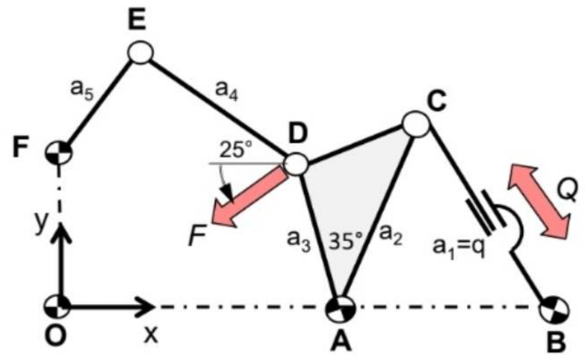
1) Analisi di un meccanismo articolato **[15 punti]**

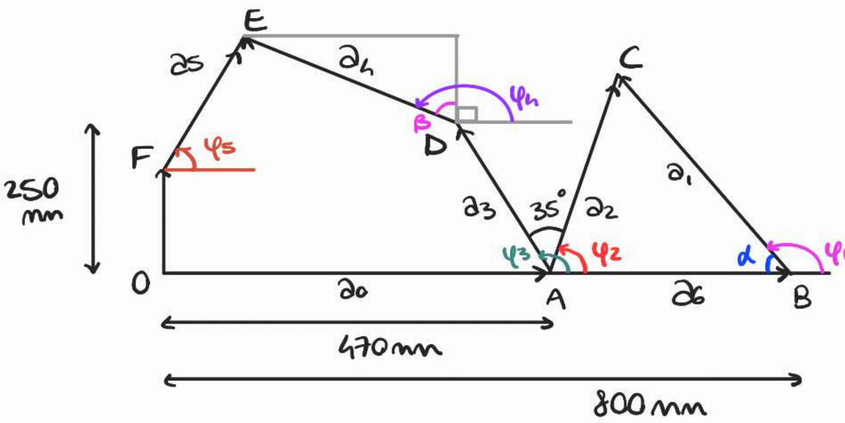
Descrizione. Il movente del meccanismo mostrato in figura è costituito dall'attuatore lineare BC, il quale comanda direttamente il bilanciere ACD e indirettamente la biella DE e il bilanciere EF.



A = (470,0) mm
B = (800,0) mm
F = (0,250) mm
a2 = AC = 350 mm
a3 = AD = 280 mm
a4 = DE = 300 mm
a5 = EF = 200 mm
q=a1=BC = 400 mm
qdot = 80 mm/s
F = 200 N

grandezza	valore (una cifra decimale))	
analisi cinematica di posizione (9 punti)		
ϕ1		deg
ϕ2		deg
ϕ3		deg
ϕ4		deg
ϕ5		deg
analisi cinematica di velocità (4 punti)		
ϕ1dot		deg/s
ϕ2dot		deg/s
analisi statica (2 punti)		
Q		N

Si richiede de effettuare:
a) l'analisi cinematica di posizione (per il meccanismo assemblato come in figura)
b) l'analisi cinematica di velocità della 1° maglia
c) l'analisi statica



$$\overline{AB} = x_B - x_A = 800 - 470 = 330 \text{ mm}$$

$$\overline{OA} = 470 \text{ mm}$$

$$\alpha = \arccos\left(\frac{a_1^2 + AB^2 - a_2^2}{2a_1 \cdot AB}\right) = 56{,}3°$$

$$\varphi_1 = \pi - \alpha = 123{,}7°$$

$$\varphi_2 = \arccos\left(\frac{a_2^2 + AB^2 - a_1^2}{2a_2 \cdot AB}\right) = 72°$$

$$\varphi_3 = \varphi_2 + 35° = 107°$$

$$D \begin{cases} x_D = x_A + a_3\cos\varphi_3 = 388 \\ y_D = a_3 \sin\varphi_3 = 267{,}7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_E^2 + (y_E - y_F)^2 = a_5^2 \\ (x_D - x_E)^2 + (y_D - y_E)^2 = a_4^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_E^2 + y_E^2 - 500\,y_E + 62500 = 40000 \\ 150544 + x_E^2 - 776\,x_E + 71663{,}3 - 535{,}4\,y_E + y_E^2 = 90000 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_E^2 + y_E^2 - 500\,y_E = -22500 \\ x_E^2 + y_E^2 - 776\,x_E - 535{,}4\,y_E = -132207{,}3 \end{cases}$$

