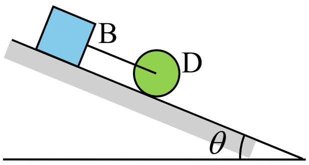
Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica - Canale 1 (Prof. G. Naletto)
Seconda Prova in Itinere di Fisica Generale 1 - Padova, 10 giugno 2025

Cognome .... Nome .... Matricola ....

Problema 1



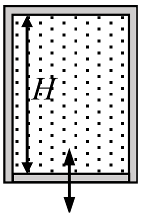
Un blocchetto B e un disco omogeneo D di raggio R, entrambi di massa m, sono appoggiati su un piano scabro inclinato rispetto all'orizzontale. I centri dei due corpi sono collegati da un filo inestensibile e di massa trascurabile teso parallelo al piano inclinato; il piano del disco è verticale e il suo asse è perpendicolare al filo teso (nota che il filo non impedisce il moto di rotazione del disco attorno al suo asse, vedi figura). Inizialmente il sistema è fermo. Determinare:

a) il modulo $f_{as,D}$ della forza di attrito statico tra piano e disco.

Siano dati il coefficiente di attrito dinamico tra piano e blocchetto, $\mu_{d,B} = 0.65$, e l'angolo di inclinazione del piano inclinato rispetto all'orizzontale, $\theta = 23°$. Il sistema si mette in movimento partendo da fermo con il disco che rotola senza strisciare. Determinare:

b) il modulo a dell'accelerazione con cui scende il centro di massa del sistema;
c) il minimo valore $\mu_{s,D,min}$ del coefficiente di attrito statico tra piano e D per avere moto di puro rotolamento.
d) (facoltativo) posto $m = 2.5$ kg e $R = 0.1$ m, l'energia cinetica del sistema dopo che il disco ha compiuto un giro.

Problema 2



Un cilindro adiabatico di sezione $S = 0.14$ m^2 e altezza $H = 0.3$ m con asse verticale ha la base inferiore chiusa da un pistone adiabatico a tenuta di massa trascurabile libero di muoversi senza attrito. Il cilindro è immerso nell'aria alla pressione $p_{amb} = 10^5$ Pa; al suo interno c'è un gas ideale biatomico nello stato di equilibrio A, alla temperatura $T_A = 295$ K, uguale alla temperatura ambiente ($T_{amb} = T_A$) e il pistone è al margine inferiore del cilindro (vedi figura). Il cilindro viene lentamente immerso fino alla profondità $h = 3$ m in una vasca piena di acqua ($\rho_{H2O} = 10^3$ kg/m^3) in equilibrio con l'ambiente (T_{amb} e p_{amb} alla superficie) finché il gas si trova nello stato B. A questo punto si rimuove la copertura adiabatica del cilindro e il gas si porta nello stato di equilibrio C. A questo punto la vasca viene lentamente svuotata e il gas ritorna nello stato iniziale A. Determinare:

a) il volume V_B del gas nello stato B;
b) il lavoro W_{gas} fatto dal gas nel ciclo;
c) la variazione di entropia $\Delta S_{U,ciclo}$ dell'universo nel ciclo.

Problema 3

Una macchina termica di Carnot a gas, di rendimento $\eta_C = 0.19$ funziona tra una massa di acqua e vapor acqueo alla temperatura $T_2 = 373.15$ K e un serbatoio alla temperatura $T_1 < T_2$. Nell'espansione isoterma, la macchina porta $n = 5$ moli di gas dal volume iniziale $V_A = 0.15$ m^3 al volume finale $V_B = 0.3$ m^3. Determinare:

a) il calore Q_1 scambiato dalla macchina con il serbatoio alla temperatura T_1.

Tra gli stessi serbatoi opera anche una seconda macchina termica, sincrona alla macchina di Carnot, il cui rendimento è $\eta_M = 0.11$ e che cede un calore $Q'_1 = -1.3 \cdot 10^4$ J al serbatoio freddo. Determinare:

b) la massa m_v di vapore che condensa ad ogni ciclo delle due macchine sincrone;
c) la variazione ΔS_U di entropia dell'universo in un ciclo delle due macchine.

