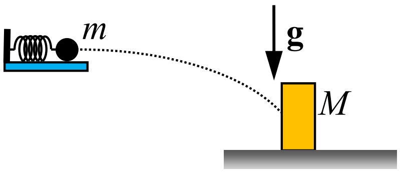
Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica - Canale 1 (Prof. G. Naletto)
Prova Scritta di Fisica Generale 1 - Padova, 16 giugno 2022

Cognome .... Nome .... Matricola ....

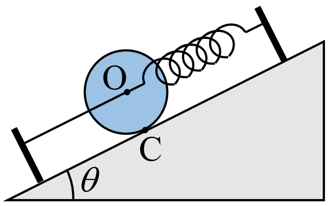
Problema 1



Un corpo di dimensioni trascurabili e massa m = 0.3 kg è fermo su un trampolino orizzontale liscio e mantiene compressa di Δx = 0.12 m una molla ideale di costante elastica k parallela al trampolino e vincolata all'altro estremo. Ad un certo istante si rilascia il corpo che, al distacco dal trampolino (e svincolato dalla molla), ha una velocità di modulo v_o = 2.5 m/s. Dopo un tempo t = 0.8 s dal distacco, soggetto nel suo moto alla sola forza peso, il corpo urta elasticamente la superficie verticale liscia di un blocco di massa M = 3 kg fermo su un piano orizzontale scabro (coefficiente d'attrito dinamico tra blocco e piano pari a μ_d = 0.08); dopo l'urto, il corpo di massa m conserva la componente verticale della velocità, e il blocco di massa M si mette in moto sul piano orizzontale. Determinare:

a) la costante elastica k della molla;
b) il modulo v' della velocità del corpo di massa m subito dopo l'urto elastico;
c) la distanza d percorsa dal blocco sul piano scabro fino a quando si ferma.

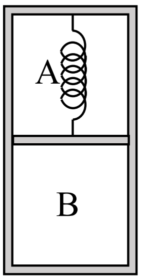
Problema 2



Un disco omogeneo di massa m = 2.5 kg e raggio R = 0.18 m è posto su un piano scabro inclinato di un angolo θ = 40° rispetto all'orizzontale. Il disco, potenzialmente in grado di rotolare lungo il piano inclinato, è mantenuto fermo con punto di contatto C dall'azione combinata di un filo ideale teso parallelo al piano inclinato, fissato al centro di massa O del disco e vincolato all'altro estremo posto in basso rispetto ad O, e di una molla ideale parallela al piano inclinato di costante elastica k = 240 N/m applicata in O e vincolata all'altro estremo posto in alto rispetto ad O (vedi figura); la molla è estesa di $|\Delta x|$ = 0.15 m rispetto alla sua lunghezza a riposo. Poi si taglia il filo ed il disco risale il piano inclinato con moto di puro rotolamento. Determinare:

a) il modulo T della tensione del filo inizialmente attaccato al disco;
b) il modulo f'_{as} della forza di attrito statico nell'istante successivo a quando si taglia il filo;
c) il modulo ω della velocità angolare del disco quando la molla ha lunghezza pari alla sua lunghezza di riposo.

Problema 3



Un cilindro a pareti rigide adiabatiche, di sezione S e altezza $2h$, h = 0.6 m, è diviso in due parti A e B da un pistone a tenuta mobile senza attrito. Nella porzione B ci sono n moli di un gas ideale biatomico alla temperatura T_0 = 327 K; nella porzione A, in cui è stato fatto il vuoto, c'è una molla ideale di costante elastica k = 8500 N/m, parallela all'asse del cilindro fissata al centro delle due basi. Inizialmente il gas è in equilibrio, la molla è compressa di $|\Delta x_0|$ = 0.08 m e i volumi delle due porzioni del cilindro sono uguali ($V_{0A} = V_{0B} = V_0$). Successivamente, si mette il gas in contatto termico con un serbatoio di energia a temperatura T_1 ed il gas raggiunge un nuovo stato di equilibrio con la molla compressa di $|\Delta x_1|$ = 0.095 m. Determinare:

a) il numero n di moli di gas in B;
b) la temperatura T_1 del serbatoio [suggerimento: si osservi che nella trasformazione il volume del gas varia di $\Delta V_B = (\Delta x_1 - \Delta x_0)S$];
c) il lavoro W_{01} fatto dal gas nella trasformazione;
d) la variazione di entropia ΔS_{gas} del gas durante la trasformazione.

