

# Premessa

Si consideri il modello compartimentale per la dinamica glucosio-insulina trattato a lezione e descritto alla sezione 3.8.2 del libro. Dopo aver fissato i parametri e linearizzato il modello attorno al punto di equilibrio corrispondente a uscita di equilibrio pari al valore fisiologico  $\bar{y} = 80$  mg/dl, si ottiene la seguente funzione di trasferimento del sistema linearizzato.

$$G_0(s) = -\frac{0.000032}{(s + 0.0233)(s + 0.05)(s + 0.11)}$$

Tale funzione di trasferimento è normalizzata rispetto al peso in kg del paziente e quindi la funzione di trasferimento effettiva che descrive un paziente di  $Q$  kg è

$$G_Q(s) = -\frac{0.000032/Q}{(s + 0.0233)(s + 0.05)(s + 0.11)}.$$

Dunque possiamo fare l'analisi sulla funzione di trasferimento  $G_0(s)$  e progettare il relativo controllore  $C_0(s)$  sapendo che poi si dovrà adottare il controllore di funzione di trasferimento  $C_Q(s)$  adattata al peso del paziente, ossia

$$C_Q(s) := QC_0(s).$$

## Attenzione:

- i parametri, sono fissati facendo riferimento al tempo misurato in minuti (non in secondi) e quindi la risposta indiciale di questa funzione di trasferimento ha in ascissa il tempo misurato in minuti. Ai fini del progetto nulla cambia: è solo necessario ricordare che anche il controllore PID (progettato con le solite formule) deve considerarsi una funzione di trasferimento che fa riferimento al tempo misurato in minuti. Se si vuole usare la funzione **step** (che di *default* usa la scala dei tempi in secondi) bisogna dichiarare che il tempo è misurato in minuti. Per fare ciò è sufficiente aggiungere la specifica nella funzione di trasferimento come segue. Una volta definiti i polinomi  $N$  e  $D$  a numeratore e denominatore, rispettivamente si definisce la funzione di trasferimento col comando

```
G0= tf(N,D,'TimeUnit','minutes')
```

Naturalmente, anche il controllore dovrà contenere la stessa specifica nella sua definizione.

- il segno negativo della funzione di trasferimento  $G_0(s)$  dipende dal fatto che l'apporto di insulina provoca una diminuzione (e non un aumento) della glicemia.

Si desidera progettare un controllore PID con funzione di trasferimento del tipo

$$C_0(s) = -\frac{K_I}{s} [1 + T_I s + T_D T_I s^2] .$$

**Attenzione:** il segno negativo nella funzione di trasferimento  $C_0$  compensa il segno negativo nella funzione di trasferimento  $G_0$  in modo che il problema risulta equivalente a quello di progettare un controllore di funzione di trasferimento

$$C(s) = -C_0(s) = \frac{K_I}{s} [1 + T_I s + T_D T_I s^2]$$

per un sistema di funzione di trasferimento

$$G(s) = -G_0(s) = \frac{0.000032}{(s + 0.0233)(s + 0.05)(s + 0.11)}$$

Rimane il fatto che il guadagno di Bode  $-K_I$  del controllore  $C_0(s)$  sarà negativo e quindi il PID non può essere realizzato in modo classico. Per ovviare a questo problema osserviamo che invece dello schema prototipico

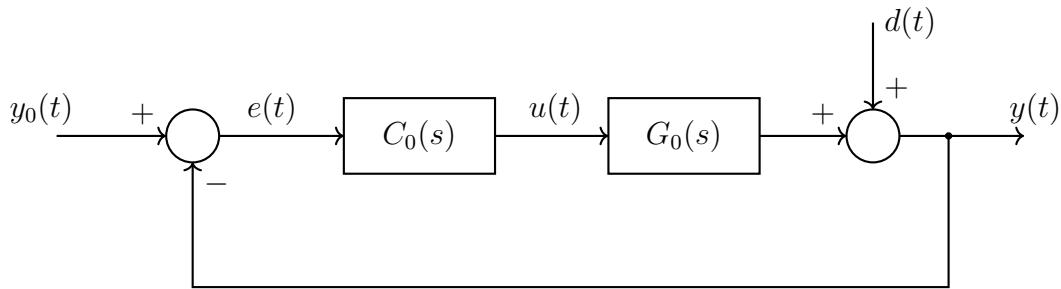


Figure 1: Rappresentazione dello schema di controllo prototipico.

