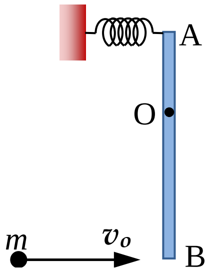
Corsi di Laurea in Ingegneria Biomedica, dell'Informazione, Elettronica e Informatica
Canale 3 (Prof. G. Naletto)
Seconda Prova in Itinere di Fisica Generale 1 - Padova, 19 Giugno 2017

Cognome .... **Nome** .... **Matricola** ....

Problema 1



Una sbarretta rigida omogenea AB di massa $M = 2.5$ kg e di lunghezza $L = 0.6$ m posta orizzontale e inizialmente ferma può ruotare senza attrito attorno ad un asse verticale passante per il suo punto O posto a distanza AO = $L/3$ dall'estremo A. Una molla di costante elastica $k = 300$ N/m a riposo è vincolata ad un estremo ad una parete rigida e all'altro al punto A della sbarretta, ed è orientata perpendicolarmente alla sbarretta stessa. Ad un certo istante, l'estremo libero B della sbarretta viene urtato in modo completamente anelastico da un proiettile puntiforme di massa $m = M/4$ e velocità orizzontale di modulo v_o perpendicolare alla sbarretta AB. Sapendo che dopo l'urto il sistema sbarra più proiettile inizia a ruotare con velocità angolare $\omega_o = 0.8$ rad/s, e trascurando la piccola componente dello spostamento della molla nella direzione parallela alla sbarretta, determinare:

a) il momento d'inerzia I_o del sistema sbarra più proiettile rispetto all'asse di rotazione passante per O;
b) il modulo v_o della velocità del proiettile all'istante dell'urto;
c) il modulo J dell'impulso esercitato dal perno in O durante l'urto;
d) il periodo T delle piccole oscillazioni del sistema sbarra più proiettile.

Nell'istante in cui l'oscillazione raggiunge la massima ampiezza, il cuscinetto sull'asse di rotazione in O si disassa leggermente e inizia ad applicare un momento di attrito di modulo costante $M_{att} = 0.25$ Nm. Determinare:

e) il modulo ω della velocità angolare del sistema sbarretta più proiettile quando la sbarretta ripassa per la prima volta sulla posizione che aveva prima dell'urto.

Problema 2

Un cilindro adiabatico chiuso da un pistone adiabatico, di massa trascurabile, sezione S = 0.2 m^2 e che si può muovere liberamente senza attriti contiene $n = 2.2$ moli di un gas perfetto biatomico; il pistone è collegato alla base del cilindro da una fune inestensibile di massa trascurabile e lunghezza $L = 0.35$ m. Il gas è in equilibrio con la pressione ambiente $p_A = p_{amb} = 10^5$ Pa e inizialmente è alla temperatura $T_A = 300$ K. Per mezzo di una resistenza interna al cilindro si scalda il gas in modo molto lento e graduale finché raggiunge lo stato B in cui la fune diventa tesa (parallela all'asse del cilindro). Si continua a scaldare il gas in modo lento e graduale per mezzo della resistenza finché il gas arriva nello stato C: in quell'istante si smette di scaldare il gas, e la fune si rompe perché ha raggiunto la sua tensione di rottura $F_{max} = 2$ kN. Dopo la rottura del filo, si attende che il gas raggiunga un nuovo stato di equilibrio D, si toglie l'isolamento dalla base del cilindro e lo si mette in contatto termico con un serbatoio alla temperatura T_A finché il gas ritorna nello stato iniziale A. Disegnare il ciclo del gas nel diagramma pV e determinare:

a) il lavoro W_{AB} fatto dal gas nella trasformazione AB;
b) la temperatura T_C del gas nello stato C;
c) il calore Q_{ABC} complessivamente scambiato dal gas nelle trasformazioni AB e BC;
d) la temperatura T_D del gas nello stato D;
e) la variazione ΔS_U di entropia dell'universo nel ciclo;
f) (facoltativo) il rendimento η del ciclo.

Problema 1

a) $$I_o = \left[\frac{1}{12}ML^2 + M\left(\frac{L}{6}\right)^2\right] + m\left(\frac{2}{3}L\right)^2 = \frac{1}{9}ML^2 + \frac{M}{4}\frac{4}{9}L^2 = \frac{2}{9}ML^2 = 0.2\ \text{kgm}^2$$

b) $$\frac{2}{3}Lmv_o = I_o\omega_o \quad \Rightarrow \quad v_o = \frac{3I_o\omega_o}{2Lm} = \frac{4}{3}\omega_o L = 0.64\ \text{m/s}$$

c) $$y_{CM} = \frac{M\frac{L}{6} + m\frac{2}{3}L}{m+M} = \frac{4}{15}L; \quad v_{CM} = \omega_o y_{CM} = \frac{4}{15}\omega_o L$$

$$J = \Delta P = (m+M)v_{CM} - mv_o = \frac{5}{4}M\cdot\frac{4}{15}\omega_o L - \frac{M}{4}\cdot\frac{4}{3}\omega_o L = \frac{1}{3}M\omega_o L - \frac{1}{3}M\omega_o L = 0$$

Oppure $$J = \Delta P = \left(M\omega_o\frac{L}{6} + m\omega_o\frac{2}{3}L\right) - mv_o = \frac{1}{3}M\omega_o L - \frac{M}{4}\cdot\frac{4}{3}\omega_o L = 0$$

NB Questo è un risultato particolare dovuto alla posizione dell'asse di rotazione dell'asta e del punto di impatto: se uno dei due fosse in posizione diversa, l'impulso non sarebbe nullo.

