B

Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica - Canale 1 (Prof. G. Naletto)
Prima Prova in Itinere di Fisica Generale 1 - Padova, 16 aprile 2025

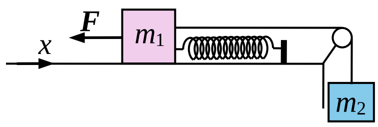
Cognome .... Nome .... Matricola ....

Problema 1

Un corpo di dimensioni trascurabili è in moto lungo l'asse orizzontale x. Quando transita per l'origine O dell'asse, esso ha una velocità $v_0 = 2.32$ m/s e da quel momento risente di una accelerazione di modulo $a = -kt$ con $k = 0.46$ m/s^3. Dopo un tempo t_A, quando raggiunge il punto A, esso ha una velocità $v_A = 0.52$ m/s; da A, esso continua il suo moto su un arco di guida circolare orizzontale di raggio R, soggetto ad una accelerazione tangenziale $a_T = 0.16$ m/s^2. Sapendo che il modulo della velocità del corpo quando raggiunge il punto B, dopo aver percorso un quarto di giro della guida circolare, è $v_B = 2v_A$, determinare:

a) il tempo t_A che ci impiega il corpo a raggiungere il punto A;
b) il raggio R della guida circolare;
c) modulo, direzione e verso dell'accelerazione $\vec{a}_B$ del corpo quando si trova in B.

Problema 2



Un corpo di massa $m_1 = 7.3$ kg e dimensioni trascurabili è fermo su un piano orizzontale liscio. Su un lato del corpo agisce una forza costante $\vec{F} = -F\vec{u}_x$ ($F = 55$ N) orizzontale; sul lato opposto il corpo è collegato ad un filo teso ideale parallelo all'asse x che regge, tramite una carrucola ideale, un altro corpo di massa $m_2 = 4.7$ kg soggetto alla forza peso (vedi figura). Inoltre, sullo stesso lato dove è attaccato il filo, il corpo è attaccato ad una molla ideale di costante elastica $k = 120$ N/m posta parallela all'asse x e vincolata all'altro estremo; la molla è inizialmente estesa. Ad un certo istante si toglie la forza $\vec{F}$ e i corpi si mettono in movimento. Determinare:

a) il modulo $|\Delta x|$ dell'estensione iniziale della molla.
b) il modulo a dell'accelerazione di m_1 all'istante iniziale del moto;
c) il modulo v della velocità di m_2 quando la molla è alla sua lunghezza a riposo.

(Facoltativo) Dall'istante in cui la molla ha raggiunto la sua lunghezza a riposo, una forza costante $\vec{F}' = -F'\vec{u}_x$ ($F' > 0$) agisce sul corpo di massa m_1; il corpo si ferma dopo aver percorso una distanza $d = 0.15$ m da quando è applicata la forza. Determinare:

d) il modulo F' della forza agente sul corpo di massa m_1.

Problema 3

Un carrello di massa $M = 16.6$ kg può scorrere senza attrito su un piano orizzontale. Sul piano orizzontale del carrello giace un corpo di dimensioni trascurabili e massa $m = 5.3$ kg; il corpo è appoggiato ad una molla ideale orizzontale di costante elastica $k_0 = 80$ N/m vincolata all'altro estremo e la comprime della quantità $|\Delta x_0| = 0.13$ m; inizialmente il sistema è fermo. Ad un certo istante il corpo viene sbloccato e il sistema si mette in moto.

a) Dimostrare che il modulo della velocità istantanea del carrello rispetto al suolo quando la molla raggiunge la sua lunghezza a riposo è $V = 0.14$ m/s ($\vec{V} = -V\vec{u}_x$), assumendo che non vi sia attrito tra corpo e carrello.

Dopo che il corpo si è staccato dalla molla, proseguendo il suo moto sul carrello, esso entra in una zona scabra e infine si ferma sul carrello. Determinare:

b) il modulo v_f della velocità finale del corpo rispetto al suolo dopo che si è fermato sul carrello;
c) il lavoro W_{att} fatto dalle forze di attrito fino a quando il corpo si ferma sul carrello.
d) quale dovrebbe essere il valore Δx della compressione della molla affinché il modulo dell'accelerazione iniziale del corpo relativamente al carrello sia $a'_m = 2.9$ m/s^2.

Soluzioni

Problema 1

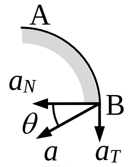
a) $a = -kt = \dfrac{dv}{dt} \;\Rightarrow\; \int_{v_0}^{v(t)} dv = -\int_0^t ktdt \;\Rightarrow\; v(t) - v_0 = -\dfrac{1}{2}kt^2 \;\Rightarrow\; t_A = \sqrt{\dfrac{2(v_0 - v_A)}{k}} = 2.80$ s

b) $v_B^2 = v_A^2 + 2a_T\dfrac{\pi R}{2} \;\Rightarrow\; R = \dfrac{v_B^2 - v_A^2}{\pi a_T} = \dfrac{3v_A^2}{\pi a_T} = 1.61$ m

oppure $\begin{cases} v_B = v_A + a_T t \\ \dfrac{\pi R}{2} = v_A t + \dfrac{1}{2}a_T t^2 \end{cases} \;\Rightarrow\; \begin{cases} t = \dfrac{v_B - v_A}{a_T} = \dfrac{v_A}{a_T} \\ \dfrac{\pi R}{2} = v_A\dfrac{v_A}{a_T} + \dfrac{1}{2}a_T\left(\dfrac{v_A}{a_T}\right)^2 = \dfrac{3v_A^2}{2a_T} \end{cases} \;\Rightarrow\; R = \dfrac{3v_A^2}{\pi a_T}$

c) $a_B = \sqrt{a_{B,T}^2 + a_{B,N}^2} = \sqrt{a_T^2 + \left(\dfrac{v_B^2}{R}\right)^2} = a_T\sqrt{1 + \dfrac{16\pi^2}{9}} = 0.69\ \text{m/s}^2$;

