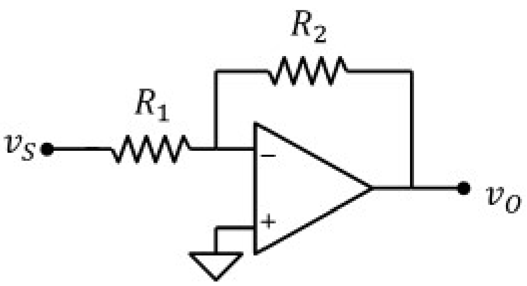
Amplificatori operazionali reali

Esercizio 1

DATI: $R_1 = 1\text{k}\Omega,\ R_2 = 6.8\text{k}\Omega$

AO: $V_{CC} = 10\text{V}$



1) Tensione di uscita con $v_S = 1\text{V}$

Guadagno: $A_V = \dfrac{-R_2}{R_1} = -6.8$

Tensione di uscita: $\boxed{v_O = A_V \cdot v_S = -6.8\,\text{V}}$ $\quad -V_{CC} < v_O < V_{CC}$ OK

$\boxed{v_N = 0\text{V}}$ (cortocircuito virtuale)

2) Tensione di uscita con $v_S = -2\text{V}$

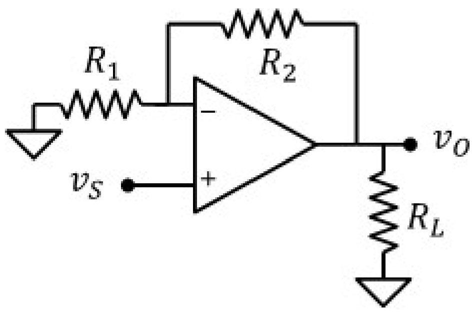
Tensione di uscita: $v_O = A_V \cdot v_S = 13.6\,\text{V}$ $\quad v_O > V_{CC}$ non accettabile $\boxed{v_O = V_{CC} = 10\,\text{V}}$

il cortocircuito virtuale non è valido. Regola del partitore di tensione: $\boxed{v_N = v_S + \dfrac{R_1}{R_1 + R_2}\cdot\left(v_O - v_S\right) = -0.46\,\text{V}}$

Esercizio 2

DATI: $R_L = 10\text{k}\Omega$

AO: $V_{CC} = 10\text{V},\ I_{OMAX} = 1.5\text{mA}$



Valori minimi di R_1 e R_2 tali che il circuito funzioni correttamente con un guadagno $A_V = 100$

Guadagno: $A_V = 1 + \dfrac{R_2}{R_1}$ $\qquad$ Quindi $R_2 = R_1\cdot\left(A_V - 1\right) = 99\cdot R_1$

Il minimo valore di R1 è determinato dalla massima corrente erogata dall'AO.
La corrente erogata dall'operazionale passa in parte sul carico e in parte sulla serie R_1+R_2.
La tensione di uscita dell'operazionale è limitata da V_{CC}.

Se $v_O = \left|V_{CC}\right|$, la corrente sul carico è: $I_L = \dfrac{\left|V_{CC}\right|}{R_L} = 1\cdot\text{mA}$ e rappresenta (in modulo) la massima corrente assorbita dal carico (cioè che l'operazionale eroga al carico)

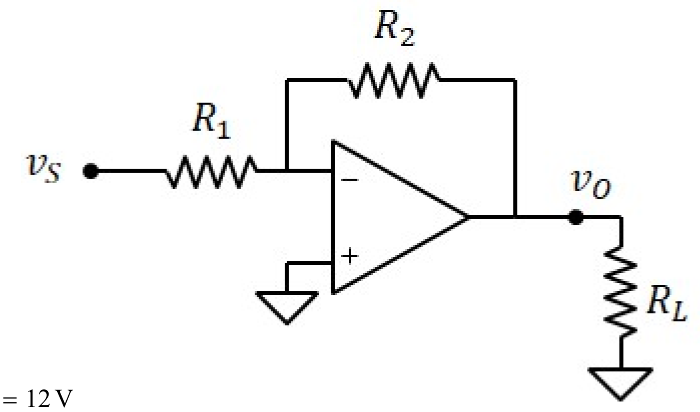
Sulla serie R_1+R_2 può passare al massimo una corrente: $I_R = I_{OMAX} - I_L = 0.5\cdot\text{mA}$

$R_1 + R_2 = R_1\cdot A_V = \dfrac{V_{CC}}{I_R}$ $\qquad \boxed{R_1 = \dfrac{V_{CC}}{I_R\cdot A_V} = 200\,\Omega}$ $\qquad \boxed{R_2 = R_1\cdot\left(A_V - 1\right) = 19.8\cdot\text{k}\Omega}$

Esercizio 3

DATI: $R_1 = 1k\Omega,\ R_2 = 8k\Omega$

AO: $V_{CC} = 12V,\ I_{OMAX} = 4mA$



1a) tensione di uscita e tensione v_N con $v_S = -0.1V$ **in assenza del carico R_L**

Guadagno: $A_v = \frac{-R_2}{R_1} = -8$

$v_O = A_V \cdot v_S = 0.8\,V$ inferiore a $V_{MAX} = V_{CC} = 12\,V$

$i_O = \frac{v_O}{R_2} = 0.1 \cdot mA$ inferiore a $I_{OMAX} = 4 \cdot mA$

Tensione di uscita: $\boxed{v_O = 0.8\,V}$ Tensione del terminale invertente: $\boxed{v_N = 0V}$

1b) tensione di uscita e tensione v_N con $v_S = -0.5V$ **in assenza del carico R_L**

$v_O = A_V \cdot v_S = 4\,V$ inferiore a $V_{MAX} = 12\,V$

$i_O = \frac{v_O}{R_2} = 0.5 \cdot mA$ inferiore a $I_{OMAX} = 4 \cdot mA$

Tensione di uscita: $\boxed{v_O = 4\,V}$ Tensione del terminale invertente: $\boxed{v_N = 0V}$

1c) tensione di uscita e tensione v_N con $v_S = -1V$ **in assenza del carico R_L**

$v_O = A_V \cdot v_S = 8\,V$ inferiore a $V_{MAX} = 12\,V$

$i_O = \frac{v_O}{R_2} = 1 \cdot mA$ inferiore a $I_{OMAX} = 4 \cdot mA$

Tensione di uscita: $\boxed{v_O = 8\,V}$ Tensione del terminale invertente: $\boxed{v_N = 0V}$

1d) tensione di uscita e tensione v_N con $v_S = -2V$ **in assenza del carico R_L**

$v_O = A_V \cdot v_S = 16\,V$ superiore a $V_{MAX} = 12\,V$ la tensione di uscita satura a: $v_O = V_{MAX}$

$i_O = \frac{v_O - v_S}{R_1 + R_2} = 1.556 \cdot mA$ inferiore a $I_{OMAX} = 4 \cdot mA$ (N.B. non vale il principio del cortocircuito virtuale)

Tensione di uscita: $\boxed{v_O = 12\,V}$

Tensione del terminale invertente: $\boxed{v_N = v_S + (v_O - v_S) \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = -0.44\,V}$

1e) tensione di uscita e tensione v_N con $v_S = 5V$ **in assenza del carico R_L**

$v_O = A_V \cdot v_S = -40\,V$ inferiore a $-V_{MAX} = -12\,V$ la tensione di uscita satura a: $v_O = -V_{MAX}$

$i_O = \frac{v_O - v_S}{R_1 + R_2} = -1.889 \cdot mA$ inferiore (in modulo) a $I_{OMAX} = 4 \cdot mA$ (N.B. non vale il principio del cortocircuito virtuale)

Tensione di uscita: $\boxed{v_O = -12\,V}$

Tensione del terminale invertente: $\boxed{v_N = v_S + (v_O - v_S) \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 3.11\,V}$

2a) tensione di uscita e tensione v_N con $v_S = -0.1V$ **con carico** $R_L = 2k\Omega$

$v_O = A_V \cdot v_S = 0.8\,V$ inferiore a $V_{MAX} = V_{CC} = 12\,V$

$i_O = \frac{v_O}{R_2} + \frac{v_O}{R_L} = 0.5 \cdot mA$ inferiore a $I_{OMAX} = 4 \cdot mA$

Tensione di uscita: $\boxed{v_O = 0.8\,V}$ Tensione del terminale invertente: $\boxed{v_N = 0V}$

2b) tensione di uscita e tensione v_N con $v_S = -0.5V$ **con carico** $R_L = 2k\Omega$

$v_O = A_V \cdot v_S = 4\,V$ inferiore a $V_{MAX} = V_{CC} = 12\,V$

$i_O = \frac{v_O}{R_2} + \frac{v_O}{R_L} = 2.5 \cdot mA$ inferiore a $I_{OMAX} = 4 \cdot mA$

Tensione di uscita: $\boxed{v_O = 4\,V}$ Tensione del terminale invertente: $\boxed{v_N = 0V}$

2c) tensione di uscita e tensione v_N con $v_S = -1V$ **con carico** $R_L = 2k\Omega$

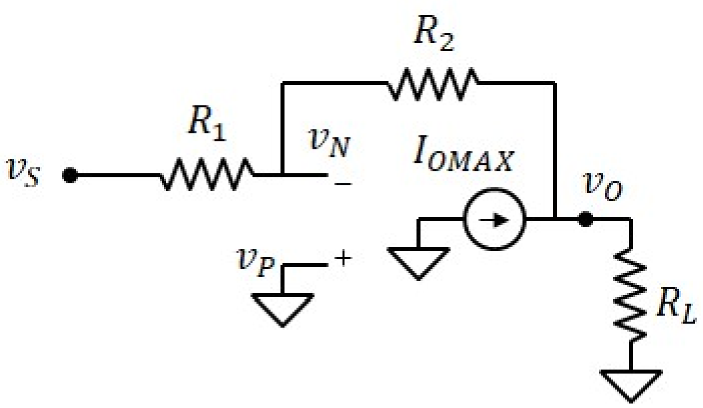
$v_O = A_V \cdot v_S = 8\,V$ inferiore a $V_{MAX} = V_{CC} = 12\,V$

$i_O = \frac{v_O}{R_2} + \frac{v_O}{R_L} = 5 \cdot mA$ superiore a $I_{OMAX} = 4 \cdot mA$ L'uscita dell'AO si comporta come un generatore di corrente e non vale il principio del cortocircuito virtuale

Legge di kirchhoff al nodo v_O:

$$I_{OMAX} = \frac{v_O}{R_L} + \frac{v_O - v_S}{R_2 + R_1}$$

$$v_O \cdot \left(\frac{1}{R_L} + \frac{1}{R_1 + R_2} \right) = I_{OMAX} + \frac{v_S}{R_1 + R_2}$$



$$v_O = \frac{\left(I_{OMAX} + \frac{v_S}{R_1 + R_2}\right)}{\left(\frac{1}{R_L} + \frac{1}{R_1 + R_2}\right)} = 6.364\,V \quad \text{inferiore a} \quad V_{MAX} = V_{CC} = 12\,V$$

Tensione di uscita: $\boxed{v_O = 6.36\,V}$

Tensione del terminale invertente: $\boxed{v_N = v_S + (v_O - v_S)\cdot\frac{R_1}{R_1 + R_2} = -0.18\,V}$

2d) tensione di uscita e tensione v_N con $v_S = -2V$ **con carico** $R_L = 2k\Omega$

$v_O = A_V \cdot v_S = 16\,V$ superiore a $V_{MAX} = V_{CC} = 12\,V$ la tensione di uscita satura a: $v_O = V_{MAX}$

$$i_O = \frac{v_O - v_S}{R_2 + R_1} + \frac{v_O}{R_L} = 7.556\cdot mA$$

$\frac{v_O - v_S}{R_2 + R_1} = 1.56\cdot mA$ attraverso R_1 in serie a R_2

$\frac{v_O}{R_L} = 6\cdot mA$ attravreso il carico

La corrente è superiore al valore massimo. Quindi l'uscita si comporta come un generatore di corrente (simile al caso precedente)

$$\boxed{v_O = \frac{\left(I_{OMAX} + \frac{v_S}{R_1 + R_2}\right)}{\left(\frac{1}{R_L} + \frac{1}{R_1 + R_2}\right)} = 6.182\,V} \qquad \boxed{v_N = v_S + (v_O - v_S)\cdot\frac{R_1}{R_1 + R_2} = -1.09\,V}$$

2e) tensione di uscita e tensione v_N con $v_S = 5V$ **con carico** $R_L = 2k\Omega$

$v_O = A_V \cdot v_S = -40\,V$ inferiore a $-V_{MAX} = -12\,V$ la tensione di uscita satura a: $v_O = -V_{MAX}$

$$i_O = \frac{v_O - v_S}{R_2 + R_1} + \frac{v_O}{R_L} = -7.89\cdot mA$$

$\frac{v_O - v_S}{R_2 + R_1} = -1.89\cdot mA$ attraverso R_1 in serie a R_2

$\frac{v_O}{R_L} = -6\cdot mA$ attravreso il carico

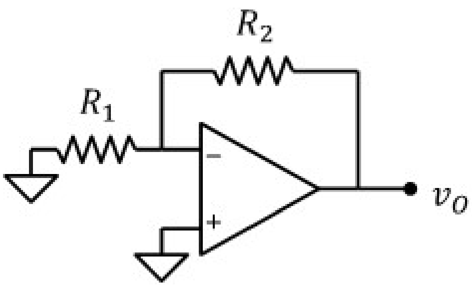
La corrente è superiore (in modulo) al valore massimo. Quindi l'uscita si comporta come un generatore di corrente come nel caso precedente, ma che eroga corrente negativa pari a $-I_{OMAX}$

$$\boxed{v_O = \frac{\left(-I_{OMAX} + \frac{v_S}{R_1 + R_2}\right)}{\left(\frac{1}{R_L} + \frac{1}{R_1 + R_2}\right)} = -5.64\,V} \qquad \boxed{v_N = v_S + (v_O - v_S)\cdot\frac{R_1}{R_1 + R_2} = 3.82\,V}$$

Esercizio 4

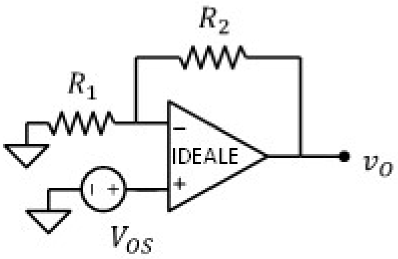
DATI: $R_1 = 1k\Omega,\ R_2 = 39k\Omega$

AO: $V_{OS} = 5mV$



Tensione di uscita

circuito equivalente con il generatore di offset:

