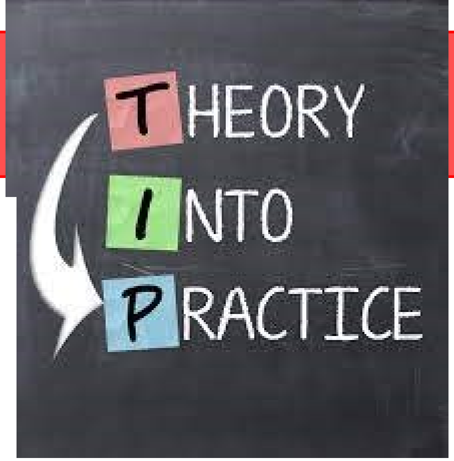
→ l'informazione su s(t) modificata in modo irreversibile

⬇

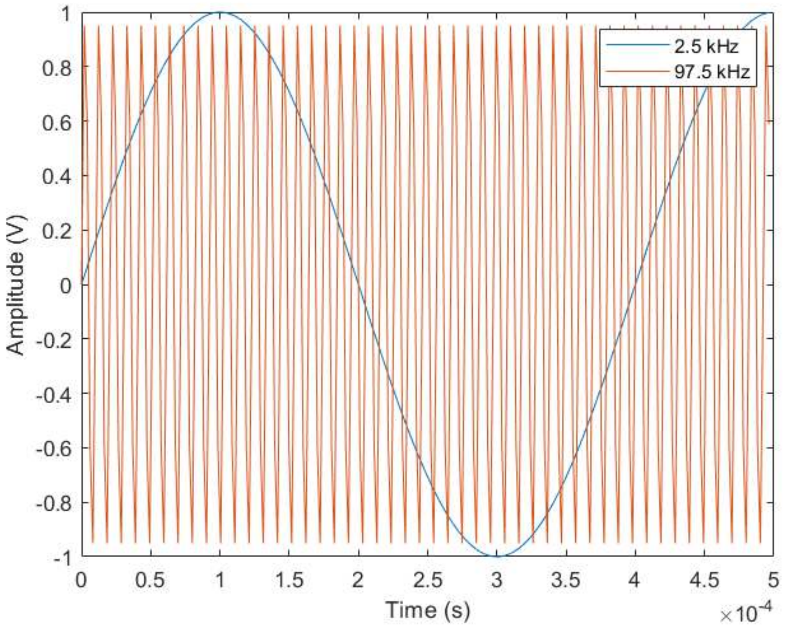
ALIASING

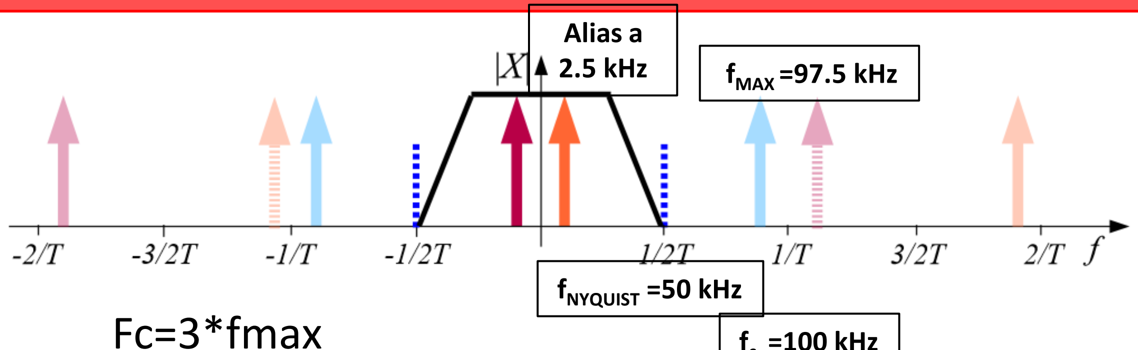


Esempio pratico

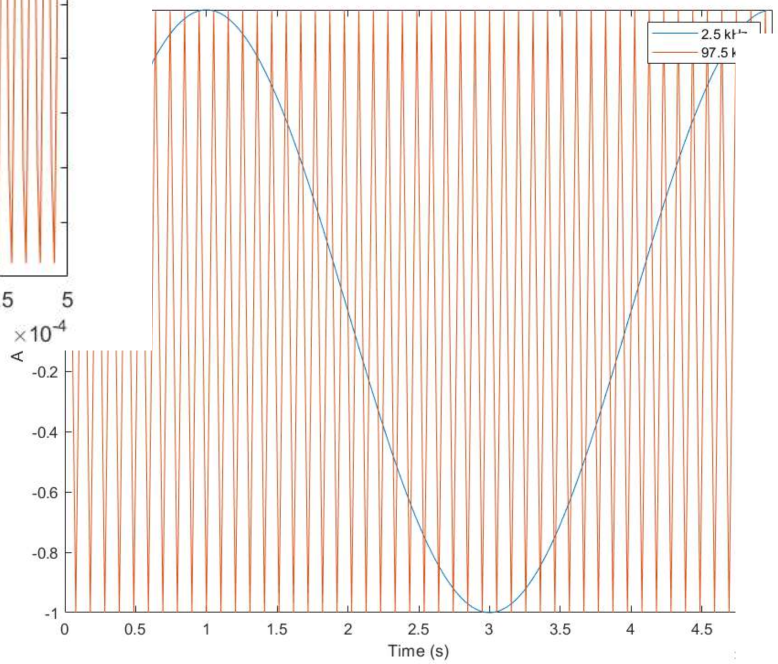


Fc=5*fmax



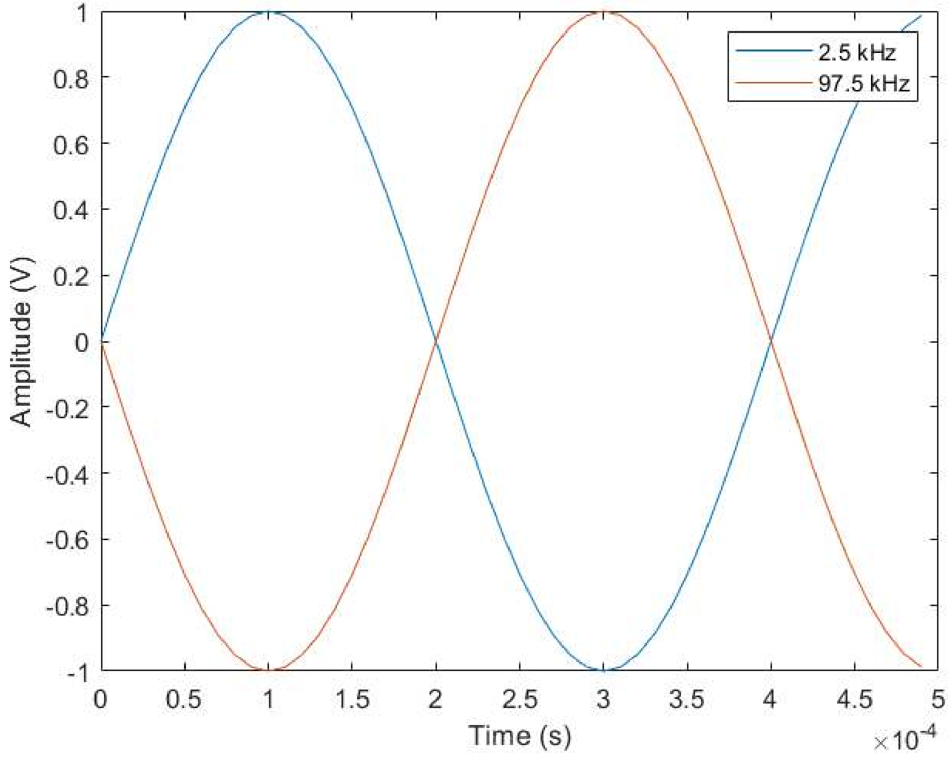


Fc=3*fmax



Fc<2*fmax → 100 kHz

ALIASING!!



Buona regola pratica:

$f_c > 3 * f_{MAX}$

Per la maggior parte dei segnali consigliato $f_c > 5 * f_{MAX}$

Outline

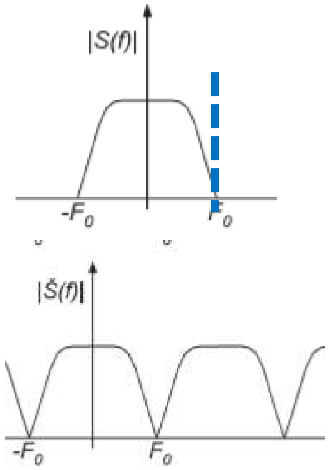
- Generalità sull’acquisizione
- Campionamento e Aliasing
- Filtri anti-aliasing
- Quantizzazione: principio
- Errore di quantizzazione

QUIZ

Come limitare gli effetti dell'aliasing?

