

ESAME ELABORAZIONE SEGNALI BIOMEDICI - ESERCIZI

Anno Accademico 2022/2023 - SECONDO APPELLO

NOME:

COGNOME:

NUMERO MATRICOLA:

ESERCIZIO 1 (1pt)

Calcolare lo spazio occupato (in byte) da un segnale digitale della durata di 10 minuti, campionato a 600 Hz su 150 livelli.

ESERCIZIO 2 (3pt)

Dato il filtro IIR definito dalla serie di coefficienti $a_k = [1, 4/3]$ e $b_k = [1, 2, 1]$ identificare la funzione $H(z)$ (1 pt). Disegnare quindi il diagramma zeri/poli, definire la ROC (1pt). Il filtro è realizzabile? Il filtro è stabile? Motiva le risposte (1pt)

ESERCIZIO 3 (3pt)

Dato il filtro $H(z) = \frac{1-z^{-2}}{1+\frac{1}{4}z^{-2}}$ determinare:

- A. Equazione alle differenze del filtro (1 pt)
 - B. Determinare il digramma zeri/poli e ROC (1pt)
 - C. Descriverne stabilità e realizzabilità, e tipo di filtro (i.e. passa basso, passa alto, ...)(1pt)
-

SOLUZIONI

Es 1

N bit = ceil (log2 150) = ceil (7.2) = 8 bit = 1 byte dove ceil = arrotondamento per eccesso

SPAZIO = n byte * n campioni secondo x tempo in secondi = 1 x 600 x (10 x 60) = **600² byte**

Es 2

Variante 1 – Implementazione coefficienti come Matlab

$$H(z) = \frac{1 + 2z^{-1} + z^{-2}}{1 + \frac{4}{3}z^{-1}} = \frac{(z+1)^2}{z\left(z + \frac{4}{3}\right)}$$

Zeri: uno zero doppio in $z=-1$

Poli: un polo per $z=0$ e un polo per $z=-4/3$

ROC = $\mathbb{C} - \{|z| > \frac{4}{3}\}$

Il sistemare è realizzabile (tutti coefficienti di $H(z)$ reali, numero zeri = numero di poli, la funzione di trasferimento del filtro non è definita per valori dell'uscita passati) ma non stabile (la ROC non contiene la circonferenza di raggio unitario)

Variante 2 – implementazione coefficienti come da lezione

$$H(z) = \frac{1 + 2z^{-1} + z^{-2}}{1 + z^{-1} + \frac{4}{3}z^{-2}}$$

In questo caso gli zeri sono gli stessi della variante 1, mentre i poli sono complessi coniugati definiti per $z = -1/2 \pm 1/2i\sqrt{13/3}$.

Da qui si risolve, esattamente come la variante precedente (nota che i poli hanno modulo >1 e il filtro non è stabile)

Es 3

Dato

$$H(z) = \frac{1 - z^{-2}}{1 + \frac{1}{4}z^{-2}} = \frac{z^2 - 1}{z^2 + \frac{1}{4}}$$

Si deriva facilmente equazione alle differenze:

$$y(n) = x(n) - x(n-2) - \frac{1}{4}y(n-2)$$

Ricercando i valori di z che annullano numeratore e denominatore di $H(z)$ troviamo

Zeri: $z = \pm 1$

Poli: $z = \pm 1/2i$

ROC = $\mathbb{C} - \{|z| > 1/2\}$

Il filtro è un filtro passa banda (vengono annulla alte a basse frequenze), realizzabile (dall'equazione alle differenze uscita non dipende da istanti futuri) e stabile (la ROC contiene circonferenza di raggio unitario).