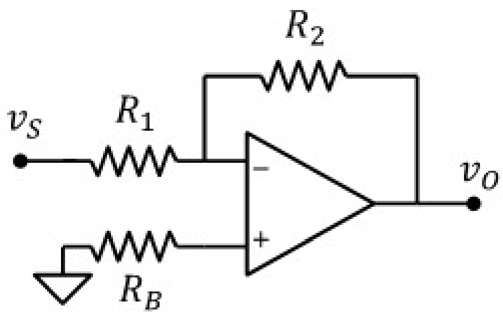


Configurazione non invertente: $\boxed{v_O = V_{OS} \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) = 200 \cdot mV}$

Esercizio 5

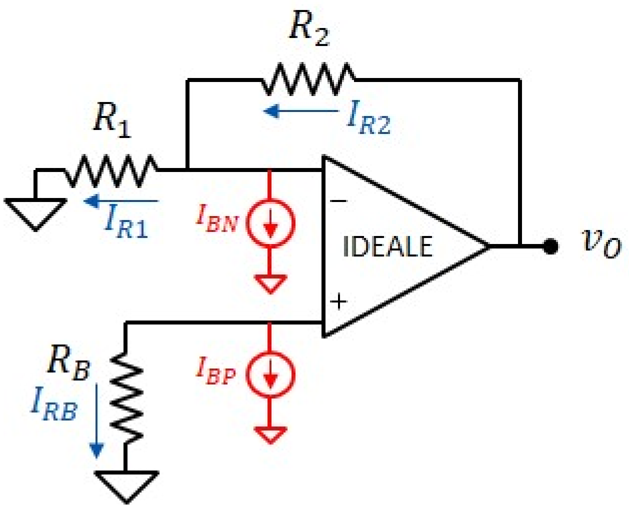
DATI: $R_1 = 1k\Omega$, $R_2 = 39k\Omega$, $R_B = 3k\Omega$

AO: $I_{BP} = 100nA$, $I_{OS} = 2nA$



1) Tensione di uscita con $v_S = 0V$

Circuito equivalente con corrente di bias:



Per definizione di corrente di offset:

$I_{BN} = I_{BP} - I_{OS} = 98 \cdot nA$

Usiamo la sovrapposizione degli effetti:

Applichiamo la sovrapposizione degli effetti:

Solo I_{BN} ($I_{BP} = 0$) $I_{RB} = 0$

Potenziale del terminale non invertente: $v_P = 0$

Potenziale del terminale invertente: $v_N = 0$

Corrente attraverso R_1: $I_{R1} = 0$

Corrente attraverso R_2: $I_{R2} = I_{BN} = 98 \cdot nA$

Tensione di uscita: $v_O = R_2 \cdot I_{BN} = 3.8 \cdot mV$

Solo I_{BP} ($I_{BN} = 0$) $I_{RB} = -I_{BP} = -100 \cdot nA$

Potenziale del terminale non invertente: $v_P = -R_B \cdot I_{BP} = -0.3 \cdot mV$

Operazionale inconfigurazione non invertente: $v_O = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot v_P = -12 \cdot mV$

Sommiamo gli effetti: $\boxed{v_O = R_2 \cdot I_{BN} - \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot R_B \cdot I_{BP} = -8.2 \cdot mV}$

2) Tensione di uscita con $v_S = 10mV$

Usiamo la sovrapposizione degli effetti:

anullando v_S e accendendo solo i generatori di offset e bias otteniamo: $v_O = -8.2 \cdot mV$

anullando I_{BP} e I_{BN} e accendendo solo v_S otteniamo: $v_O = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot v_S = 400 \cdot mV$

In totale abbiamo: $\boxed{v_O = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot v_S + \left[R_2 \cdot I_{BN} - \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot R_B \cdot I_{BP}\right] = 391.8 \cdot mV}$

3) Valore di R_B che riduce al minimo l'effetto della corrente di bias

$$R_2 = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot R_B$$

$$\boxed{R_B = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 975\,\Omega}$$

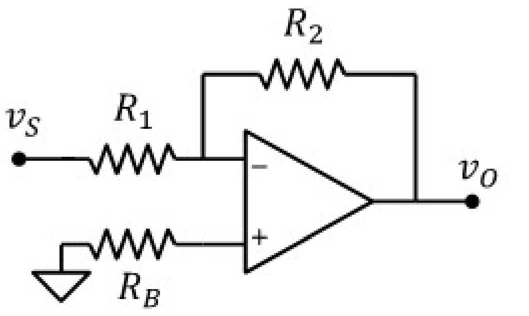
4) Tensione di uscita con il nuovo valore di R_B e $v_S = 0$

$$\boxed{v_O = -R_2 \cdot I_{OS} = -0.1 \cdot mV}$$

Esercizio 6

DATI: $R_1 = 100k\Omega,\ R_2 = 1M\Omega,\ R_B = 100k\Omega,\ v_S = 0V$

AO: $V_{OS} = -1mV,\ I_{BP} = 100nA,\ I_{BN} = 95nA$



1) Tensione di uscita con AO ideale

$$A_V = \frac{-R_2}{R_1} = -10 \qquad \boxed{v_O = A_V \cdot v_S = 0}$$

2) Tensione di uscita con le non idealità

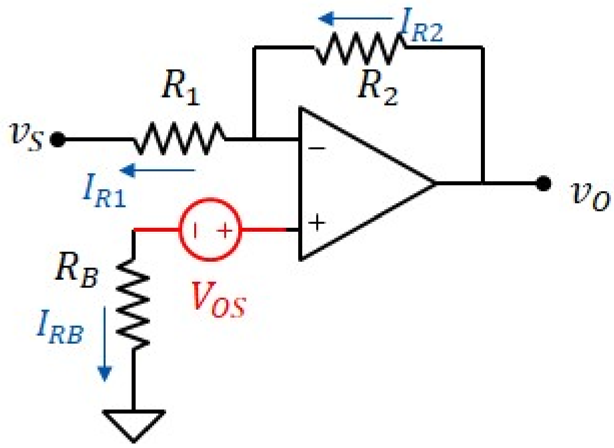
Usiamo la sovrapposizione degli effetti (con $v_S = 0$):

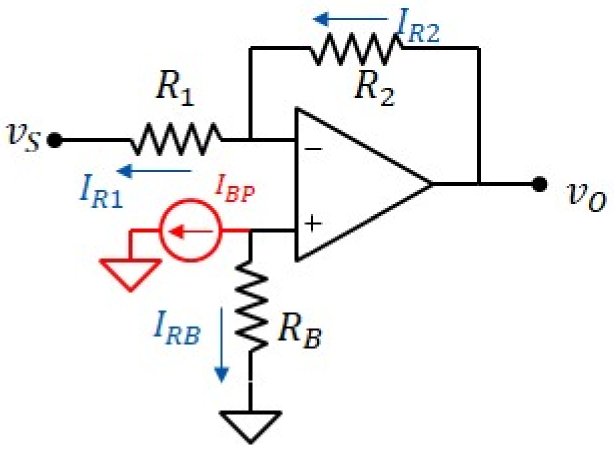
Generatore V_{OS}

per R_B non passa corrente. Quindi: $v_P = V_{OS}$

configurazione non invertente:

$$\boxed{v_O = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot V_{OS} = -11 \cdot mV}$$





Generatore I_{BP}

$I_{RB} = -I_{BP} \qquad v_P = -R_B \cdot I_{BP} = -10 \cdot mV$

configurazione non invertente:

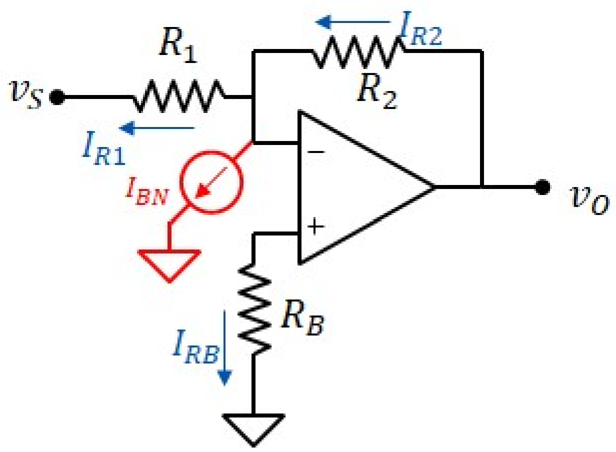
$$\boxed{v_O = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot \left(-R_B \cdot I_{BP}\right) = -110 \cdot mV}$$

Generatore I_{BN}

per R_B non passa corrente. Quindi: $v_P = v_N = 0$

per R_1 non passa corrente. Quindi: $I_{R2} = I_{BN}$

$$\boxed{v_O = R_2 \cdot I_{BN} = 95 \cdot mV}$$



Sommiamo gli effetti:

$$\boxed{v_O = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot V_{OS} + \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot \left(-R_B \cdot I_{BP}\right) + R_2 \cdot I_{BN} = -26 \cdot mV}$$

3) Valore di R_B che riduce al minimo l'effetto della corrente di bias

$$R_B = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 90.9 \cdot k\Omega$$

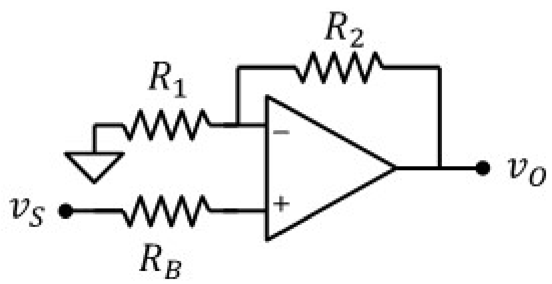
4) Tensione di uscita con il nuovo valore di R_B

$$v_O = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot V_{OS} + \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot \left(-R_B \cdot I_{BP}\right) + R_2 \cdot I_{BN} = -16 \cdot mV$$

Esercizio 7

DATI: $R_B = 10k\Omega,\ A_V = 100,\ v_S = 0V$

AO: $I_{BP} = 10nA,\ I_{BN} = 10nA$



1) Resistenze R_1 e R_2 in modo tale da ridurre l'effetto di I_{BIAS}

Configurazione non invertente: $A_V = 1 + \frac{R_2}{R_1}$ $\quad R_2 = (A_V - 1)\cdot R_1$

Il contributo della sola corrente di bias in uscita è:

$$v_O = -R_B\cdot I_{BP}\cdot\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) + R_2\cdot I_{BN}$$

Per annullarlo è necessario che: $\frac{R_1\cdot R_2}{R_1 + R_2} = R_B$

Uniamo le due condizioni:

$$\frac{R_1\cdot(A_V - 1)\cdot R_1}{R_1 + (A_V - 1)\cdot R_1} = \frac{(A_V - 1)\cdot R_1}{A_V} = R_B$$

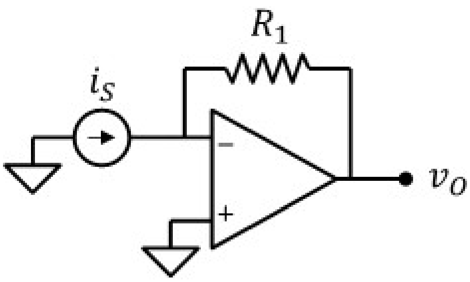
$$\boxed{R_1 = \frac{A_V}{A_V - 1}\cdot R_B = 10.1\cdot k\Omega} \qquad \boxed{R_2 = (A_V - 1)\cdot R_1 = 1\cdot M\Omega}$$

2) Tensione di uscita

$$\boxed{v_O = -R_B\cdot I_{BP}\cdot\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) + R_2\cdot I_{BN} = 0\,V}$$

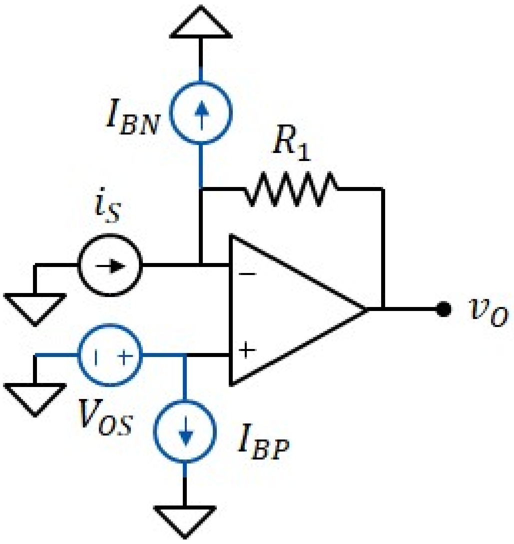
Esercizio 8

DATI: $R_1 = 100k\Omega$ $i_S = 20\mu A$, $V_{OS} = 5mV$, $I_{BP} = 150nA$, $I_{BN} = 120nA$



Tensione di uscita del circuito con AO reale

Modello equivalente dell'AO reale:

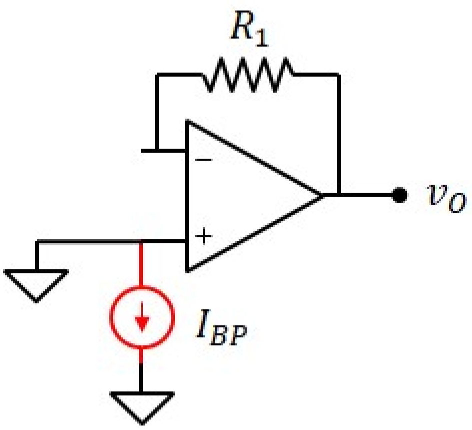


Applichiamo la sovrapposizione degli effetti:

Generatore di corrente i_S

$\boxed{v_{O0} = R_1 \cdot (-i_S) = -2 \cdot V}$

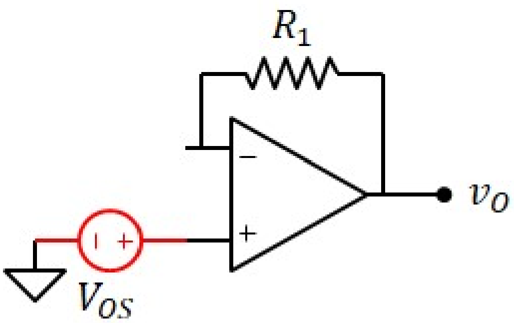
Generatore di tensione V_{OS}



$v_P = V_{OS}$ $\quad v_N = v_P = 5 \cdot mV$

$\boxed{v_{O1} = v_N = 5 \cdot mV}$

Generatore di corrente I_{BP}

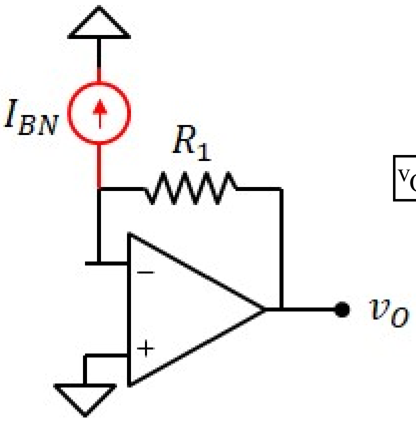


$v_P = 0$

$v_N = v_P$

$\boxed{v_{O2} = v_N = 0}$

Generatore di corrente I_{BN}



$\boxed{v_{O3} = R_1 \cdot I_{BN} = 12 \cdot mV}$

Effetto complessivo:

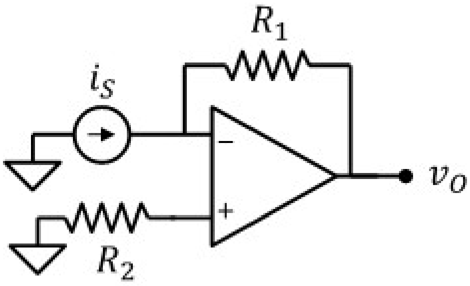
$\boxed{v_O = v_{O0} + v_{O1} + v_{O2} + v_{O3} = -1.983 \cdot V}$

Tensione di uscita del circuito con AO ideale

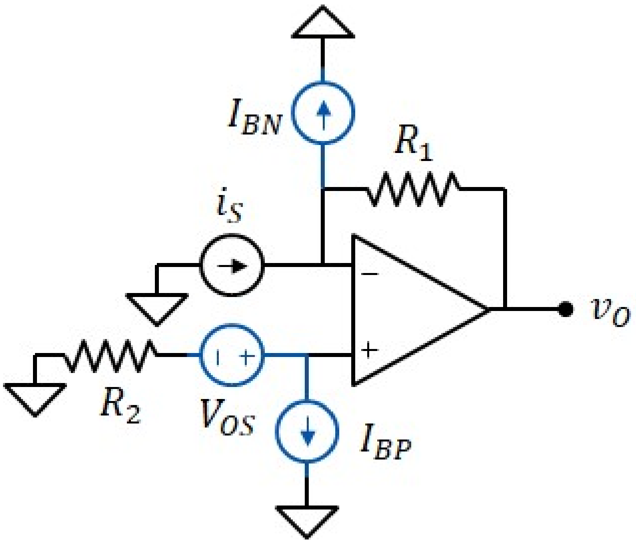
$\boxed{v_O = v_{O0} = -2 \cdot V}$

Esercizio 9

DATI: $R_1 = 200k\Omega$, $R_2 = 40k\Omega$, $i_S = 20\mu A$, $V_{OS} = -2mV$, $I_{BP} = 150nA$, $I_{BN} = 120nA$



1) Tensione di uscita del circuito con AO reale

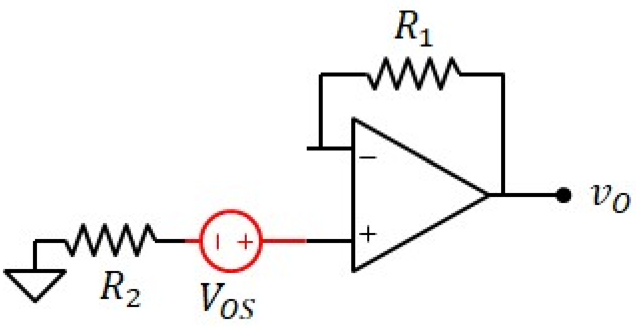


Applichiamo la sovrapposizione degli effetti:

Generatore di corrente i_S

$$\boxed{v_{O0} = R_1\cdot(-i_S) = -4\cdot V}$$

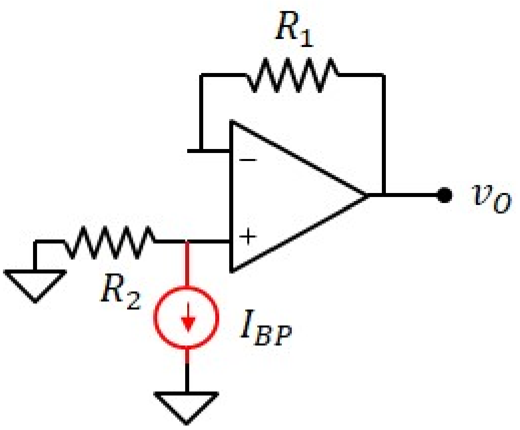
Generatore di tensione V_{OS}



Per R_2 non passa corrente

$$\boxed{v_{O1} = V_{OS} = -2\cdot mV}$$

Generatore di corrente I_{BP}

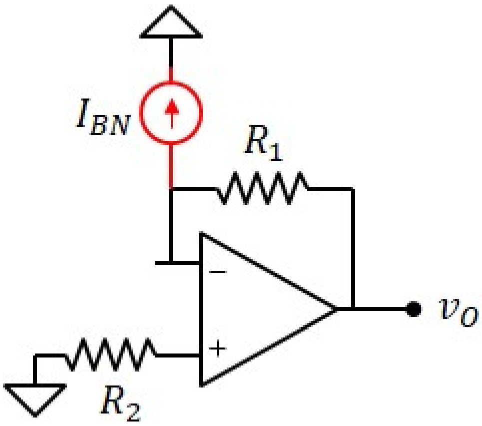


$$v_P = -R_2\cdot I_{BP} = -6\cdot mV$$

$$v_N = v_P$$

$$\boxed{v_{O2} = v_N = -6\cdot mV}$$

Generatore di corrente I_{BN}



$$v_{O3} = R_1 \cdot I_{BN} = 24 \cdot mV$$

Effetto complessivo:

$$v_O = v_{O0} + v_{O1} + v_{O2} + v_{O3} = -3.984 \cdot V$$

2) Valore di R_2 che annulla l'effetto delle correnti di bias

$$v_{O3} + v_{O2} = 0$$

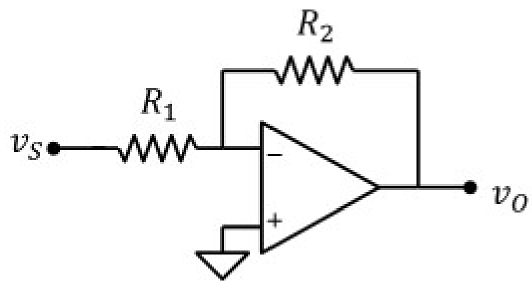
$$R_1 \cdot I_{BN} - R_2 \cdot I_{BP} = 0$$

$$R_2 = R_1 \cdot \frac{I_{BN}}{I_{BP}} = 160 \cdot k\Omega$$

Esercizio 10

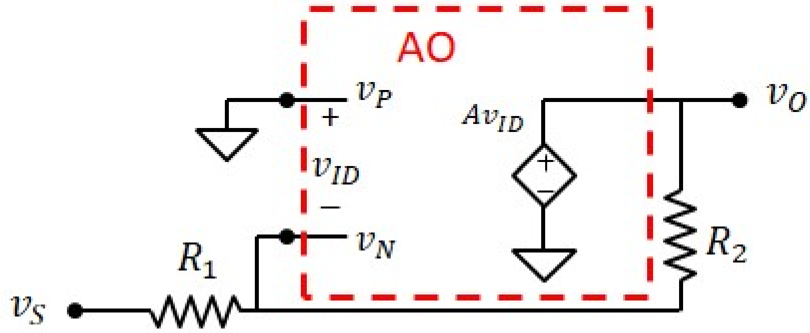
DATI: $R_1 = 1k\Omega$, $R_2 = 220k\Omega$, $v_S = 10mV$

AO: $A = 10^4$



Tensione di uscita del circuito

Attenzione: se A è finito non vale il principio del cortocircuito virtuale. Usiamo il seguente schema equivalente per l'AO:



Interrompiamo la catena di retroazione al nodo v_N e calcoliamo v_O e v_N

$$v_O = A\cdot(v_P - v_N) = -A\,v_N$$

$$v_N = v_S + (v_O - v_S)\cdot\frac{R_1}{R_2 + R_1} = \frac{R_2}{R_2 + R_1}\cdot v_S + v_O\cdot\frac{R_1}{R_2 + R_1}$$

Uniamo le due relazioni: $$v_O = -A\cdot\left(\frac{R_2}{R_2 + R_1}\cdot v_S + v_O\cdot\frac{R_1}{R_2 + R_1}\right)$$

$$v_O + A\cdot\frac{R_1}{R_2 + R_1}\cdot v_O = -A\cdot\frac{R_2}{R_2 + R_1}\cdot v_S$$

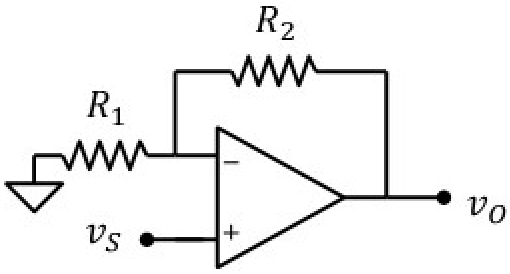
$$\boxed{v_O = \frac{-A\cdot\dfrac{R_2}{R_2 + R_1}}{1 + A\cdot\dfrac{R_1}{R_2 + R_1}}\cdot v_S = -2.15\,\mathrm{V}}$$

idealmente (se A tende a infinito): $$\boxed{v_O = -\frac{R_2}{R_1}\cdot v_S = -2.2\,\mathrm{V}}$$

Esercizio 11

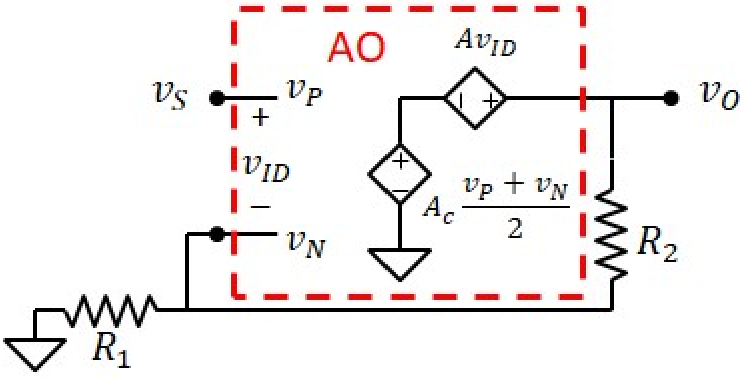
DATI: $R_1 = 1k\Omega$, $R_2 = 220k\Omega$, $v_S = 10mV$

AO: $A = 10^4$, $CMRR = 100$



tensione di uscita del circuito

Attenzione: se A è finito non vale il principio del cortocircuito virtuale. Usiamo il seguente schema equivalente per l'AO:



Interrompiamo la catena di retroazione al nodo v_N e calcoliamo v_O e v_N

$$v_O = A \cdot (v_P - v_N) = A \cdot v_S - A \cdot v_N$$

$$v_N = v_O \cdot \frac{R_1}{R_2 + R_1}$$

$$v_O = A \cdot v_S - A \cdot v_O \cdot \frac{R_1}{R_2 + R_1}$$

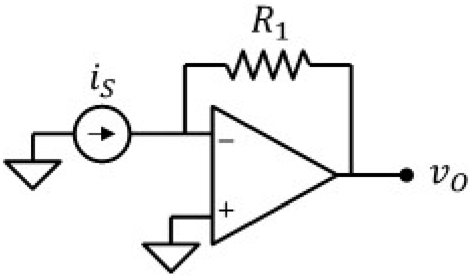
$$\left(1 + \frac{R_1}{R_2 + R_1} \cdot A\right) \cdot v_O = v_S \cdot A$$

$$\boxed{v_O = \frac{A}{1 + \dfrac{R_1}{R_2 + R_1} \cdot A} \cdot v_S = 2.16\,V}$$

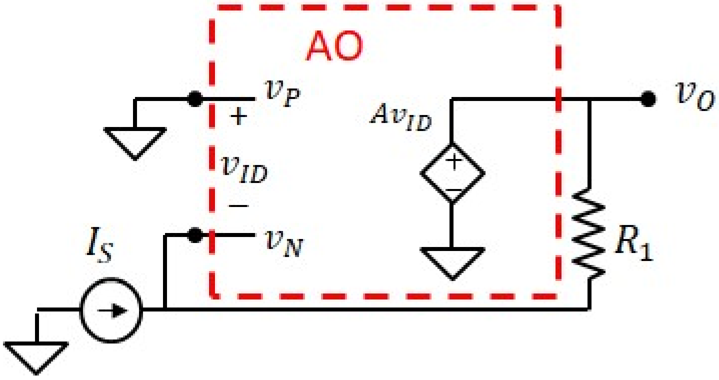
Idealmente (se A tende a infinito): $$\boxed{v_O = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot v_S = 2.21\,V}$$

Esercizio 12

DATI: $R_1 = 10k\Omega$, $i_S = 0.5mA$, $A = 10^3$



Tensione di uscita e guadagno di transresistenza con AO reale



$$v_O = A\cdot(v_P - v_N)$$

$$v_N - R_1\cdot i_S = -A\cdot v_N$$

$$v_N\cdot(1 + A) = R_1\cdot i_S \qquad v_N = \frac{R_1\cdot i_S}{1 + A} = 4.995\cdot mV$$

$$v_O = A\cdot(v_P - v_N) = -A\cdot\frac{R_1\cdot i_S}{1 + A}$$

Guadagno di transresistenza: $\boxed{R_m = \frac{-A\cdot R_1}{1 + A} = -9.99\cdot k\Omega}$

$$\boxed{v_O = R_m\cdot i_S = -4.995\,V}$$

Tensione di uscita e guadagno di transresistenza con AO ideale

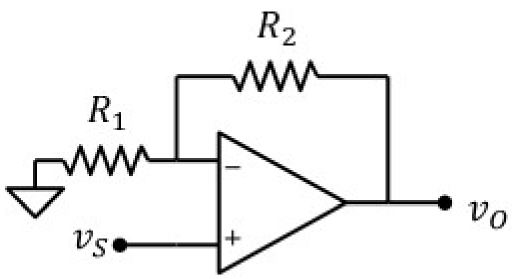
$$\boxed{v_O = -R_1\cdot i_S = -5\,V}$$

$$\boxed{R_m = -R_1 = -10\cdot k\Omega}$$

Esercizio 13

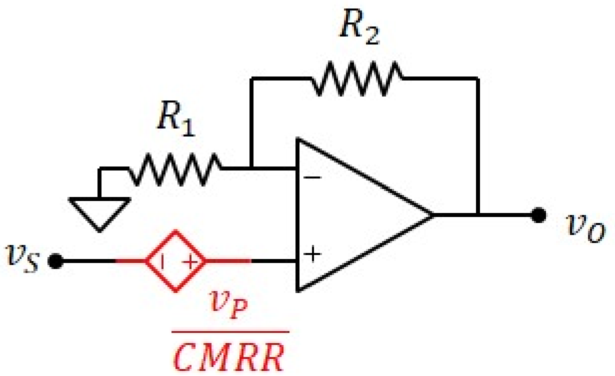
DATI: $R_1 = 1k\Omega$, $R_2 = 99k\Omega$, $v_S = 50mV$