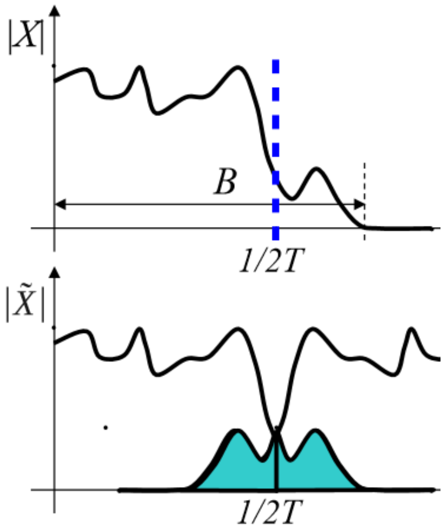
Una volta scelta la frequenza di campionamento **f_c=1/T**

ogni componente con **f > ½*f_c** diventa **<u>indesiderata</u>** **<u>perchè può rischiare di provocare aliasing!</u>**

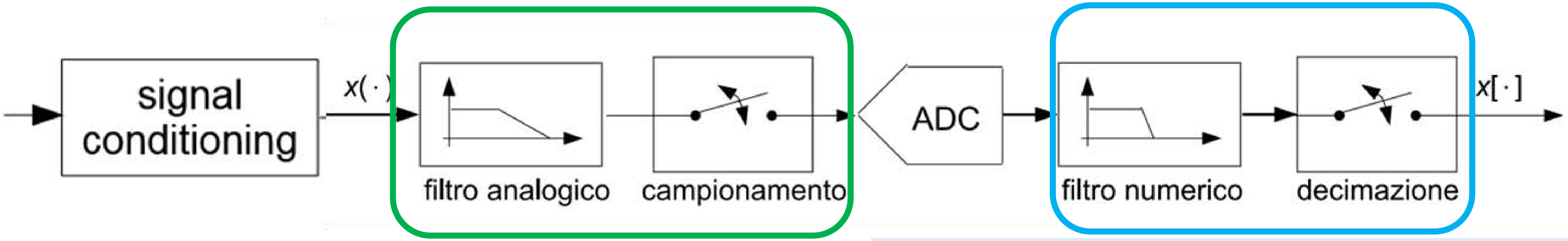


<u>In teoria</u> → $S(f) = 0 \quad \text{per} \quad |f| > F_0$
aliasing **totalmente evitato**

<u>in pratica</u> → spettro di frequenze spesso decresce molto lentamente, **quindi aliasing quasi sempre presente** (a meno di non utilizzare *<u>frequenze di campionamento molto alte, con problematiche di memoria</u>*).



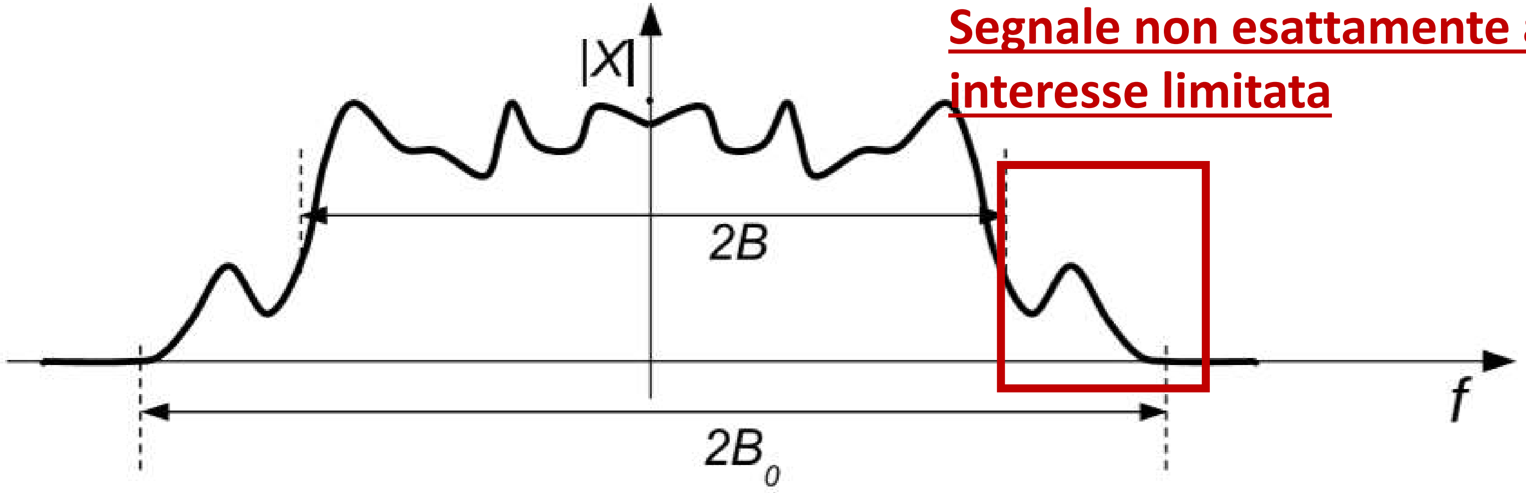
QUALI SONO LE PRINCIPALI SOLUZIONI?



<u>A LIVELLO PURAMENTE *CIRCUITALE (HARDWARE)*:</u>
l'introduzione di **<u>filtri limitatori di banda o di tecniche di campionamento più sofisticate</u>**

<u>AGGIUNGENDO UN LIVELLO SOFTWARE:</u>
combinando filtri hardware con ***<u>algoritmi di filtraggio numerico</u>*** **<u>l'elaborazione dei segnali</u>**.

Filtraggio dei segnali: ***Filtri Anti-Aliasing***



Segnale non esattamente a banda di interesse limitata

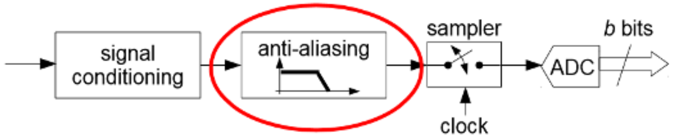
→ **Banda di interesse (f<B)**
→ **Banda di transizione (B<f<B_0)**

Il fatto che $|X(f)| \cong 0$ per $|f| > B_0$ rende necessario $F_C \geq 2B_0$

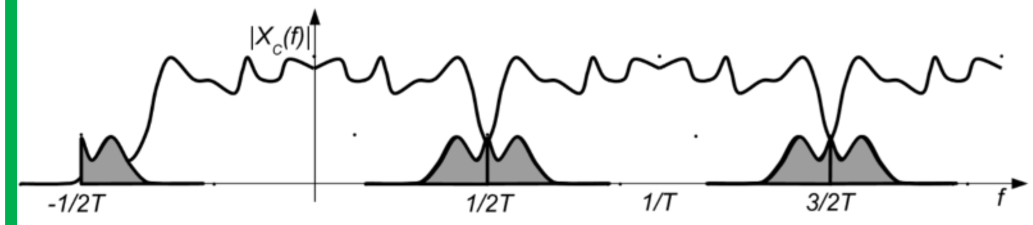
introducendo $\frac{B_0}{B}$ ➡ ***Fattore di sovraccampionamento***

quando $B_0 \gg B$ ➡ $\uparrow \frac{B_0}{B} \uparrow$ costi nella realizzazione del sistema di conversione analogico-digitale

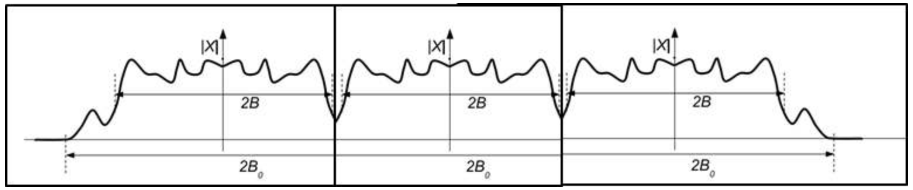
Ecco quindi l'utilità pratica dei FILTRI ANTI-ALIASING:
Attenuare l'ampiezza delle componenti in banda di transizione, in modo da **ridurre il fattore di sovraccampionamento** ad un valore > 1 ma accettabile in termini di costi di progettazione, **evitando distorsioni del segnale**

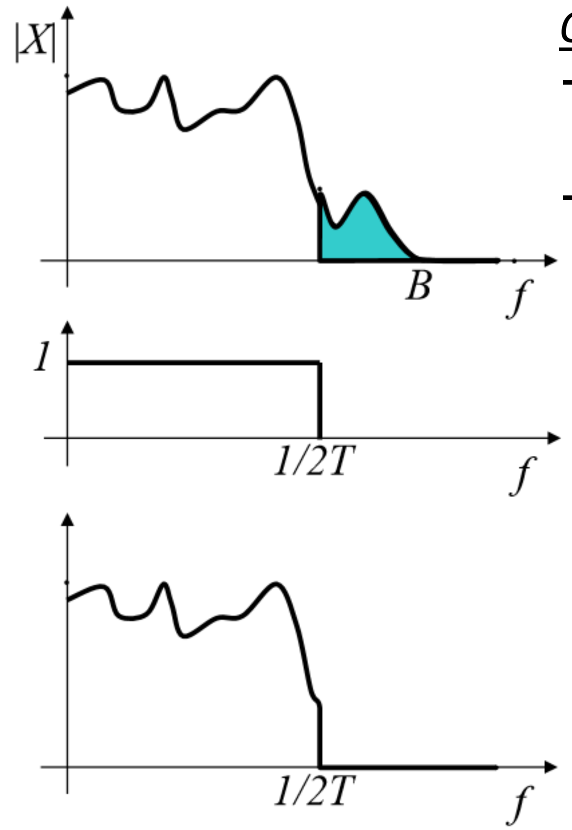


Filtraggio dei segnali: *Filtri Anti-Aliasing ideali*



FILTRO CHE CANCELLI Componenti con F>B





Obiettivo:

→ eliminare ogni componente spettrale oltre 1/T ottenendo segnale ad avere **banda nettamente limitata**

