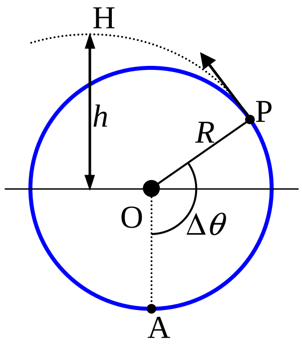
Corsi di Laurea in Ingegneria Biomedica, dell'Informazione, Elettronica e Informatica
Canale 3 (Prof. G. Naletto)
Prima Prova in Itinere di Fisica Generale 1 - Padova, 5 Aprile 2014

Cognome .... Nome .... Matricola ....

Problema 1

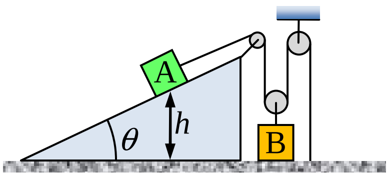


Un punto materiale P è attaccato per mezzo di un adesivo alla circonferenza di una ruota di raggio $R = 0.4$ m che può ruotare liberamente attorno al suo asse orizzontale fisso passante per O. Inizialmente il punto è fermo in A nel punto più basso della circonferenza. Ad un certo istante la ruota si mette in moto di rotazione attorno al suo asse, soggetta ad una accelerazione angolare costante, e P inizia a muoversi. La forza di adesione dell'adesivo con cui P è attaccato alla circonferenza della ruota ha un valore massimo, che viene raggiunto quando P ha una accelerazione centripeta istantanea di modulo $a_N = 16$ m/s^2 ed ha compiuto una rotazione complessiva pari a $\Delta\theta = 2\pi/3$ rad; in quell'istante il punto P si stacca dalla ruota. Determinare:

a) il modulo a dell'accelerazione del corpo un istante prima del distacco;
b) il vettore accelerazione $\boldsymbol{a'}$ del corpo un istante dopo il distacco;
c) il tempo t, dall'istante del distacco, impiegato da P a raggiungere il punto H di massima altezza;
d) la massima altezza h rispetto all'asse O della ruota raggiunta da P.

(NB Il motore che agisce sull'asse della ruota è in grado di compensare la forza di gravità che agisce sul punto materiale, che quindi si muove effettivamente sulla circonferenza con un moto circolare uniformemente accelerato.)

Problema 2



Un corpo A di dimensioni trascurabili e massa m_A si trova ad altezza $h = 0.4$ m rispetto al suolo su un piano liscio inclinato di un angolo $\theta = 33°$ rispetto all'orizzontale. Il corpo è collegato verso l'alto ad una fune inestensibile ideale tesa parallela al piano inclinato, il cui altro estremo è fissato al suolo passando attraverso il sistema di carrucole ideali mostrato nella figura a lato. Una delle carrucole del sistema è libera di muoversi nella direzione verticale, e ad essa è fissato tramite un'altra fune ideale un corpo di dimensioni trascurabili e massa m_B inizialmente appoggiato al suolo. Determinare:

a) il minimo valore del rapporto m_A/m_B tale per cui B rimanga appoggiato al suolo.

Nell'ipotesi che il rapporto $m_A/m_B = 2$ calcolare:

b) il modulo a_A dell'accelerazione del corpo A;
c) il modulo $v_{B,max}$ della massima velocità raggiunta da B.
d) il minimo valore $T_{s,min}$ della tensione di rottura che deve avere la fune che collega la carrucola al soffitto in figura affinché la stessa carrucola non cada nell'ipotesi che $m_A = 2$ kg;

Problema 3

Una molla orizzontale di costante elastica $k = 400$ N/m è vincolata ad un estremo; all'altro estremo è attaccato un corpo A di dimensioni trascurabili e massa $m_A = 2$ kg che mantiene la molla compressa di $\Delta x = 0.12$ m. Un corpo B di massa $m_B = 1.5$ kg è appoggiato ad A dal lato opposto della molla, e i due corpi sono inizialmente in quiete su un piano orizzontale liscio. Ad un certo istante, si sblocca il sistema e i due corpi si mettono in movimento a seguito dell'azione della molla. Dopo che la molla ha superato la posizione corrispondente alla sua lunghezza a riposo, B prosegue lungo il piano mentre A rimane attaccato alla molla. Determinare:

a) la massima ampiezza Δx_A del moto oscillatorio di A dopo il distacco di B.

Nel suo moto, B dapprima supera un tratto di piano orizzontale scabro di lunghezza $\ell = 0.35$ m e coefficiente di attrito dinamico $\mu = 0.08$, poi sale lungo una rampa liscia posta nel piano verticale; dopo l'arresto istantaneo nel punto di massima altezza, B ripercorre il percorso al contrario fino ad urtare A. Determinare:

b) il massima altezza h raggiunta da B lungo la rampa;
c) la velocità v_B di B un istante prima di urtare A.