Quando tutto il vapore nel serbatoio caldo è condensato, si ferma la macchina irreversibile. Sapendo che la massa d'acqua rimasta nel serbatoio alla temperatura T_2 è pari a $m_{H2O} = 0.3$ kg, determinare:

d) il calore Q_1^* ceduto dalla macchina di Carnot al serbatoio freddo da quando si è fermata la macchina irreversibile a quando la temperatura dell'acqua nel serbatoio è diventata $T_2^* = 360$ K

[NB calore latente di evaporazione dell'acqua: $\lambda_v = 2.26 \cdot 10^6$ J/kg; calore specifico dell'acqua: $c_{H2O} = 4187$ J/kgK]

Soluzioni

Problema 1

Sul disco e sul blocchetto agiscono 4 forze: forza peso $m\vec{g}$, tensione del filo $\vec{T}$, forze di attrito statico, rispettivamente $\vec{f}_{as,D}$ e $\vec{f}_{as,B}$, e reazione normale $\vec{N}$. Quando il sistema si mette in movimento le tensioni cambiano così come le forze di attrito, che diventano rispettivamente $\vec{T'}, \vec{f'}_{as,D}$, e $\vec{f}_{ad,B}$. Le equazioni da usare per i primi tre punti sono quelle del moto del centro di massa e l'equazione dei momenti; per quest'ultima si può usare indifferentemente come polo il centro O del disco o il punto C di contatto del disco con il piano. Nel seguito sono mostrate le soluzioni più rapide; nella pagina seguente quelle usando l'altro polo.

a) Posto come polo il centro O del disco, si ha: $M_O = Rf_{as,D} = 0 \;\Rightarrow\; f_{as,D} = 0$

b) Posto come polo il punto di contatto C del disco con il piano, si ha:

$$\begin{cases} m\vec{g} + \vec{T'}_{BD} + \vec{f}_{ad,B} + \vec{N}_B = m\vec{a} \\ \vec{R} \times m\vec{g} + \vec{R} \times \vec{T'} = I_{z,C}\vec{\alpha} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} mg\sin\theta + T' - \mu_{d,B}mg\cos\theta = ma \\ Rmg\sin\theta - RT' = \left(\frac{1}{2}mR^2 + mR^2\right)\frac{a}{R} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} mg\sin\theta + T' - \mu_{d,B}mg\cos\theta = ma \\ mg\sin\theta - T' = \frac{3}{2}ma \end{cases} \Rightarrow \quad a = \frac{2}{5}g\big(2\sin\theta - \mu_{d,B}\cos\theta\big) = 0.72\ \mathrm{m/s^2}$$

c) Posto come polo il centro O del disco, si ha:

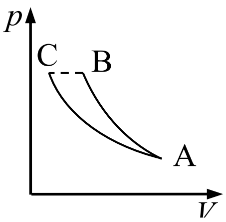
$$Rf'_{as,D} = I_{z,O}\alpha = \frac{1}{2}mR^2\frac{a}{R} \;\Rightarrow\; f'_{as,D} = \frac{1}{2}ma \le \mu_{s,D}N_D = \mu_{s,D}mg\cos\theta \;\Rightarrow\; \mu_{s,D} \ge \frac{a}{2g\cos\theta} = 0.04$$

d) $v^2 = 2a\ell = 2a\cdot 2\pi R;\;\; E_k = E_{k,B} + E_{k,D} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I_{z,O}\omega^2 = mv^2 + \frac{1}{4}mv^2 =$

$$= \frac{5}{4}mv^2 = 5ma\pi R = 2.82\ \mathrm{J}$$

oppure $\quad W_{nc} = \Delta E_k + \Delta E_p \;\Rightarrow\; E_k = W_{nc} - \Delta E_p = -\mu_{d,B}mg\cos\theta\cdot 2\pi R + 2mg\cdot 2\pi R\sin\theta$

Problema 2



AB è adiabatica reversibile; BC è isobara irreversibile; CA è isoterma reversibile.

a) $V_A = SH = 0.042\ \mathrm{m^3};\;\; n = \frac{p_AV_A}{RT_A} = 1.71;\;\; p_B = p_A + \rho_{H2O}gh = 1.29\cdot 10^5\ \mathrm{Pa};$

$$p_AV_A^\gamma = p_BV_B^\gamma \;\Rightarrow\; V_B = V_A\left(\frac{p_A}{p_B}\right)^{1/\gamma} = 0.0349\ \mathrm{m^3};\;\; T_B = \frac{p_BV_B}{nR} = 317.6\ \mathrm{K}$$

b) $W_{gas} = Q_{gas} = Q_{BC} + Q_{CA} = nc_P(T_C - T_B) + nRT_C\ln\frac{p_C}{p_A} = -40.9\ \mathrm{J}$

c) $\Delta S_{U,ciclo} = \Delta S_{amb,ciclo} = \Delta S_{amb,BC} + \Delta S_{amb,CA} = -\frac{nc_p(T_C - T_B)}{T_{amb}} - nR\ln\left(\frac{p_C}{p_A}\right) = 0.14\ \mathrm{J/K}$

oppure $\quad \Delta S_{U,ciclo} = \Delta S_{U,BC} = \Delta S_{gas,BC} + \Delta S_{amb,BC} = nc_p\ln\left(\frac{T_C}{T_B}\right) - \frac{nc_p(T_C - T_B)}{T_{amb}}$