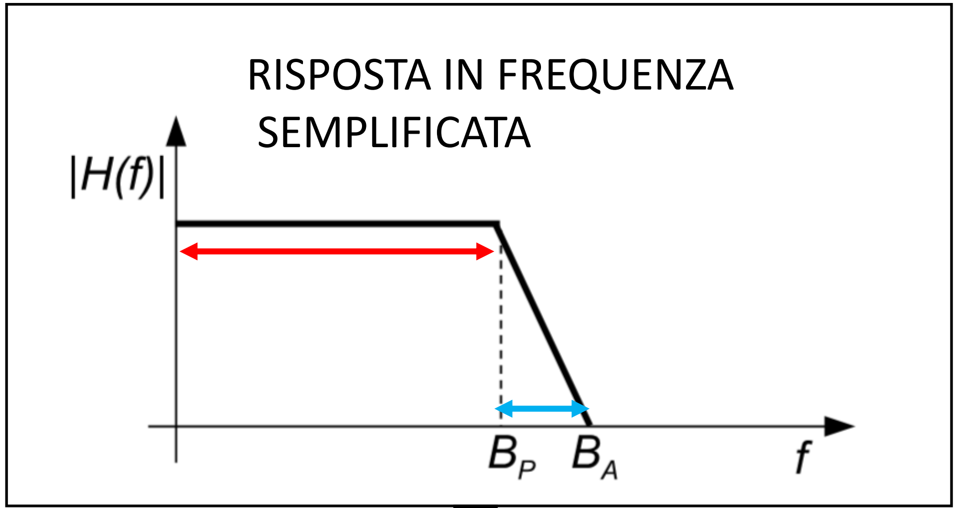
→ Aumentare il rapporto segnale rumore

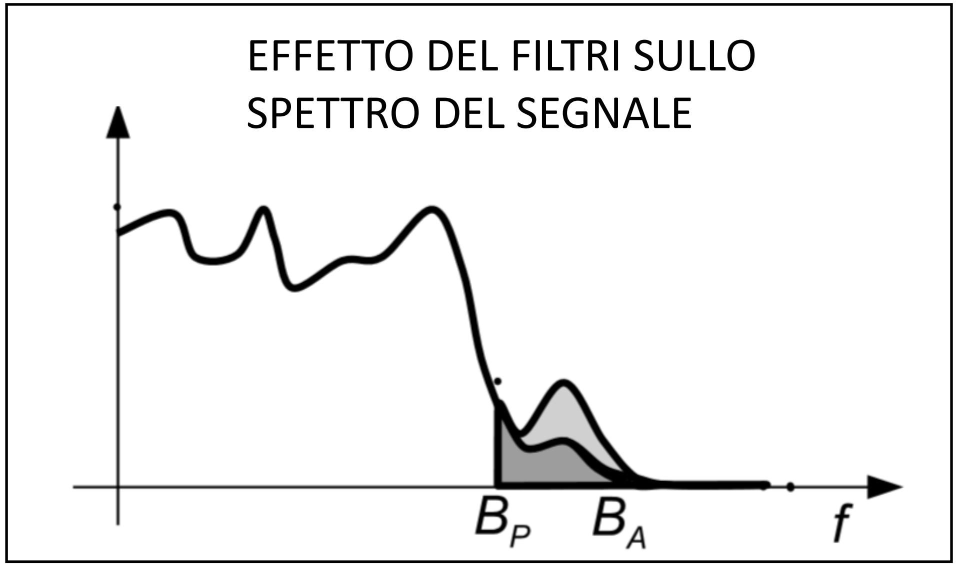
Applico un filtro passabasso ideale **(Brick-wall filter)**

La banda è ristretta a un intervallo ben definito, quindi una ricostruzione univoca è possibile

Più esattamente cosa succede in pratica?

Filtraggio dei segnali: ***Filtri Anti-Aliasing reali***





- una **banda passante**
delimitata dalla frequenza B_P, nella quale il filtro non altera le componenti del segnale. Per comodità si può supporre, in prima approssimazione, che il guadagno in banda passante sia costante e pari a |H(0)|, ossia: $|H(f)| \cong |H(0)| \quad \text{per} \quad |f| \leq B_P;$

- una **banda attenuata**, o **banda oscura**
delimitata dalla frequenza B_A, in cui il filtro introduce una forte attenuazione: $$|H(f)| < \frac{|H(0)|}{A} \quad \text{per} \quad |f| > B_A,$$

dove A è l'attenuazione del filtro e si suppone A >> 1.

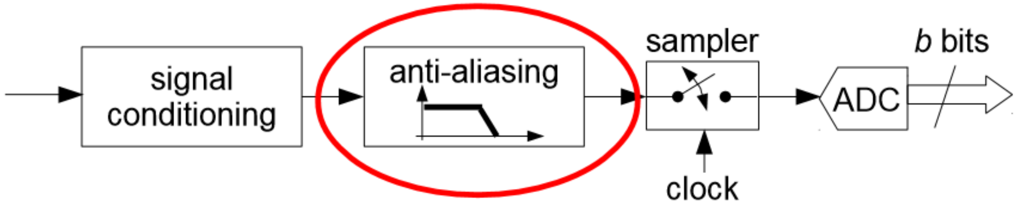
Frequenze in **banda passante** ($f < B_P$) → *inalterate*
Frequenze in **banda attenuata** ($B_P < f < B_A$) → *ridotte*

$B_P \leq |f| \leq B_A$ → banda di transizione

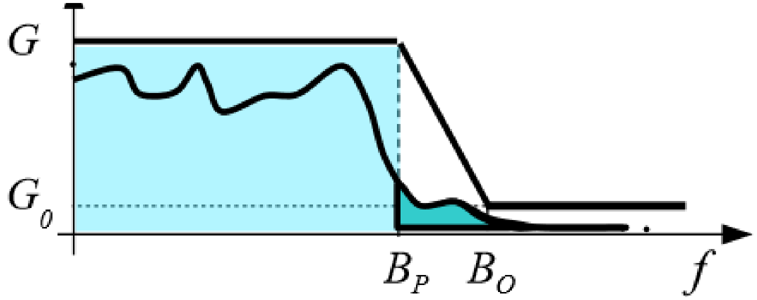
ora **$F_C \geq 2B_A$**.

B_A/B_P è il nuovo fattore di sovraccampionamento e dipende dalla risposta in frequenza del filtro

Filtraggio dei segnali: ***Filtri Anti-Aliasing e campionamento***

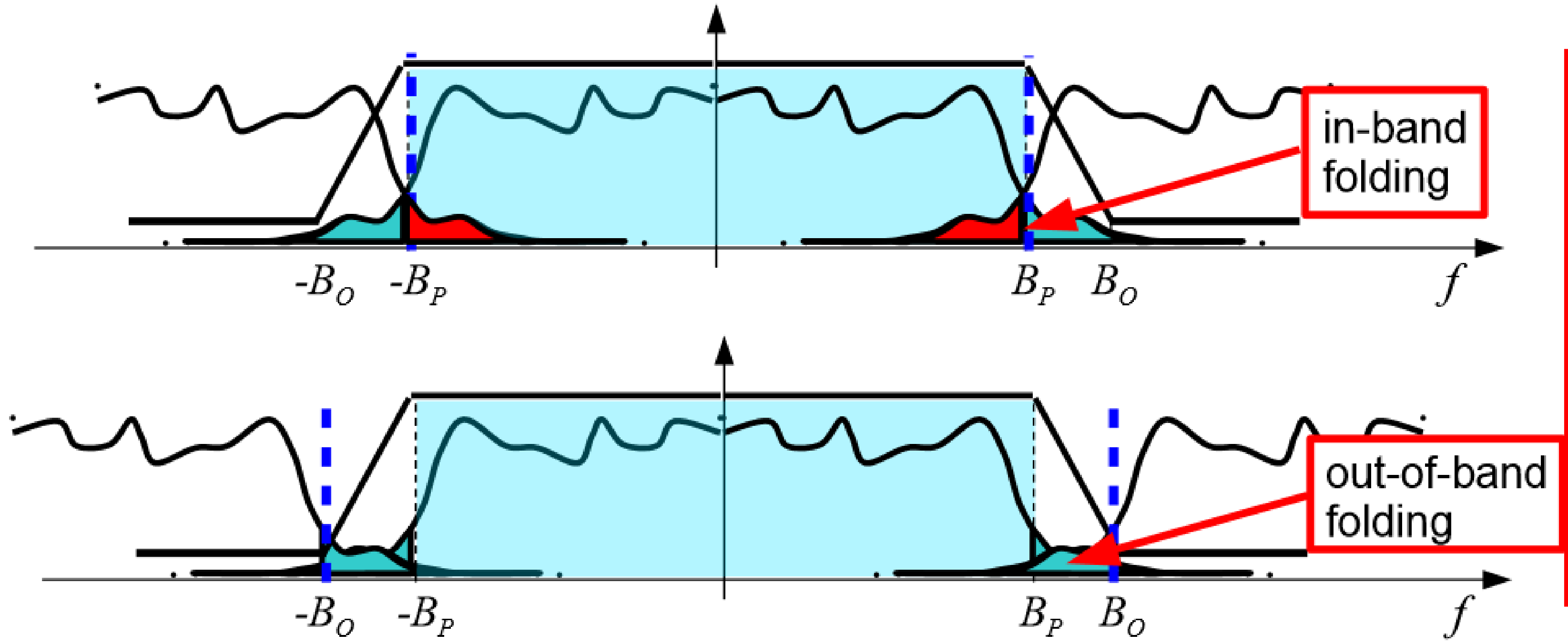


La caratteristica reale del filtro passa basso influenza il fattore di sovraccampionamento e quindi anche la **frequenza di campionamento più adeguata**



OVERSAMPLING FACTOR

$$OSF \cong B_o/B_P = TR$$



$$T = \frac{1}{2B_P}$$

$$T = \frac{1}{2B_O}$$

Filtraggio dei segnali: ***Filtri Anti-Aliasing***

I parametri caratteristici dai quali dipendono complessità e costo di un filtro sono:

- la ***piattezza della risposta in frequenza*** nella banda passante (***flatness***);

PER APPLICAZIONI DI MISURE questa **influenza direttamente l'accuratezza**, in quanto contribuisce a determinare l'incertezza con cui viene riprodotta l'ampiezza del segnale.

