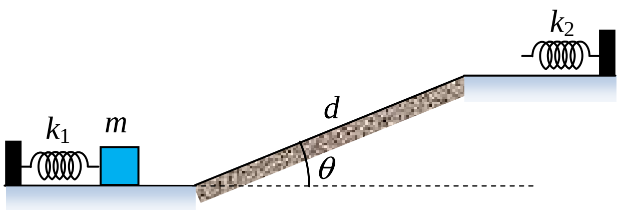
Corsi di Laurea in Ingegneria Biomedica, dell'Informazione, Elettronica e Informatica
Canale 3 (Prof. G. Naletto)
Prova scritta di Fisica Generale 1 - Padova, 20 Giugno 2016

Cognome .... Nome .... Matricola ....

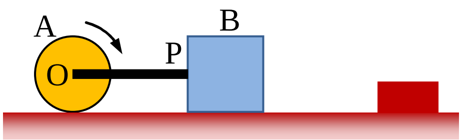
Problema 1



Un corpo di dimensioni trascurabili e massa m = 1.5 kg è appoggiato su un piano liscio e mantiene compressa di Δx_1 = 0.2 m una molla ideale orizzontale di costante elastica k_1 = 300 N/m bloccata ad un estremo. Ad un certo istante il corpo viene lasciato libero e si mette in movimento a seguito dell'azione della molla (che non è vincolata al corpo). Al termine del piano orizzontale, il corpo inizia a salire su un piano scabro di lunghezza d = 0.7 m, inclinato di un angolo θ = 25° rispetto all'orizzontale, con coefficiente di attrito statico e dinamico tra corpo e piano uguali e pari a μ = 0.12. Al termine del piano inclinato scabro, il corpo prosegue il suo moto su un altro piano orizzontale liscio; qui impatta contro una seconda molla ideale posta orizzontale di costante elastica k_2 = 100 N/m vincolata ad un estremo. Determinare:

a) il tempo t impiegato dal corpo a percorrere per la prima volta il piano inclinato in salita;
b) la massima compressione Δx_2 della molla sul piano orizzontale superiore;
c) la quota h' a cui si ferma il corpo rispetto al piano orizzontale (inferiore).

Problema 2



Il sistema mostrato a lato è costituito da due corpi A e B collegati da una sbarretta rigida orizzontale di massa trascurabile OP. Il corpo A è un disco omogeneo sottile di massa m_A = 15 kg e raggio R = 0.3 m che può ruotare attorno al suo asse passante per O posto orizzontale; il corpo B, che è rigidamente collegato alla sbarretta in P, ha massa m_B = 3 kg. Il sistema è fermo su un piano orizzontale scabro, ed il coefficiente di attrito del corpo B con il piano, uguale per i casi statico e dinamico, è μ_B = 0.15. Ad un certo istante per mezzo di un motore interno ad A, si applica un momento costante M = 10 Nm che mette in rotazione il disco attorno al suo asse e tutto il sistema si mette in movimento (verso destra in figura) con A che rotola senza strisciare. Dopo aver percorso un tratto di lunghezza d = 1.2 m, B urta in modo completamente anelastico un blocco rigidamente connesso al piano orizzontale ed il sistema istantaneamente smette di avanzare. Determinare:

a) il modulo a dell'accelerazione con cui si muove il sistema;
b) il minimo valore $\mu_{as,A,min}$ del coefficiente di attrito statico tra piano e disco A per non strisciare;
c) il lavoro W_{att} fatto dalle forze di attrito durante il moto del sistema;

Problema 3

Un gas ideale si trova in equilibrio nello stato iniziale A, alla pressione $p_A = 3 \cdot 10^5$ Pa, volume $V_A = 0.05$ m^3 in contatto termico con un serbatoio alla temperatura T_A = 380 K. Il gas subisce una prima trasformazione irreversibile fino allo stato di equilibrio B mantenendo sempre il contatto termico con il serbatoio. Successivamente il gas viene messo in contatto termico con un diverso serbatoio a temperatura T_C = 300 K e raggiunge lo stato di equilibrio C senza variare il suo volume. Infine, tramite una trasformazione reversibile in cui non scambia calore con l'ambiente, viene riportato nello stato iniziale A subendo un lavoro pari a W_{CA} = –7895 J. Il rendimento del ciclo è η = 0.08. Disegnare il ciclo del gas nel diagramma pV e determinare:

a) il valore di c_V;
b) la pressione p_B del gas nello stato B;
c) il calore Q_{AB} scambiato dal gas nella trasformazione AB;
d) la variazione ΔS_U di entropia dell'universo nel ciclo;

Problema 1

a) $\frac{1}{2}k_1\Delta x_1^2=\frac{1}{2}mv_o^2 \quad \Rightarrow \quad v_o=\Delta x_1\sqrt{\frac{k_1}{m}}=2.8\text{ m/s}; \quad a=-g\sin\theta-\mu g\cos\theta=-5.21\text{ m/s}^2;$

$v_d=\sqrt{v_o^2+2ad}=0.84\text{ m/s}; \quad v_d=v_o+at \quad \Rightarrow \quad t=\frac{v_d-v_o}{a}=0.38\text{ s};$

oppure $\quad d=\frac{1}{2}at^2+v_o t \quad \Rightarrow \quad t^2+\frac{2v_o}{a}t-\frac{2d}{a}=0 \quad \Rightarrow \quad t=-\frac{v_o}{a}\pm\sqrt{\left(\frac{v_o}{a}\right)^2+\frac{2d}{a}}$

