

FISICA 2 - FORMULARIO

CAPITOLO 1: FENOMENI ELETTRICI

LEGGI DI COULOMB: 2 CARICHE PUNTIFORMI q_1 E q_2 POSTE A DISTANZA r SUBISCONO UNA FORZA \vec{F} :

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \vec{U}_r$$

CAPITOLO 2: CAMPO E POTENZIALE ELETROSTATICO

IL CAMPO ELETROSTATICO PRODOTTO DA UNA CARICA PUNTIFORME q VALE:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{U}_r$$

LA FORZA SUBITA DA UNA CARICA q IMMERSA IN UN CAMPO ELETROSTATICO \vec{E} VALE:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E}$$

PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE: IN UN SISTEMA COSTITUITO DA PIÙ CARICHE, IL CAMPO E LA FORZA ELETROSTATICA IN UN PUNTO SONO DOVUTI ALLA SOMMA VETTORIALE DI CAMPO E FORZA ELETROSTATICA PRODOTTI DA OGNI SINGOLA CARICA.

IL POTENZIALE ELETROSTATICO DI UNA CARICA PUNTIFORME VALE

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

LA RELAZIONE FRA CAMPO E POTENZIALE ELETROSTATICO E' :

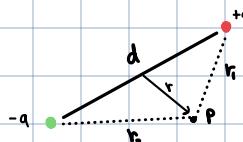
$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V$$

L'ENERGIA POTENZIALE DI UN SISTEMA DI CARICHE E':

$$U_e = \sum_{i \neq j} \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i \cdot q_j}{r_{ij}} \right) = \frac{1}{2} \sum_i q_i V_i$$

DIPOLO ELETTRICO

UN DIPOLO ELETTRICO E' DEFINITO COME UN SISTEMA COSTITUITO DA 2 CARICHE PUNTIFORMI EGUALI E OPPOSTE q E $-q$, SEPARATE DALLA DISTANZA FISSA d .



- POTENZIALE ELETROSTATICO

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2} \right) = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \frac{\vec{d} \cdot \vec{r}}{r_1 r_2 (r_1 + r_2)}$$

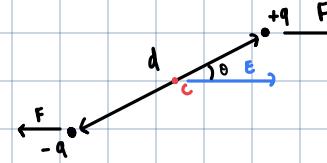
- CAMPO ELETROSTATICO (si usano le coordinate polari)

$$\begin{cases} E_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2P \cos\theta}{r^3} \\ E_\theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{P \sin\theta}{r^3} \end{cases} \xrightarrow{r \gg d} E = \sqrt{E_r^2 + E_\theta^2} = \frac{P}{4\pi\epsilon_0 r^3} \sqrt{1 + 3 \cos^2 \theta}$$

- ENERGIA POTENZIALE DI UN DIPOLO IN UN CAMPO ELETTRICO

IL MOMENTO MECCANICO RISPETTO AL CENTRO DEL DIPOLO E' :

$$\vec{M}_c = -pE \sin\theta \vec{U}_z$$



IL LAVORO FATTO DAL CAMPO ELETROSTATICO ESTERNO PER UNA ROTAZIONE θ_1 ALL'ANGolo θ_2 FRA CAMPO ELETROSTATICO E MOMENTO DI DIPOLO E' :

$$W = \int_{\theta_1}^{\theta_2} M_z d\theta = \int_{\theta_1}^{\theta_2} -pE \sin\theta d\theta = pE \cos\theta_2 - pE \cos\theta_1$$

L'ENERGIA POTENZIALE DEL DIPOLO E' :

$$U_e = -pE \cos\theta = -\vec{P} \cdot \vec{E}$$

CAMPO E POTENZIALE ELETROSTATICO DI alcune distribuzioni di carica

CAMPO ELETROSTATICO

POTENZIALE ELETROSTATICO

FILO RETTILINEO INDEFINITO

$$\vec{E}(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \vec{U}_r$$

$$V(r) = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln r$$

ANELLO (LUNGO L'ASSE NORMALE)

$$\vec{E}(z) = \frac{qz}{4\pi\epsilon_0 (R^2 + z^2)^{3/2}} \vec{U}_z$$

$$V(z) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{R^2 + z^2}}$$

DISCO (LUNGO L'ASSE NORMALE)

$$\vec{E}(z) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[1 - \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right] \vec{U}_z$$

CILINDRO INDEFINITO

$$\vec{E}(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \vec{U}_r$$

$$V(r) = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln r$$

PIANO INDEFINITO

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{U}_n$$

$$V(x) = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} x + K$$

GUSCIO SFERICO

$$\vec{E}(r) = \begin{cases} \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{U}_r & r \geq R \\ 0 & r < R \end{cases}$$

$$V(r) = \begin{cases} \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} & (r > R) \\ \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R} & (r \leq R) \end{cases}$$