Soluzioni

Problema 1

a) $\frac{1}{2}k\Delta x^2 = \frac{1}{2}mv_o^2 \;\Rightarrow\; k = \frac{mv_o^2}{\Delta x^2} = 130\ \mathrm{N/m}$

b) All'istante dell'urto: $v_x = v_o$; $v_y = gt = 7.85$ m/s. Dopo l'urto elastico, $v'_y = v_y = gt$. Applicando la conservazione della componente orizzontale della quantità di moto e dell'energia si ritrovano le stesse equazioni del caso dell'urto elastico unidimensionale:

$$\begin{cases} mv_x = mv'_x + MV' \\ \frac{1}{2}m\left(v_x^2 + v_y^2\right) = \frac{1}{2}m\left(v'^2_x + v'^2_y\right) + \frac{1}{2}MV'^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v'_x = \frac{m-M}{m+M}v_x = -2.05\ \mathrm{m/s} \\ V' = \frac{2m}{m+M}v_x = 0.455\ \mathrm{m/s} \end{cases}$$

$$\Rightarrow\; v' = \sqrt{v'^2_x + v'^2_y} = 8.11\ \mathrm{m/s}$$

c) $a = -\mu_d g$; $0 = V'^2 - 2\mu_d g d \;\Rightarrow\; d = \frac{V'^2}{2\mu_d g} = 0.13$ m

Problema 2

a) Posto C come polo e asse *x* parallelo al piano orientato verso l'alto ($F_{el} = -k\Delta x$, con $\Delta x < 0$):

$$-RT - Rmg\sin\theta + RF_{el} = 0 \;\Rightarrow\; T = F_{el} - mg\sin\theta = -k\Delta x - mg\sin\theta = 20.2\ \mathrm{N}$$

Oppure, posto come polo il centro di massa del disco, per l'equilibrio dei momenti e delle forze:

$$\begin{cases} Rf_{as} = 0 \\ -k\Delta x - T - mg\sin\theta - f_{as} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f_{as} = 0 \\ T = -k\Delta x - mg\sin\theta \end{cases}$$

b) Si orienta f'_{as}, tangente al piano inclinato, verso il basso:

$$\begin{cases} -k\Delta x - mg\sin\theta - f'_{as} = ma_{CM} \\ Rf'_{as} = I_O\alpha = \frac{1}{2}mR^2\cdot\frac{a_{CM}}{R} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_{CM} = -\frac{2}{3m}(k\Delta x + mg\sin\theta) \\ f'_{as} = \frac{1}{2}ma_{CM} = -\frac{1}{3}(k\Delta x + mg\sin\theta) = 6.75\ \mathrm{N} \end{cases}$$

c) $\frac{1}{2}k\Delta x^2 = \frac{1}{2}mv_{CM}^2 + \frac{1}{2}I_O\omega^2 + mg|\Delta x|\sin\theta \;\Rightarrow\; \frac{1}{2}k\Delta x^2 = \frac{1}{2}m(\omega R)^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{2}mR^2\omega^2 + mg|\Delta x|\sin\theta \;\Rightarrow$

$$\Rightarrow\; \omega = \frac{2}{R}\sqrt{\frac{1}{3}\left(\frac{k}{2m}\Delta x^2 - g|\Delta x|\sin\theta\right)} = 2.35\ \mathrm{rad/s}$$

Problema 3

a) $p_{0B} = p_{0A} = \frac{k\Delta x_0}{S} \;\Rightarrow\; V_{0B} = Sh = \frac{nRT_0}{p_{0B}} = \frac{nRT_0 S}{k\Delta x_0} \;\Rightarrow\; n = \frac{hk\Delta x_0}{T_0 R} = 0.15$

b) Con la molla compressa di Δx_1, il volume occupato dal gas varia di $\Delta V_B = (\Delta x_1 - \Delta x_0)S$.

$$p_{1B} = p_{1A} = \frac{k\Delta x_1}{S} = \frac{nRT_1}{V_{1B}} = \frac{nRT_1}{V_{0B} + \Delta V_B} = \frac{nRT_1}{S(h + \Delta x_1 - \Delta x_0)} \;\Rightarrow\; T_1 = \frac{k\Delta x_1}{nR}(h + \Delta x_1 - \Delta x_0) = 398\ \mathrm{K}$$

c) $W_{01} = -W_{molla} = \Delta E_{p,el} = \frac{1}{2}k\Delta x_1^2 - \frac{1}{2}k\Delta x_0^2 = 11.2$ J

d) $\Delta S_{gas} = nR\ln\frac{V_{1B}}{V_{0B}} + nc_V\ln\frac{T_1}{T_0} = nR\ln\frac{S(h + \Delta x_1 - \Delta x_0)}{Sh} + nc_V\ln\frac{T_1}{T_0} = 0.644$ J/K