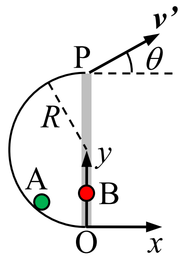
Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica - Canale 1 (Prof. G. Naletto)
Prova scritta di Fisica Generale 1 - Padova, 1 settembre 2023

Cognome .... Nome .... Matricola ....

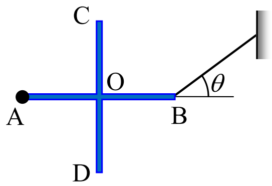
Problema 1



In un piano orizzontale è definito un sistema di riferimento cartesiano ortogonale Oxy. In O si trovano due punti materiali, A e B, di massa uguale $m_A = m_B = m = 0.3$ kg inizialmente fermi. Ad un certo istante si applica ad entrambi un impulso molto breve, rispettivamente $\vec{J}_A = -J_0\vec{u}_x$ e $\vec{J}_B = J_0\vec{u}_y$, con $J_0 = 0.35$ Ns, e i due punti si mettono in moto. Il punto A si "appoggia" subito ad una guida liscia a forma di semicerchio di raggio $R = 0.4$ m, tangente in O all'asse x e contenuta nel piano xy, mentre B si muove su una porzione scabra del piano orizzontale (vedi figura). I due punti arrivano nello stesso istante in P di coordinate $(0,2R)$, al termine della guida semicircolare, dove compiono un urto perfettamente anelastico. Determinare:

a) il modulo F della componente orizzontale della forza esercitata dalla guida sul punto A;
b) il valore μ del coefficiente di attrito dinamico tra il corpo B e il piano;
c) l'angolo θ formato dalla velocità $\vec{v}'$ dei due corpi uniti dopo l'urto con l'asse x.

Problema 2



Una croce è costituita da due sbarrette sottili uguali, AB e CD, omogenee di lunghezza $L = 0.6$ m e massa $m = 3$ kg, perpendicolari tra loro e unite nel loro punto mediano O. La croce giace in un piano verticale ed è vincolata a ruotare attorno ad un asse orizzontale fisso passante per A. La croce è tenuta ferma con AB orizzontale grazie ad una fune ideale applicata in B, orientata ad un angolo $\theta = 40°$ verso l'alto rispetto all'orizzontale (vedi figura). Determinare:

a) il modulo T della tensione della fune.

Successivamente si stacca la fune, e la croce inizia a ruotare: la rotazione inizia priva di attrito ma, a causa di un problema con il cuscinetto sull'asse di rotazione, subito dopo l'istante iniziale la rotazione diventa soggetta ad un momento di attrito costante. Calcolare:

b) il modulo α dell'accelerazione angolare della croce nell'istante iniziale del moto;
c) il modulo R_V della reazione vincolare in A nello stesso istante;
d) il modulo M_{att} del momento di attrito sull'asse di rotazione, sapendo che la croce completa la sua prima oscillazione quando ha ruotato di un angolo $\Phi = \pi/3$ rispetto al punto di minima altezza (quindi dopo aver ruotato complessivamente di un angolo pari a $\pi/2 + \Phi$ dall'inizio del moto).

Problema 3

Un cilindro contenente $n = 6$ moli di un gas perfetto biatomico, isolato dal resto dell'ambiente, è in contatto termico con una miscela di acqua e ghiaccio alla temperatura di fusione del ghiaccio $T_g = 273.15$ K. Una delle basi del cilindro è mobile con attrito trascurabile e il gas, inizialmente nello stato di equilibrio A, è alla pressione ambiente $p_A = p_{amb} = 10^5$ Pa. Il gas viene espanso in maniera molto lenta mantenendo il contatto termico con la miscela di acqua e ghiaccio finché si porta nello stato B alla pressione $p_B = 2p_A/5$. A questo punto si isola termicamente il cilindro e lo si porta rapidamente nello stato C, alla pressione $p_C = p_{amb}$ e in cui occupa il volume $V_C = 0.185$ m^3. Infine, mantenendo la pressione costante e variandone molto lentamente temperatura e volume, il gas viene riportato nello stato iniziale A. Disegnare il diagramma pV del ciclo e determinare:

a) la massa m di acqua solidificata durante la trasformazione AB del gas;
b) l'efficienza ξ del ciclo;
c) la variazione ΔS_U dell'entropia dell'universo nel ciclo.