Problema 3

a) $Q_2 = nRT_2\ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) = 10752\ \mathrm{J};\;\; \eta_C = 1 + \frac{Q_1}{Q_2} \;\Rightarrow\; Q_1 = Q_2(\eta_C - 1) = -8709\ \mathrm{J}$

b) $Q'_1 + Q'_2 = W' = \eta_M Q'_2 \;\Rightarrow\; Q'_2 = \frac{Q'_1}{\eta_M - 1} = 14607\ \mathrm{J};\;\; m_v\lambda_v = \left|-Q_2 - Q'_2\right| \;\Rightarrow\; m_v = \frac{Q_2 + Q'_2}{\lambda_v} =$

$= 0.011\ \mathrm{kg}$

c) $\eta_C = 1 - \frac{T_1}{T_2} \;\Rightarrow\; T_1 = T_2(1 - \eta_C) = 302.3\ \mathrm{K};\;\; \Delta S_U = \Delta S_{amb,M} = \Delta S_{U,M} = \frac{-Q'_1}{T_1} + \frac{-Q'_2}{T_2} = 3.87\ \mathrm{J/K}$

d) $\Delta S_U^* = \Delta S_{amb}^* = \frac{-Q_1^*}{T_1} + m_{H2O}c_{H2O}\ln\frac{T_2^*}{T_2} = 0 \;\Rightarrow\; Q_1^* = T_1 m_{H2O}c_{H2O}\ln\frac{T_2^*}{T_2} = -13621\ \mathrm{J}$

Problema 1 **(soluzioni alternative)**

a) Considerando come polo il punto di contatto C del disco con il piano, si ha:

$$\begin{cases} \vec{R} \times m\vec{g} + \vec{R} \times \vec{T} = 0 \\ m\vec{g} + \vec{T} + \vec{f}_{as,D} + \vec{N} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} mg \sin\theta\, R - RT = 0 \\ mg \sin\theta - T - f_{as,D} = ma \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T = mg \sin\theta \\ f_{as,D} = 0 \end{cases}$$

b) Posto come polo il centro O del disco, si ha:

$$\begin{cases} m\vec{g} + \overrightarrow{T'}_{BD} + \vec{f}_{ad,B} + \vec{N}_B = m\vec{a} \\ m\vec{g} + \overrightarrow{T'}_{DB} + \overrightarrow{f'}_{as,D} + \vec{N}_B = m\vec{a} \\ \vec{R} \times \overrightarrow{f'}_{as,D} = I_{z,O}\vec{\alpha} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} mg \sin\theta + T' - \mu_{d,B} mg \cos\theta = ma \\ mg \sin\theta - T' - f'_{as,D} = ma \\ Rf'_{as,D} = \frac{1}{2} mR^2 \frac{a}{R} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2mg \sin\theta - \mu_{d,B} mg \cos\theta - f'_{as,D} = 2ma \\ f'_{as,D} = \frac{1}{2} ma \end{cases} \Rightarrow \quad a = \frac{2}{5} g\left(2 \sin\theta - \mu_{d,B} \cos\theta\right)$$

c) Posto come polo il il punto di contatto C del disco con il piano, si ha:

$$\begin{cases} m\vec{g} + \overrightarrow{T'}_{DB} + \overrightarrow{f'}_{as,D} + \vec{N}_B = m\vec{a} \\ \vec{R} \times m\vec{g} + \vec{R} \times \vec{T} = I_{z,C}\vec{\alpha} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} mg \sin\theta - T' - f'_{as,D} = ma \\ Rmg \sin\theta - RT' = \left(\frac{1}{2} mR^2 + mR^2\right) \frac{a}{R} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} mg \sin\theta - T' - f'_{as,D} = ma \\ mg \sin\theta - T' = \frac{3}{2} ma \end{cases} \Rightarrow f'_{as,D} = \frac{1}{2} ma \le \mu_{s,D} N_D = \mu_{s,D} mg \cos\theta \quad \Rightarrow \mu_{s,D} \ge \frac{a}{2g \cos\theta}$$