SFERA CARICA

$$\vec{E}(r) = \begin{cases} \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{U}_r & r \geq R \\ \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^3} r \vec{U}_r & r < R \end{cases}$$

$$V(r) = \begin{cases} \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} + K \\ -\frac{q}{6\epsilon_0} r^2 + K \end{cases}$$

3. LEGGE DI GAUSS

$$\oint_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$$

4. STRUTTURA ELETTRICA DELLA MATERIA

LAVORO DI ESTRAZIONE

$$W = -\Delta U = -q\Delta V$$

5. CONDUTTORI IN EQUILIBRIO

TEOREMA DI COULOMB: IL CAMPO ELETTRICO IN PROSSIMITÀ DELLA SUPERFICIE DI UN CONDUTTORE QUALUNQUE VALE

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{u}_m$$

EFFETTO DELLE PUNTE

$$\frac{q_1}{R_1} = \frac{q_2}{R_2}$$

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

CAPACITÀ DI UN CONDUTTORE ISOLATO:

$$C = \frac{q}{V - V_\infty}$$

$$[\text{FARAD}] [\text{F}] = \left[\frac{C}{V} \right]$$

CAPACITÀ DI UNA SFERA: $C = 4\pi\epsilon_0 R$

CAPACITÀ DI UN CONDENSATORE:

$$C = \frac{q}{V^+ - V^-}$$

CAPACITÀ DI CONDENSATORI IDEALI

CONDENSATORE PIANO A FACCE PARALLELE

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

CONDENSATORE CILINDRICO

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 h}{\rho_m \left(\frac{R_2}{R_1} \right)}$$

CONDENSATORE SFERICO

$$C = 4\pi\epsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

CONDENSATORI IN PARALLELO:

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + \dots + C_m$$

CONDENSATORI IN SERIE:

$$C_{eq} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_m} \right)^{-1}$$

ENERGIA IMMAGAZZINATA IN UN CONDENSATORE:

$$U_e = \frac{1}{2} q \Delta V = \frac{1}{2} C \Delta V^2$$

DENSITÀ DI ENERGIA ELETROSTATICA:

$$U_e = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

PRESSIONE DI RADIAZIONE: SU UN CONDUTTORE CARICO CON DENSITÀ DI CARICA σ , SUA CUI SUPERFICIE IL CAMPO ELETROSTATICO E AGISCE LA PRESSIONE DI RADIAZIONE:

$$P = \frac{\sigma^2}{2 \epsilon_0} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

6. DIELETTRICI

VETTORE INDUZIONE DIELETTRICA:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

RELAZIONE FRA POLARIZZAZIONE DIELETTRICA E CAMPO ELETROSTATICO
(PER DIELETTRICI ISOTROPICI)

$$\vec{P} = \chi_e \epsilon_0 \vec{E}$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 (1 + \chi_e) \vec{E} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}$$

$$\epsilon = \epsilon_0 (1 + \chi_e)$$

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{\epsilon_r} \quad (\text{SEMPRE})$$

$$V = \frac{V_0}{\epsilon_r} \quad (\text{SOLA SE I 2 PUNTI GIACCIONO SU UNO STESSO MATERIALE})$$

RELAZIONE FRA CARICA DI POLARIZZAZIONE (q_p, σ_p) E CARICA LIBERA (q, σ)

$$\sigma = \frac{\epsilon_r}{\epsilon_r - 1} \sigma_p$$

$$q_p = \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r} q$$

7. CORRENTE ELETTRICA

FORZA ELETTROMOTRICE: $\mathcal{E} = V^+ - V^- = \int_+ E \, ds$

INTENSITÀ DI CORRENTE: $i = \frac{dq}{dt}$ $[A] = \frac{[C]}{[s]}$

RESISTENZA: $R = \frac{V^+ - V^-}{i}$ $[\Omega] = \frac{[V]}{[A]}$ $R = \rho \frac{e}{A}$

LEGGE DI OHM: $V = R i$

EFFETTO JOULE: $P = i^2 R$

ENERGIA DISSIPATA: $U_d = R i^2 \Delta t$

RESISTENZA EQUIVALENTE:

SERIE $R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots + R_m$

PARALLELO: $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_m}$

CIRCUITO RC:

CARICA: $q(t) = \mathcal{E}C \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$

SCARICA: $q(t) = C\mathcal{E} e^{-\frac{t}{RC}}$

$i(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$

$i(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$

8. FENOMENI MAGNETICI

FORZA DI LORENTZ: $F = q \vec{v} \times \vec{B}$

2^a LEGGE ELEMENTARE DI LAPLACE: $\vec{F} = \int_{filo} i \, ds \times \vec{B}$ (SE IL FILO È FINITO \rightarrow) $F = iLB \sin\theta$

IL CAMPO MAGNETICO SI MISURA IN TESLA [T]

9. EFFETTI MECCANICI DELLA FORZA MAGNETICA

MOTO DI UNA PARTICELLA IN UN CAMPO MAGNETICO:

RAGGIO DELLA CIRCONFERENZA PERCORSO: $R = \frac{mv \sin\theta}{qB}$

VELOCITÀ ANGOLARE: $\vec{w} = -\frac{q}{m} \vec{B}$

PERIODO: $T = \frac{2\pi m}{qB}$

PASSO DELL'ELICA: $P = \frac{2\pi m v \cos \theta}{qB}$

CICLOTRONE

TENSIONE SINUSOIDALE: $V(t) = V_0 \sin\left(\frac{qB}{m}t\right)$

VELOCITÀ INIZIALE IONI: $v = \sqrt{\frac{2qV_0}{m}}$

VELOCITÀ FINALE IONI: $v = wR = \frac{qBR}{m}$

SPETTROMETRO DI MASSA

$$E = Bv = \frac{q}{m} \frac{B^2 d}{2}$$

$$V_0 = \frac{q}{m} \frac{B^2 d^2}{8}$$

$$d = 2R = \frac{2mv}{qB}$$

SELETTORE DI VELOCITÀ

SELEZIONA LE CARICHE AVENTI VELOCITÀ PARI A:

$$v = \frac{E}{B}$$

SPIRA IMMERSA IN UN CAMPO MAGNETICO

MOMENTO MECCANICO: $\vec{M}_0 = -iAB \sin \theta \hat{u}_z$

MOMENTO DI DIPOLO MAGNETICO: $\vec{m} = iA \hat{u}_m$

ENERGIA POTENZIALE DEL DIPOLO MAGNETICO IMMERSO IN UN CAMPO MAGNETICO

$$U_m = -iAB \cos(\theta) = -\vec{m} \cdot \vec{B}$$

10. LEGGI DELLA MAGNETOSTATICA

PRIMA LEGGE ELEMENTARE DI LAPLACE:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i ds \times \vec{u}_r}{r^2}$$



CAMPPO MAGNETICO GENERATO DAL CIRCUITO:

$$\vec{B} = \int_S d\vec{B} = \int_S \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i ds \vec{u}_r \times \vec{u}_r}{r^2}$$

CAMPPO MAGNETICO GENERATO DA DISTRIBUZIONI NOTEVOLI DI CARICA

FILO INDEFINITO

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$

LEGGE DI BIOT-SAVART

BOBINA A SPIRA CIRCOLARE
(lungo il suo asse alla coord. z)

$$B(z) = \frac{\mu_0 m_i}{2} \left[\frac{z + e/2}{\sqrt{(z + e/2)^2 + R^2}} - \frac{z - e/2}{\sqrt{(z - e/2)^2 + R^2}} \right]$$

dove $m = \frac{N}{l} =$ spire per unità di lunghezza

FILO FINITO

$$B = \frac{\mu_0 i}{4\pi R} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta d\theta$$

CILINDRO INDEFINITO

$$INTERNO: B(r) = \frac{\mu_0 i}{2\pi R^2} r$$

SPIRA CIRCOLARE
(lungo l'asse normale)

$$B(z) = \frac{\mu_0 i}{2} \frac{R^2}{(z^2 + R^2)^{1/2}}$$

$$ESTERNO: B(r) = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$

ARCO DI SPIRA CIRCOLARE
(nel centro di curvatura)

$$B(\theta) = \frac{\mu_0 i}{4\pi R} \theta \hat{u}_z$$

SOLENOIDE IDEALE INDEFINITO: $B = \mu_0 \frac{N}{l} i = \mu_0 M_i$

N: numero totale di spire
m: numero di spire per unità di lunghezza

TOROIDALE:

$$B(r) = \frac{\mu_0 N i}{2\pi r}$$

dove r: distanza dal centro del toroide

FORTE TRA FILI (INDEFINITI PARALLELI)

$$\frac{dF_{21}}{ds_2} = \frac{dF_{12}}{ds_1} = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi d}$$

ATTRATTIVA SE LE CORRENTI SONO EQUIVERSE
REPULSIVA SE OPPoste

LEGGE DI GAUSS DEL CAMPO MAGNETICO:

$$\oint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} \hat{v}_m = 0$$

TEOREMA DI AMPERE:

$$\oint_Y \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 \sum_k i_k$$

dove i_k sono le correnti concatenate alla linea Y

CONVENZIONI:

- ORIENTAMENTO CURVA Y : POSITIVO SE ANTIORARIO
- CORRENTI: → POSITIVE SE ESCONO DALLA SUPERFICIE DELIMITATA DA Y
→ NEGATIVE SE ENTRANO

