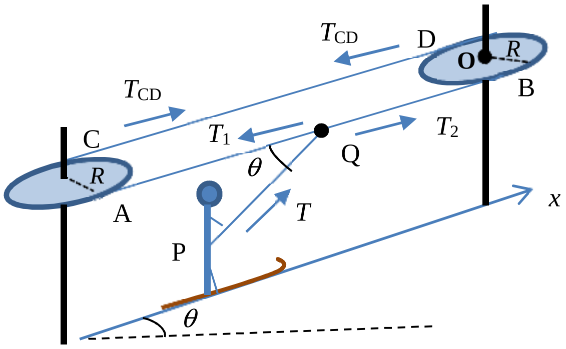
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA – SCUOLA DI INGEGNERIA – SETTORE INFORMAZIONE
Prova scritta di Fisica Generale I **Padova, 8 Settembre 2016**

Cognome .... Nome .... Matricola ....

Problema 1



Un ragazzino di massa totale $m = 60$ kg (inclusiva di sci, scarponi, ecc.) è trainato da uno skilift lungo un pendio avente inclinazione $\theta = 30°$ rispetto alla direzione orizzontale. Tra gli sci e la neve vi è un coefficiente di attrito dinamico $\mu_D = 0.1$. La fune PQ cui è attaccato lo sciatore ha massa trascurabile e forma lo stesso angolo θ con il cavo trainante dell'impianto, il quale è parallelo alla direzione x del pendio (vedi figura; si consideri il tratto AB come rettilineo: in realtà il segmento AQ forma un piccolo angolo col segmento QB, che può essere trascurato). Si consideri trascurabile anche la massa del cavo trainante. Inizialmente l'impianto è fermo. Il motore dell'impianto, che agisce con un momento M_O rispetto all'asse della ruota superiore dell'impianto, viene avviato e imprime allo sciatore un'accelerazione costante di modulo $a = 0.5$ m/s^2 lungo l'asse x per un tempo $t_1 = 4$ s. Il momento d'inerzia di ciascuna delle ruote dell'impianto, di raggio $R = 1.5$ m, rispetto al loro asse è $I = 1500$ kg·m^2. Determinare:

a) il modulo T_{PQ} della tensione della fune PQ che traina il ragazzino:
b) il modulo T_1 della tensione nella parte inferiore del cavo trainante dell'impianto (vedi figura), sapendo che la tensione nella parte CD del cavo ha modulo $T_{CD} = 1000$ N (suggerimento**:** si consideri il moto di rotazione della ruota inferiore dello skilift);
c) il modulo T_2 della tensione nella parte superiore del cavo trainante ed il momento M_O applicato dal motore sulla ruota superiore (suggerimento**:** si ricavi la relazione tra la tensione T_1 e la tensione T_2 applicando la legge di Newton lungo l'asse x per il moto della giunzione Q, considerata priva di massa; si consideri poi il moto di rotazione della ruota superiore);
d) la potenza P sviluppata dal motore all'istante t_1.

Soluzione

a) $N = T_{PQ}\sin\theta - mg\cos\theta\,; \quad T_{PQ}\cos\theta - mg\sin\theta - \mu_D N = ma \quad \Rightarrow$

$$T_{PQ} = \frac{m(a + g\sin\theta + \mu_D g\cos\theta)}{\cos\theta + \mu_D\sin\theta} = 409 \text{ N}$$

b) $RT_1 - RT_{CD} = I\alpha = I\frac{a}{R} \quad \Rightarrow \quad T_1 = I\frac{a}{R^2} + T_{CD} = 1333 \text{ N}$