possiamo usare il seguente schema alternativo

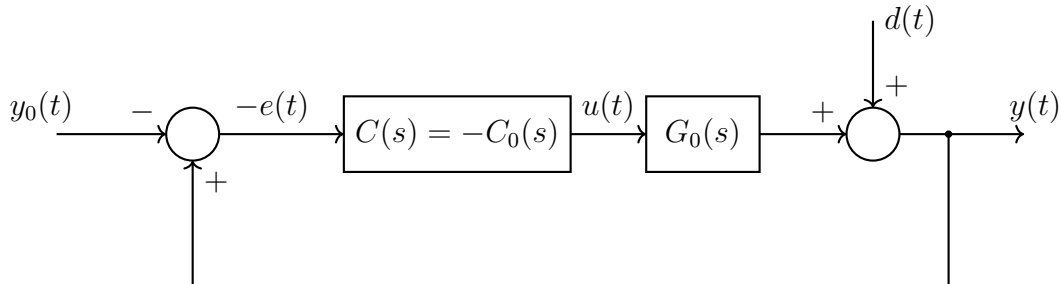


Figure 2: Schema di controllo alternativo.

Si verifica facilmente che la funzione di trasferimento da  $y_0$  a  $y$  è la stessa per entrambi gli schemi a catena chiusa e quindi possiamo utilizzare un PID classico (con tutti i parametri positivi) di funzione di trasferimento  $C(s)$  collegato in questo schema di controllo alternativo.

# Problema

Si progetti  $C(s)$  usando la sintesi di Bode in modo che

- A. Il sistema a catena chiusa sia di tipo 1.
- B.  $|e_r| \leq 35$ , dove  $e_r$  è l'errore a regime in risposta a un riferimento  $y_0(t)$  a rampa unitaria.
- C.  $t_r \simeq t_r^* := 1$  ora, dove  $t_r$  è il tempo di salita della risposta indiciale del sistema a catena chiusa.
- D.  $M_p \leq M_p^* := 10\%$ , dove  $M_p$  è la sovraelongazione della risposta indiciale del sistema a catena chiusa.

Una volta progettata la funzione di trasferimento  $C(s)$  del controllore, si verifichi se i parametri della risposta indiciale del sistema a catena chiusa rispettano le specifiche C. e D. (il soddisfacimento delle specifiche A. e B. non coinvolge approssimazioni e quindi non serve verificare che queste due specifiche siano soddisfatte). In caso negativo, si modifichino i valori di  $t_r^*$  e  $M_p^*$  in modo da ottenere che effettivamente si abbia:

- $t_r \leq 1$  ora e  $t_r \geq 45$  minuti;
- $M_p \leq 10\%$ .

Per esempio, se si dovesse verificare che nella soluzione ottenuta in un primo momento la sovraelongazione supera il 10% si rifaccia il progetto imponendo una sovrelongazione sempre più piccola (per esempio il 9%, il 7% o anche meno) fino a che non si verifica che la sovrelongazione effettivamente raggiunta dalla risposta indiciale del sistema a catena chiusa non risulta realmente minore o uguale al 10%. Analogamente, se si dovesse riscontrare che nella soluzione ottenuta in un primo momento il tempo di salita è minore di 45 minuti, si rifaccia il progetto imponendo un valore di  $t_r^*$  sempre più elevato (per esempio 70 minuti, 80 minuti o anche di più) fino a che non si verifica che il tempo di salita effettivamente raggiunto dalla risposta indiciale del sistema a catena chiusa non risulta realmente compreso fra i 45 e i 60 minuti. Infine, se si dovesse riscontrare che nella soluzione ottenuta in un primo momento sia la sovrelongazione sia il tempo di salita non sono conformi alle specifiche si rifaccia il progetto modificando entrambi i parametri  $t_r^*$  e  $M_p^*$  (secondo la filosofia illustrata nei due esempi precedenti) fino a quando il sistema a catena chiusa rispetta effettivamente le specifiche.

Si veda la pagina successiva per il formato della soluzione.

Nella prima pagina del documento consegnato si riportino solo i valori numerici dei risultati richiesti, come nel seguente *template*:

1. La funzione di trasferimento  $C(s)$  ottenuta con il primo progetto è

$$C(s) = \dots$$

2. Per soddisfare effettivamente le specifiche si sono imposti i seguenti nuovi valori:

$$t_r^* = \dots, \quad M_p^* = \dots$$

e si è così ottenuta la funzione di trasferimento

$$C(s) = \dots$$

La funzione di trasferimento del relativo sistema a catena chiusa è:

$$W(s) = \dots$$

I valori effettivi del tempo di salita e della massima sovraelongazione della risposta indiciale del sistema a catena chiusa di funzione di trasferimento  $W(s)$  sono:

$$t_r = \dots, \quad M_p = \dots$$

- 3.

Il grafico della risposta indiciale del sistema a catena chiusa è:

GRAFICO.

Nelle pagine successive si riportino i ragionamenti, i passaggi e il codice utilizzati per rispondere alle domande.