N.B. IN QUESTA FORMA VALE SOLO SE LE CORRENTI SONO STAZIONARIE

11. MAGNETISMO NELLA MATERIA

LA MAGNETIZZAZIONE DI UN MATERIALE È DEFINITA COME IL SUO MOMENTO DI DIPOLO PER UNITÀ DI VOLUME:

$$\vec{m} = \frac{\sum_i m_i}{V}$$

SE CONSIDERIAMO UN CILINDRO MAGNETIZZATO UNIFORMEMENTE, SI PUÒ DEFINIRE LA DENSITÀ DI CORRENTE DI MAGNETIZZAZIONE:

$$m = \frac{\sum_i m_i}{V} = \frac{i A}{A e} = \frac{i A}{e} = j_A$$

CAMPO INTENSITÀ MAGNETICA: $\vec{H} = \frac{\vec{B}_0}{\mu_0}$

$$\vec{m} = \chi_m \vec{H}$$

RELAZIONE TRA \vec{m} , E \vec{H}

PERMEABILITÀ MAGNETICA DEL MEZZO:

$$M = \mu_0 M_r = \mu_0 (1 + \chi_m)$$

DONDE χ_m : SUSCETTIVITÀ MAGNETICA

PERMEABILITÀ MAGNETICA RELATIVA:

$$M_r = \frac{M}{\mu_0} = (1 + \chi_m)$$

12. INDUZIONE ELETROMAGNETICA

LEGGE DI FARADAY:

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

LEGGE DI LENZ: IL VERSO DELLA FERM INDUTTA \mathcal{E}_i È TALE CHE LA CORRISPONDENTE CORRENTE INDUTTA I GENERA UN CAMPO MAGNETICO INDOTTO \vec{B}_i IL CUI FLUSSO CONCATENATO AL CIRCUITO TENDE A COMPENSARE LA VARIAZIONE DI FLUSSO CHE L'HA PRODOTTO

ALTERNATORE

FLUSSO ATTRAVERSO LA SPIRA: $\bar{\Phi}_B = BA \cos(\omega t + \theta_0)$

FERM INDOTTA: $E_i = BA\omega \sin(\omega t + \theta_0)$

CORRENTE INDOTTA: $i = N \frac{BA\omega}{R} \sin(\omega t + \theta_0)$

(se la spira ha N avvolgimenti)

LEGGE DI FELICI: CONSIDERIAMO UN FILO PERCORSO DA CORRENTE E MUOVIAMO UNA SPIRA IN DIREZIONE ORTOGONALE AL FILO.

LA QUANTITÀ DI CARICA CHE PERCORRE LA SPIRA DURANTE LO SPOSTAMENTO YALE:

$$q = \frac{\bar{\Phi}_i - \bar{\Phi}_f}{R}$$

AUTOINDUZIONE: $\bar{\Phi}_B = Li$ DOVE L È IL COEFFICIENTE DI MUTUA INDUZIONE E DIPENDE ESCLUSIVAMENTE DALLA GEOMETRIA DEL CIRCUITO

COEFFICIENTI DI AUTOINDUZIONE

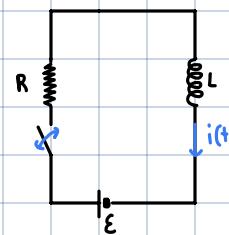
BOBINA LINEARE: $L = \mu_0 M^2 V_{\text{ol}}$

BOBINA TOROIDALE: $L = \frac{\mu_0 M \pi N^2 h}{2\pi} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$

CIRCUITO RL

CHIUSURA INTERRUTTORE: $i(t) = \frac{\epsilon}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$

APERTURA INTERRUTTORE: $i(t) = \frac{\epsilon}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$



LAVORO FATTO DAL GENERATORE: $W = \int_0^t R i^2 dt + \frac{1}{2} L i^2$

LAVORO FATTO DALL'INDUTTORE: $W = \frac{1}{2} L i^2$

ENERGIA MAGNETICA: $U = \frac{1}{2} L \left(\frac{\epsilon}{R}\right)^2 = \frac{1}{2} L i^2$

(sia immagazzinata che dissipata dall'induttore)

ENERGIA IMMAGAZZINATA IN UN CAMPO MAGNETICO

$$U_m = \frac{B^2}{2\mu_0} V$$

$$U_m = \frac{1}{2} \mu_0 M \nu H^2 V$$

questa formula è usata quando è presente un nucleo ferrromagnetico, ma vale anche nel vuoto con $\mu_0 = 1$

DENSITÀ DI ENERGIA:

$$M_{mm} = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

$$M_{mm} = \frac{1}{2} \mu_0 M_0 H^2$$

DENSITÀ DI ENERGIA ELETROMAGNETICA:

$$U_{em} = U_e + U_m = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} = \frac{1}{2} \left(\epsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{\mu_0} \right)$$

MUTUA INDUZIONE

$$\begin{cases} \Phi_1 = \Phi_1(\vec{B}_1) + \Phi_1(\vec{B}_2) = L_1 i_1 + M_{12} i_2 \\ \Phi_2 = \Phi_2(\vec{B}_1) + \Phi_2(\vec{B}_2) = M_{21} i_1 + L_2 i_2 \end{cases}$$