AO: $CMRR = 100$



tensione di uscita del circuito

Il CMRR equivgale a un generatore pilotato in serie al terminale non invertente



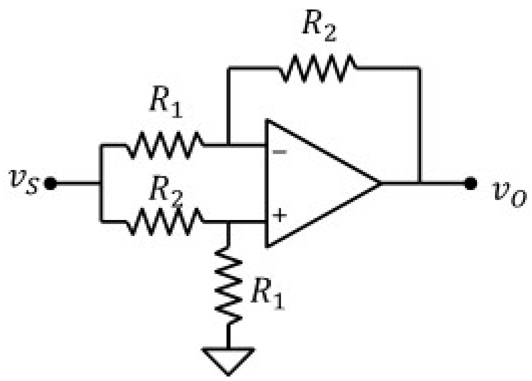
Potenziale del terminale non invertente: $v_P = v_S$

Configurazione non invertente: $\boxed{v_O = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\cdot\left(v_S + \frac{v_S}{CMRR}\right) = 5.05\ V}$

Se CMRR fosse infinito: $\boxed{v_O = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\cdot v_S = 5\ V}$

Esercizio 14

DATI: $R_1 = 1k\Omega$, $R_2 = 9k\Omega$, $v_S = 0.5V$
AO: $CMRR = 100$



tensione di uscita del circuito

Tensione di uscita nel caso ideale
(configurazione differenziale con $v_1=v_2=v_S$):

$$v_O = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\cdot\frac{R_1}{R_1 + R_2}\cdot v_S - \frac{R_2}{R_1}\cdot v_S$$

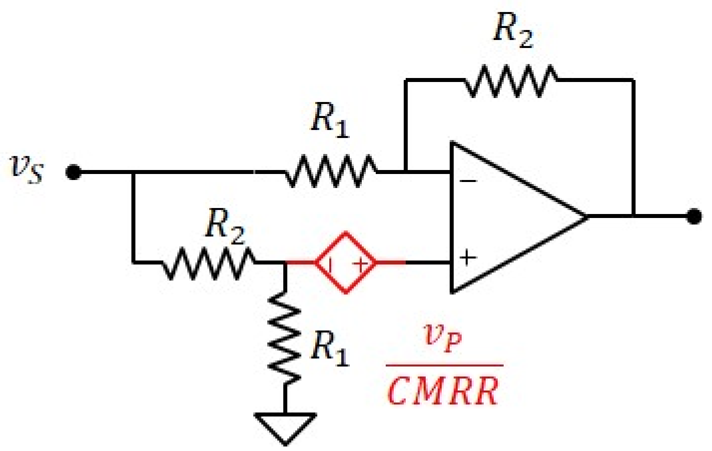
$$\boxed{v_O = \left(1 - \frac{R_2}{R_1}\right)\cdot v_S = -4\ V}$$

Aggiungiamo il generatore pilotato per tenere conto del CMRR:

Potenziale del terminale non invertente: $v_P = v_S\cdot\frac{R_1}{R_1 + R_2} = 0.05\ V$

$$v_O = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\cdot\left(v_P + \frac{v_P}{CMRR}\right) - \frac{R_2}{R_1}\cdot v_S = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\cdot v_S\cdot\frac{R_1}{R_1 + R_2}\cdot\left(1 + \frac{1}{CMRR}\right) - \frac{R_2}{R_1}\cdot v_S$$

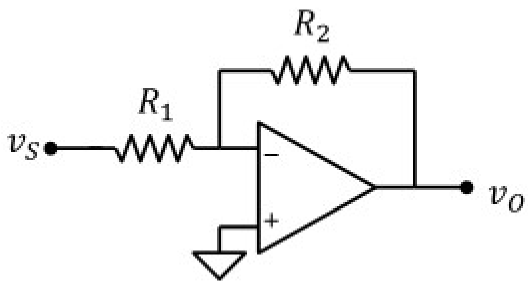
$$\boxed{v_O = \left(1 + \frac{1}{CMRR} - \frac{R_2}{R_1}\right)\cdot v_S = -3.995\ V}$$



Esercizio 15

DATI: $R_1 = 1k\Omega$, $R_2 = 10k\Omega$

AO: $V_{CC} = 20V$, $V_{OS} = 0.1V$



1) Tensione di uscita con $v_S = 1V$

Contributo della tensione di offset:
(con $v_S = 0$)

$$v_O = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot V_{OS} = 1.1\,V$$

Contributo del segnale:
(generatore $V_{OS} = 0$)

$$v_O = -\frac{R_2}{R_1} \cdot v_S = -10\,V$$

Uniamo i due effetti:

$$\boxed{v_O = -\frac{R_2}{R_1} \cdot v_S + \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot V_{OS} = -8.9\,V}$$

$$-V_{CC} < v_O < V_{CC}$$

2) Tensione di uscita con $v_S = 2V$

$$\boxed{v_O = -\frac{R_2}{R_1} \cdot v_S + \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot V_{OS} = -18.9\,V}$$

$-V_{CC} < v_O < V_{CC}$ OK

3) Tensione di uscita con $v_S = -2V$

$$v_O = -\frac{R_2}{R_1} \cdot v_S + \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot V_{OS} = 21.1\,V$$

$v_O > V_{CC}$ quindi: $\boxed{v_O = V_{CC} = 20\,V}$

Non vale più il principio del cortocircuito virtuale, quindi:

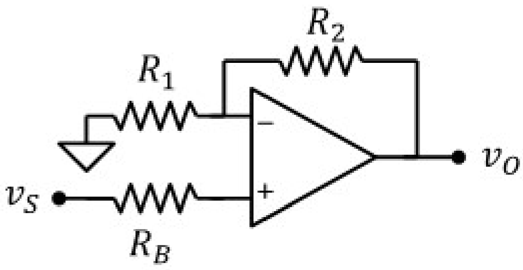
$$v_N = v_S + \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot (v_O - v_S) = 0\,V$$

$$v_P = V_{OS} = 0.1\,V$$

Esercizio 16

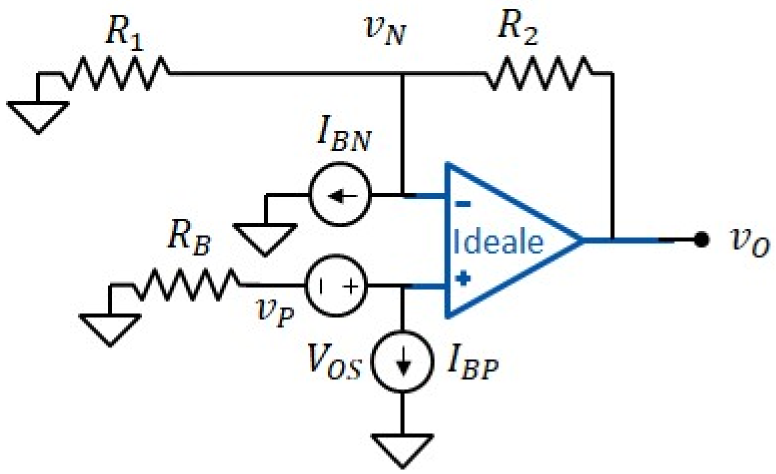
DATI: $R_B = 50k\Omega,\ R_1 = 10k\Omega,\ R_2 = 90k\Omega\ \ v_S = 0V$

AO: $I_{BP} = 100nA,\ I_{BN} = 100nA,\ V_{OS} = 1mV$



1. Tensione di uscita con $v_s = 0$

Configurazione non invertente: $A_V = 1 + \dfrac{R_2}{R_1} = 10$



Usiamo la sovrapposizione degli effetti:

1) solo tensione di offset

$$v_{O1} = V_{OS} \cdot A_V = 10 \cdot mV$$

2) solo corrente I_{BP}

$$v_P = 0 - R_B \cdot I_{BP} = -5 \cdot mV \qquad v_{O2} = A_V \cdot \left(-R_B \cdot I_{BP}\right) = -50 \cdot mV$$

3) solo corrente I_{BN}

$$v_{O3} = R_2 \cdot I_{BN} = 9 \cdot mV$$

$$\boxed{v_O = v_{O1} + v_{O2} + v_{O3} = -31 \cdot mV}$$

2. Quanto deve valere v_s per ottenere $v_o = 0$

Contributo della sola tensione v_s:

$$v_P = v_S$$

$$v_{O4} = v_S \cdot A_V$$

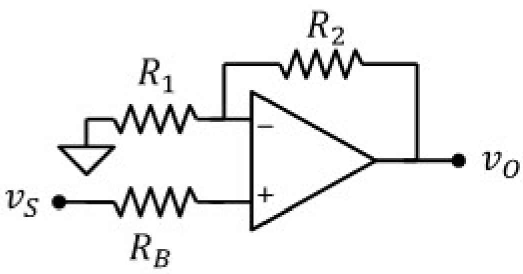
$$v_{O4} + v_{O1} + v_{O2} + v_{O3} = 0 \qquad v_S \cdot A_V + v_{O1} + v_{O2} + v_{O3} = 0$$

$$\boxed{v_S = \frac{-\left(v_{O1} + v_{O2} + v_{O3}\right)}{A_V} = 3.1 \cdot mV}$$

Esercizio 17

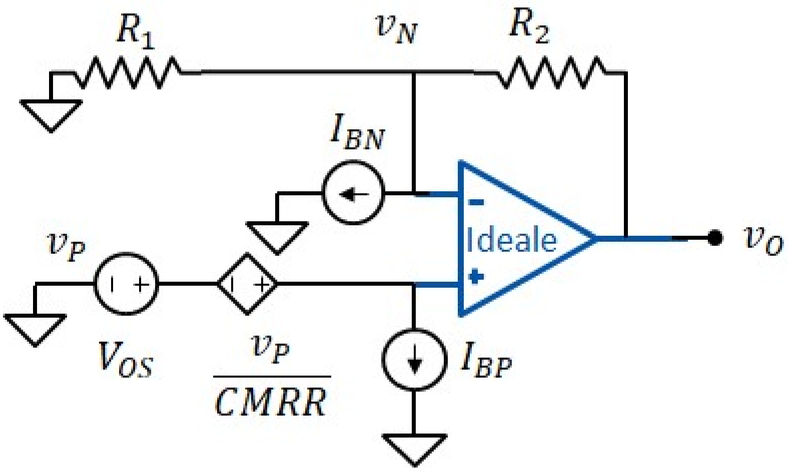
DATI: $R_1 = 10k\Omega$, $R_2 = 10k\Omega$

AO: $I_{BP} = 100nA$, $I_{BN} = 100nA$, $V_{OS} = 2mV$, $CMRR = 40$



1. Tensione di uscita con $v_S = 0$ **e** $R_B = 0$

Configurazione non invertente: $A_v = 1 + \dfrac{R_2}{R_1} = 2$



Usiamo la sovrapposizione degli effetti:

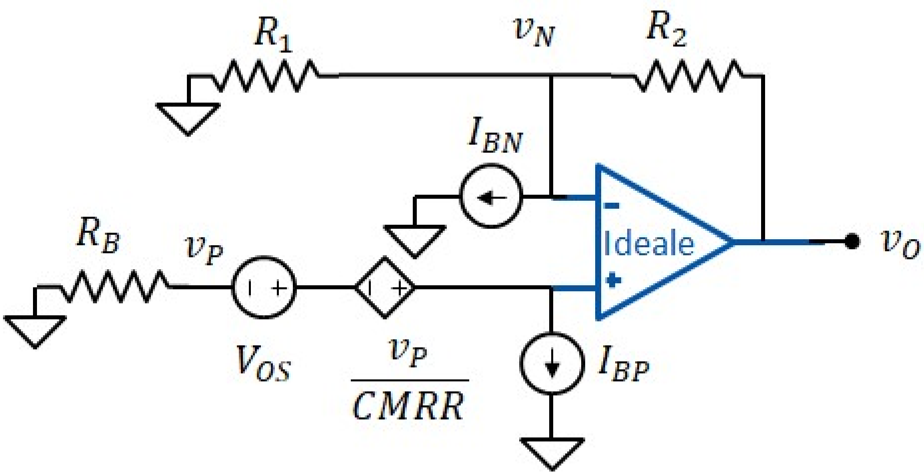
1) solo tensione di offset $\qquad v_{O1} = V_{OS} \cdot A_v = 4 \cdot mV$

2) solo corrente I_{BP} $\qquad v_P = 0 \qquad v_{O2} = A_v \cdot v_P = 0 \cdot mV$

3) solo corrente I_{BN} $\qquad v_{O3} = R_2 \cdot I_{BN} = 1 \cdot mV$

$$\boxed{v_O = v_{O1} + v_{O2} + v_{O3} = 5 \cdot mV}$$

2. Tensione di uscita con v_s = 0 e $R_B = 10k\Omega$



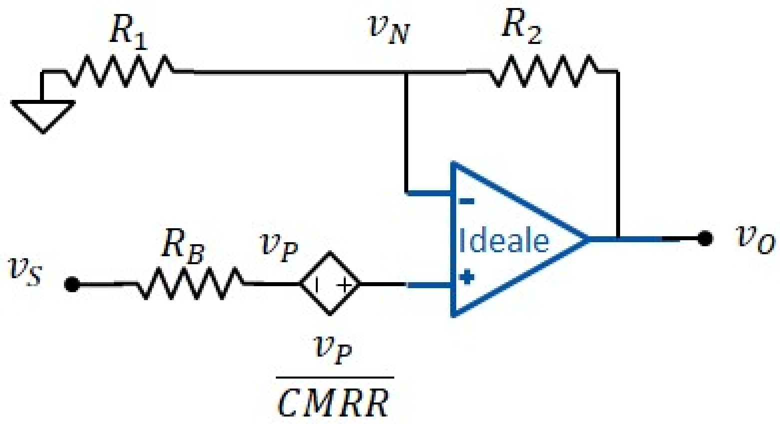
1) solo tensione di offset $\qquad v_{O1} = V_{OS} \cdot A_v = 4 \cdot mV$

