

2 appello 19 febbraio 2024

I quesiti erano gli stessi per informatica, elettronica e biomedica. Cambiava solo una domanda di teoria.

Non avevo voglia di scrivere le soluzioni perché ho dato l'esame in questo appello, e una volta avuto l'esito ho archiviato FAMP. Scusatemi, spero possiate perdonarmi :)

Information

🚩 Flag question

ANALISI

Question 1

Partially correct

🚩 Flag question

Si consideri la funzione $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 - x^2y^2$.

Determinare la natura del punto critico $(0, 0)$ (Individuare qui a destra la scelta corretta)

Minimo locale stretto

⬇



Sia B il disco chiuso di raggio 2, cioè $B = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 4\}$. Si ammetta che all'interno di B gli eventuali punti critici diversi da $(0, 0)$ siano punti di sella. Determinare, se esiste, il valore del minimo assoluto di f su B . (Individuare qui a destra la scelta corretta)

Non voglio rispondere

⬇



Your answer is partially correct.

You have correctly selected 1.

The correct answer is: Determinare la natura del punto critico $(0, 0)$ (Individuare qui a destra la scelta corretta)

→ Minimo locale stretto, Sia B il disco chiuso di raggio 2, cioè $B = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 4\}$. Si ammetta che all'interno di B gli eventuali punti critici diversi da $(0, 0)$ siano punti di sella. Determinare, se esiste, il valore del minimo assoluto di f su B . (Individuare qui a destra la scelta corretta)

→ -2

$$F(x,y) = x^2 + xy + y^2 - x^2y^2$$

a) DETERMINARE LA NATURA DEL PUNTO CRITICO $(0,0)$

SOL. 1. CALCOLO IL GRADIENTE

$$\nabla F(x,y) = (2x + y - 2xy^2, x + 2y - 2x^2y)$$

2. CALCOLO LA MATRICE HESSIANA IN $(0,0)$

$$Hess F(x,y) = \begin{bmatrix} 2 - 2y & 1 - 4xy \\ 1 - 4xy & 2 - 2x^2 \end{bmatrix} \xrightarrow[\text{SOSTITUISCO } (0,0)]{} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\det Hess F(0,0) = 4 - 1 = 3$$

POICHE' $\det Hess F(0,0) = 3 > 0$ E $F_{xx}(0,0) > 0$, PER IL CRITERIO DELL' HESSIANA SI CONCLUDE CHE $(0,0)$ E' UN PUNTO DI MINIMO LOCALE STRETTO ✓

b) DETERMINARE IL VALORE DEL MINIMO ASSOLUTO DI F SU $B = \{x^2 + y^2 \leq 4\}$

SOL. (non so come si fa)

Question **2**

Correct

🚩 Flag
question

Sia D il dominio

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x - 5 \leq y \leq x - 3, 2 - x \leq y \leq 5 - x\}.$$

Utilizzando il cambio di variabile $u = x - y, v = x + y$ calcolare l'integrale

$$\int_D 4(x - y) \sqrt{x + y} \, dx \, dy.$$

Answer:

89.0870



The correct answer is: 89.0871

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x-5 \leq y \leq x-3, 2-x \leq y \leq 5-x\}$$

Calcolare $\int_D 4(x-y)\sqrt{x+y} \, dx \, dy$ ponendo $\begin{cases} u = x-y \\ v = x+y \end{cases}$

Sol. Come suggerito, poniamo $\begin{cases} u = x-y \\ v = x+y \end{cases}$

Così facendo, oltre a sostituire nell'integranda u e v , dobbiamo calcolare il determinante della Jacobiana e il nuovo dominio

1. Calcolo il determinante della Jacobiana

$$\begin{cases} u = x-y \\ v = x+y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v+y = x \\ v = y+u+y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = u+y \\ -2y = -v+x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = u + \frac{1}{2}v - \frac{1}{2}u \\ y = \frac{1}{2}v - \frac{1}{2}u \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2}u + \frac{1}{2}v \\ y = -\frac{1}{2}u + \frac{1}{2}v \end{cases}$$

$$|J| = \begin{vmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{vmatrix} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

2. DetermiNO il nuovo dominio: Devo spezzare le disuguaglianze in modo da ottenere u e v

$$D = \left\{ \overset{\text{I}}{x-5 \leq y \leq x-3}, \overset{\text{II}}{2-x \leq y \leq 5-x} \right\}$$

$$\text{I: } \begin{cases} x-5 \leq y \\ y \leq x-3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x-y \leq 5 \\ 3 \leq x-y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} u \leq 5 \\ 3 \leq u \end{cases} \rightarrow 3 \leq u \leq 5$$

$$\text{II: } \begin{cases} 2-x \leq y \\ y \leq 5-x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2 \leq x+y \\ x+y \leq 5 \end{cases} \rightarrow 2 \leq v \leq 5$$