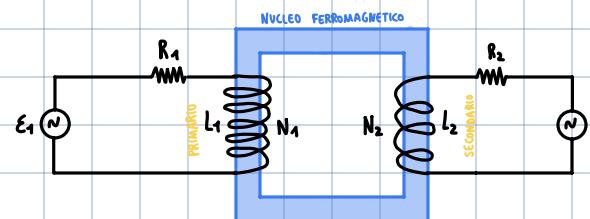
M: COEFFICIENTE DI MUTUA INDUZIONE

TRASFORMATORE

$$\frac{\epsilon_{1,\text{eff}}}{N_1} = \frac{\epsilon_{2,\text{eff}}}{N_2}$$

$\frac{N_2}{N_1}$ RAPPORTO DI TRASFORMAZIONE

"IN SALITA" SE $N_1 > N_2 \rightarrow \epsilon_2 > \epsilon_1$
 "IN DISCESA" SE $N_1 < N_2 \rightarrow \epsilon_2 < \epsilon_1$



VALE IL PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA: $P_1 = P_2 \rightarrow \epsilon_1 i_1 = \epsilon_2 i_2$

$$i_2 = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} i_1 = \frac{N_1}{N_2} i_1$$

CORRENTE DI SPOSTAMENTO: $i_s = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$

LEGGE DI AMPERE - MAXWELL:

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 \left(i + \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \right)$$

EQUAZIONI DI MAXWELL

| | FORMA INTEGRALE | FORMA LOCALE |
|------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| LEGGE DI GAUSS DEL CAMPO ELETTRICO | $\oint_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$ | $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ |
| LEGGE DI GAUSS DEL CAMPO MAGNETICO | $\oint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$ | $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ |
| LEGGE DI FARADAY | $\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{r} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$ | $\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ |
| LEGGE DI AMPERE-MAXWELL | $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 \left(i + \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \right)$ | $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ |

Ottica

CAPITOLO 15: ONDE ELETTRONICHE

UN'ONDA RAPPRESENTA LA PROPAGAZIONE DI UNA PERTURBAZIONE IN UN MEZZO MATERIALE.

EQUAZIONE DI D'ALAMBERT PER LE ONDE PIANE:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

ONDE ARMONICHE: HANNO LA FORMA DEL TIPO

$$y(x,t) = y_0 \sin(kx - \omega t)$$

$$\begin{cases} k = \frac{2\pi}{\lambda} \\ \omega = \frac{2\pi}{T} \end{cases}$$

LUNGHEZZA D'ONDA
PULSAZIONE

$$\frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot v$$

$$\lambda \cdot f = v$$

IL PRODOTTO TRA LUNGHEZZA D'ONDA E FREQUENZA E' PARI ALLA VELOCITÀ DI PROPAGAZIONE

EQUAZIONI DELLE ONDE ELETTRONICHE:

$$\begin{cases} \nabla^2 \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \\ \nabla^2 \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} \end{cases}$$

UNA SOLUZIONE POSSIBILE SONO LE ONDE ELETTRONICHE PIANE. IN TAL CASO SI HA:

$$(\vec{E} \perp \vec{B}) \perp \vec{k}$$

$$|E| = c |B|$$

IL CAMPO ELETTRICO DI UN'ONDA ELETTRONICA PIANA E' ESPRIMIBILE COME:

$$\vec{E} = E_y(x,t) \hat{u}_y + E_z(x,t) \hat{u}_z$$

IN GENERALE TRA E_y E E_z NON VI E' ALCUN TIPO DI RELAZIONE (ONDA NON POLARIZZATA).

ALTRIMENTI L'ONDA SI DICE POLARIZZATA. VI SONO VARI TIPI DI POLARIZZAZIONE:

- LINEARE: $\frac{E_y(x,t)}{E_z(x,t)} = \text{costante}$

SE E' POLARIZZATA LINEARMENTE SUL PIANO XY:

$$\begin{cases} \vec{E}(x,t) = E_0 \sin(kx - \omega t) \hat{u}_y \\ \vec{B}(x,t) = \frac{E_0}{c} \sin(kx - \omega t) \hat{u}_z \end{cases}$$

- CIRCOLARE: L'ONDA E' UNA COMBINAZIONE LINEARE DI 2 ONDE ARMONICHE POLARIZZATE SUI PIANI XY E XZ CON STESSA W E AMPIETTA MA SFASATE DI $\pm \frac{\pi}{2}$

$$\begin{cases} \vec{E}(x,t) = E_0 \sin(kx - \omega t) \hat{u}_y + E_0 \cos(kx - \omega t) \hat{u}_z \\ B(x,t) = -\frac{E_0}{c} \cos(kx - \omega t) \hat{u}_y + \frac{E_0}{c} \sin(kx - \omega t) \hat{u}_z \end{cases}$$

ONDA POLARIZZATA CIRCOLARE SINISTRA / LEVOGIRA ($\varphi = +\frac{\pi}{2}$)

$$\begin{cases} \vec{E}(x,t) = E_0 \sin(kx - \omega t) \hat{u}_y - E_0 \cos(kx - \omega t) \hat{u}_z \\ B(x,t) = -\frac{E_0}{c} \cos(kx - \omega t) \hat{u}_y - \frac{E_0}{c} \sin(kx - \omega t) \hat{u}_z \end{cases}$$