2) solo corrente I_{BP} $\qquad v_P = -R_B \cdot I_{BP} = -1 \cdot mV \qquad v_{O2} = A_v \cdot \left(\dfrac{v_P}{CMRR} + v_P \right) = -2.05 \cdot mV$

3) solo corrente I_{BN} $\qquad v_{O3} = R_2 \cdot I_{BN} = 1 \cdot mV$

$$\boxed{v_O = v_{O1} + v_{O2} + v_{O3} = 2.95 \cdot mV}$$

3.Quanto deve valere v_s per ottenere $v_o = 0$



Contributo della sola tensione v_s:

$$v_P = v_S$$

$$v_{O4} = \left(v_P + \frac{v_P}{CMRR}\right)\cdot A_v = v_S\cdot\left(1 + \frac{1}{CMRR}\right)\cdot A_v$$

$$v_{O4} + v_{O1} + v_{O2} + v_{O3} = 0 \qquad v_S\cdot A_v + v_{O1} + v_{O2} + v_{O3} = 0$$

$$\boxed{v_S = \frac{-(v_{O1} + v_{O2} + v_{O3})}{A_v\cdot\left(1 + \frac{1}{CMRR}\right)} = -1.44\cdot mV}$$

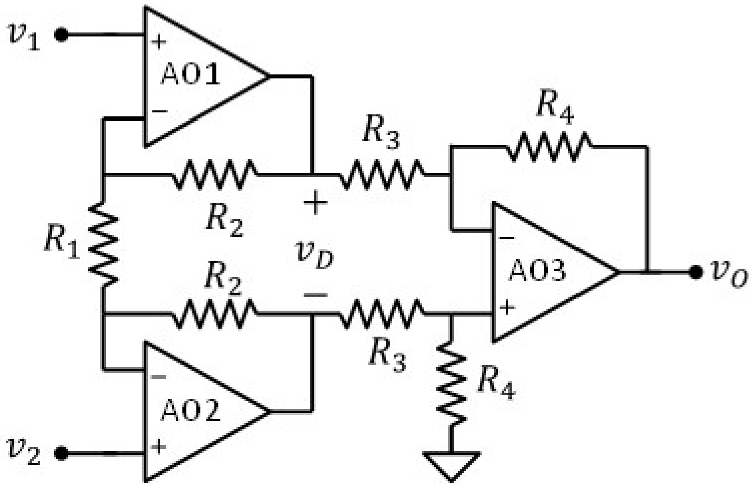
Esercizio 18

DATI:

$R_1 = 2k\Omega,\ R_2 = 49k\Omega$

$R_3 = 5k\Omega,\ R_4 = 10k\Omega$

$v_1 = 2V,\ v_2 = 2.1V$



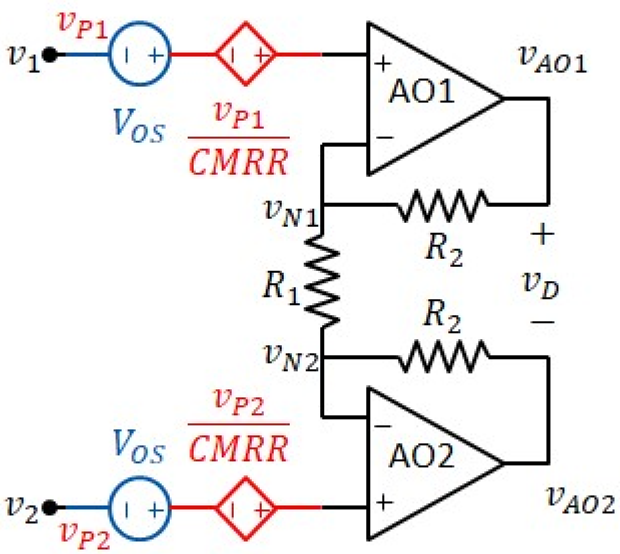
1) tensioni v_O e v_D con AO ideali

$$\boxed{v_D = \frac{v_1 - v_2}{R_1}\cdot\left(R_1 + 2R_2\right) = -5\ V}$$

$$\boxed{v_O = \frac{R_4}{R_3}\cdot\left(-v_D\right) = 10\ V}$$

2) tensioni v_O e v_D assumendo che tutti gli AO abbiano: $V_{OS} = 5mV,\ CMRR = 100$

Primo stadio



$$v_{N1} = v_1 + V_{OS} + \frac{v_1}{CMRR} = 2.025\,V$$

$$v_{N2} = v_2 + V_{OS} + \frac{v_2}{CMRR} = 2.126\,V$$

Tensione ai capi di R_1: $V_{R1} = v_{N1} - v_{N2}$

$$V_{R1} = \left(v_1 - v_2\right)\cdot\left(1 + \frac{1}{CMRR}\right) = -0.101\,V$$

Tensione di uscita di AO1:

$$v_{AO1} = v_{N1} + \frac{V_{R1}}{R_1}\cdot R_2 = -0.45\,V$$

Tensione di uscita di AO2:

$$v_{AO2} = v_{N2} - \frac{V_{R1}}{R_1}\cdot R_2 = 4.601\,V$$

Tensione v_D: $v_D = v_{AO1} - v_{AO2} = -5.05\,V$

$$\boxed{V_D = \left(v_1 - v_2\right)\cdot\left(1 + \frac{1}{CMRR}\right)\cdot\left(1 + \frac{2\cdot R_2}{R_1}\right) = -5.05\,V}$$

Procedimento alternativo: usiamo la sovrapposizione degli effetti applicando:

1) solo i generatori V_{OS}

2) solo un segnale di modo comune $v_{iC} = \dfrac{v_1 + v_2}{2} = 2.05V$

3) solo un segnale di modo differenziale: $v_{iD} = v_1 - v_2 = -0.1V$ $\left(v_1 = \dfrac{v_{iD}}{2} = -0.05V\right.$ e $v_2 = \dfrac{-v_{iD}}{2}$

1) Generatori V_{OS}.

$v_{P1} = 0$ $\quad v_{N1} = V_{OS} = 5\cdot mV$ $\quad v_{AO1\_1} = v_{N1}$ $\quad \boxed{v_{AO1\_1} = V_{OS} = 5\cdot mV}$

$v_{P2} = 0$ $\quad v_{N2} = V_{OS} = 5\cdot mV$ $\quad v_{AO2\_1} = v_{N2}$ $\quad \boxed{v_{AO1\_2} = V_{OS} = 5\cdot mV}$

Tensione di modo comune e differenziale (parziali): $\boxed{v_{C1} = V_{OS} = 5\cdot mV}$ $\quad \boxed{v_{D1} = 0}$

2) Generatore di modo comune:

$$v_{P1} = v_{iC} = 2.05\,V \qquad v_{N1} = v_{iC} + \frac{v_{P1}}{CMRR} = 2.071\cdot V$$

$$v_{P2} = v_{iC} = 2.05\,V \qquad v_{N2} = v_{iC} + \frac{v_{P2}}{CMRR} = 2.071\cdot V$$

$$v_{AO1\_2} = v_{N1} + (v_{N1} - v_{N2})\cdot\frac{R_2}{R_1} \qquad v_{AO2\_2} = v_{N2} - (v_{N1} - v_{N2})\cdot\frac{R_2}{R_1}$$

$$\boxed{v_{AO1\_2} = v_{iC}\cdot\left(1 + \frac{1}{CMRR}\right) = 2.071\cdot V} \qquad \boxed{v_{AO2\_2} = v_{iC}\cdot\left(1 + \frac{1}{CMRR}\right) = 2.071\cdot V}$$

Tensione di modo comune e differenziale (parziali): $\boxed{v_{C2} = \left(1 + \frac{1}{CMRR}\right)\cdot v_{iC} = 2.071\,V}$ $\boxed{v_{D2} = 0}$

3) Generatore di modo differenziale:

$$v_{P1} = \frac{v_{iD}}{2} = -0.05\,V \qquad v_{N1} = \frac{v_{iD}}{2} + \frac{v_{P1}}{CMRR} \qquad v_{N1} = \frac{v_{iD}}{2}\cdot\left(1 + \frac{1}{CMRR}\right) = -0.051\cdot V$$

$$v_{P2} = -\frac{v_{iD}}{2} = 0.05\,V \qquad v_{N2} = -\frac{v_{iD}}{2} + \frac{v_{P2}}{CMRR} \qquad v_{N2} = -\frac{v_{iD}}{2}\cdot\left(1 + \frac{1}{CMRR}\right) = 0.051\cdot V$$

$$v_{AO1\_3} = v_{N1} + (v_{N1} - v_{N2})\cdot\frac{R_2}{R_1} = -2.525\cdot V \qquad v_{AO2\_3} = v_{N2} - (v_{N1} - v_{N2})\cdot\frac{R_2}{R_1} = 2.525\cdot V$$

$$\boxed{v_{AO1\_3} = \frac{v_{iD}}{2}\cdot\left(1 + \frac{1}{CMRR}\right)\cdot\left(1 + 2\cdot\frac{R_2}{R_1}\right) = -2.525\cdot V} \qquad \boxed{v_{AO2\_3} = -\frac{v_{iD}}{2}\cdot\left(1 + \frac{1}{CMRR}\right)\cdot\left(1 + 2\cdot\frac{R_2}{R_1}\right) = 2.525\cdot V}$$

Tensione di modo comune e differenziale (parziali): $\boxed{v_{C3} = 0}$ $\boxed{v_{D3} = v_{iD}\cdot\left(1 + \frac{1}{CMRR}\right)\cdot\left(1 + 2\cdot\frac{R_2}{R_1}\right) = -5.05\,V}$

Uniamo i tre effetti:

$$v_{AO1} = V_{OS} + v_{iC}\cdot\left(1 + \frac{1}{CMRR}\right) + \frac{v_{iD}}{2}\cdot\left(1 + \frac{1}{CMRR}\right)\cdot\left(1 + 2\cdot\frac{R_2}{R_1}\right) = -0.45\,V$$

$$v_{AO2} = V_{OS} + v_{iC}\cdot\left(1 + \frac{1}{CMRR}\right) - \frac{v_{iD}}{2}\cdot\left(1 + \frac{1}{CMRR}\right)\cdot\left(1 + 2\cdot\frac{R_2}{R_1}\right) = 4.601\,V$$

$$\boxed{v_D = v_{AO1} - v_{AO2} = -5.05\,V}$$

Tensione di modo comune e differenziale (parziali):

$$v_C = V_{OS} + v_{iC}\cdot\left(1 + \frac{1}{CMRR}\right) = 2.075\,V \qquad \boxed{v_D = v_{iD}\cdot\left(1 + \frac{1}{CMRR}\right)\cdot\left(1 + \frac{2\cdot R_2}{R_1}\right) = -5.05\,V}$$

N.B. Nella trattazione fatta nelle slide abbiamo usato l'approssimazione: $1 + \frac{1}{CMRR} = 1$ assumendo CMRR>>1.

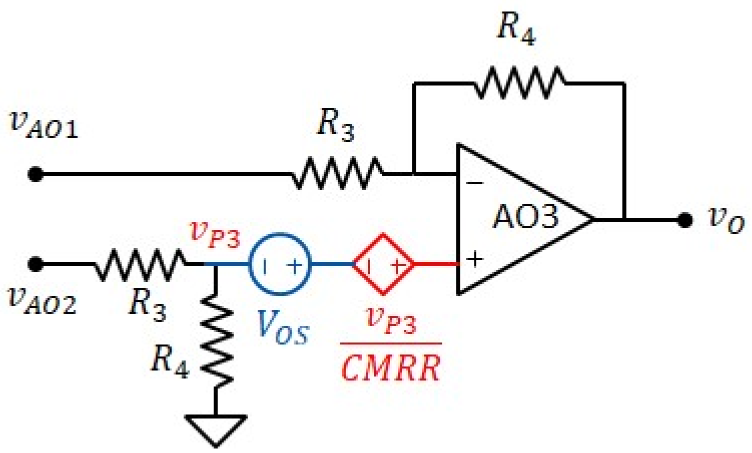
Con questa approssimazione si ottiene:

$$v_C = V_{OS} + v_{iC} = 2.055\,V \qquad v_D = v_{iD}\cdot\left(1 + \frac{2\cdot R_2}{R_1}\right) = -5\,V$$

Gli errori commesso nell'approssimazione sono:

$$\frac{2.075 - 2.055}{2.075} = 0.964\cdot\% \qquad \frac{5.05 - 5}{5.04} = 0.992\cdot\%$$

Secondo stadio



Usiamo la sovrapposizione degli effetti:

Generatore V_{OS} $\quad v_{P3} = 0 \quad v_{O1} = V_{OS}\cdot\left(1+\frac{R_4}{R_3}\right) = 0.015\,V$

Generatore v_{AO1} $\quad v_{P3} = 0 \quad V_{O2} = \frac{-R_4}{R_3}\cdot v_{AO1} = 0.899\,V$

Generatore v_{AO2} $\quad v_{P3} = v_{AO2}\cdot\frac{R_4}{R_3+R_4} \quad v_{O3} = v_{AO2}\cdot\frac{R_4}{R_3+R_4}\cdot\left(1+\frac{1}{CMRR}\right)\cdot\left(1+\frac{R_4}{R_3}\right)$

$$v_{O3} = v_{AO2}\cdot\frac{R_4}{R_3}\cdot\left(1+\frac{1}{CMRR}\right) = 9.293\,V$$

$$v_O = v_{AO2}\cdot\frac{R_4}{R_3}\cdot\left(1+\frac{1}{CMRR}\right) - \frac{R_4}{R_3}\cdot v_{AO1} + V_{OS}\cdot\left(1+\frac{R_4}{R_3}\right)$$

$$\boxed{v_O = \frac{R_4}{R_3}\cdot\left(v_{AO2}-v_{AO1}\right) + v_{AO2}\cdot\frac{R_4}{R_3}\cdot\frac{1}{CMRR} + V_{OS}\cdot\left(1+\frac{R_4}{R_3}\right) = 10.20701\,V} \qquad v_{AO2}\cdot\frac{R_4}{R_3}\cdot\frac{1}{CMRR} = 92.01\cdot mV$$

Procedimento alternativo:
Sovrapponiamo i seguenti effetti:
1) $V_{OS} = 5\cdot mV$,

2) modo comune: $v_C = V_{OS} + v_{iC}\cdot\left(1+\frac{1}{CMRR}\right) = 2.075V$

3) modo differenziale: $v_D = v_{iD}\cdot\left(1+\frac{1}{CMRR}\right)\cdot\left(1+\frac{2\cdot R_2}{R_1}\right) = -5.05V$

1) generatore V_{OS}

$$v_{P3} = 0 \qquad v_{O1} = V_{OS}\cdot\left(1+\frac{R_4}{R_3}\right) = 15\cdot mV$$