Soluzioni

Problema 1

a) $a_N = \omega^2 R; \quad \omega^2 = 2\alpha\Delta\theta = \frac{4}{3}\pi\alpha \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{3}{4\pi}\frac{a_N}{R} \Rightarrow \quad a = \sqrt{a_T^2 + a_N^2} = \sqrt{(\alpha R)^2 + a_N^2} = a_N\sqrt{\frac{9}{16\pi^2}+1} = 16.4\text{ m/s}^2$

b) Dopo il distacco, P non è più vincolato alla ruota ed è quindi soggetto alla sola forza peso. Quindi ***a'*** = ***g***.

c) Indicando con $\theta = \Delta\theta - \pi/2 = \pi/6$ l'angolo formato tra il raggio che unisce P ad O e l'orizzontale al distacco, si ha:

$$v_y = v_{oy} - gt = v_o\cos\theta - gt = \omega R\cos\theta - gt = \sqrt{a_N R}\cos\theta - gt; \quad v_{y,\max} = 0 \quad \Rightarrow \quad t_{\max} = \frac{\sqrt{a_N R}}{g}\cos\theta = 0.224\text{ s}$$

d) $h = R\sin\theta + v_o\cos\theta\cdot t_{\max} - \frac{1}{2}gt_{\max}^2 = R\sin\theta + \sqrt{a_N R}\cos\theta\cdot\frac{\sqrt{a_N R}}{g}\cos\theta - \frac{1}{2}\frac{a_N R}{g}\cos^2\theta =$

$$= R\sin\theta + \frac{a_N R}{2g}\cos^2\theta = 0.445\text{ m}$$

oppure

$$v_y^2 = v_{oy}^2 + 2a_y\Delta y \quad \Rightarrow \quad 0 = v_o^2\cos^2\theta - 2g\Delta y \quad \Rightarrow \quad \Delta y = \frac{v_o^2}{2g}\cos^2\theta = \frac{a_N R}{2g}\cos^2\theta \quad \Rightarrow \quad h = R\sin\theta + \Delta y$$

Problema 2

a) $m_A g\sin\theta - T_{stat} = 0; \quad 2T_{stat} + N_B - m_B g = 0 \quad \Rightarrow \quad N_B = m_B g - 2m_A g\sin\theta > 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{m_A}{m_B} < \frac{1}{2\sin\theta} = 0.918$

b) $\begin{cases} m_A g\sin\theta - T = m_A a_A \\ 2T - m_B g = m_B a_B = m_B \dfrac{a_A}{2} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad 2m_A g\sin\theta - m_B g = \left(2m_A + \frac{m_B}{2}\right)a_A \quad \Rightarrow \quad \left(2\frac{m_A}{m_B}\sin\theta - m_B\right)g = \left(2\frac{m_A}{m_B} + \frac{1}{2}\right)a_A$

$$\Rightarrow \quad a_A = \frac{2}{9}(4\sin\theta - 1)g = 2.57\text{ m/s}^2$$

c) I corpi A e B raggiungono la massima velocità quando A arriva alla fine del piano inclinato.

$$v_{A,\max}^2 = 2a_A\frac{h}{\sin\theta} \quad \Rightarrow \quad v_{B,\max} = \frac{v_{A,\max}}{2} = \sqrt{\frac{a_A h}{2\sin\theta}} = \sqrt{\frac{gh(4\sin\theta - 1)}{9\sin\theta}} = 0.97\text{ m/s}$$

oppure

$$E_{m,in} = E_{m,fin} \quad \Rightarrow \quad m_A gh = m_B g\frac{h}{2\sin\theta} + \frac{1}{2}m_A v_{A,\max}^2 + \frac{1}{2}m_B v_{B,\max}^2 \quad \Rightarrow \quad 2gh = g\frac{h}{2\sin\theta} + v_{A,\max}^2 + \frac{1}{2}v_{B,\max}^2$$

$$\Rightarrow \quad 2gh\left(1 - \frac{1}{4\sin\theta}\right) = 4v_{B,\max}^2 + \frac{1}{2}v_{B,\max}^2 \quad \Rightarrow \quad v_{B,\max} = \sqrt{\frac{gh}{9}\left(4 - \frac{1}{\sin\theta}\right)}$$

d) $T_{s,\min} = T_{soffitto} = 2T = 2m_A(g\sin\theta - a_A) = \frac{1}{9}(\sin\theta + 2)m_A g = 11.1\text{ N}$

Problema 3

a) $\frac{1}{2}k\Delta x^2 = \frac{1}{2}(m_A + m_B)v_o^2 \Rightarrow \quad v_o^2 = \frac{k\Delta x^2}{m_A + m_B}; \quad \frac{1}{2}m_A v_o^2 = \frac{1}{2}k\Delta x_A^2 \quad \Rightarrow \quad \Delta x_A = \sqrt{\frac{m_A v_o^2}{k}} = \Delta x\sqrt{\frac{m_A}{m_A + m_B}} = 0.091\text{ m}$

b) $W_{nc} = \Delta E_m \quad \Rightarrow \quad -\mu m_B g\ell = m_B gh - \frac{1}{2}m_B v_o^2 \quad \Rightarrow \quad h = \frac{v_o^2}{2g} - \mu\ell = \frac{k\Delta x^2}{2g(m_A + m_B)} - \mu\ell = 0.056\text{ m}$

c) $W_{nc} = \Delta E_m \quad \Rightarrow \quad -2\mu m_B g\ell = \frac{1}{2}m_B v_B^2 - \frac{1}{2}m_B v_o^2 \quad \Rightarrow \quad v_B = \sqrt{v_o^2 - 4\mu g\ell} = 0.74\text{ m/s}$