Nell'equazione di secondo grado la soluzione corretta è quella con il segno "–" (questa corrisponde al "primo" passaggio; vista la geometria del sistema, la soluzione con il segno "+" corrisponde ad un "secondo" passaggio, dopo che il corpo ha raggiunto una massima altezza e "ridiscende" lungo il piano).

b) $\frac{1}{2}mv_d^2=\frac{1}{2}k_2\Delta x_2^2 \quad \Rightarrow \quad \Delta x_2=v_d\sqrt{\frac{m}{k_2}}=0.10\text{ m}$

c) La componente delle forze parallela al piano inclinato cui è soggetto il corpo mentre si trova sul piano stesso è (posto il verso positivo dell'asse verso l'alto) $-mg\sin\theta \pm \mu mg\cos\theta$. Siccome $mg\sin\theta = 6.2$ N e $\mu mg\cos\theta = 1.6$ N (nota che quest'ultimo è anche il massimo valore che può assumere la forza di attrito statico), il primo è il termine dominante; quindi il corpo non si può arrestare lungo il piano inclinato e tenderà sempre a scendere. Di conseguenza, $h' \to 0$.

Problema 2

a) Si può assumere come polo sia il punto di contatto C sia il centro O del disco. Si ottiene, rispettivamente:

$$\begin{cases} T-\mu_B m_B g=m_B a \\ M-RT=I_C\alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T=\mu_B m_B g+m_B a \\ M-R\mu_B m_B g-Rm_B a=\left(\frac{1}{2}m_A R^2+m_A R^2\right)\cdot\frac{a}{R} \end{cases} \Rightarrow a=\frac{M-R\mu_B m_B g}{R\left(\frac{3}{2}m_A+m_B\right)}$$

$$\begin{cases} f_{as,A}-T=m_A a \\ T-\mu_B m_B g=m_B a \\ M-Rf_{as,A}=I_O\alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f_{as,A}=\mu_B m_B g+(m_A+m_B)a \\ M-Rf_{as,A}=\frac{1}{2}m_A R^2\cdot\frac{a}{R} \end{cases} \Rightarrow M-R\mu_B m_B g-R(m_A+m_B)a=\frac{1}{2}m_A Ra$$

$$\Rightarrow R\left(\frac{3}{2}m_A+m_B\right)a=M-R\mu_B m_B g \quad \Rightarrow \quad a=\frac{2(M-R\mu_B m_B g)}{R(3m_A+2m_B)}=1.13\text{ m/s}^2$$

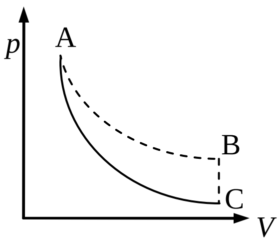
b) $f_{as,A}=\mu_B m_B g+(m_A+m_B)a\le f_{as,A,\max}=\mu_{as,A}m_A g \quad \Rightarrow \quad \mu_{as,A}\ge\frac{\mu_B m_B g+(m_A+m_B)a}{m_A g}=0.17$

c) $W_{att}=-\mu_B m_B g\cdot d=-5.3\text{ J}$ oppure si applica il teorema dell'energia cinetica:

$$W_{TOT}=\Delta E_k \Rightarrow W_M+W_{att}=\frac{1}{2}(m_A+m_B)v^2+\frac{1}{2}I\omega^2 \quad \Rightarrow \quad W_{att}=\frac{1}{2}(m_A+m_B)v^2+\frac{1}{2}\frac{1}{2}m_A R^2\frac{v^2}{R^2}-M\Delta\theta$$

$$\Rightarrow W_{att}=\frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}m_A+m_B\right)2ad-M\frac{d}{R}=\frac{1}{2}(3m_A+2m_B)\frac{2(M-R\mu_B m_B g)}{R(3m_A+2m_B)}d-M\frac{d}{R}=-\mu_B m_B gd$$

Problema 3



Il ciclo del gas è costituito dalle trasformazioni AB, espansione isoterma irreversibile, BC, isocora irreversibile e CA, compressione adiabatica reversibile.

a) $n=\frac{p_A V_A}{RT_A}=4.75; \quad W_{CA}=-\Delta U_{CA}=-nc_V(T_A-T_C) \quad \Rightarrow \quad c_V=\frac{W_{CA}}{n(T_C-T_A)}=\frac{5}{2}R$

b) $T_C V_C^{\gamma-1}=T_A V_A^{\gamma-1} \Rightarrow V_B=V_C=V_A\left(\frac{T_A}{T_C}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}=0.09\text{ m}^3 \Rightarrow p_B=\frac{nRT_B}{V_B}=1.66\cdot10^5\text{ Pa}$

c) $Q_{AB}=W_{AB}; \quad \eta=\frac{W}{Q_{ASS}}=\frac{W_{AB}+W_{CA}}{Q_{AB}}=1+\frac{W_{CA}}{Q_{AB}} \quad \Rightarrow \quad Q_{AB}=\frac{W_{CA}}{\eta-1}=8581\text{ J}$

d) $\Delta S_{U,ciclo}=\Delta S_{amb,ciclo}=\Delta S_{AB,amb}+\Delta S_{BC,amb}=\frac{-Q_{AB,gas}}{T_A}+\frac{-Q_{BC,gas}}{T_C}=\frac{-Q_{AB,gas}}{T_A}+\frac{-nc_V(T_C-T_B)}{T_C}=3.73\text{ J/K}$