$$x_E = \frac{109707{,}3 - 35{,}4\,y_E}{776} = 141{,}4 - 0{,}045\,y_E$$

$$1{,}002\,y_E^2 - 503{,}225\,y_E + 42494 = 0 \qquad \sqrt{\Delta} = 288{,}5$$

$$y_{E_{1,2}} = \frac{503{,}225 \pm 288{,}5}{2{,}004} = \begin{cases} 395 \text{ mm} & \text{sì} \\ 107 \text{ mm} & \text{no} \end{cases}$$

$$E \begin{cases} y_E = 395 \text{ mm} \\ x_E = 123{,}4 \text{ mm} \end{cases} \qquad y_E - y_F = 145 \text{ mm}$$

$$\varphi_5 = \operatorname{arctg}\left(\frac{145}{123{,}4}\right) = 50° \sim 52° \qquad \beta = \operatorname{arctg}\left(\frac{x_D - x_E}{y_E - y_D}\right) = 64{,}3°$$

$$\varphi_4 = \frac{\pi}{2} + \beta = 154{,}3° \sim 152°$$

$$\begin{cases} a_0 + a_3\cos\varphi_3 + a_4\cos\varphi_4 - a_5\cos\varphi_5 = 0 \\ a_3\sin\varphi_3 + a_4\sin\varphi_4 - a_5\sin\varphi_5 - y_F = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_6 + a_1\cos\varphi_1 - a_2\cos\varphi_2 = 0 \\ a_1\sin\varphi_1 - a_2\sin\varphi_2 = 0 \end{cases}$$

ANALISI VELOCITÀ PRIMA MAGLIA $\qquad \dot{a}_1 = 80 \text{ mm/s}$

$$\begin{cases} \dot{a}_1\cos\varphi_1 - a_1\sin\varphi_1\cdot\dot{\varphi}_1 + a_2\sin\varphi_2\cdot\dot{\varphi}_2 = 0 \\ \dot{a}_1\sin\varphi_1 + a_1\cos\varphi_1\cdot\dot{\varphi}_1 - a_2\cos\varphi_2\cdot\dot{\varphi}_2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} -a_1\sin\varphi_1 & a_2\sin\varphi_2 \\ a_1\cos\varphi_1 & -a_2\cos\varphi_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\cos\varphi_1 \\ -\sin\varphi_1 \end{Bmatrix} \dot{a}_1$$

$$\begin{Bmatrix} \dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2 \end{Bmatrix} = \frac{1}{a_1 a_2 \sin(\varphi_1-\varphi_2)} \begin{bmatrix} -a_2\cos\varphi_2 & -a_2\sin\varphi_2 \\ -a_1\cos\varphi_1 & -a_1\sin\varphi_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -\cos\varphi_1 \\ -\sin\varphi_1 \end{Bmatrix} \dot{a}_1$$

$$\begin{Bmatrix} \dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2 \end{Bmatrix} = \frac{1}{a_1 a_2 \sin(\varphi_1-\varphi_2)} \begin{bmatrix} a_2\cos\varphi_2\cos\varphi_1 + a_2\sin\varphi_2\sin\varphi_1 \\ a_1\cos\varphi_1\cos\varphi_1 + a_1\sin\varphi_1\sin\varphi_1 \end{bmatrix} \dot{a}_1$$

$$\dot{\varphi}_1 = \frac{\cancel{a_2}\cos(\varphi_2-\varphi_1)}{a_1\cancel{a_2}\sin(\varphi_1-\varphi_2)}\dot{a}_1 = \frac{\cos(72-123{,}7)}{400\sin(123{,}7-72)}\cdot 80 = 0{,}1579 \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 9{,}1 \frac{\text{deg}}{\text{s}}$$

$$\dot{\varphi}_2 = \frac{\cancel{a_1}}{\cancel{a_1}a_2\sin(\varphi_1-\varphi_2)}\dot{a}_1 = \frac{80}{350\sin(123{,}7-72)} = 0{,}291 \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 16{,}67 \frac{\text{deg}}{\text{s}}$$