

Lezione 2

14/03/2024

Esercizio 1

Si dica per quale valore di t il vettore $v_t = \begin{pmatrix} t \\ 3 \\ t-1 \\ 1 \end{pmatrix}$ appartiene al sottospazio $U = \left\langle \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$.

Esercizio 2

Siano p_1, p_2, p_3 polinomi di $\mathbb{R}_2[x]$:

$$p_1(x) = 1 + x^2, \quad p_2(x) = 1 + x, \quad p_3(x) = x + x^2$$

Dimostrare che essi costituiscono una base di $\mathbb{R}_2[x]$ e se ne calcoli la dimensione.

Esercizio 3

Sia $U = \{x \in \mathbb{R}^4 \mid x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \wedge x_1 + x_2 - 2x_4 = 0\}$.

Si determini una base di U e si calcoli la sua dimensione.

Esercizio 4

Siano U e V sottospazi di \mathbb{R}^8 , con $\dim(U) = 6$ e $\dim(V) = 5$. Si dimostri che non si può avere $\dim(U \cap V) = 1$.

Esercizio 5

Si considerino i seguenti due sottospazi di $V = \mathbb{R}^3$:

$$U = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \mid x - 2y + z = 0 \right\} \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \right\rangle$$

- (a) Trovare una base di U e determinare $\dim(U)$.
- (b) Trovare una base di W e determinare $\dim(W)$.
- (c) Trovare una base di $U \cap W$ e determinare $\dim(U \cap W)$.
- (d) Calcolare $\dim(U + W)$.
- (e) Dire se U e W sono in somma diretta.