

Appello n.3 di FAMP

19 luglio 2016

Scrivere sul foglio intestato le proprie generalità! COSA CONSEGNARE: questo foglio e il foglio protocollo intestato con **TUTTI** gli **SVOLGIMENTI** degli esercizi affrontati. **NON INSERIRE FOGLI DI BRUTTA COPIA.** Necessaria la sufficienza a teoria (indicata con (Teoria) e a esercizi

TEMPO Esercizi (Analisi + Probabilità): 2 ore e 45 minuti

Analisi

1. (Teoria) Calcolare l'integrale curvilineo $\int_{\gamma} \nabla(1 + x^2 y z) \cdot d\gamma$, dove

$$\gamma(t) = (e^t, \cos t, \sin t), t \in [0, \pi].$$

2. (Facoltativo) Determinare la natura del punto $(0, 0)$ per $f(x, y) = 2 - xy^2$ (massimo locale, minimo locale o sella?)

3. Calcolare l'integrale doppio

$$\int_D \sqrt{\frac{x-y}{x+y+1}} dx dy,$$

dove D è il quadrato di vertici $(0, 0), (1, -1), (2, 0), (1, 1)$, usando il cambiamento di variabili $u = x - y, v = x + y$.

4. Dire se esiste il limite

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{y^4 - 2x^2}{y^4 + x^2},$$

calcolarlo in caso affermativo.

5. Un allevamento di pesci all'istante $t = 0$ ha 500 pesci in vasca. Il numero $y(t)$ di pesci all'istante t (in anni) soddisfa all'equazione differenziale

$$y' = y/10 - 40.$$

In quale istante il numero di pesci è pari a 600?

Probabilità

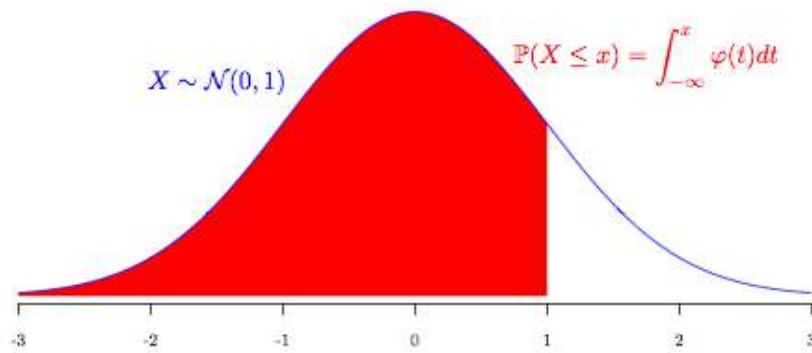
Fare i conti fino alla fine, usare quando necessario la tabella della normale

1. Si effettua una estrazione di due palline da un'urna contenente 3 palline Nere, 4 palline Verdi e 5 palline Rosse. L'estrazione produce due palline dello stesso colore. Qual è la probabilità che esse siano entrambe Rosse?

2. Sia

$$f(x, y) = \begin{cases} ce^{-\frac{1}{2}(x^2+y)} & x \in \mathbb{R}, y > 0 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (c > 0)$$

- (a) Trovare c affinché f sia la densità di una variabile congiunta (X, Y) ; d'ora in poi sostituire c con il valore trovato (ricordare che $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$).
 - (b) Determinare le densità delle variabili marginali.
 - (c) Dire se X, Y sono indipendenti e se sono identicamente distribuite.
 - (d) Determinare $E(XY)$.
 - (e) Calcolare $P(Y > X^2)$.
3. (Teoria) Siano $X_i, i \in \mathbb{N}$, delle variabili di Poisson indipendenti di parametro 4.
 - (a) Qual è la densità discreta di $S_n = X_1 + \dots + X_n$ ($n \in \mathbb{N}$)?
 - (b) Per quale n si ha $P(S_n > 390) > 0.5$? (utilizzare il teorema centrale del limite e la tabella della normale)



	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990