$\tan\theta = \dfrac{a_{T,B}}{a_{N,B}} \;\Rightarrow\; \theta = \tan^{-1}\left(\dfrac{a_T R}{v_B^2}\right) = \tan^{-1}\left(\dfrac{3}{4\pi}\right) = 13.4° = 0.23$ rad



Problema 2

a) $\begin{cases} T - k\Delta x - F = 0 \\ m_2 g - T = 0 \end{cases} \;\Rightarrow\; \Delta x = \dfrac{1}{k}(m_2 g - F) = -0.07\text{ m } (<0) \;\Rightarrow\; |\Delta x| = \dfrac{1}{k}|m_2 g - F| = 0.07$ m

b) $\begin{cases} T' - k\Delta x = m_1 a \\ m_2 g - T' = m_2 a \end{cases} \;\Rightarrow\; m_2 g - k\Delta x = (m_1 + m_2)a \;\Rightarrow\; a = \dfrac{m_2 g - k\Delta x}{m_1 + m_2} = 4.58\ \text{m/s}^2$

c) $E_m = \text{cost} \;\Rightarrow\; \dfrac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 = \dfrac{1}{2}k\Delta x^2 + m_2 g|\Delta x| \;\Rightarrow\; v = \sqrt{\dfrac{k\Delta x^2 + 2m_2 g|\Delta x|}{m_1 + m_2}} = 0.79$ m/s

d) $W_{TOT} = \Delta E_k \;\Rightarrow\; m_2 g d - \dfrac{1}{2}kd^2 - F'd = -\dfrac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 \;\Rightarrow$

$\Rightarrow\; F' = \dfrac{1}{2d}(m_1 + m_2)v^2 + m_2 g - \dfrac{1}{2}kd = 62.1$ N

Problema 3

Definiamo un asse x orizzontale e orientato verso destra in figura: in tal caso, $\Delta x_0 < 0$ ($\Delta x_0 = -0.13$ m).

a) $\begin{cases} 0 = mv + MV \\ \dfrac{1}{2}k_0\Delta x_0^2 = \dfrac{1}{2}mv^2 + \dfrac{1}{2}MV^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v = -\dfrac{M}{m}V \\ k_0\Delta x_0^2 = m\left(-\dfrac{M}{m}V\right)^2 + MV^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V = \Delta x_0\sqrt{\dfrac{k_0 m}{M(m+M)}} = -0.14\ \text{m/s} \\ v = -\dfrac{M}{m}V = 0.44\ \text{m/s} \end{cases}$

b) Quando $v'_f = 0$, siccome $v' = v - V$, si ha $v_f = V_f$. Siccome il sistema è isolato e $P = 0 =$ costante, $v_f = V_f = 0$.

c) $W_{nc} = \Delta E_m = 0 - \dfrac{1}{2}k_0\Delta x_0^2 = -\dfrac{1}{2}k_0\Delta x_0^2 = -0.676$ J oppure

$W_{nc} = \Delta E_m = 0 - \left(\dfrac{1}{2}mv^2 + \dfrac{1}{2}MV^2\right) = -\dfrac{1}{2}MV^2\left(1 + \dfrac{M}{m}\right)$

d) $\vec{F}_{el} = -k_0\Delta x\vec{u}_x = m\vec{a}_m \;\Rightarrow\; a_m = -\dfrac{k_0\Delta x}{m} > 0;\quad -\vec{F}_{el} = k_0\Delta x\vec{u}_x = M\vec{a}_M \;\Rightarrow\; a_M = \dfrac{k_0\Delta x}{M} < 0;$

$a'_m = a_m - a_M = -\dfrac{k_0\Delta x}{m} - \dfrac{k_0\Delta x}{M} = -k_0\Delta x\left(\dfrac{1}{m} + \dfrac{1}{M}\right) \;\Rightarrow\; \Delta x = -\dfrac{mMa'_m}{k_0(m+M)} = -0.146$ m

Nota al punto a)

Molti studenti, per rispondere a questa domanda, hanno considerato la conservazione dell'energia nel sistema di riferimento in moto relativo. La soluzione, in questo caso è la seguente.

$$\Delta E'_k + \Delta E'_p = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta E'_k = -\Delta E'_p = W_{el} + W_{app}$$

Dal punto d) si vede che la forza apparente è quella dovuta alla forza elastica sul carrello, per cui:

$$F_{app} = -ma_M = -m\frac{k_0\Delta x_0}{M} \quad \Rightarrow \quad W_{app} = \int_0^{\Delta x_0} F_{app}\, dx = \frac{1}{2}\frac{mk_0}{M}\Delta x_0^2$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}mv'^2 = \frac{1}{2}k_0\Delta x_0^2 + \frac{1}{2}\frac{mk_0}{M}\Delta x_0^2 = \frac{1}{2}k_0\Delta x_0^2\left(1+\frac{m}{M}\right) \quad \Rightarrow \quad v' = |\Delta x_0|\sqrt{\frac{k_0}{m}\left(1+\frac{m}{M}\right)}$$

$$V = v - v' = -\frac{M}{m}V - |\Delta x_0|\sqrt{\frac{k_0}{m}\left(1+\frac{m}{M}\right)} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad V = -\frac{m}{m+M}|\Delta x_0|\sqrt{\frac{k_0}{m}\left(1+\frac{m}{M}\right)} = -|\Delta x_0|\sqrt{\frac{k_0}{M}\left(\frac{m}{m+M}\right)}$$