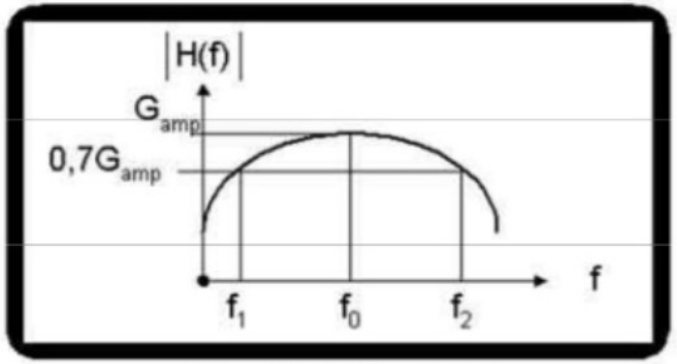


Figura 3 - Amplificatore reale

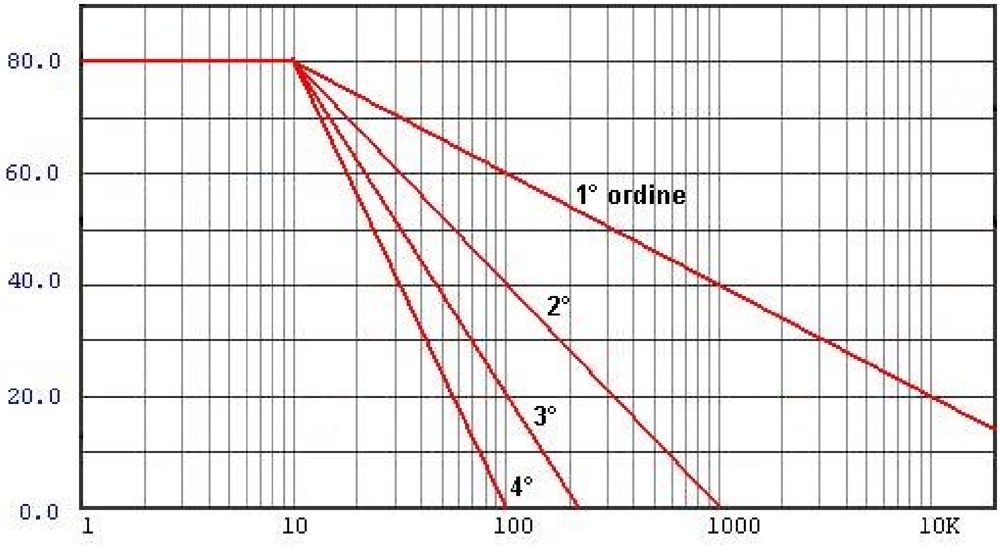
- ***l'attenuazione e la larghezza della banda oscura***;

↓

UNO DEI PARAMETRI PIU` SIGNIFICATIVI PER UN FILTRO ANTIALIASING. Più è stretta più permette di:

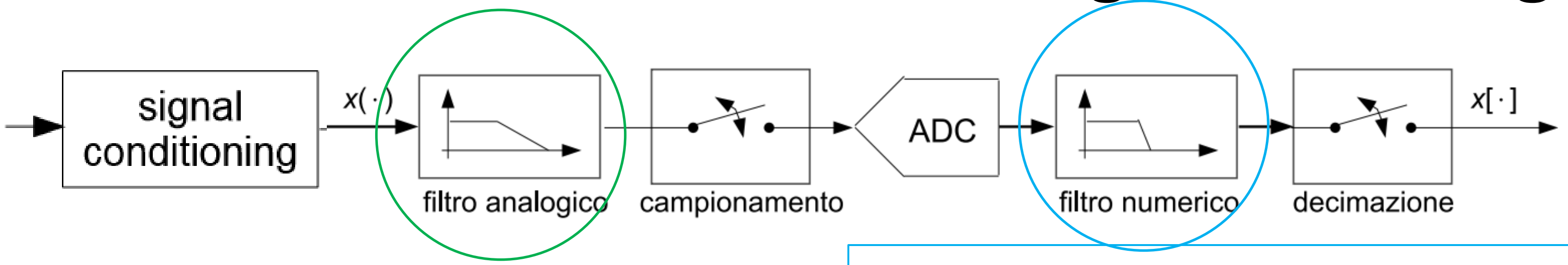
1) eliminare in pratica tutte le componenti non volute del segnale
2) ridurre il fattore di sovraccampionamento
3) scegliere frequenza di campionamento più vicina al valore $2B_P$.

solo **con filtri aventi una funzione di trasferimento di ordine elevato**



Fitro passa basso: diagramma di Bode, attenuazione dal 1° al 4° ordine

Filtri Anti-Aliasing misti analogici-digitali

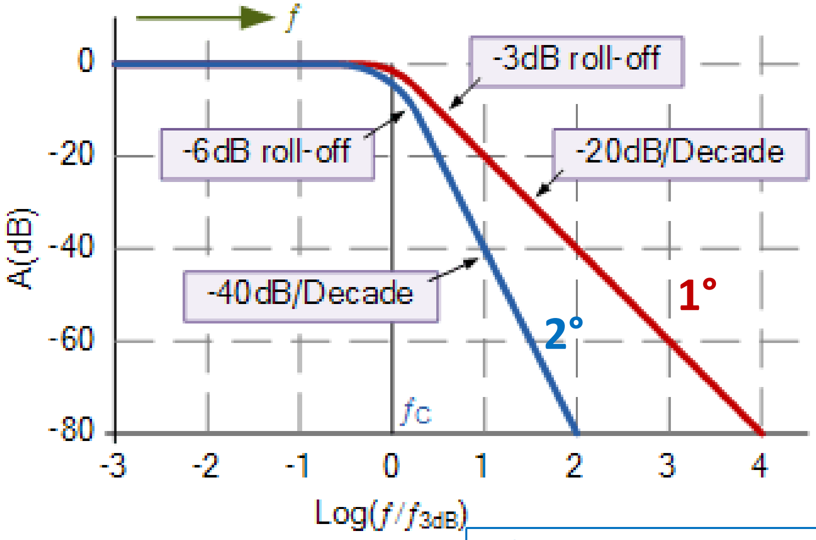


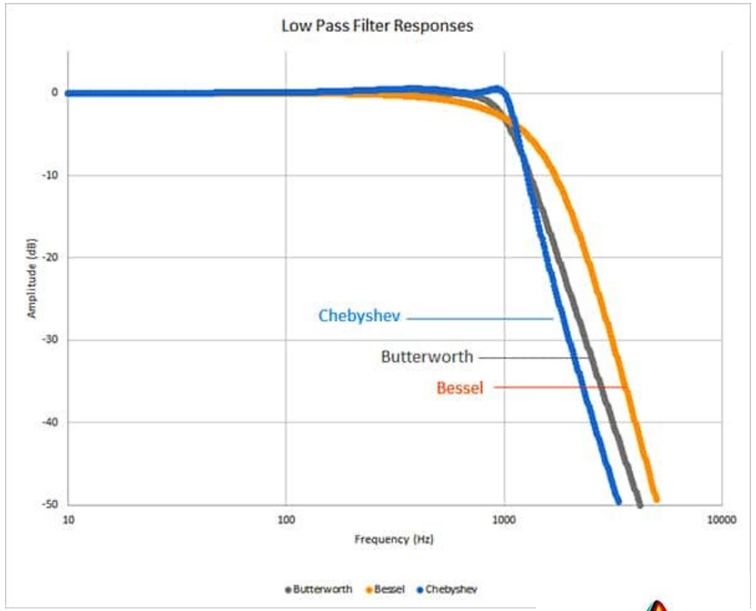
IN ALTERNATIVA AL SEMPLICE FILTRAGGIO ANALOGICO…

FILTRO ANALOGICO più semplice
Primo o **secondo** ordine

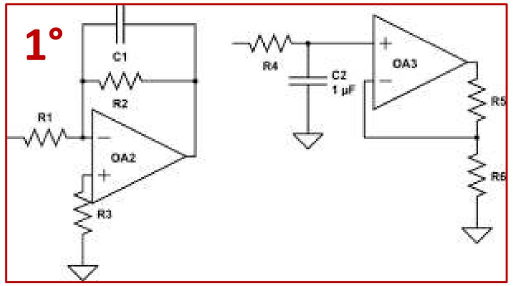
\+

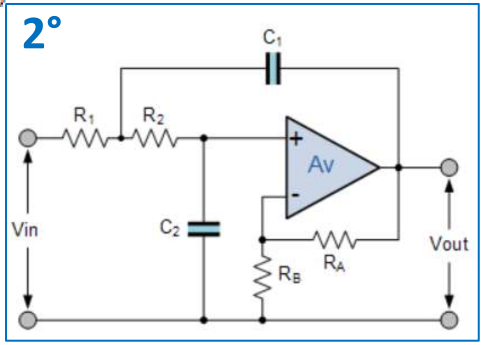
OBIETTIVO FILTRO DIGITALE:
Migliorare **SNR di 20 dB**
Scelta critica: banda oscura e attenuazione