Soluzioni

Problema 1

Il punto A compie un moto circolare uniforme (modulo della velocità costante), soggetto alla forza peso, alla reazione normale e alla reazione della guida (nessuna forza tangente alla guida):

a) $v_0 = \dfrac{J_0}{m} = 1.17\ \text{m/s}; \quad m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F} = m\vec{a} \;\Rightarrow\; F = ma_N = m\dfrac{v_0^2}{R} = 1.02\ \text{N}$

b) $t_{OP,A} = t^* = \dfrac{\pi R}{v_0}; \;\; a_B = -\mu g; \;\; 2R = v_0 t^* + \dfrac{1}{2}a_B t^{*2} = \pi R - \dfrac{1}{2}\mu g \dfrac{\pi^2 R^2}{v_0^2} \;\Rightarrow\; \mu = \dfrac{2v_0^2(\pi - 2)}{gR\pi^2} = 0.08$

c) $\vec{v}_A = v_0\vec{u}_x; \;\; \vec{v}_B = (v_0 + a_B t^*)\vec{u}_y = \left(v_0 - \mu g\dfrac{\pi R}{v_0}\right)\vec{u}_y = \left(\dfrac{4}{\pi} - 1\right)v_0\vec{u}_y;$

$$m_A\vec{v}_A + m_B\vec{v}_B = (m_A + m_B)\vec{v}' \;\Rightarrow\; \vec{v}_A + \vec{v}_B = 2\vec{v}' \;\Rightarrow\; \vec{v}' = \frac{v_0}{2}\left[\vec{u}_x + \left(\frac{4}{\pi} - 1\right)\vec{u}_y\right]$$

$$\Rightarrow\; \theta = \tan^{-1}\left(\frac{\vec{v}'_y}{\vec{v}'_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{4}{\pi} - 1\right) = 15.28° = 0.267\ \text{rad}$$

Problema 2

a) $\vec{M}_A = 0 \;\Rightarrow\; \dfrac{\vec{L}}{2} \times 2m\vec{g} + \vec{L} \times \vec{T} = 0 \;\Rightarrow\; Lmg - LT\sin\theta = 0 \;\Rightarrow\; T = \dfrac{mg}{\sin\theta} = 45.8\ \text{N}$

b) $I_A = \dfrac{1}{3}mL^2 + \left[\dfrac{1}{12}mL^2 + m\left(\dfrac{L}{2}\right)^2\right] = \dfrac{2}{3}mL^2; \quad \vec{M}_A = I_A\vec{\alpha} \;\Rightarrow\; \dfrac{L}{2}2mg = \dfrac{2}{3}mL^2\alpha \;\Rightarrow$

$$\Rightarrow\; \alpha = \frac{3g}{2L} = 24.5\ \text{rad/s}^2$$

c) Orientiamo l'asse verticale verso l'alto:

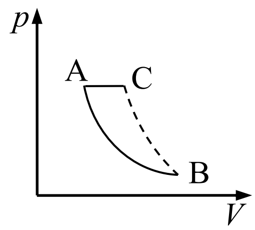
$$2m\vec{g} + \vec{R}_V = 2m\vec{a}_{CM} = 2m\vec{\alpha} \times \frac{\vec{L}}{2} \;\Rightarrow\; -2mg + R_V = -\frac{3}{2}mg \;\Rightarrow\; R_V = \frac{1}{2}mg = 14.7\ \text{N}$$

d) Poniamo a zero l'energia potenziale della croce quando il centro di massa O della croce è nella sua posizione più bassa:

$$W_{nc} = \Delta E_m = \Delta E_p \;\Rightarrow\; -M_{att}\left(\frac{\pi}{2} + \Phi\right) = 2mgh - 2mg\frac{L}{2} \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; -M_{att}\frac{5}{6}\pi = 2mg\left[\frac{L}{2}(1 - \cos\Phi) - \frac{L}{2}\right] \;\Rightarrow\; M_{att} = \frac{6}{5\pi}mgL\cos\Phi = 3.37\ \text{Nm}$$

Problema 3



a) $Q_{AB} = nRT_A ln\dfrac{V_B}{V_A} = nRT_g \ln\dfrac{p_A}{p_B} = 12485\ \text{J}; \;\; Q_{AB} = |Q_g| = m\lambda_g \;\Rightarrow$

$$\Rightarrow\; m = \frac{|Q_g|}{\lambda_g} = \frac{Q_{AB}}{\lambda_g} = 0.0378\ \text{kg}$$

b) $T_C = \dfrac{p_C V_C}{nR} = \dfrac{p_A V_C}{nR} = 370.9\ \text{K}; \quad Q_{BC} = 0; \quad Q_{CA} = nc_P(T_A - T_C) = -17060\ \text{J}$

$$\xi = \frac{Q_{ASS}}{|W_{ciclo}|} = \frac{Q_{AB}}{|Q_{ciclo}|} = \frac{Q_{AB}}{|Q_{AB} + Q_{CA}|} = 2.73$$

oppure $W_{ciclo} = W_{AB} + W_{BC} + W_{CA} = Q_{AB} - nc_V(T_C - T_B) - nR(T_A - T_C) = -4574\ \text{J}$

c) $V_B = \dfrac{nRT_B}{p_B} = 0.341\ \text{m}^3; \quad \Delta S_U = \Delta S_{U,BC} = \Delta S_{gas,BC} = nR\ln\dfrac{V_C}{V_B} + nc_V\ln\dfrac{T_C}{T_B} = 7.68\ \text{J/K}$ oppure

$$\Delta S_{U,ciclo} = \Delta S_{amb,ciclo} = \Delta S_{amb,AB} + \Delta S_{amb,CA} = -\Delta S_{gas,AB} - \Delta S_{gas,CA} = -nR\ln\frac{p_A}{p_B} - nc_p\ln\frac{V_A}{V_C}$$