2) generatore di modo comune

$$v_{P3} = v_C\cdot\frac{R_4}{R_3+R_4} = 1.384\,V \qquad v_{N3} = v_{P3}\cdot\left(1+\frac{1}{CMRR}\right) = 1.398\,V \qquad I_{R3} = \frac{v_{N3}-v_C}{R_3}$$

$$v_{O2} = v_{N3} + I_{R3}\cdot R_4 = \left(1+\frac{R_4}{R_3}\right)\cdot v_{N3} - \frac{R_4}{R_3}\cdot v_C = v_C\cdot\frac{R_4}{R_3}\cdot\frac{1}{CMRR} \qquad v_{O2} = v_C\cdot\frac{R_4}{R_3}\cdot\frac{1}{CMRR} = 41.51\cdot mV$$

3) generatore di modo differenziale

$$v_{P3} = -\frac{v_D}{2}\cdot\frac{R_4}{R_3+R_4} = 1.683\,V \qquad v_{N3} = -\frac{v_D}{2}\cdot\frac{R_4}{R_3+R_4}\cdot\left(1+\frac{1}{CMRR}\right) = 1.7\,V$$

$$I_{R3} = \frac{-\frac{v_D}{2}\cdot\frac{R_4}{R_3+R_4}\cdot\left(1+\frac{1}{CMRR}\right)-\frac{v_D}{2}}{R_3} = -\frac{v_D}{2}\cdot\frac{1+\frac{R_4}{R_3+R_4}\cdot\left(1+\frac{1}{CMRR}\right)}{R_3}$$

$$v_{O3} = v_{N3} + I_{R3}\cdot R_4 = -v_D\cdot\frac{R_4}{R_3}\cdot\left(1+\frac{1}{2\cdot CMRR}\right) \qquad v_{O3} = -v_D\cdot\frac{R_4}{R_3}\cdot\left(1+\frac{1}{2\cdot CMRR}\right) = 10.151\,V$$

$$\boxed{v_O = -v_D\cdot\frac{R_4}{R_3}\cdot\left(1+\frac{1}{2\cdot CMRR}\right) + v_C\cdot\frac{R_4}{R_3}\cdot\frac{1}{CMRR} + V_{OS}\cdot\left(1+\frac{R_4}{R_3}\right) = 10.20701\,V}$$

N.B. Nella trattazione fatta nelle slide abbiamo usato l'approssimazione: $1+\frac{1}{2\cdot CMRR} = 1$ assumendo CMRR>>1.

Con questa approssimazione si ottiene:

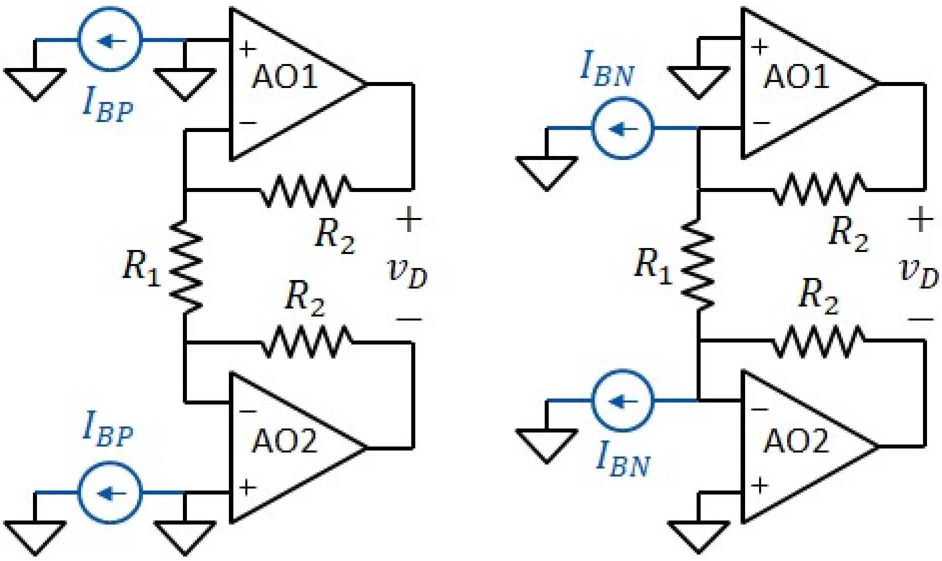
$$v_O = -v_D\cdot\frac{R_4}{R_3} + v_C\cdot\frac{R_4}{R_3}\cdot\frac{1}{CMRR} + V_{OS}\cdot\left(1+\frac{R_4}{R_3}\right) = 10.15651\,V \qquad \text{errore commesso: } \frac{10.20701-10.15651}{10.20701} = 0.495\cdot\%$$

3) tensioni v_O e v_D assumendo che tutti gli AO abbiano: $V_{OS} = 5mV,\ CMRR = 100,\ I_{BIAS} = 100nA$

Usiamo la sovrapposizione degli effetti. L'effetto di V_{OS} e del segnale di ingresso è stato calcolato al punto precedente, basta aggiungere l'effetto di I_{BIAS}

Primo stadio:

In entrambi i circuiti abbiamo annullato i generatori pilotati perchè la grandezza che li controlla (v_1 e v_2) sono nulle



Terminali di ingresso degli AO:	$v_{P1} = v_{P2} = v_{N1} = v_{N2} = 0$	$v_{P1} = v_{P2} = v_{N1} = v_{N2} = 0$
Tensione di uscita di AO1:	$v_{AO1\_4} = 0$	$v_{AO1\_5} = I_{BN}\cdot R_2 = 4.9\cdot mV$
Tensione di uscita di AO2:	$v_{AO2\_4} = 0$	$v_{AO2\_5} = I_{BN}\cdot R_2 = 4.9\cdot mV$
Tensione di modo differenziale:	$v_{D4} = 0$	$v_{D5} = 0$
Tensione di modo comune:	$v_{C4} = 0$	$v_{C5} = I_{BN}\cdot R_2 = 4.9\cdot mV$

Uniamo i due effetti:
(per le sole correnti di bias)

$$v_{AO1} = I_{BN} \cdot R_2 = 4.9 \cdot mV \qquad v_{AO2} = I_{BN} \cdot R_2 = 4.9 \cdot mV$$

Tensione di modo differenziale e di modo comune:
(per le sole correnti di bias)

$$v_{D4} + v_{D5} = 0 \qquad v_{C4} + v_{C5} = 4.9 \cdot mV$$

Sommando questo effetto a quelli del punto 2 otteniamo:

$$v_{AO1} = V_{OS} + v_{iC} \cdot \left(1 + \frac{1}{CMRR}\right) + \frac{v_{iD}}{2} \cdot \left(1 + \frac{1}{CMRR}\right) \cdot \left(1 + 2 \cdot \frac{R_2}{R_1}\right) + I_{BN} \cdot R_2 = -0.445\,V$$

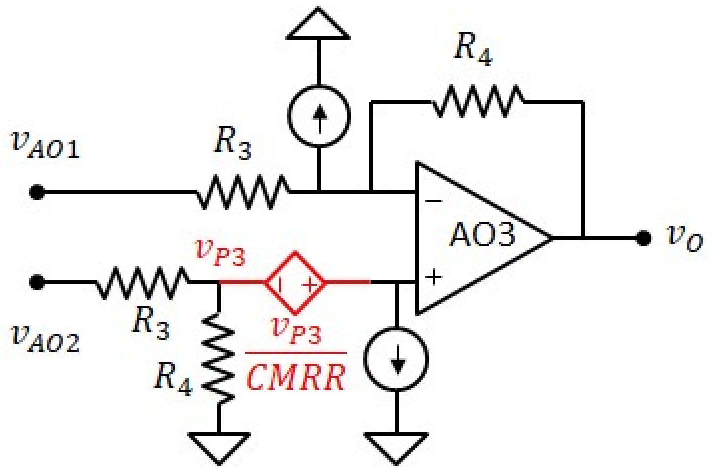
$$v_{AO2} = V_{OS} + v_{iC} \cdot \left(1 + \frac{1}{CMRR}\right) - \frac{v_{iD}}{2} \cdot \left(1 + \frac{1}{CMRR}\right) \cdot \left(1 + 2 \cdot \frac{R_2}{R_1}\right) + I_{BN} \cdot R_2 = 4.605\,V$$

$$v_C = V_{OS} + v_{iC} \cdot \left(1 + \frac{1}{CMRR}\right) + I_{BN} \cdot R_2 = 2.0804\,V$$

$$\boxed{v_D = v_{iD} \cdot \left(1 + \frac{1}{CMRR}\right) \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot R_2}{R_1}\right) = -5.05\,V}$$

invariata

Secondo stadio:



Usiamo la sovrapposizione degli effetti e calcoliamo l'effetto di I_{BN} e I_{BP}, annullando i generatori v_D e v_C

Generatore I_{BP} $v_{P3} = 0$ $v_{N3} = -\frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} \cdot I_{BIAS} = -0.333 \cdot mV$ $v_{O4} = v_{N3} \cdot \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right)$ $v_{O4} = -R_4 \cdot I_{BIAS} = -1 \cdot mV$

Generatore I_{BN} $v_{P3} = 0$ $v_{N3} = 0$ $v_{O5} = R_4 \cdot I_{BIAS} = 1 \cdot mV$

Unendo gli effetti:
(per le sole correnti di bias)

$$R_4 \cdot I_{BIAS} + v_{N3} \cdot \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) = R_4 \cdot I_{BIAS} - R_4 \cdot I_{BIAS} = 0$$

$$\boxed{v_O = -v_D \cdot \frac{R_4}{R_3} \cdot \left(1 + \frac{1}{2 \cdot CMRR}\right) + v_C \cdot \frac{R_4}{R_3} \cdot \frac{1}{CMRR} + V_{OS} \cdot \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) = 10.20711\,V}$$

$$-v_D \cdot \frac{R_4}{R_3} \cdot \left(1 + \frac{1}{2 \cdot CMRR}\right) = 10.151\,V \qquad v_C \cdot \frac{R_4}{R_3} \cdot \frac{1}{CMRR} = 41.608 \cdot mV \qquad V_{OS} \cdot \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) = 0.015\,V$$

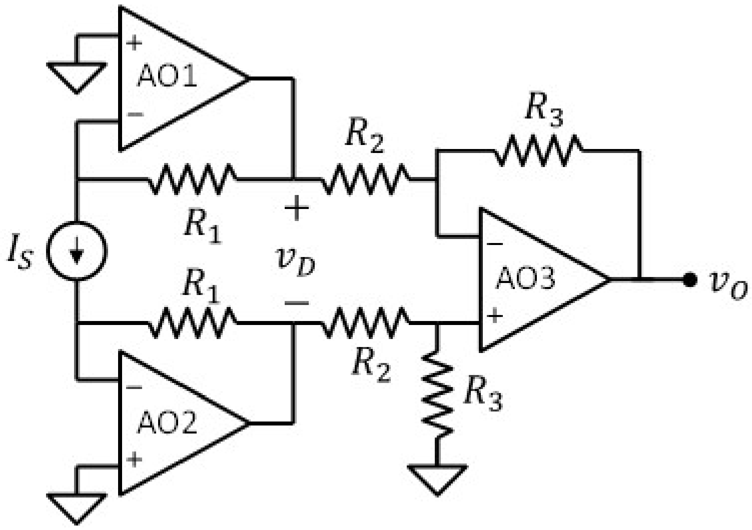
Solo il contributo di modo comune è leggermente cambiato, ma in modo impercettibile

Esercizio 19

DATI:

$R_1 = 45k\Omega,\ R_2 = 10k\Omega,\ R_3 = 10k\Omega$

$I_S = 0.1mA$

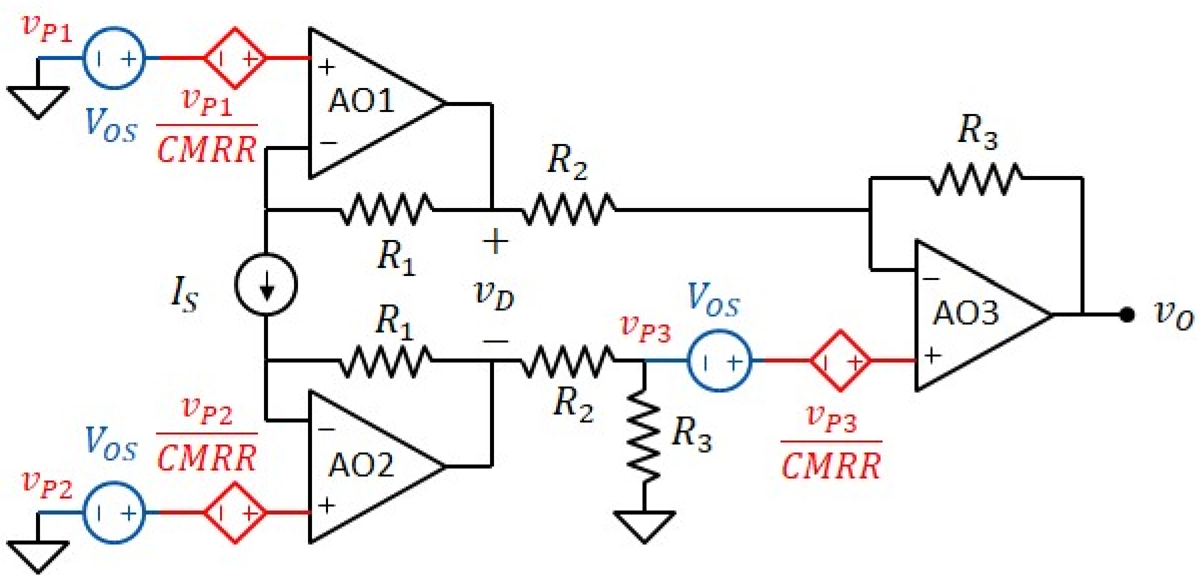


1) tensioni v_O e v_D con AO ideali

$$\boxed{v_D = 2 \cdot R_1 \cdot I_S = 9\ V}$$

$$\boxed{v_O = \frac{R_3}{R_2} \cdot (-v_D) = -9\ V}$$

2) tensioni v_O e v_D assumendo che tutti gli AO abbiano: $V_{OS} = 10mV,\ CMRR = 100$



Poichè $v_{P1} = v_{P2} = 0$, i generatori pilotati erogano tensione nulla. Quindi:

$$v_{N1} = V_{OS} = 10 \cdot mV \qquad v_{N2} = V_{OS} = 10 \cdot mV$$

Le tensioni di uscita di AO1 e AO2 sono:

$$v_{AO1} = V_{OS} + R_1 \cdot I_S = 4.51\ V \qquad v_{AO2} = V_{OS} - R_1 \cdot I_S = -4.49\ V$$

