

Esercizi Tutorato Algebra

chiara.malerba@studenti.unipd.it

a.a. 2022/2023

Esercitazione del 4 Maggio 2023

1. Si determini il parametro reale t in modo che la matrice $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 0 & -5 & -4 \\ 0 & t-1 & -3 \end{pmatrix}$

abbia -7 come autovalore. Per tale valore di t si determinino gli autovalori e gli autovettori di A e si stabilisca se A è diagonalizzabile.

2. Utilizzando il metodo di eliminazione di Gauss, si trasformi la seguente matrice in una matrice triangolare superiore (o inferiore).

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 6 & -2 \\ 1 & -1 & b+3 & -2 \\ -3 & 3a+6 & 3a-6 & 3 \\ 1 & a-b-1 & a-b+4 & 0 \end{pmatrix}$$

Utilizzando il risultato così' ottenuto, si calcoli il determinante di A e si dica per quali valori dei parametri reali a e b la matrice A ha rango 3.

3. Si calcoli:

$$\det \begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 5 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

4. Determinare per quali valori del parametro reale t la matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 \\ t-1 & t+3 & t+1 \\ -t & -t & 2-t \end{pmatrix}$$

è diagonalizzabile. Per ciascuno di questi valori determinare una matrice diagonale D ed una matrice invertibile P tali che $A = PDP^{-1}$.

5. Si calcoli l'inversa della matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$