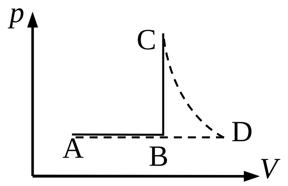
d) $$\frac{L}{3}(-k\Delta x) = I_o\alpha \quad \Rightarrow \quad -\frac{L}{3}k\frac{L}{3}\theta = \frac{2}{9}ML^2\frac{d^2\theta}{dt^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{k}{2M}\theta = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \frac{d^2\theta}{dt^2} + \Omega^2\theta = 0 \quad \text{con} \quad \Omega = \sqrt{\frac{k}{2M}} \quad \Rightarrow \quad T = \frac{2\pi}{\Omega} = 2\pi\sqrt{\frac{2M}{k}} = 0.81\,\text{s}$$

e) $$\frac{1}{2}I_o\omega_o^2 = \frac{1}{2}k\Delta x_{\max}^2 = \frac{1}{2}k\left(\frac{L}{3}\theta_{\max}\right)^2 \quad \Rightarrow \quad \theta_{\max} = \frac{3\omega_o}{L}\sqrt{\frac{I_o}{k}} = \omega_o\sqrt{\frac{2M}{k}} = 0.103\ \text{rad};$$

$$\frac{1}{2}I_o\omega^2 - \frac{1}{2}I_o\omega_o^2 = -M_{att}\theta_{\max} \quad \Rightarrow \quad \omega = \sqrt{\omega_o^2 - \frac{2M_{att}\theta_{\max}}{I_o}} = 0.62\ \text{rad/s}$$

Problema 2



Il ciclo del gas è costituito dalla espansione isobara reversibile AB, dalla isocora reversibile BC, dall'adiabatica irreversibile (a pressione costante = p_{amb}) CD e della compressione isobara irreversibile DA.

a) $$V_A = \frac{nRT_A}{p_A} = 0.055\ \text{m}^3; \quad V_B = LS = 0.07\ \text{m}^3; \quad W_{AB} = p_A(V_B - V_A) = 1513\ \text{J}$$

b) $$p_C S - F_{\max} = p_{amb}S \quad \Rightarrow \quad p_C = \frac{F_{\max}}{S} + p_{amb} = 1.1\cdot10^5\ \text{Pa}; \quad T_C = \frac{p_C V_C}{nR} = 421\,\text{K}$$

c) $$T_B = \frac{p_B V_B}{nR} = \frac{p_A V_B}{nR} = 383\,\text{K}; \quad Q_{ABC} = Q_{AB} + Q_{BC} = nc_P(T_B - T_A) + nc_V(T_C - T_B) = 7045\,\text{J}$$

d) $$W_{CD} = -W_{ext,CD} = -p_{amb}\Delta V_{amb} = p_{amb}\Delta V_{gas} = p_D(V_D - V_C); \quad p_D V_D = nRT_D; \quad \Rightarrow \quad W_{CD} = nRT_D - p_D V_C$$

$$Q_{CD} = 0 \quad \Rightarrow \quad W_{CD} = -\Delta U_{CD} = -nc_V(T_D - T_C) \quad \Rightarrow \quad T_D = \frac{p_D V_C + nc_V T_C}{n(R + c_V)} = 410\ \text{K}$$

e) $$\Delta S_U = \Delta S_{amb,ciclo} = -\Delta S_{ABC,gas} + \Delta S_{DA,amb} = -\left(nR\ln\frac{V_C}{V_A} + nc_V\ln\frac{T_C}{T_A}\right) + \frac{-nc_P(T_A - T_D)}{T_A} = 3.54\ \text{J/K}$$

Oppure $$\Delta S_U = \Delta S_{CD,U} + \Delta S_{DA,U} = \Delta S_{CD,gas} + \Delta S_{DA,gas} + \Delta S_{DA,amb}$$

f) $$V_D = \frac{nRT_D}{p_D} = 0.075\,\text{m}^3; \quad W_{BC} = 0; \quad W_{CD} = nc_V(T_C - T_D) = 500\,\text{J}; \quad W_{DA} = p_A(V_A - V_D) = -2013\,\text{J}$$

$$W_{TOT} = 0 \quad \Rightarrow \quad \eta = \frac{W_{TOT}}{Q_{ASS}} = 0$$

Il lavoro totale è nullo in quanto le trasformazioni sono tutte isobare alla pressione ambiente tranne la BC che è a volume costante e nella quale non si compie lavoro. Ritornando nella posizione iniziale, i lavori delle isobare si annullano tra loro.