c) $T_2 = T_1 + T_{PQ}\cos\theta = 1688 \text{ N}$

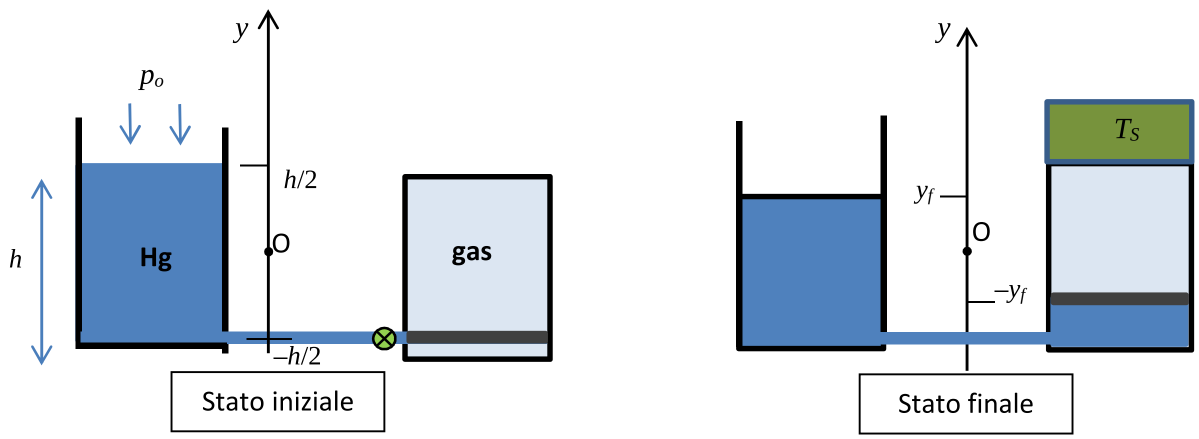
$$M_o - RT_2 + RT_{CD} = I\alpha = I\frac{a}{R} \quad \Rightarrow \quad M_o = I\frac{a}{R} + RT_2 - RT_{CD} = 1532 \text{ Nm}$$

d) $P(t_1) = M_o\omega(t_1) = M_o\alpha t_1 = 2043 \text{ W}$

Problema 2

Due recipienti di egual sezione S = 0.05 m^2 sono collegati alla base da un tubo di volume trascurabile, inizialmente chiuso da una valvola (vedi figura). Il recipiente di sinistra, aperto superiormente, è riempito di mercurio per un'altezza h = 1.2 m. Sulla superficie libera del mercurio agisce la pressione atmosferica $p_o = 1.01 \cdot 10^5$ Pa. La densità del mercurio è $\rho_{Hg} = 13.6 \cdot 10^3$ kg/m^3. Il recipiente di destra, di altezza h, è invece chiuso superiormente e contiene n = 1.5 moli di gas ideale biatomico alla temperatura iniziale T_i = 300 K. Appoggiato alla base del cilindro contenente il gas vi è un pistone adiabatico di massa e spessore trascurabili. Le pareti laterali del cilindro sono adiabatiche, mentre la copertura superiore è diatermica. Ad un dato istante viene aperta la valvola di comunicazione tra i recipienti, ed il pistone comincia a salire sotto la spinta del mercurio comprimendo il gas. Contemporaneamente all'apertura della valvola, viene posto un serbatoio a temperatura $T_S > T_i$ a contatto termico col gas (figura di destra). Posta l'origine dell'asse verticale y a metà altezza del recipiente (la superficie libera del mercurio è quindi inizialmente a $y_i = h/2$ = 0.6 m), si osserva che dopo un certo tempo si stabilisce una situazione di equilibrio nella quale la superficie libera del mercurio è scesa alla quota y_f = 0.3 m (conseguentemente il pistone è salito dalla sua quota iniziale $-h/2$ alla quota $-y_f$). Determinare:

a) la pressione iniziale del gas p_i e la pressione iniziale del mercurio p_o^{Hg} sulla valvola (questa è la pressione del mercurio nello stato iniziale alla quota $y = -h/2$, ed è la pressione "esterna" iniziale agente sul gas subito dopo l'apertura della valvola);
b) la pressione esterna finale p_f^{Hg} esercitata dal mercurio sul gas;
c) il lavoro di compressione W subito dal gas (suggerimento: si osservi che nella generica posizione y della superficie libera del mercurio, il dislivello tra questa e il pistone è $2y$);
d) la temperatura finale del gas T_f (uguale a quella del serbatoio) ed il calore Q scambiato dal gas col serbatoio nel processo.



Soluzione

a) $p_i = \frac{nRT_i}{V_i} = \frac{nRT_i}{hS} = 6.24 \cdot 10^4$ Pa

$p_o^{\text{Hg}} = p_o + \rho_{\text{Hg}} g h = 2.61 \cdot 10^5$ Pa

b) $p_f^{\text{Hg}} = p_o + \rho_{\text{Hg}} g \cdot 2y_f = 1.81 \cdot 10^5$ Pa

c) $W = \int_i^f p(V)dV = \int_{h/2}^{y_f} (p_o + \rho_{\text{Hg}} g \cdot 2y) S dy = p_o \left(y_f - \frac{h}{2}\right) S - \rho_{\text{Hg}} g \left(y_f^2 - \frac{h^2}{4}\right) S = -3315$ J

d) $T_f = \frac{p_f^{\text{Hg}} V_f^{\text{gas}}}{nR} = \frac{p_f^{\text{Hg}} S(h - y_f)}{nR} = 653$ K

$Q = \Delta U + W = nc_V (T_f - T_i) + W = 7692$ J