3. Finalmente ho tutto per calcolare l'integrale

$$\int_D 4(x-y)\sqrt{x+y} \, dx \, dy = \int_E 4u \sqrt{v} \cdot \frac{1}{2} \, du \, dv$$

$$\rightarrow \int_2^5 \int_3^5 2u \sqrt{v} \, du \, dv = \left(\int_3^5 2u \, du \right) \cdot \left(\int_2^5 \sqrt{v} \, dv \right) = 89.0870^{\checkmark}$$

Question 3

Incorrect

Flag
questionSia $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4^2, x \leq 0\}$.Calcolare la circuitazione di $\vec{F}(x, y) = (4xy, -8x^2)$ sul bordo di D orientato positivamente.Answer: ✖

The correct answer is: 853.3333

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4^2, x \leq 0\}$$

$$\vec{F}(x, y) = (4xy, -8x^2)$$

Sol. PER IL TEOREMA DI GREEN:

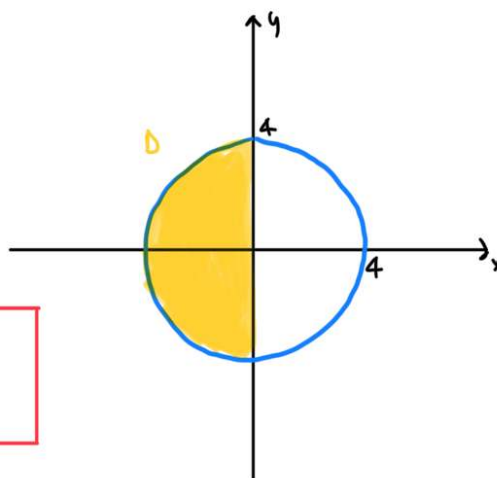
$$\int_{\partial D} \vec{F} \cdot \vec{T} ds = \int_D \left(\frac{\partial}{\partial x} F_2(x, y) - \frac{\partial}{\partial y} F_1(x, y) \right) dx dy$$

$$\frac{\partial}{\partial x} F_2(x, y) = -16x$$

$$\frac{\partial}{\partial y} F_1(x, y) = 4x$$

$$\rightarrow \int_D -16x - 4x \, dx dy = \int_D -20x \, dx dy = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \int_0^4 -20\rho^2 \cos t \, d\rho dt = 853.3333 \quad \checkmark$$

WOLFRAM



Information

🚩 Flag
question

PROBABILITA'

Question **4**

Correct

🚩 Flag
question

Questo esercizio ha due domande.

Si stima che solo il 53% delle mail non siano spam. Un'azienda informatica dichiara che con il suo software antispam:

- 1) la probabilità di veri positivi (cioè di classificare come SPAM una mail che effettivamente è spam) è del 98%;
- 2) la probabilità di falsi positivi (cioè che una mail che non è di spam venga classificata come SPAM) è del 8%.

Domanda a). Qual è la probabilità che una data mail venga classificata dal software come SPAM?

Answer: ✓

The correct answer is: 0.5030

Question **5**

Correct

🚩 Flag
question

Questo esercizio ha due domande.

Si stima che solo il 53% delle mail non siano spam. Un'azienda informatica dichiara che con il suo software antispam:

- 1) la probabilità di veri positivi (cioè di classificare come SPAM una mail che effettivamente è spam) è del 98%;
- 2) la probabilità di falsi positivi (cioè che una mail che non è di spam venga classificata come SPAM) è del 8%.

Domanda b). Una data mail non viene classificata dal software come SPAM. Qual è la probabilità che in realtà si tratti di spam?

Answer: ✓

The correct answer is: 0.0189

Question **6**

Correct

🚩 Flag
question

L'esercizio consta di 2 domande.

Sia F la funzione di distribuzione di una variabile aleatoria X data da

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 0, \\ \frac{x(4-x)}{4} & \text{se } x \in [0, 2], \\ 1 & \text{se } x > 2. \end{cases}$$

Domanda a) Calcolare il valore atteso di X

Answer: ✓

The correct answer is: 0.6667

Question 7

Correct

 Flag
question

Come nella prima parte, si dispone della funzione di distribuzione F di una variabile aleatoria X data da

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 0, \\ \frac{x(4-x)}{4} & \text{se } x \in [0, 2], \\ 1 & \text{se } x > 2. \end{cases}$$

Domanda b) Calcolare $P(X > 0.6)$.

