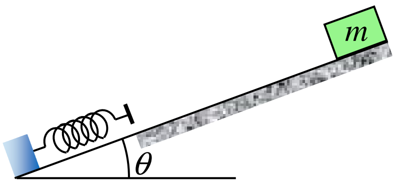
Corsi di Laurea in Ingegneria dell'Informazione, Elettronica e Informatica
Canale 3 (Prof. G. Naletto)
Prova scritta di Fisica Generale 1 - Padova, 5 luglio 2018

Cognome .... Nome .... Matricola ....

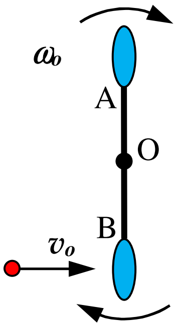
Problema 1



Un corpo di massa $m = 0.45$ kg e dimensioni trascurabili è tenuto fermo su un piano inclinato scabro, con coefficiente di attrito statico e dinamico uguali. Ad un certo istante il corpo è lasciato libero e si trova che scende lungo il piano con accelerazione costante di modulo $a_d = 4.1$ m/s^2. Alla fine del tratto scabro (quindi sempre rimanendo sul piano inclinato ma passando ora su un tratto liscio) il corpo ha velocità di modulo pari a $v = 4.8$ m/s e in quell'istante tocca l'estremo libero di una molla ideale di costante elastica $k = 500$ N/m, vincolata all'altro estremo, posta parallela al piano e che si trova alla sua lunghezza a riposo. Dopo aver compresso la molla, il corpo viene rilanciato dalla stessa molla sul piano inclinato scabro e si osserva che il modulo della sua accelerazione ora è pari a $a_s = 4.5$ m/s^2. Determinare:

a) la lunghezza L del tratto scabro del piano inclinato;
b) l'angolo θ che il piano inclinato forma con l'asse orizzontale;
c) la massima compressione Δx_{max} della molla.

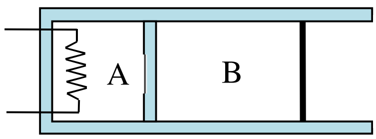
Problema 2



Due dischi uguali omogenei sono uniti su un punto della loro circonferenza agli estremi A e B di una sbarretta sottile in modo che i loro centri stiano sulla retta individuata da AB. Il sistema sta ruotando con velocità angolare $\omega_0 = 2.3$ rad/s attorno ad un asse orizzontale perpendicolare alla sbarretta AB e passante per il suo punto mediano O. I due dischi, ciascuno di massa $m_D = 1.4$ kg e raggio $R = 0.12$ m, hanno i loro piani paralleli e che contengono l'asse di rotazione; la sbarretta AB ha massa m_S e lunghezza $2d$, con $d = 3R$. Uno dei due dischi, quando si trova nel punto più basso della traiettoria, viene urtato in modo completamente anelastico nel suo centro da un corpo puntiforme di massa $m_P = 0.45$ kg con velocità di modulo $v_o = 0.6$ m/s parallela e opposta alla velocità istantanea del centro del disco stesso. Sapendo che il momento di inerzia del sistema sbarretta+dischi rispetto ad O è pari a $I_O = 0.8$ kgm^2, determinare:

a) la massa m_S della sbarretta AB;
b) il modulo ω' e il verso della velocità angolare del sistema dopo l'urto;
c) se il sistema dischi+sbarretta+corpo riesce ancora a compiere giri completi attorno all'asse di rotazione;
d) il modulo J dell'impulso esercitato dal vincolo sull'asse di rotazione durante l'urto.

Problema 3



Un cilindro orizzontale a pareti adiabatiche è diviso in due settori da un pistone adiabatico libero di muoversi senza attrito. Nel settore A, che è quello chiuso sulla base del cilindro, di volume iniziale V_{oA}, ci sono $n_A = 2.2$ moli di gas perfetto biatomico alla temperatura $T_{oA} = T_o = 290$ K. Nel settore B, chiuso rispetto all'ambiente da un pistone conduttore a tenuta libero di muoversi senza attrito, c'è un gas (monoatomico) che occupa un volume V_{oB}. Il sistema è inizialmente in equilibrio, e l'ambiente è alla temperatura T_o e alla pressione $p_o = 10^5$ Pa. Ad un certo istante, per mezzo di una resistenza all'interno del settore A, si scalda il gas in A fino alla temperatura $T_A = 345$ K. Determinare:

a) il volume V_{OA} del gas in A nello stato iniziale;
b) il lavoro W_A fatto dal gas in A durante il riscaldamento;

Dopo aver staccato la resistenza, per mezzo di sole forze esterne, si comprime molto lentamente il gas in B fino a che il suo volume diventa $V'_B = V_{OB}/2$. Calcolare:

c) il volume V'_A occupato dal gas in A alla fine della compressione;
d) il numero n_B di moli di gas in B sapendo che la variazione di entropia del sistema (cioè dei gas A e B) tra gli stati iniziale e finale è pari a $\Delta S = -5$ J/K.

