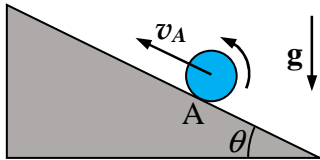


**Corsi di Laurea in Ingegneria Biomedica, dell'Informazione, Elettronica e Informatica**  
**Canale 3 (Prof. G. Naletto)**  
**Prova scritta di Fisica Generale 1 - Padova, 26 Settembre 2017**

Cognome ..... Nome ..... Matricola .....

**Problema 1**



Un disco di massa  $m = 2 \text{ kg}$  e raggio  $R$  sta salendo con moto di puro rotolamento su un piano scabro inclinato di un angolo  $\theta = 33^\circ$  rispetto all'orizzontale, soggetto alla forza peso. Determinare:

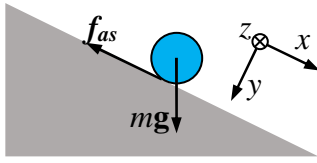
- a) il modulo  $a_{CM}$  ed il verso dell'accelerazione del centro di massa del disco;
- b) il minimo valore  $\mu_{s,min}$  del coefficiente di attrito statico necessario ad avere puro rotolamento;
- c) il modulo  $v_A$  della velocità del centro di massa del disco nell'istante in cui è in contatto con il piano inclinato nel punto A sapendo che, a partire da quell'istante, il disco si fermerà istantaneamente dopo aver percorso una distanza  $\ell = 0.7 \text{ m}$  sul piano inclinato;
- d) l'energia cinetica  $E_{k,A}$  del disco quando, scendendo dopo aver raggiunto il punto più alto del piano, ripassa sopra A;
- e) modulo, direzione e verso della velocità  $v_B$  del punto B del disco diametralmente opposto ad A nello stesso istante.

**Problema 2**

Un cilindro adiabatico è diviso in due parti da un pistone mobile inizialmente bloccato. Da una parte del pistone si trovano  $n = 2.4$  moli di un gas perfetto biatomico in equilibrio nello stato A, alla pressione  $p_A = 1.2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  e che occupano un volume  $V_A = 0.045 \text{ m}^3$ ; dall'altra parte del pistone c'è il vuoto. Ad un certo istante si sblocca il pistone, ed il gas si porta nello stato B (espansione libera del gas). Successivamente, sempre agendo sul pistone, si comprime il gas irreversibilmente compiendo dall'esterno un lavoro  $W_{BC,ext} = 2000 \text{ J}$  portandolo nello stato C in cui  $V_C = 2V_A$ . A questo punto, mantenendo il gas in contatto termico con un serbatoio alla temperatura  $T_C$ , lo si comprime in modo molto lento e graduale fino allo stato D, in cui il gas occupa lo stesso volume iniziale  $V_D = V_A$ . Infine, lo si mette in contatto termico con un serbatoio alla temperatura  $T_A$ , e il gas ritorna nello stato iniziale per mezzo di una trasformazione isocora. Dopo aver disegnato il ciclo del gas, determinare:

- a) la temperatura  $T_C$  del gas nello stato C;
- b) il calore  $Q_{TOT}$  scambiato dal gas nel ciclo;
- c) l'efficienza  $\xi$  del ciclo (frigorifero); spiegare se il risultato viola o no il secondo principio della termodinamica;
- d) la variazione di entropia  $\Delta S_U$  dell'universo nel ciclo;
- e) la variazione di entropia  $\Delta S_{U,AC}$  dell'universo nelle trasformazioni AB+BC.

### Problema 1



a) Il disco è decelerato spazialmente (il modulo della velocità diminuisce) e angolarmente (il modulo della velocità angolare diminuisce). Scegliamo un sistema di riferimento con asse  $x$  parallelo al piano inclinato orientato verso il basso, asse  $y$  perpendicolare al piano inclinato e orientato verso il basso, e asse  $z$  entrante nel piano del foglio (sistema di riferimento destrorso). Per ottenere decelerazione angolare (vedi equazione dei momenti), la forza di attrito statico deve avere verso opposto all'asse  $x$ .

$$\begin{cases} mg \sin \theta - f_{as} = ma_{CM} \\ Rf_{as} = I_O \alpha = \frac{1}{2} m R^2 \frac{a_{CM}}{R} \Rightarrow f_{as} = \frac{1}{2} m a_{CM} \end{cases} \Rightarrow mg \sin \theta - \frac{1}{2} m a_{CM} = m a_{CM} \Rightarrow a_{CM} = \frac{2}{3} g \sin \theta = 3.56 \text{ m/s}^2$$

orientata concordemente all'asse  $x$ .