Answer:



The correct answer is: 0.4900

Question 8


Correct

 Flag
question

Questo esercizio consta di 4 domande.

In un sistema di comunicazione ogni pacchetto di dati è costituito da 1024 bits. Ogni bit può essere ricevuto in modo errato con probabilità $p \in]0, 1[$; si suppone che gli errori siano indipendenti.

Domanda 1. La variabile X che conta il numero di bit ricevuti come errati in un dato pacchetto inviato è una variabile di che tipo? Giustificare brevemente la risposta. Piccola penalità (~10%) se la risposta è errata.

- ☐ Bernoulli
- ☒ Binomiale 
- ☐ Poisson
- ☐ Esponenziale
- ☐ Geometrica
- ☐ Uniforme
- ☐ Normale

Your answer is correct.

The correct answer is:
Binomiale

Question 9

Correct

 Flag
question

Questo esercizio consta di 4 domande.

In un sistema di comunicazione ogni pacchetto di dati è costituito da 1024 bits. Ogni bit può essere ricevuto in modo errato con probabilità 0.00625; si suppone che gli errori siano indipendenti.

Domanda 2. Qual è la media della variabile X che conta il numero di bit ricevuti come errati in un dato pacchetto inviato di 1024 bits?

Answer:



The correct answer is: 6.4000

Question 10

Correct

 Flag
question

Questo esercizio consta di 4 domande.

In un sistema di comunicazione ogni pacchetto di dati è costituito da 1024 bits. Ogni bit può essere ricevuto in modo errato con probabilità 0.00625; si suppone che gli errori siano indipendenti.

Domanda 3. Qual è la varianza della variabile X che conta il numero di bit ricevuti come errati in un dato pacchetto inviato di 1024 bits?

Answer: 

The correct answer is: 6.3600

Question 11

Correct

 Flag
question

In un sistema di comunicazione ogni pacchetto di dati è costituito da 1024 bits. Ogni bit può essere ricevuto in modo errato con probabilità 0.00625; si suppone che gli errori siano indipendenti.

Domanda 4. Usando una opportuna approssimazione, calcolare la probabilità che vi sia un numero maggiore o uguale di 4 errori in un pacchetto di dati di 1024 bits.

Answer: 

The correct answer is: 0.8811

Information

 Flag
question

DOMANDE TEORICHE

Giustificare tutte le risposte sul foglio in una pagina dedicata *ESCLUSIVAMENTE* alle domande teoriche.

Scrivere la risposta SOLO se ritenuta completa.


Enunciati privi di ipotesi o molto incompleti o dimostrazioni inconcludenti ottenute ricordando malamente le cose possono comportare una valutazione negativa

Question 12

Correct

 Flag
question

Enunciare la formula di Green e il Teorema della divergenza. Mostrare, a scelta, che il primo implica il secondo o che il secondo implica il primo.

- ☒ Risposta sul foglio 
- ☐ Non voglio rispondere

Your answer is correct.

The correct answer is:
Risposta sul foglio

Question 13

Incorrect

[Flag question](#)

Sia X variabile aleatoria continua con densità $f_X(x) = \begin{cases} 7e^{-7x} & \text{se } x \geq 0, \\ 0 & \text{se } x < 0. \end{cases}$

Sia poi R la variabile definita da $R = e^X$, cioè $R(\omega) = e^{X(\omega)}$ per ogni ω dello spazio campionario.

Determinare la densità continua di R in 2.

- ☐ 0.0273
- ☐ 171800.6120
- ☐ 2.5751
- ☐ 1202604.2841
- ☐ -171800.6120
- ☒ Altro ✖
- ☐ Non voglio rispondere

Your answer is incorrect.

La densità è la derivata della distribuzione $F_R(y) = P(R \leq y) = P(e^X \leq y)$.

Si ha

$$P(e^X \leq y) = \begin{cases} P(X \leq \log y) = F_X(\log y) & \text{se } y > 0, \\ 0 & \text{se } y \leq 0 \end{cases}$$

Di conseguenza la densità vale

$$f_R(y) = \frac{d}{dy} F_R(y) = \begin{cases} \frac{F'_X(\log y)}{y} = \frac{f_X(\log y)}{y} & \text{se } y > 0, \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

The correct answer is: 0.0273