ONDA POLARIZZATA CIRCOLARE DESTRA O DESTROGIRA ($\varphi = -\frac{\pi}{2}$)

- ELLITICA (accennata e basta)

DENSITÀ DI ENERGIA ELETROMAGNETICA: $M = M_e + M_m = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2} \mu_0 B^2 = \epsilon_0 E^2$

POTENZA PER UNITÀ DI SUPERFICIE: $\frac{P}{A} = \epsilon_0 c E^2$

ENERGIA TRASFERITA ALL'OGGETTO: $U = A \int_0^{dt} \frac{P}{A} dt$

VETTORE DI POYNTING: $\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$ $|\vec{S}| = \frac{1}{\mu_0} EB = \frac{P}{A}$

INTENSITÀ ONDA E.M.: $I = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2$

CAPITOLO 16: PROPAGAZIONE DELLE ONDE ELETROMAGNETICHE

PRINCIPIO DI HUYGENS: SE SI CONSIDERA UN FRONTE D'ONDA CHE SI PROPAGA IN UN MEZZO ISOTROPICO, SI PUÒ CONSIDERARE CIASCUN PUNTO DEL FRONTE D'ONDA COME SORGENTE DI ONDE SFERICHE SECONDARIE

CONSIDERIAMO MEZZI DIELETTRICI, TRASPARENTI, OMogenei E ISOTROPI.

IN TAL CASO VALE:

$$V = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}}$$

L'INDICE DI RIFRAZIONE DEL MEZZO E' IL RAPPORTO:

$$n = \frac{c}{V} = \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$$

↑ VELOCITÀ DELLA LUCE NEL VUOTO
↓ VELOCITÀ DELLA LUCE NEL MEZZO

LA LUNGHEZZA D'ONDA NEL MEZZO VALE:

$$\lambda_m = \frac{\lambda_0}{n}$$

L'INTENSITÀ NEL MEZZO VALE:

$$I = \frac{1}{2} \epsilon_r E_0^2 = \frac{n}{2 Z_0} E_0^2$$

DOVE

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$$

IMPEDIMENTA DEL VUOTO ($\approx 377 \Omega$)

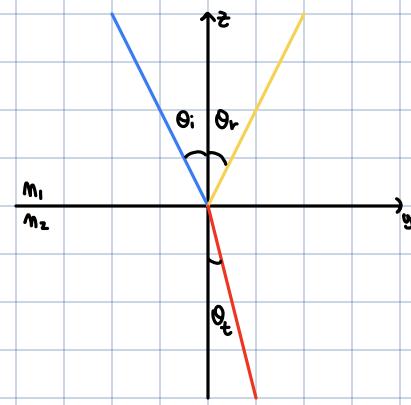
CAPITOLO 17: RIFLESSIONE, RIFRAZIONE E POLARIZZAZIONE

STUDIAMO IL CASO DI UN'ONDA, CHE SI PROPAGA IN UN MEZZO CON INDICE DI RIFRAZIONE m_1 , INCIDE SU UN MEZZO AVENTE INDICE DI RIFRAZIONE m_2 .

VALE CHE:

- ONDA INCIDENTE, RIFLESSA E TRASMESSA GIACCIONO SULLO STESSO PIANO
(SUPPONIAMO SIA YZ)

$$\begin{cases} k_{ix} = k_{rx} = k_{tx} = 0 \\ k_{iy} = k_{ry} = k_{ty} \end{cases}$$



$$\begin{aligned} k_i &= k_r = \frac{\omega}{v_1} \\ k_t &= \frac{\omega}{v_2} \end{aligned}$$

$$\theta_i = \theta_r$$

$$m_1 \sin \theta_i = m_2 \sin \theta_t$$

LEGGE DI SNELL

ANGOLI LIMITI: $\theta_i > \sin^{-1}\left(\frac{m_2}{m_1}\right)$

RIFLESSIONE TOTALE

RELAZIONI DI FRESNEL

CI DICONO CHE RELAZIONE C'E' TRA I CAMPI ELETTRICI DELLA COMPONENTE INCIDENTE, RIFLESSA E TRASMESSA

$$\begin{cases} \vec{E}_r = r_\pi \vec{E}_{r,\pi} + r_\sigma \vec{E}_{r,\sigma} \\ \vec{E}_t = t_\pi \vec{E}_{t,\pi} + t_\sigma \vec{E}_{t,\sigma} \end{cases}$$

