ESERCIZI TUTORATO

1. Sia V uno spazio vettoriale con base v_1, v_2, v_3, v_4 e sia $f : V \to V$ la funzione lineare defnita da

   $$f(v_1) = 2v_1+3v_2, f(v_2) = 3v_1+2v_2, f(v_3) = v_1+3v_3+2v_4, f(v_4) = 2v_1-v_2+2v_3+3v_4$$

   Si determinino tutti gli autovalori e gli autovettori di f e si dica se f è diagonalizzabile.

2. Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ la funzione lineare defnita ponendo $f(v_1) = w_1, f(v_2) = w_2, f(v_3) = w_3$, ove $v_1 = (1; 2; 3)^T, v_2 = (2; -1; 0)^T, v_3 = (0; -1; -1)^T, w_1 = (6; 4; 10)^T, w_2 = (5; -1; 4)^T, w_3 = (-1; -2; -3)$.

   - Si scriva la matrice di f rispetto alla base canonica.
   - Si determini una base del nucleo e una base dell'immagine di f.
   - Si determinino gli autovalori e gli autovettori di f e si dica se f è diagonalizzabile

   Immaginiamo di ridefinire $\{w_1, w_2, w_3\}$ come $w_1 = (1, 2, -1)^T, w_2 = (0, 1, 2)^T$ e $w_3 = (1, 2, 0)^T$, adesso costituiscono una base?
   Si può calcolare $M_{\underline{e}}^{\underline{e}}(f)$ in maniera alternativa?

3. Invertire la seguente matrice (con complementi algebrici) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 7 \end{pmatrix}$