

**Università degli Studi di Padova**

Padova, 9 luglio 2019 Terzo Appello **FAMP** Tempo: 2 ore e 45 minuti.

**Gli esercizi vanno svolti con le dovute giustificazioni sul foglio di bella. Questo foglio va consegnato unitamente al solo foglio di bella. Chi necessita di un certificato di partecipazione all'esame è pregato di richiederlo per mail all'indirizzo [carlo.mariconda@unipd.it](mailto:carlo.mariconda@unipd.it)**

## 0.1 Analisi

(A1) Mostrare che l'integrale iterato

$$\int_0^1 \int_0^{1-x} \sqrt{x+y} (y-2x)^2 dy dx$$

è l'integrale doppio di  $f(x, y) = \sqrt{x+y} (y-2x)^2$  su una opportuna regione  $R$ . Calcolarlo poi con il cambio di variabile  $u = x + y, v = y - 2x$ . (Sugg: disegnare  $R$  e studiare l'immagine del bordo di  $R$  nel piano  $u, v$ )

(A2) Sia  $\vec{F}(x, y) = (x^2 + y^2)^4 \frac{(x, y)}{\sqrt{x^2 + y^2}}$  per  $(x, y) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$ .

1. Dire se  $\vec{F}$  è conservativo; determinarne una primitiva in caso affermativo.
2. Sia  $\gamma(t) = (t^2 + 1, t + 3)$ ,  $t \in [0, 1]$ . Calcolare l'integrale di  $\vec{F}$  lungo  $\gamma$ .

(A3) Un disco metallico ha la forma del disco chiuso unitario. la sua temperatura in un punto  $(x, y)$ , con  $x^2 + y^2 \leq 1$ , è data da  $T(x, y) = x^2 + 2y^2 - x$ . Dire se esistono i punti nei quali la temperatura è massima/minima e determinarli in caso affermativo.

## Probabilità

Sono richiesti valori numerici, non solo le formule.

(P1) La probabilità che il Venezia sia ripescato in Serie B (evento **R**) se la Commissione Nazionale lavora con serietà (evento **S**) è pari al 90%. La probabilità che la Commissione Nazionale non abbia lavorato con serietà (evento **S<sup>c</sup>**) se il Venezia non venisse ripescato (evento **R<sup>c</sup>**) è pari al 99%. Tenendo conto che il Venezia verrà ripescato con probabilità pari al 80%, determinare la probabilità che la Commissione Nazionale abbia lavorato con serietà se il Venezia verrà ripescato. (Sugg: Ricavare una formula nell'incognita  $x$  uguale alla probabilità cercata)

(P2) Si consideri la funzione di due variabili

$$f(x, y) = \begin{cases} ax^2(5 - y) & \text{se } (x, y) \in [0, 1] \times [0, 1], \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

1. Per quale valore del parametro reale  $a$  la funzione  $f$  è la densità congiunta di una coppia di variabili aleatorie continue  $X$  e  $Y$ .
2. Per il valore trovato nel punto (a) determinare le densità marginali.
3. Calcolare la probabilità dell'evento  $X \leq 2Y$ .

(P3) La durata di una pila da orologi è una variabile aleatoria di media 200 ore e deviazione standard  $\sigma$  ore. A partire dalla tabella della normale determinare per quali valori  $\sigma > 0$ , con 100 pile, si può garantire il funzionamento dell'orologio per almeno 20260 ore con una probabilità superiore al 40%.

Domanda teorica

Scegliere **una, e una sola**, delle due domande teoriche, **barrando con una X** la domanda scelta.

(T1) ☐ Sia  $y$  una funzione  $C^1$  tale che  $y' \leq 2y + 1, y(0) = 5$ . quanto può valere al massimo  $y(\log 3)$ ? (Sugg:  $y' - 2y \leq 1$ ...procedere con il metodo usato per dimostrare la formula per le eq. lineari...)

(T2) ☐ Sia  $f(x, y)$  differenziabile in  $(0, 0)$ , con  $f(0, 0) = 0$  e  $\nabla f(0, 0) = (3, -4)$ .

1. Determinare i vettori unitari  $\vec{u}$  tali che  $D_{\vec{u}}f(0, 0) = 0$ ;

2. Calcolare, se esiste,  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{f(x, y) - 3x + 4y}{(x^2 + y^2)^{1/4}}$ .

Funzione di distribuzione della normale standard

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990