Università degli Studi di Padova – Ingegneria Biomedica

Appello n.2 di **FAMP**

19 febbraio 2015

ISTRUZIONI: 1) Inserire qui e sul foglio intestato le proprie generalità. COSA CONSEGNARE: questo foglio con le crocette in corrispondenza delle risposte corrette, le giustificazioni richieste negli spazi bianchi, e il foglio intestato con TUTTI gli SVOLGIMENTI degli esercizi affrontati. REGOLE: NON INSERIRE FOGLI DI BRUTTA COPIA - Risposte non giustificate sul foglio protocollo o non coerenti con quanto scritto nell'elaborato non saranno prese in considerazione - TEMPO Esercizi (Analisi + Probabilità): 2 ore e 30 minuti

Analisi

1. Sia
$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3 - 3y^3}{x^2 + y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

- (a) Determinare, se esiste, il gradiente di f in (0,0). Risposta 1a: $\nabla f(0,0) = ($
- (b) Scrivere cosa vuol dire che f è differenziabile in (0,0) (attraverso l'esistenza o meno di un limite, da esplicitare, di una funzione che si chiede di scrivere esplicitamente esempio $\lim_{r\to ?} \frac{4x-5y}{x^3+y^2} =??$);

Risposta 1b:

(c) Dire se effettivamente f è differenziabile on (0,0)? **Risposta 1c:** f extstyle extst

Infatti

2. Risolvere (sul foglio protocollo) l'equazione yy' = 2x - 1 con la condizione iniziale y(0) = -1 (riportare qui sotto la soluzione) e calcolare y(1). y(x) =

Risposta 2: a)5 $b)2 \log 5$ c) - 1 d)1/5 e)3e

- 4. Sia $f(x,y) = x^2 + y^2 + x^3y$.

Determinare i punti critici di f e la loro natura

Risposta 4: punti di minimo locale:

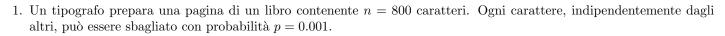
punti di massimo locale:

punti di sella:

Risposte della parte di Analisi: barrare con una X in corrispondenza delle risposte corrette

	a)	b	c)	d)	e)	ALTRO
2						
3						

Probabilità



(a) Qual è la corretta variabile aleatoria X per contare il numero di errori nella pagina (tipo e parametri)?

Risposta

- (b) Utilizzando una opportuna variabile di Poisson Y, approssimare la probabilità che una pagina fissata sia senza errori. Risposta
- 2. Il montacarichi della biblioteca può trasportare fino a 9 800 kg. Si considerano 49 casse di libri; ogni cassa i (i = 1, ..., 49) ha un peso X_i di media 205 kg e deviazione standard di 15 kg. Approssimare la probabilità che il montacarichi regga il peso delle 49 casse utilizzando una opportuna variabile continua da precisare. Dopo aver ridotto ai minimi termini le frazioni coinvolte utilizzare la tabella della variabile normale standard per dare il risultato con due cifre decimali.
- 3. Si consideri la variabile congiunta (X,Y) di densità

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} 6e^{-2x-3y} & \text{se } x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{altrimenti,} \end{cases}$$

(a) Determinare le densità marginali f_X e f_Y di X e di Y. (fare molta attenzione a precisare dove le densità marginali sono nulle);

Risposta

(b) Dire se X e Y sono indipendenti. Riconoscere le leggi di X e di Y (uniformi? normali? esponenziali? binomiali? Poisson?....)

Risposta

(c) Calcolare P(X + Y < 1).

Risposta

Tavola della funzione di ripartizione della v.a. Normale Standard

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-t^2/2} dt$$

	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997