MATLAB





- realizzare in parte in *forma numerica* la **funzione di filtraggio,** mediante un algoritmo implementato **a valle del convertitore analogico-digitale, consente di diminuire i costi e la complessità di un filtraggio solo analogico**

- **TRADE-OFF tra complessità filtro e complessità ADC)**

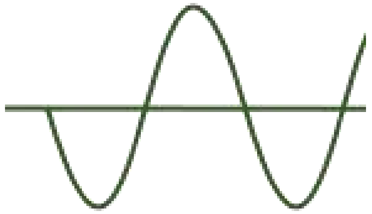
Outline

- Generalità sull’acquisizione
- Campionamento e Aliasing
- Filtri anti-aliasing
- Quantizzazione: principio
- Errore di quantizzazione

QUIZ

Quantizzazione: principio di base

VALORE ANALOGICO
x_c



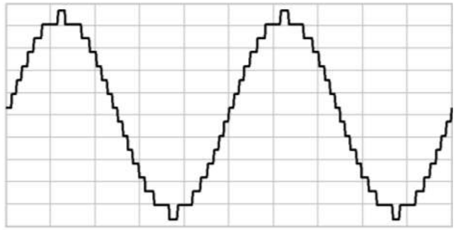
QUANTIZZATORE

elemento ideale che converte l'intervallo **continuo *I*** di possibili valori di ingresso **in un insieme discreto Q, dividendo I in sotto-intervalli I_k, ad ognuno dei quali viene associato un livello Qk**

$$Q = \{Q_k \;:\quad 0 \le k \le B-1\}$$

Q_k → livello di quantizzazione B → numero totale di livelli utilizzati

VALORE DISCRETO
x_Q

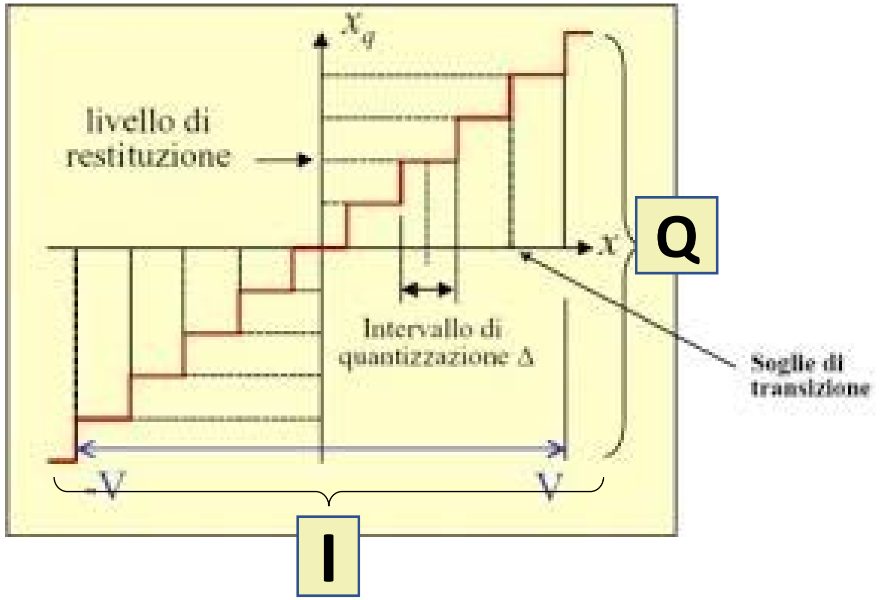


CARATTERISTICA DI QUANTIZZAZIONE:

Q(.) costante a **tratti**, definita in I, con valori in Q:

$$x_q = Q(x_c), \quad x_c \in \mathcal{I}, \quad x_q \in Q$$

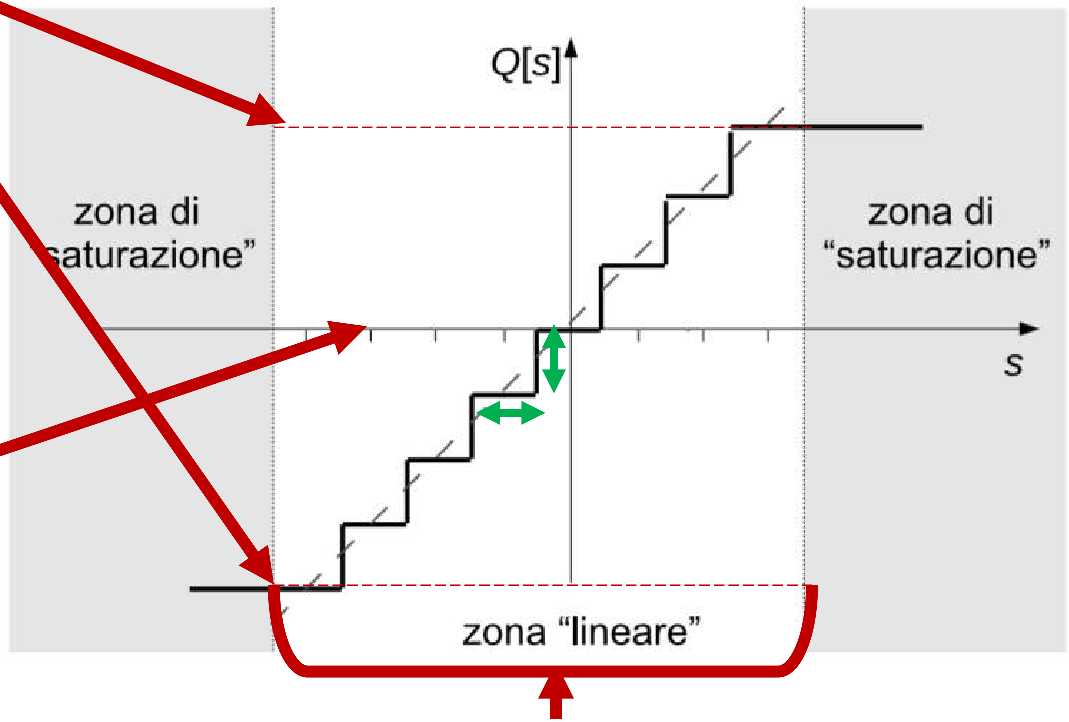
dove **x_c è il valore (definito nel continuo)** di un generico campione del segnale ed **x_q è il suo valore quantizzato**, corrispondente ad uno dei **livelli Q_k**.



Quantizzazione uniforme: definizioni

FONDO SCALA X_{FS}

Valore estremo dell'uscita quantizzata, utilizzato come riferimento per realizzare i livelli di quantizzazione, **noto e costante** perchè influenza l'accuratezza dei vari intervalli.



LIVELLI DI SOGLIA T_k
(o livelli di transizione)

estremi dei sotto-intervalli in cui è suddiviso l'insieme continuo, ovvero **B−1 valori dell'ingresso** ai quali corrisponde la transizione dell'uscita da un livello di quantizzazione a quello adiacente

CAMPO DI INGRESSO (input range)

range in cui è compreso l'ingresso ossia il segnale continuo da quantizzare.

N.B Spesso range di ingresso originario diverso, compito del circuito di condizionamento adattare questo campo di ingresso al range del quantizzatore

La caratteristica di un quantizzatore uniforme è di pendenza "media" unitaria

distanza (*costante*) tra **due livelli di soglia** adiacenti è uguale alla distanza (*costante*) tra **due livelli di quantizzazione** adiacenti.

PASSO DI QUANTIZZAZIONE (Δ)

Detto **b** il numero di cifre binarie **(bit), B il numero di livelli e C_I normalizzato per convenzione come se occupasse tutto il range da −Vfs a +Vfs**

Il passo di quantizzazione vale:

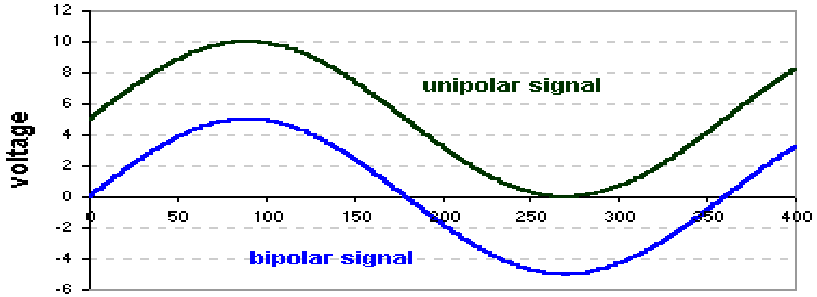
$$\Delta = C_I/(B)$$

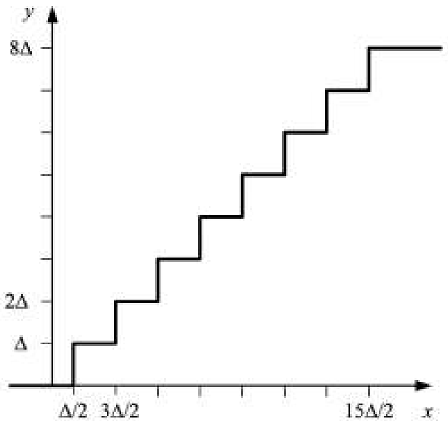
Quantizzazione Uniforme: tipologie

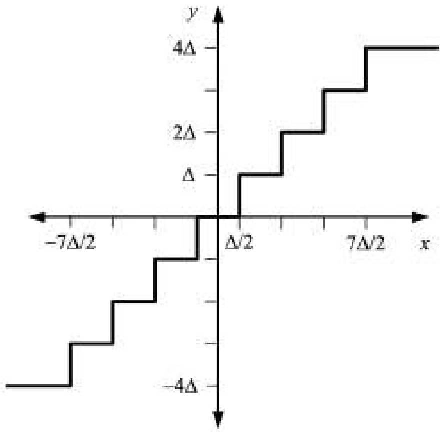
In base alla polarità dei valori del campo di ingresso si può distinguere tra:

→ **quantizzazione unipolare**

→ **quantizzazione bipolare**







Intervallo degli ingressi di solito normalizzato per X_{FS}

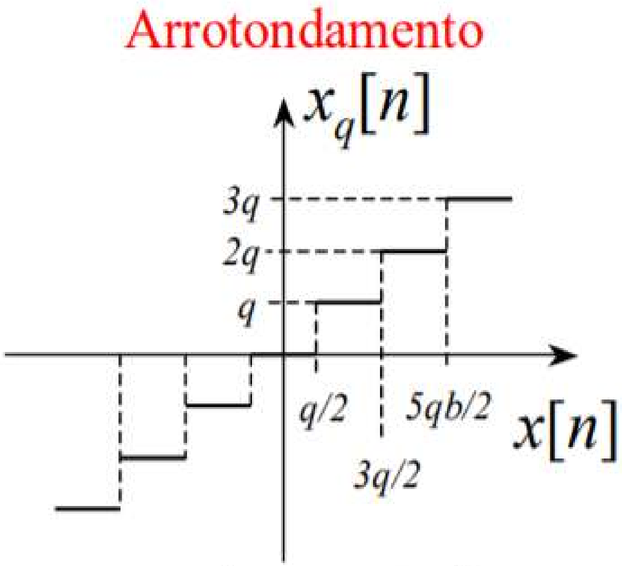
C_I = [0,1) se **unipolare**.

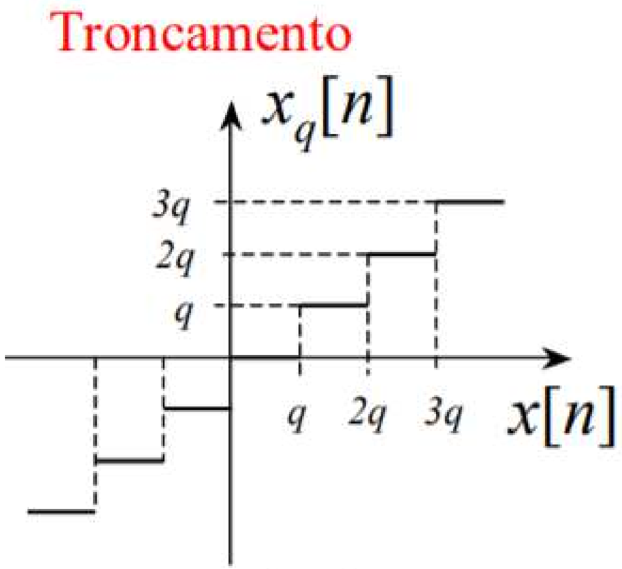
C_I= [−1,1) se **bipolare** (valori sia positivi, sia negativi in un intervallo simmetrico rispetto allo zero)

In base alla posizione dei valori di soglia si può distinguere tra:

→ **quantizzazione con arrotondamento**

→ **quantizzazione con troncamento**





$$x_q = \left\lfloor \frac{x + q/2}{q} \right\rfloor q$$

$$x_q = \left\lfloor \frac{x}{q} \right\rfloor q$$

Err. Quant. → (−Δ/2,+Δ/2)

Err. Quant. → (0,Δ)

Tipologia che minimizza l'errore di quantizzazione

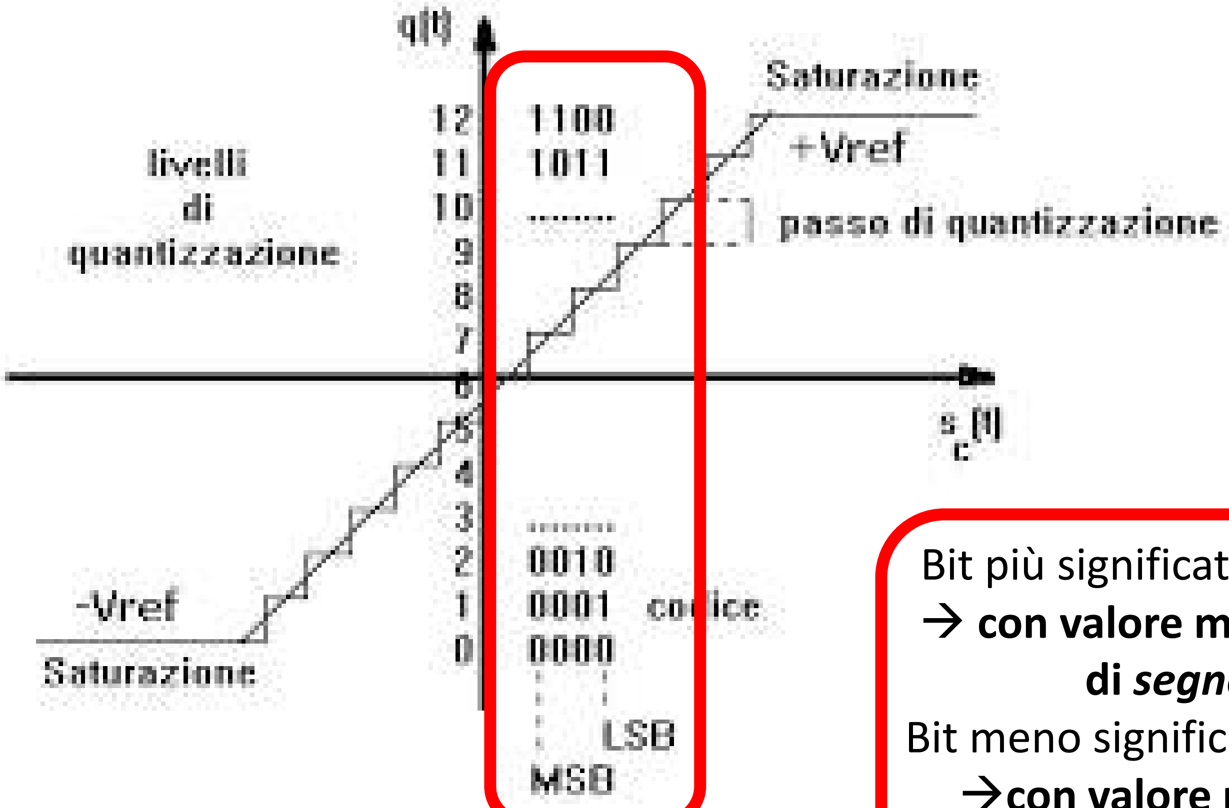
Quantizzazione Uniforme: Codifica

CODIFICA BINARIA Al livello Q_k viene fatto corrispondere il numero k in forma binaria, sfruttando b bit dal valore 0 o 1.

b bit → 2^b livelli

RISOLUZIONE definita dal numero di bit

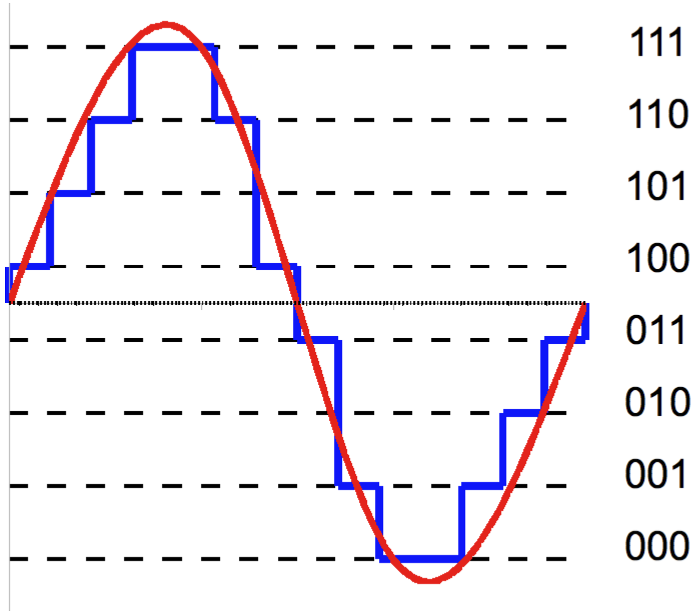
Livello Quant.	$\frac{x_q}{FS}$	binario x_q	complemento a 2 x_q
$Q_{+}3$	3/4	111	011
$Q_{+}2$	2/4	110	010
$Q_{+}1$	1/4	101	001
$Q_{+}0$	0	100	000
$Q_{-}1$	-1/4	011	111
$Q_{-}2$	-2/4	010	110
$Q_{-}3$	-3/4	001	101
$Q_{-}4$	-1	000	100



Possibili 2 tipi principali di notazione:

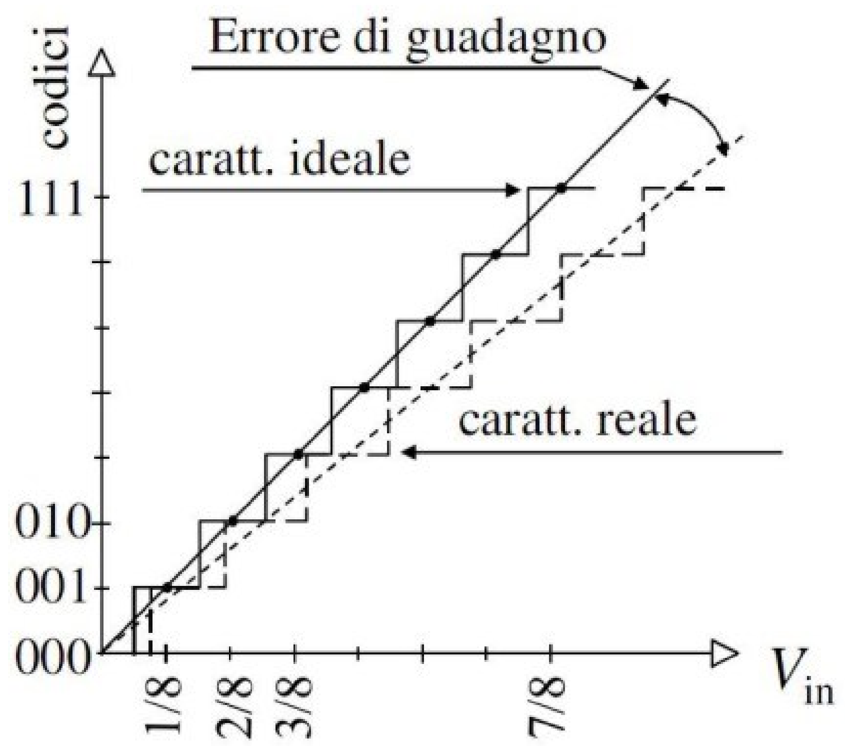
1) **Numerazione progressiva bit**
2) **Numerazione in complemento a due**

Bit più significativo (MSB) → **con valore maggiore o di *segno***
Bit meno significativo (LSB) →**con valore minore, indica la *risoluzione***

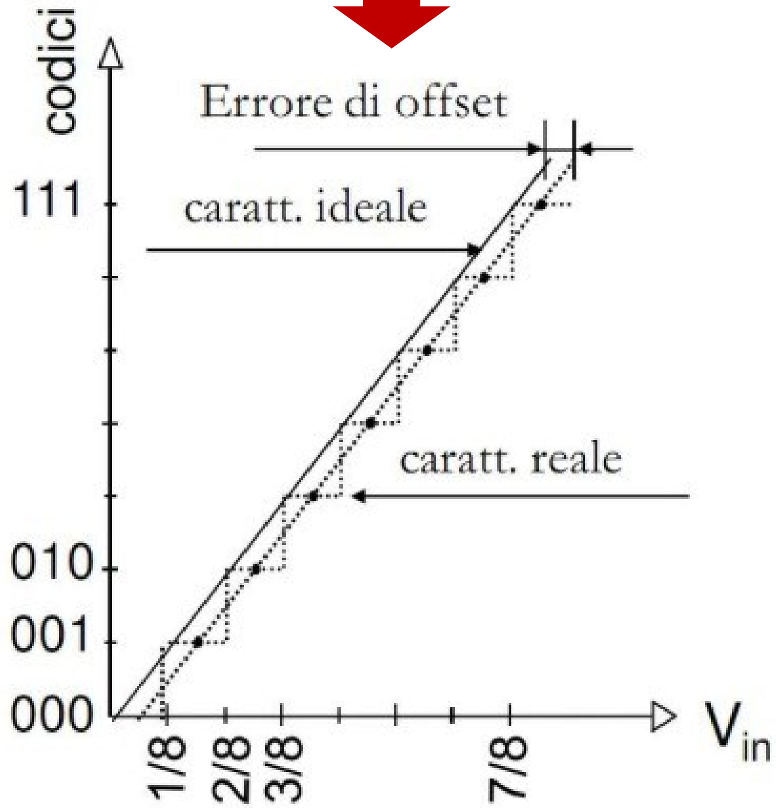


Parametri di misura dell'accuratezza di un quantizzatore

- **«ERRORE DI GUADAGNO» DELL'ADC: variazione di ampiezza del passo di quantizzazione Δ proporzionale ad una variazione del valore del riferimento interno.** Infatti, a meno dell'errore di quantizzazione la relazione ingresso-uscita ha ***idealmente guadagno 1***.



- **«ERRORE DI OFFSET» DELL'ADC:** differenza tra i punti di offset nominale e reale. Per un ADC, il **punto di offset è il punto medio dell'intervallo corrispondente all'uscita zero**. L'errore di offset è recuperabile mediante opportuna taratura.



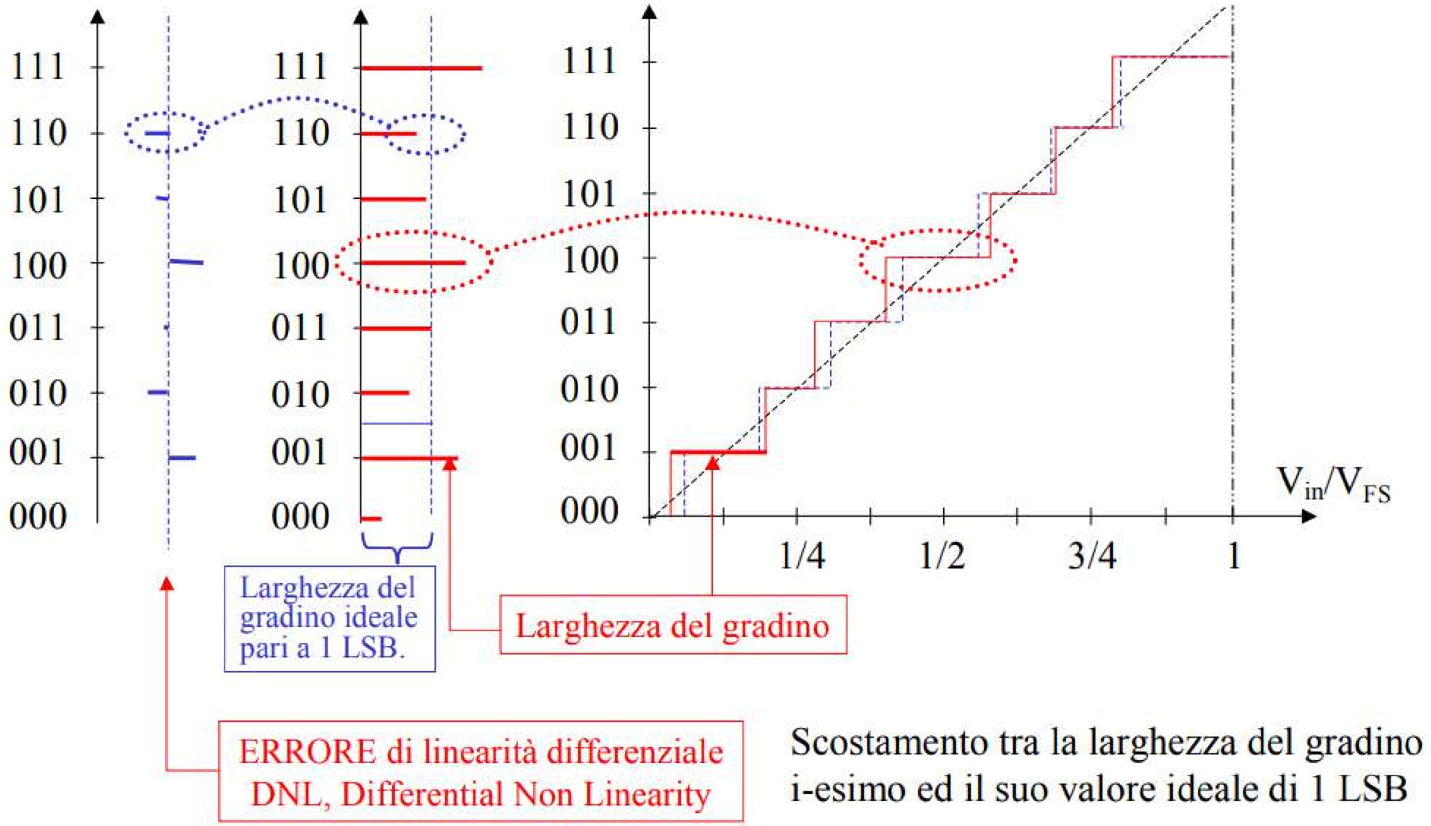
Parametri di misura dell'accuratezza di un quantizzatore

- **"NON-LINERITÀ"**

→ **l'uniformità del <u>passo di quantizzazione</u>** al variare **dell'ampiezza dell'ingresso** dipende dalla possibilità di realizzare in modo accurato i corrispondenti valori di soglia (accuratezza elementi circuitali)

→ Sono quindi possibili **scostamenti dei singoli valori di soglia T_k, che provocano non-uniformità nella caratteristica di quantizzazione.**
Quantificata come:

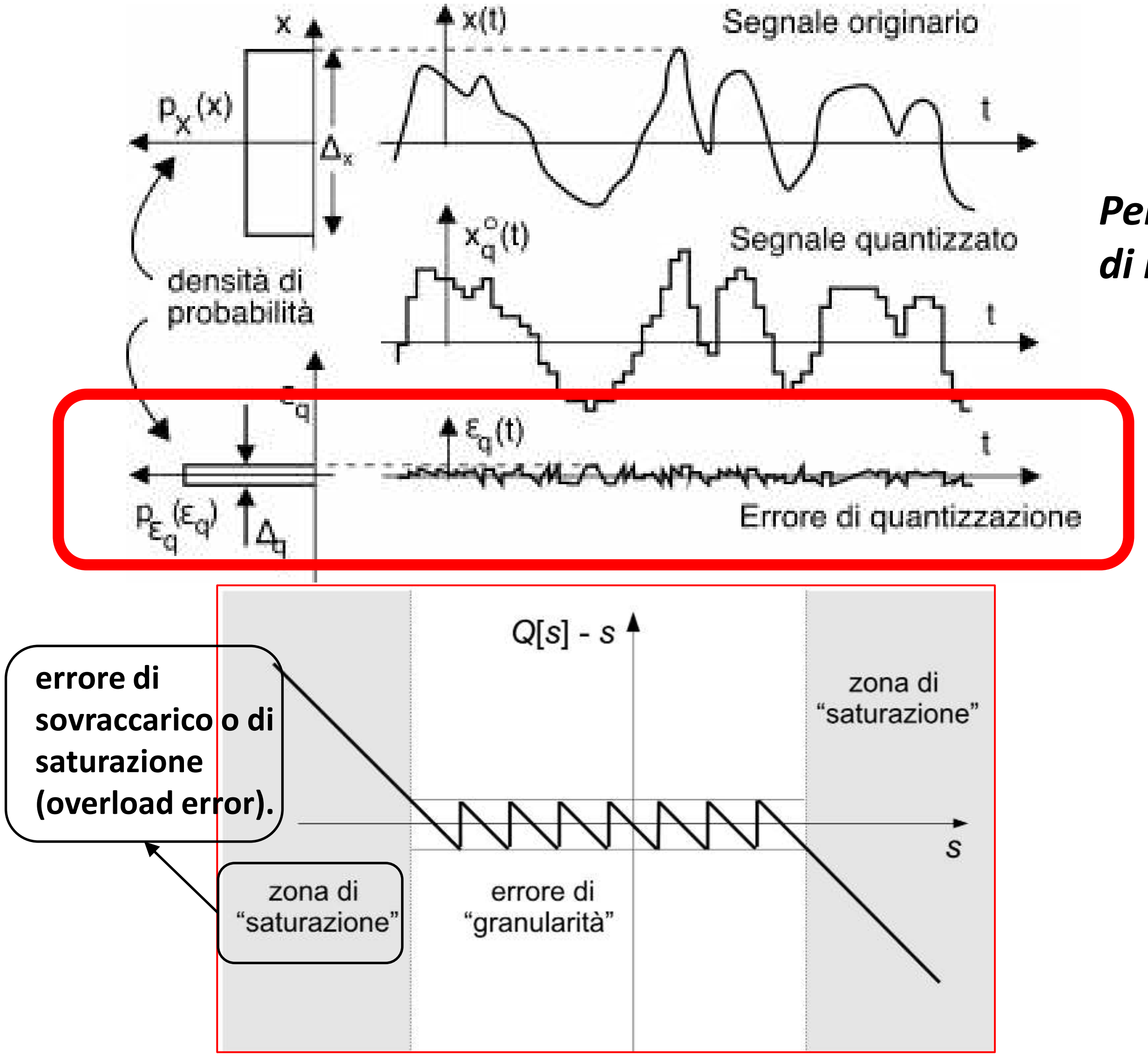
$$\boxed{\frac{\max_k |\tilde{T}_k - T_k|}{\Delta}}$$



Scostamento tra la larghezza del gradino i-esimo ed il suo valore ideale di 1 LSB

Poiché Δ **corrisponde alla variazione del bit meno significativo** nella codifica binaria **non-linearità** → frazione del bit meno significativo (LSB, least-significant bit).
<u>Un valore tipico è compreso tra **1/4 LSB** e **1/2 LSB**</u>.

Modello additivo della quantizzazione: caratteristiche dell'errore



ERRORE DI QUANTIZZAZIONE o di granularità

$$e_q(x_c) = x_q - x_c = Q(x_c) - x_c$$

Per un quantizzatore uniforme per arrotondamento con un numero di livelli sufficientemente elevato valgono le seguenti proprietà:

1. $$-\frac{1}{2}\Delta < e_R(x_s) \leq \frac{1}{2}\Delta$$

2. Errore considerabile come sequenza di **variabili aleatorie**, indipendenti tra loro e dal segnale campionato ***x<u>$_c$(nT$_S$)</u>*** (**<u>sequenze incorrelate</u>**)

3. Quantizzazione descrivibile con un semplice modello additivo: $x_q = x_c + e_q(x_c)$

4. Errore **rumore bianco uniforme** in quanto **uniformemente distribuito nell'intervallo (−Δ/2,+Δ/2)**

valore medio:		$\mathrm{E}[e_q(nT_S)] = 0$
varianza:		$\mathrm{E}[e_q^2(nT_S)] = \frac{\Delta^2}{12}$
correlazione:	se: $m \neq n$	$\mathrm{E}[e_q(nT_S)e_q(mT_S)] = 0$

Errore di quantizzazione, SNR e bit

NUMERO BIT in applicazioni pratiche:

Per applicazioni comuni che non richiedano elevata risoluzione → **8 - 12 bit** (256-5012 livelli)
Per applicazioni di precisione (incluso ambito biomedico) → **16 bit o più** (> 65536 livelli)

# BIT	# LIVELLI	ESEMPI
8	256	Oscilloscopi, Telefonia, VGA
10	1024	Microcontrollori (es.PIC,Arduino)
16	65536	Standard CD audio
18	256000	convertitori audio alta risoluzione
21	2.1mln	trasduttori altissima risoluzione
24	16.8mln	ADC audio altissima risoluzione, trasduttori

B I O

QUALI SONO GLI EFFETTI DI UN AUMENTO DI BIT UTILIZZATI?

1. ***AUMENTO DI RISOLUZIONE***

permette di disporre di un maggior numero di livelli dato il passo di quantizzazione più piccolo $\Delta = 2^{-(b-1)}$

Attenzione però ad **aumento costo dell'ADC e dei tempi di conversione**

2. ***DIMINUZIONE dell'ERRORE e AUMENTO del RAPPORTO SEGNALE RUMORE (SNR)***

Aumentando di una cifra binaria → l'errore di quantizzazione diminuisce di 6 dB
E quindi
→ l'SNR migliora di 6 dB

Esempio con sinusoide con ampiezza pari a metà del valore di fondo scala

$$V_{eff}^{rumore} = \frac{Q}{\sqrt{12}} \qquad V_{eff}^{segnale} = \frac{VFSR}{2\sqrt{2}}$$

VFSR → fondo scala
Q → passo di quantizzazione
N → numero di bit

$$SNR = 20\log\left(\frac{V_{eff}^{segnale}}{V_{eff}^{rumore}}\right) = 20\log\frac{\frac{VFSR}{2\sqrt{2}}}{\frac{Q}{\sqrt{12}}} = 20\log\frac{\frac{VFSR}{2\sqrt{2}}}{\frac{VFSR/2^N}{\sqrt{12}}} =$$

$$= 20\cdot log\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\cdot 2^N\right) = 20log\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right) + 20log\left(2^N\right) = \boxed{1,76 + 6,02\cdot N}$$

Take home messages

GENERALITÀ SULL'ACQUISIZIONE	➢ Processo in **due fasi** che permette di trasformare un segnale continuo in un segnale discreto nei tempi e nelle ampiezze. Le due fasi sono: campionamento, realizzato da un circuito definito sample and hold (SHA) , in cui particolare attenzione va fatta ai fenomeni di aliasing; quantizzazione, realizzata dai convertitori analogico digitali (ADC) in cui va fatta attenzione in particolare alla risoluzione e all'errore di quantizzazione.
CAMPIONAMENTO E ALIASING	➢ Il **valore limite della frequenza di campionamento** fornito dal teorema del campionamento è solo **potenzialmente sufficiente** ma **non effettivamente necessario** a riprodurre il segnale originale, a causa di: banda non limitata, filtri non ideali, campionamento non ideale e impossibilità di sincronizzare campionamento con variazioni del segnale. ➢ La frequenza di campionamento necessaria si può individuare valutando il contenuto in frequenza del segnale e osservando quella **frequenza per cui gli spettri non si sovrappongono**. Se invece questo succede si ha **aliasing** che può portare a distorsione del segnale
FILTRI ANTI-ALIASING	➢ Per evitare eccessivi costi legati a sovraccampionamenti troppo elevati, si possono utilizzare dei **filtri anti aliasing a monte del campionatore**. Essi agiscono come passa basso e attenuano le frequenza esterna alla banda di interesse del segnale in modo da rendere l'aliasing trascurabile. ➢ Per **ottimizzare le performance mantenendo l'utilizzo di filtri analogici semplici** (di primo o secondo ordine) è possibile combinare al filtraggio analogico anche un filtraggio numerico a valle dell'ADC, utilizzando filtri IIR o FIR.
QUANTIZZAZIONE: PRINCIPIO E ERRORE DI QUANTIZZAZIONE	➢ **Per quantizzazione** si intende quell'operazione che converte **un intervallo continuo** di possibili valori di ingresso **nell'insieme finito** di valori di uscita Q. Il numero di livelli disponibili dipenderà dal numero di bit a disposizione. ➢ L'**errore di quantizzazione** è definito come la differenza tra l'ingresso e il valore quantizzato. Per valori dell'ingresso esterni al campo di ingresso si parlerà di errore di saturazione. L'effetto della quantizzazione può essere decritto con un semplice modello additivo, ossia descrivendo l'errore di quantizzazione come **un rumore bianco sovrapposto al segnale**, analogamente ad altri tipi di disturbo.