N.B. PIANO Π : PIANO PARALLELO

AL PIANO DI INCIDENZA

PIANO σ : PIANO ORTOGONALE

AL PIANO DI INCIDENZA

$$r_\pi = \frac{\sin \theta_i \cos \theta_i - \sin \theta_t \cos \theta_t}{\sin \theta_i \cos \theta_i + \sin \theta_t \cos \theta_t} = \frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)}$$

$$r_\sigma = - \frac{\sin(\theta_i) \cos(\theta_t) - \sin(\theta_t) \cos(\theta_i)}{\sin(\theta_i) \cos(\theta_t) + \sin(\theta_t) \cos(\theta_i)} = - \frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)}$$

$$t_\pi = \frac{2 \sin \theta_t \cos \theta_i}{\sin \theta_i \cos \theta_i + \sin \theta_t \cos \theta_t} = \frac{4 \sin(\theta_t) \cos(\theta_i)}{\sin(2\theta_i) + \sin(2\theta_t)}$$

$$t_\sigma = \frac{2 \sin(\theta_t) \cos(\theta_i)}{\sin(\theta_i) \cos(\theta_t) + \sin(\theta_t) \cos(\theta_i)} = \frac{2 \sin(\theta_t) \cos(\theta_i)}{\sin(\theta_i + \theta_t)}$$

COEFFICIENTI DI FRESNEL

NEL CASO DI INCIDENZA NORMALE:

$$\begin{cases} \vec{E}_r = r \vec{E}_i \\ \vec{E}_t = t \vec{E}_i \end{cases}$$

Dove:

$$r = \frac{E_r}{E_i} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}$$

$$t = \frac{E_t}{E_i} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}$$

POTENZE

SE A_0 E' LA SUPERFICIE ILLUMINATA DA UN FASCIO INCIDENTE ALL'ANGOLI Θ_i :

$$\begin{cases} A_i = A_0 \cos(\Theta_i) \\ A_r = A_0 \cos(\Theta_r) \\ A_t = A_0 \cos(\Theta_t) \end{cases} \rightarrow A_i = A_r + A_t$$

$$\begin{cases} P_i = A_i I_i \\ P_r = A_r I_r \\ P_t = A_t I_t \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_i = P_r + P_t \\ I_i \neq I_r + I_t \end{cases}$$

$$R_{\pi\pi} = \frac{P_{r,\pi\pi}}{P_{i,\pi\pi}} = r_{\pi\pi}^2$$

$$T_{\pi\pi} = \frac{P_{t,\pi\pi}}{P_{i,\pi\pi}} = \frac{m_2}{m_1} \frac{\cos(\Theta_t)}{\cos(\Theta_i)} t_{\pi\pi}^2 = \frac{4 \sin(2\Theta_i) \sin(2\Theta_t)}{[\sin(2\Theta_i) + \sin(2\Theta_t)]^2}$$

$$R_{\sigma\sigma} = \frac{P_{r,\sigma\sigma}}{P_{i,\sigma\sigma}} = r_{\sigma\sigma}^2$$

$$T_{\sigma\sigma} = \frac{P_{t,\sigma\sigma}}{P_{i,\sigma\sigma}} = \frac{m_2}{m_1} \frac{\cos(\Theta_t)}{\cos(\Theta_i)} t_{\sigma\sigma}^2 = \frac{\sin(2\Theta_i) \sin(2\Theta_t)}{\sin^2(\Theta_i + \Theta_t)}$$

N.B. $\begin{cases} R_{\pi\pi} + T_{\pi\pi} = 1 \\ R_{\sigma\sigma} + T_{\sigma\sigma} = 1 \end{cases}$

IN CASO DI INCIDENZA NORMALE:

$$R = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right)^2$$

$$T = \frac{m_2}{m_1} \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \right)^2$$

$$R + T = 1$$

ANGOLI DI BREWSTER: ANGOLI DI INCIDENZA PER CUI LA RADIAZIONE RIFLESSA E' POLARIZZATA SUL PIANO σ

$$\Theta_B = \tan^{-1} \left(\frac{m_2}{m_1} \right)$$

RIFRAZIONE E RIFRAZIONE DI Onde POLARIZZATE

SE L'ONDA INCIDENTE SULLA SUPERFICIE E' POLARIZZATA \rightarrow LO SONO ANCHE L'ONDA RIFLESSA E L'ONDA TRASMESSA, MA LA POLARIZZAZIONE E' DIFFERENTE

ONDA INCIDENTE POLARIZZATA LINEARMENTE \rightarrow RESTA POLARIZZATA LINEARMENTE, MA CAMBIA IL PIANO DI POLARIZZAZIONE

SE L'ONDA INCIDENTE E' POLARIZZATA LINEARMENTE NEL PIANO CHE FORMA UN ANGOLI β_i CON IL PIANO π :

$$\vec{E}_i = E_{0,i} \cos(\beta_i) \hat{u}_{\pi\pi} + E_{0,i} \sin(\beta_i) \hat{u}_{\sigma\sigma}$$

$$\frac{E_{i\sigma}}{E_{i\pi\pi}} = \tan(\beta_i)$$

$$\tan(\beta_r) = \frac{E_{r,\sigma}}{E_{r,\pi\pi}} = \frac{r_{\sigma\sigma}}{r_{\pi\pi}} \tan(\beta_i)$$

$$\tan(\beta_t) = \frac{E_{t,\sigma}}{E_{t,\pi\pi}} = \frac{t_{\sigma\sigma}}{t_{\pi\pi}} \tan(\beta_i)$$