La tensione di modo comune e di modo differenziale all'uscita del primo stadio sono:

$$v_C = V_{OS} = 0.01\ V \qquad \boxed{v_D = 2 \cdot R_1 \cdot I_S = 9\ V}$$

Per il secondo stadio usiamo la sovrapposizione degli effetti:

Solo generatore v_{OS}: $\quad v_{P3} = 0 \quad v_{N3} = V_{OS}$ configurazione non invertente: $v_{O1} = \left(1 + \frac{R_3}{R_2}\right) \cdot V_{OS} = 20 \cdot mV$

Solo generatore v_{AO1}: $\quad v_{P3} = 0 \quad v_{N3} = 0$ configurazione invertente: $v_{O2} = \frac{-R_3}{R_2} \cdot v_{AO1} = -4.51\ V$

Solo generatore v_{AO2}: $v_{P3} = \frac{R_3}{R_3 + R_2} \cdot v_{AO2} = -2.245\,V$ $\quad v_{N3} = \left(1 + \frac{1}{CMRR}\right) \cdot \left(\frac{R_3}{R_3 + R_2} \cdot v_{AO2}\right) = -2.267\,V$

configurazione non invertente:

$$v_{O3} = \left(1 + \frac{R_3}{R_2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{CMRR}\right) \cdot \left(\frac{R_3}{R_3 + R_2} \cdot v_{AO2}\right)$$

$$v_{O3} = \frac{R_3}{R_2} \cdot \left(1 + \frac{1}{CMRR}\right) \cdot v_{AO2} = -4.535\,V$$

Uniamo gli effetti:

$$\boxed{v_O = \frac{R_3}{R_2} \cdot \left(1 + \frac{1}{CMRR}\right) \cdot v_{AO2} + \frac{-R_3}{R_2} \cdot v_{AO1} + \left(1 + \frac{R_3}{R_2}\right) \cdot V_{OS} = -9.0249\,V}$$

$$\frac{-2 \cdot R_1 \cdot R_3}{R_2} \cdot \left(1 + \frac{1}{2 \cdot CMRR}\right) \cdot I_S = -9.045\,V$$

è il contributo dovuto alla corrente I_S. il guadagno è leggermente modificato dal CMRR

$$\left(1 + \frac{R_3}{R_2} + \frac{R_3}{R_2} \cdot \frac{1}{CMRR}\right) \cdot V_{OS} = 20.1 \cdot mV$$

è il contributo della tensione di offset

3) Quanto vale la tensione di uscita v_O nelle condizioni del punto 2 se $I_S = 0$?

Riscriviamo v_O in funzione di I_S

$$v_O = \frac{R_3}{R_2} \cdot \left(v_{AO2} - v_{AO1}\right) + \frac{1}{CMRR} \cdot \frac{R_3}{R_2} \cdot v_{AO2} + \left(1 + \frac{R_3}{R_2}\right) \cdot V_{OS}$$

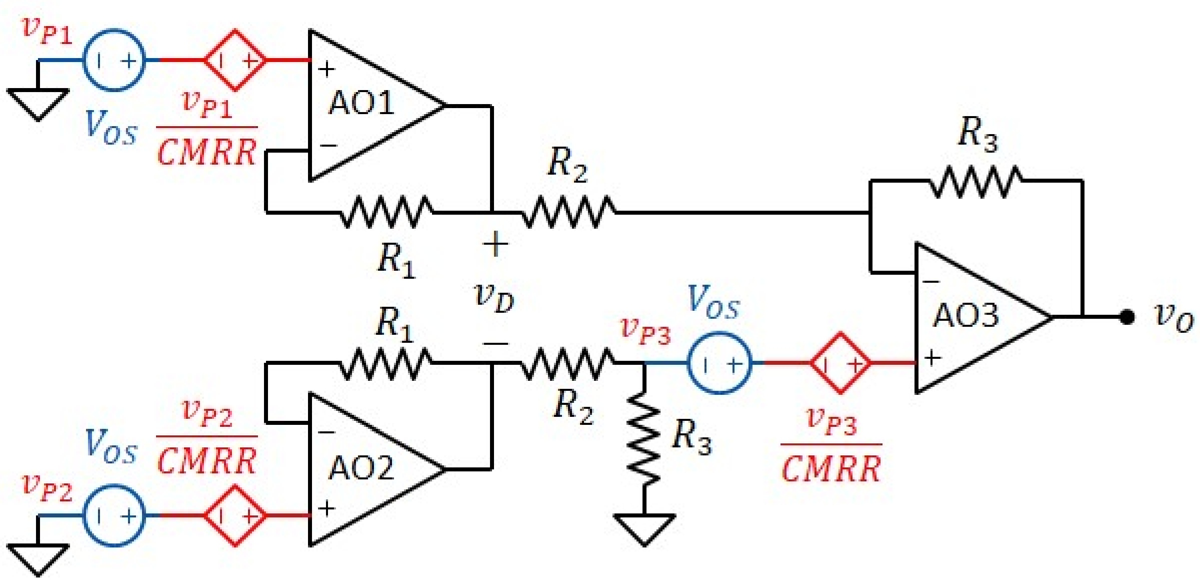
$$v_O = \frac{R_3}{R_2} \cdot \left(-2 \cdot R_1 \cdot I_S\right) + \frac{1}{CMRR} \cdot \frac{R_3}{R_2} \cdot v_{AO2} + \left(1 + \frac{R_3}{R_2}\right) \cdot V_{OS}$$

$$v_O = -\left(2 + \frac{1}{CMRR}\right) \cdot \frac{R_1 \cdot R_3}{R_2} \cdot I_S + \left(1 + \frac{R_3}{R_2} + \frac{1}{CMRR} \cdot \frac{R_3}{R_2}\right) \cdot V_{OS}$$

Annullando I_S:

$$\boxed{v_O = \left(1 + \frac{R_3}{R_2} + \frac{1}{CMRR} \cdot \frac{R_3}{R_2}\right) \cdot V_{OS} = 20.1 \cdot mV}$$

In alternativa è possibile risolvere la rete senza il generatore di corrente I_S



Primo stadio

$$v_{AO1} = V_{OS} + \frac{0}{CMRR} = 0.01\,V$$

$$v_{AO2} = V_{OS} + \frac{0}{CMRR} = 0.01\,V$$

Secondo stadio

Usando la sovrapposizione degli effetti otteniamo:

$$v_O = \frac{-R_3}{R_2}\cdot v_{AO1} + \left(1 + \frac{R_3}{R_2}\right)\cdot\frac{R_3}{R_2 + R_3}\cdot v_{AO2}\cdot\left(1 + \frac{1}{CMRR}\right) + \left(1 + \frac{R_3}{R_2}\right)\cdot V_{OS}$$

$$v_O = \frac{R_3}{R_2}\cdot\left(v_{AO2} - v_{AO1}\right) + \frac{R_3}{R_2}\cdot v_{AO2}\cdot\left(\frac{1}{CMRR}\right) + \left(1 + \frac{R_3}{R_2}\right)\cdot V_{OS}$$

$$v_O = \frac{R_3}{R_2}\cdot V_{OS}\cdot\left(\frac{1}{CMRR}\right) + \left(1 + \frac{R_3}{R_2}\right)\cdot V_{OS} = 20.1\cdot mV$$

$\left(1 + \frac{R_3}{R_2}\right)\cdot V_{OS} = 20\cdot mV$ è il contributo della tensione di offset del secondo stadio

$\frac{R_3}{R_2}\cdot V_{OS}\cdot\left(\frac{1}{CMRR}\right) = 0.1\cdot mV$ è il contributo della tensione di offset del primo stadio che introduce una componente di modo comune attenuata dal secondo stadio

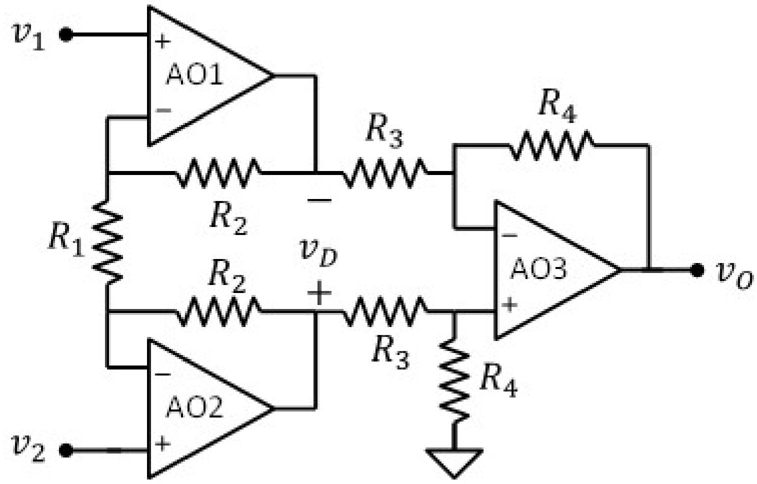
Esercizio 20

DATI:

$R_1 = 12k\Omega,\ R_2 = 54k\Omega$

$R_3 = 50k\Omega,\ R_4 = 150k\Omega$

$v_1 = 2V,\ v_2 = 2.5V$



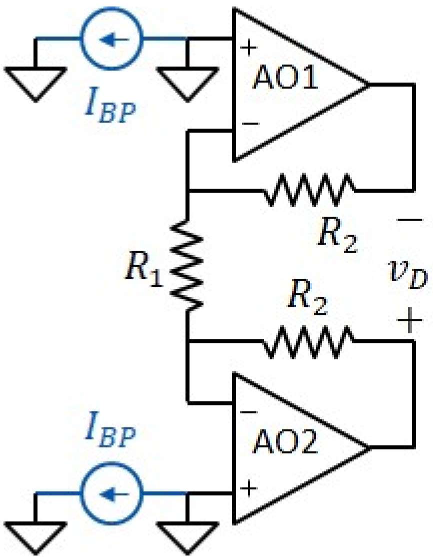
1) tensioni v_O e v_D con AO ideali

$$v_D = \left(1 + 2\cdot\frac{R_2}{R_1}\right)\cdot(v_2 - v_1) = 5\text{ V}$$

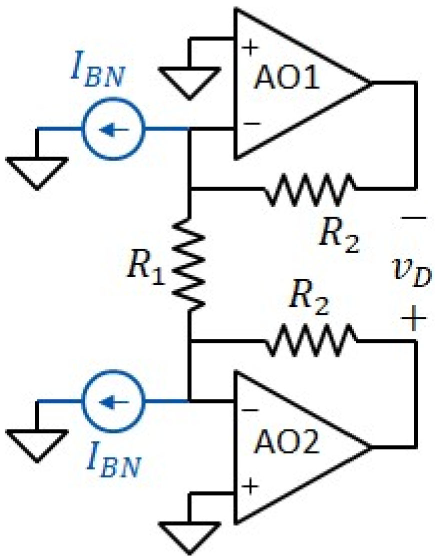
$$v_O = \frac{R_4}{R_3}\cdot v_D = 15\text{ V}$$

2) tensioni v_O e v_D assumendo che tutti gli AO abbiano: $I_{BN} = 100nA$, $I_{BP} = 100nA$

Usiamo la sovrapposizione degli effetti:



Generatore I_{BP}



Generatore I_{BN}

	Generatore I_{BP}	Generatore I_{BN}
Potenziale dei terminali di ingresso degli AO:	$v_{P1} = v_{N1} = v_{P2} = v_{N2} = 0$	$v_{P1} = v_{N1} = v_{P2} = v_{N2} = 0$
Potenziale dei terminali di uscita degli AO:	$v_{AO1} = v_{AO2} = 0$	$v_{AO1} = R_2\cdot I_{BN} = 5.4\cdot mV$ $v_{AO2} = R_2\cdot I_{BN} = 5.4\cdot mV$
Tensione di modo differenziale	$v_D = 0$	$v_D = 0$
Tensione di modo comune	$v_C = 0$	$v_C = R_2\cdot I_{BN} = 5.4\cdot mV$

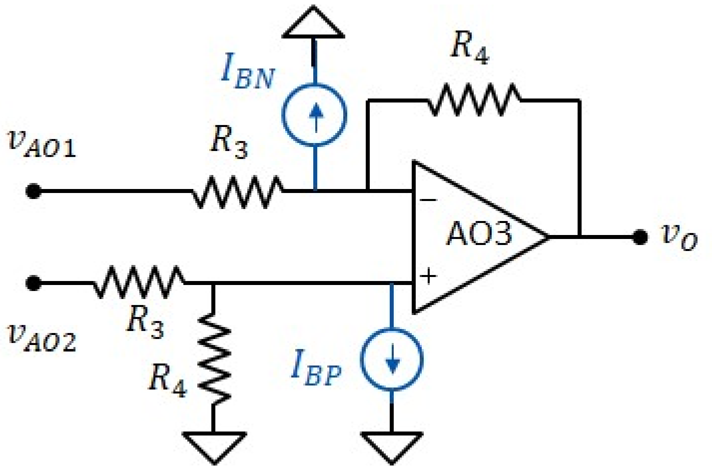
Sommiamo gli effetti:

$$v_{AO1} = R_2\cdot I_{BN} = 5.4\cdot mV$$
$$v_{AO2} = R_2\cdot I_{BN} = 5.4\cdot mV$$

$$v_D = \left(1 + 2\cdot\frac{R_2}{R_1}\right)\cdot(v_2 - v_1) = 5\text{ V}$$

$$v_C = R_2\cdot I_{BN} = 5.4\cdot mV$$

Secondo stadio:



Usiamo la sovrapposizione degli effetti

Generatori $v_{AO1} = v_{AO2}$: configurazione differenziale $v_O = 0$

Generatore I_{BP}: configurazione non invertente $v_O = -\frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} \cdot I_{BP} \cdot \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) = -15 \cdot mV$

Generatore I_{BN}: configurazione invertente $v_O = R_4 \cdot I_{BN} = 15 \cdot mV$

Uniamo gli effetti: $\boxed{v_O = \frac{R_4}{R_3} \cdot \left(1 + 2 \cdot \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot (v_2 - v_1) + R_4 \cdot (I_{BN} - I_{BP}) = 15\,V}$

3) tensioni v_O e v_D assumendo che tutti gli AO abbiano: $I_{BN} = 80nA$, $I_{BP} = 120nA$

Ripetiamo gli stessi conti del punto precedente, usando la sovrapposizione degli effetti:

Primo stadio:

$$v_{AO1} = R_2 \cdot I_{BN} = 4.32 \cdot mV$$

$$v_{AO2} = R_2 \cdot I_{BN} = 4.32 \cdot mV$$

$$\boxed{v_D = 0V}$$

$$v_C = R_2 \cdot I_{BN} = 4.32 \cdot mV$$

Secondo stadio:

$$R_4 \cdot (I_{BN} - I_{BP}) = -6 \cdot mV$$

$$\boxed{v_O = \frac{R_4}{R_3} \cdot \left(1 + 2 \cdot \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot (v_2 - v_1) + R_4 \cdot (I_{BN} - I_{BP}) = 14.994 \cdot V}$$

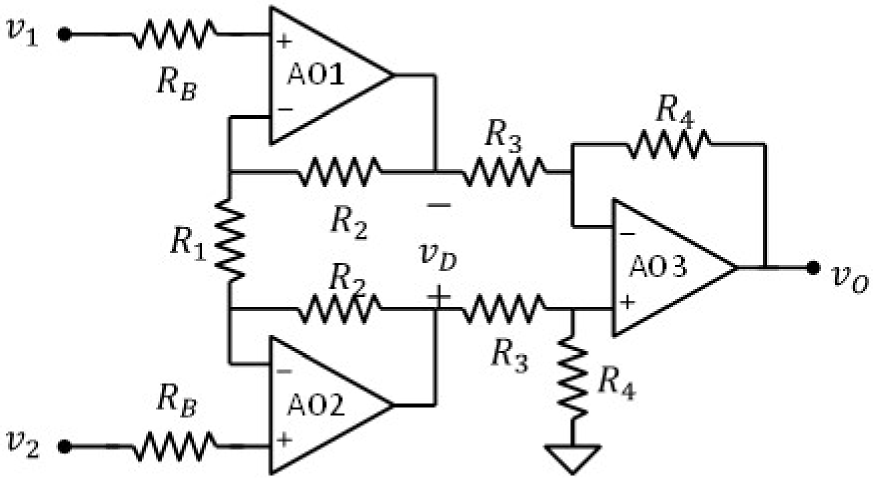
Esercizio 21

DATI:

$R_1 = 6k\Omega,\ R_2 = 240k\Omega$

$R_3 = 50k\Omega,\ R_4 = 100k\Omega$

$v_1 = 1V,\ v_2 = 1.1V$



1) Calcolare la tensione di uscita v_O, la tensione di modo differenziale v_D e la tensione di modo comune all' uscita del primo stadio, assumendo tutti gli AO ideali.

La resistenza R_B (di cui non conosciamo il valore) non è percorsa da corrente.

tensione di modo differenziale al primo stadio

$$\boxed{v_D = (v_2 - v_1)\cdot\left(1 + 2\cdot\frac{R_2}{R_1}\right) = 8.1\,V}$$

tensione di modo comune al primo stadio

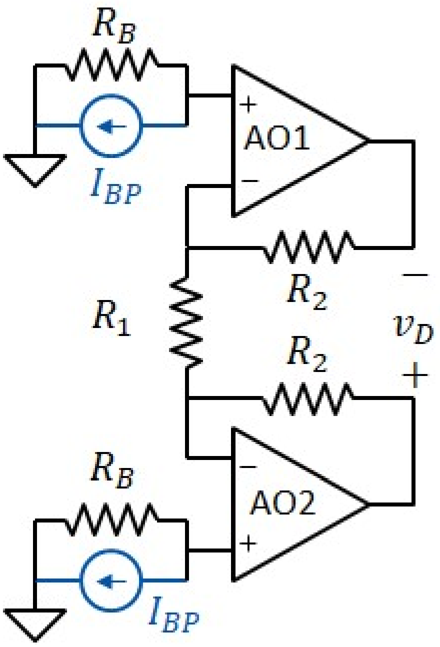
$$\boxed{v_C = \frac{v_1 + v_2}{2} = 1.05\,V}$$

tensione di uscita del secondo stadio

$$\boxed{v_O = (v_2 - v_1)\cdot\left(1 + 2\cdot\frac{R_2}{R_1}\right)\cdot\frac{R_4}{R_3} = 16.2\,V}$$

2) Assumendo che tutti gli AO abbiano $I_{BN} = 80nA$, $I_{BP} = 120nA$, calcolare il valore della resistenza R_B che annulla l'effetto della corrente di bias.

Usiamo la sovrapposizione degli effetti per calcolare il contributo di I_{BN} e I_{BP} su v_D e v_C nel primo stadio



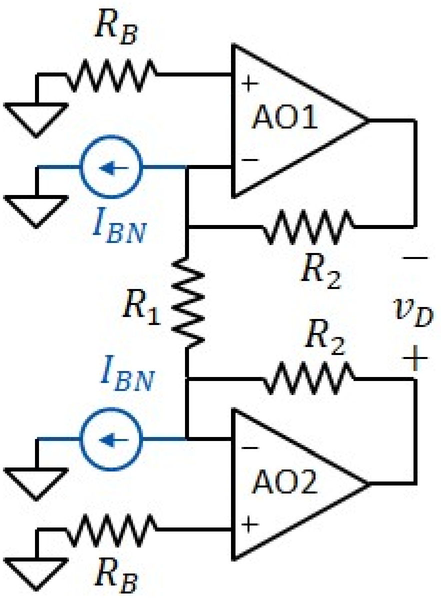
$v_{N1} = v_{P1} = -R_B \cdot I_{BP}$

$v_{N2} = v_{P2} = -R_B \cdot I_{BP}$

$I_{R2} = I_{R1} = 0$ $\qquad v_{AO1} = v_{N1} = -R_B \cdot I_{BP}$

$v_{AO2} = v_{N2} = -R_B \cdot I_{BP}$

$v_{D1} = 0$ $\qquad v_{C1} = -R_B \cdot I_{BP}$



$v_{P1} = v_{N1} = v_{P2} = v_{N2} = 0$

$I_{R2} = I_{R1} = 0$

$v_{AO1} = R_2 \cdot I_{BN}$

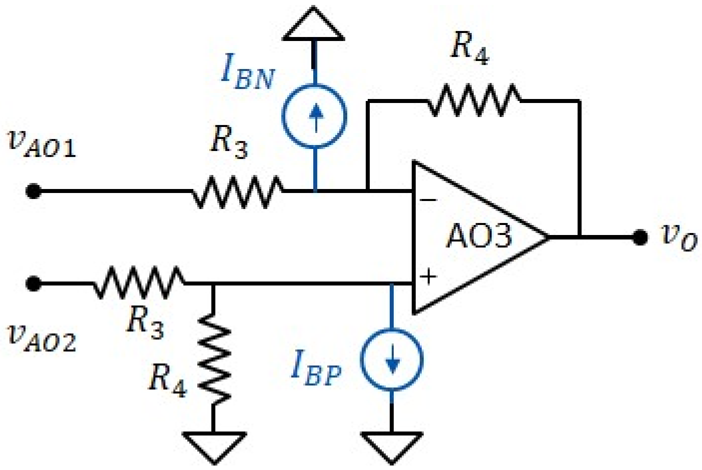
$v_{AO2} = R_2 \cdot I_{BN}$

$v_{D1} = 0$ $\qquad v_{C1} = R_2 \cdot I_{BN}$

Uniamo gli effetti: $\quad v_{AO1} = R_2 \cdot I_{BN} - R_B \cdot I_{BP} \qquad v_{D1} = 0$

$v_{AO2} = R_2 \cdot I_{BN} - R_B \cdot I_{BP} \qquad v_{C1} = R_2 \cdot I_{BN} - R_B \cdot I_{BP}$

Secondo stadio:



Generatore I_{BP}:

$$v_{O1} = -\left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) \cdot \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} \cdot I_{BP} = -R_4 \cdot I_{BP}$$

Generatore I_{BN}:

$$v_{O2} = R_4 \cdot I_{BN} = R_4 \cdot I_{BN}$$

Generatori $v_{AO1}=v_{AO2}$:

$$v_{O3} = 0$$

Uniamo gli effetti:

$$v_O = R_4 \cdot I_{BN} - R_4 \cdot I_{BP} = -4 \cdot mV$$

La tensione di modo differenziale è nulla indipendentemente da R_B. La tensione di uscita è indipendente da R_B. L'unico effetto si ha sulla tensione di modo comune del secondo stadio. Per anullare questo effetto, bisogna porre:

$$\boxed{R_B = R_2 \cdot \frac{I_{BN}}{I_{BP}} = 160 \cdot k\Omega}$$

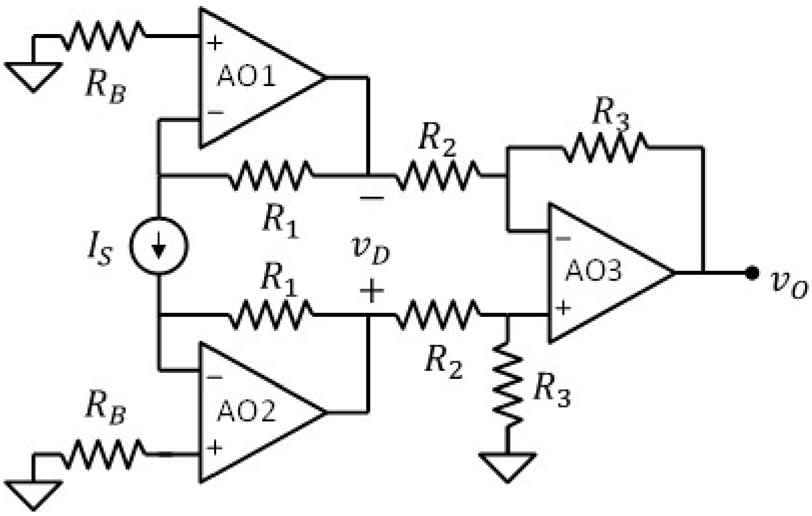
Esercizio 22

DATI:

$R_1 = 300k\Omega$

$R_2 = 100k\Omega$, $R_3 = 100k\Omega$

$I_S = 10\mu A$



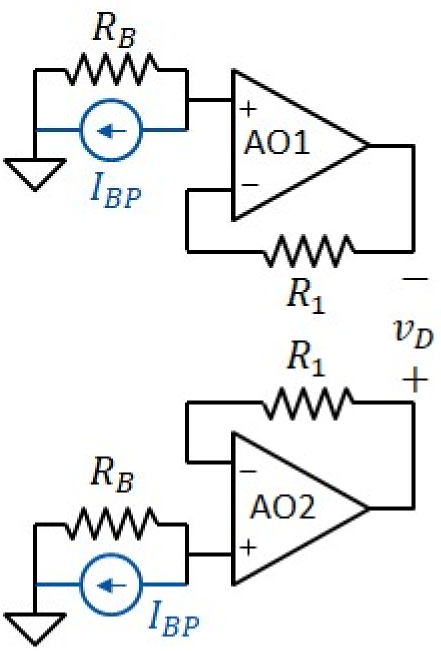
1) Calcolare la tensione di uscita v_O, la tensione di modo differenziale v_D e la tensione di modo comune all' uscita del primo stadio, assumendo tutti gli AO ideali.

tensione di modo differenziale al primo stadio $\boxed{v_D = -2\cdot R_1\cdot I_S = -6\ V}$

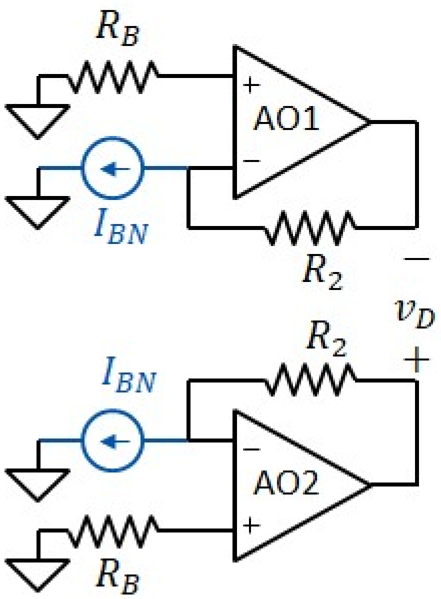
tensione di modo comune al primo stadio $\boxed{v_C = 0}$

tensione di uscita del secondo stadio $\boxed{v_O = -2\cdot R_1\cdot I_S\cdot\frac{R_4}{R_3} = -6\ V}$

2) Assumendo che tutti gli AO abbiano $I_{BN} = 100nA$, $I_{BP} = 100nA$, calcolare il valore della resistenza R_B che annulla l'effetto della corrente di bias.

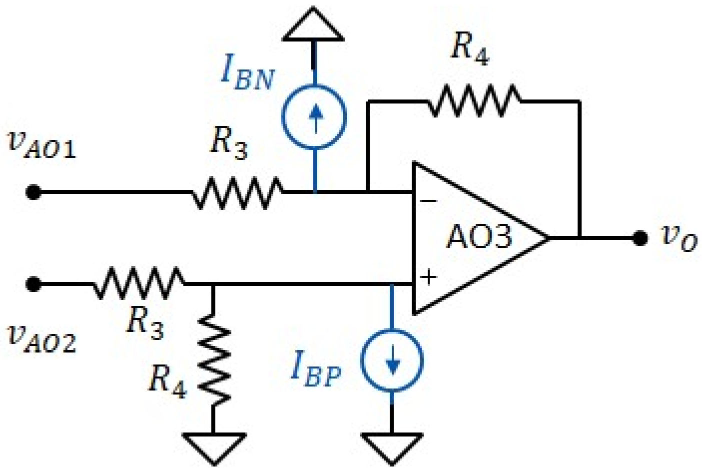


$v_{AO1} = v_{AO2} = -R_B\cdot I_{BP}$



$v_{AO1} = v_{AO2} = R_2\cdot I_{BN}$

$v_{AO1} = v_{AO2} = R_2\cdot I_{BN} - R_B\cdot I_{BN}$



Generatore I_{BP}:

$$v_{O1} = -\left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right)\cdot\frac{R_3\cdot R_4}{R_3 + R_4}\cdot I_{BP} = -R_4\cdot I_{BP}$$

Generatore I_{BN}:

$$v_{O2} = R_4\cdot I_{BN} = R_4\cdot I_{BN}$$

Generatori v_{AO1}=v_{AO2}:

$$v_{O3} = 0$$

Uniamo gli effetti:

$$v_O = R_4\cdot I_{BN} - R_4\cdot I_{BP} = 0\cdot\text{mV}$$

La tensione di modo differenziale è nulla indipendentemente da R_B. La tensione di uscita è indipendente da R_B. L'unico effetto si ha sulla tensione di modo comune del secondo stadio. Per anullare questo effetto, bisogna porre:

$$\boxed{R_B = R_2\cdot\frac{I_{BN}}{I_{BP}} = 100\cdot k\Omega}$$