Soluzioni

Problema 1

a) Orientando l'asse parallelo al piano inclinato verso il basso:

$$v^2 = v_o^2 + 2a_d L = 2a_d L \quad \Rightarrow \quad L = \frac{v^2}{2a_d} = 2.81\,\text{m}$$

b) $$\begin{cases} mg\sin\theta - \mu mg\cos\theta = ma_d \\ mg\sin\theta + \mu mg\cos\theta = ma_s \end{cases} \quad \Rightarrow \quad 2g\sin\theta = a_d + a_s \quad \Rightarrow \theta = \sin^{-1}\left(\frac{a_d + a_s}{2g}\right) = 26° = 0.454\text{ rad}$$

c) $$\frac{1}{2}mv^2 + mg\Delta x\sin\theta = \frac{1}{2}k\Delta x^2 \quad \Rightarrow \quad \Delta x^2 - \frac{2mg\sin\theta}{k}\Delta x - \frac{mv^2}{k} = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \Delta x = \frac{mg\sin\theta}{k} + \sqrt{\left(\frac{mg\sin\theta}{k}\right)^2 + \frac{mv^2}{k}} = \frac{m}{k}\left(g\sin\theta + \sqrt{(g\sin\theta)^2 + \frac{k}{m}v^2}\right) = 0.148\,\text{m}$$

Problema 2

a) $$I_O = 2\left(\frac{1}{4}m_D R^2 + m_D(R+d)^2\right) + \frac{1}{12}m_S(2d)^2 \quad \Rightarrow \quad m_S = \frac{1}{3R^2}\left(I_O - \frac{65}{2}m_D R^2\right) = 3.35\text{ kg}$$

b) $$I_O\omega_o - (d+R)m_P v_o = I'_O\,\omega' \quad \Rightarrow \quad \omega' = \frac{I_O\omega_o - 4Rm_P v_o}{I_O + m_P(d+R)^2} = \frac{I_O\omega_o - 4Rm_P v_o}{I_O + 16m_P R^2} = 1.89\text{ rad/s}$$

Avendo lo stesso segno (positivo) di ω_o, il verso è lo stesso di ω_o.

c) Per compiere un giro completo, l'energia cinetica di cui dispone il sistema dischi+sbarretta+corpo subito dopo l'urto deve essere maggiore della massima energia potenziale associata alla forza peso del sistema durante la sua rotazione. Data la simmetria del sistema dischi+sbarretta, basta che l'energia cinetica sia maggiore dell'energia potenziale del solo corpo quando si trova nel punto più in alto. Siccome

$$E_k = \frac{1}{2}I'_O\,\omega'^2 = 1.62\text{ J} < E_{p,peso,\max} = m_P g2(d+R) = 8Rm_P g = 4.24\text{ J},$$

il sistema non riesce più a compiere giri completi.

d) $$\vec{P}_i = m_P\vec{v}_o; \quad \vec{P}_f = m_P\vec{v}'; \quad J = \left|\Delta\vec{P}\right| = m_P\left|-\omega'(d+R) - v_o\right| = m_P(4\omega' R + v_o) = 0.68\text{ Ns}$$

Problema 3

a) $$p_{oA} = p_{oB} = p_o \quad \Rightarrow \quad V_{oA} = \frac{n_A RT_{oA}}{p_{oA}} = \frac{n_A RT_o}{p_o} = 0.053\text{ m}^3$$

b) Il gas compie una espansione isobara (pressione esterna costante e pistoni liberi di muoversi).

$$p_A = p_B = p_o; \quad W_A = Q_A - \Delta U_A = n_A c_P(T_A - T_{oA}) - n_A c_V(T_A - T_{oA}) = n_A R(T_A - T_{oA}) = 1006\text{ J}$$

c) Il gas in B compie una trasformazione isoterma reversibile, mentre il gas in A compie una trasformazione adiabatica reversibile.

$$p'_A = p'_B = \frac{p_{oB}V_{oB}}{V'_B} = 2p_{oB} = 2p_o; \quad V_A = \frac{n_A RT_A}{p_A} = \frac{n_A RT_A}{p_o} = 0.063\text{ m}^3;$$

$$p'_A V'^{\gamma}_A = p_A V_A^{\gamma} \quad \Rightarrow \quad V'_A = V_A\left(\frac{p_A}{p'_A}\right)^{1/\gamma} = V_A\left(\frac{p_o}{2p_o}\right)^{1/\gamma} = V_A\left(\frac{1}{2}\right)^{1/\gamma} = 0.038\text{ m}^3$$

d) $$\Delta S = \Delta S_A + \Delta S_B = \left(n_A c_V \ln\frac{p'_A}{p_{oA}} + n_A c_p \ln\frac{V'_A}{V_{oA}}\right) + \left(n_B c_V \ln\frac{p'_B}{p_{oB}} + n_B c_p \ln\frac{V'_B}{V_{oB}}\right) \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad n_B = \frac{\Delta S - n_A\left(c_V\ln 2 + c_p\ln\frac{V'_A}{V_{oA}}\right)}{c_V\ln 2 + c_p\ln\frac{1}{2}} = \frac{\Delta S - n_A\left(c_V\ln 2 + c_p\ln\frac{V'_A}{V_{oA}}\right)}{-R\ln 2} = 2.8\text{ mol}$$