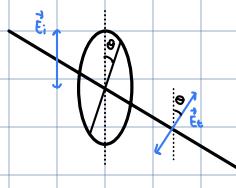
FILTRI POLARIZZATORI

SE L'ONDA E' POLARIZZATA SU UN PIANO CHE FORMA L'ANGOLI Θ CON L'ASSE DEL POLARIZZATORE:

$$I_t = I_i \cos^2(\Theta)$$

SE L'ONDA INCIDENTE NON E' POLARIZZATA:

$$I_t = \frac{I_i}{2}$$



CAPITOLO 18: INTERFERENZA

ONDE COERENTI: ONDE LA CUI DIFFERENZA DI FASE FRA DI ESSE IN OGNI PUNTO P IN CUI INTERAGISCONO NON VARIA NEL TEMPO

- ↳ CONDIZIONE NECESSARIA:
- STESSA LUNGHEZZA D'ONDA
 - SI CONSERVA LA DIFFERENZA DI FASE INIZIALE

INTERFERENZA: SI DEFINISCE INTERFERENZA L'INTERAZIONE FRA ONDE PERFETTAMENTE COERENTI CHE SI PROPAGANO NELLO SPAZIO

INTERFERENZA TRA 2 ONDE COERENTI

DIFERENZA DI FASE: $\delta = k(r_1 - r_2) + \varphi_1 - \varphi_2$

$$E(p) = E_p \cos(\omega t + \alpha)$$

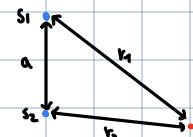
$$E_p = \sqrt{\left(\frac{A_1}{r_1}\right)^2 + \left(\frac{A_2}{r_2}\right)^2 + 2 \frac{A_1}{r_1} \frac{A_2}{r_2} \cos \delta}$$

$$\tan \alpha = \frac{\frac{A_1}{r_1} \sin(kr_1 + \varphi_1) + \frac{A_2}{r_2} \sin(kr_2 + \varphi_2)}{\frac{A_1}{r_1} \cos(kr_1 + \varphi_1) + \frac{A_2}{r_2} \cos(kr_2 + \varphi_2)}$$

$$I_1 = \frac{m}{2\pi a} \left(\frac{A_1}{r_1}\right)^2$$

$$I_2 = \frac{m}{2\pi a} \left(\frac{A_2}{r_2}\right)^2$$

$$I_p = \frac{m}{2\pi a} E_p^2$$



$$I_p = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\delta)$$

INTENSITÀ RISULTANTE NEL PUNTO P

$$\text{MASSIMI: } r_1 - r_2 = m\lambda + \frac{\lambda}{2\pi} (\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

INTERFERENZA COSTRUTTIVA

$$\text{MINIMI: } r_1 - r_2 = (2m+1) \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{2\pi} (\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

INTERFERENZA DISTRUTTIVA

ESPERIMENTO DI YOUNG



$$\text{MASSIMI: } \sin \theta = \frac{m\lambda}{a}$$

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

ALLA POSIZIONE

$$x = \frac{m\lambda d}{a}$$

$$\text{MINIMI: } \sin \theta = (2m+1) \frac{\lambda}{2a}$$

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

ALLA POSIZIONE

$$x = (2m+1) \frac{\lambda d}{2a}$$

INTERFERENZA TRA N SORGENTI

STUDIAMO IL CASO IN CUI VI SONO **N Onde Coerenti**, monocromatiche, che originano da sorgenti puntiformi, sincrone e equispaziate di a

CONDIZIONI: $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N = 0$
 $E_1, E_2, \dots, E_N = 0$

DIFFERENZA DI FASE:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin \theta$$

$$E_p = E_0 \frac{\sin\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\delta}{2}\right)}$$

(AMPO ELETTRICO DELL'ONDA IN P)

$$I_p = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{N\pi a \sin \theta}{\lambda}\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}\right)}$$

INTENSITÀ NEL PUNTO P

MASSIMI PRINCIPALI:

$$\sin \theta = m \frac{\lambda}{a}$$

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

E SI HA

$$I_m = N^2 I_0$$

MINIMI:

$$\sin \theta = m' \frac{\lambda}{Na}$$

$$m' = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N+1, \pm N+1, \pm N+2, \dots, \pm 2N+1, \pm 2N+1, \dots$$

$$I_{m'} = 0$$

MASSIMI SECONDARI:

$$\sin \theta = (2m''+1) \frac{\lambda}{2Na}$$

$$m'' = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N-2, \pm N-1, \dots, \pm 2N-2, \dots$$

$$I_{m''} = \frac{I_0}{\sin^2\left(\frac{(2m''+1)\pi}{2N}\right)}$$