$$b) f_{as} = \frac{1}{2} m a_{CM} = \frac{1}{3} mg \sin \theta \leq \mu_s N = \mu_s mg \cos \theta \Rightarrow \mu_s \geq \mu_{s, \min} = \frac{1}{3} \tan \theta = 0.22$$

$$c) 0 = v_A^2 - 2 a_{CM} \ell \Rightarrow v_A = \sqrt{2 a_{CM} \ell} = \sqrt{\frac{4}{3} g \ell \sin \theta} = 2.23 \text{ m/s}$$

oppure, siccome non c'è lavoro da parte di forze dissipative:

$$E_{mecc} = \text{cost} \Rightarrow E_{k, \text{in}} = E_{pot, \text{fin}} \Rightarrow \frac{1}{2} m v_A^2 + \frac{1}{2} I_O \omega_A^2 = mg \ell \sin \theta \Rightarrow$$

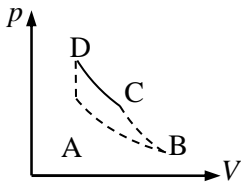
$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v_A^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} m R^2 \cdot \left( \frac{v_A}{R} \right)^2 = mg \ell \sin \theta \Rightarrow \frac{3}{4} v_A^2 = g \ell \sin \theta \Rightarrow v_A = \sqrt{\frac{4}{3} g \ell \sin \theta}$$

$$d) E_{k, A} = E_{p, \text{fin}} = mg \ell \sin \theta = 7.48 \text{ J}$$

e) La velocità del punto più in "alto" del disco è il doppio della velocità del CM del disco stesso, parallela al piano inclinato e orientata concordemente all'asse  $x$ ; per la conservazione dell'energia, il modulo della velocità del CM del disco in discesa è uguale a quello in salita.

$$v_B = 2 v_A = 2 \sqrt{\frac{4}{3} g \ell \sin \theta} = 4.47 \text{ m/s}$$

### Problema 2



$$Q_{AB} = W_{AB} = \Delta U_{AB} = 0; \quad T_A = T_B = \frac{p_A V_A}{nR} = 271 \text{ K}$$

a) La trasformazione BC è una adiabatica, quindi  $Q_{BC} = 0$ :

$$\Rightarrow W_{BC} = -\Delta U_{BC} = -n c_V (T_C - T_B) \Rightarrow T_C = T_B - \frac{W_{BC}}{n c_V} = T_B + \frac{W_{BC, \text{ext}}}{n c_V} = 311 \text{ K}$$

b) La trasformazione CD è una isoterma, quindi  $T_C = T_D$

$$Q_{CD} = W_{CD} = n R T_C \ln \frac{V_D}{V_C} = n R T_C \ln \frac{V_A}{2 V_A} = -4298 \text{ J}; \quad Q_{DA} = n c_V (T_A - T_D) = -2000 \text{ J}; \quad \Rightarrow Q_{TOT} = -6298 \text{ J}$$

$$c) W_{DA} = 0 \Rightarrow \xi = \frac{Q_{ASS}}{|W_F|} = \frac{0}{|W_{CD} + W_{DA}|} = 0$$

Si tratta di un ciclo in cui il gas subisce lavoro e lo trasforma tutto in calore ceduto all'ambiente, quindi non viola il secondo principio della termodinamica.

$$d) \Delta S_U = \Delta S_{gas} + \Delta S_{amb} = \Delta S_{amb} = \Delta S_{amb, CD+DA} = -\Delta S_{gas, CD} + \Delta S_{amb, DA} = -n R \ln \frac{V_D}{V_C} + \frac{-Q_{DA}}{T_A} = 21.2 \text{ J/K}$$

$$\text{oppure } \Delta S_U = \Delta S_{U, AB} + \Delta S_{U, BC} + \Delta S_{U, DA} = n R \ln \frac{V_B}{V_A} + \left( n R \ln \frac{V_C}{V_B} + n c_V \ln \frac{T_C}{T_B} \right) + \left( n c_V \ln \frac{T_A}{T_D} + \frac{-Q_{DA}}{T_A} \right) =$$

$$= n R \ln \frac{V_C}{V_A} + n c_V \ln \frac{T_A}{T_B} + \frac{-Q_{DA}}{T_A} = -n R \ln \frac{V_A}{V_C} + \frac{-Q_{DA}}{T_A}$$

$$e) \Delta S_{U, AC} = \Delta S_{gas, AC} = n R \ln \frac{V_C}{V_A} + n c_V \ln \frac{T_C}{T_A} = 20.7 \text{ J/K}$$

$$\text{oppure } \Delta S_{U, AC} = \Delta S_{U, ciclo} - \Delta S_{U, CD+DA} = \Delta S_U - \Delta S_{U, DA} = \Delta S_U - \left( n c_V \ln \frac{T_A}{T_D} + \frac{-Q_{DA}}{T_A} \right) = 20.7 \text{ J/K}$$