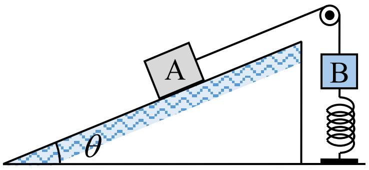
Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica - Canale 1 (Prof. G. Naletto)
Prova scritta di Fisica Generale 1 - Padova, 19 giugno 2025

Cognome .... **Nome** .... **Matricola** ....

Problema 1



Il corpo A di dimensioni trascurabili e massa $m_A = 7$ kg è appoggiato su un piano scabro inclinato di un angolo $\theta = 35°$ rispetto all'orizzontale. Il corpo è collegato sul lato superiore del piano inclinato ad una fune tesa inestensibile di massa trascurabile parallela al piano inclinato stesso e collegata tramite una carrucola ideale al corpo B, di massa $m_B = m_A/5$. La fune mantiene B sospeso lungo la verticale; all'estremo opposto rispetto al punto di attacco della fune, B è collegato ad una molla verticale ideale di costante elastica k = 350 N/m fissata al suolo (vedi figura). La molla è allungata di $\Delta\ell = 0.12$ m e tutto il sistema è fermo. Determinare:

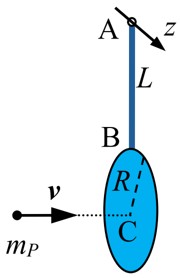
a) modulo e verso della forza di attrito statico $\vec{f}_{as}$ cui è soggetto il corpo A.

Poi si stacca la molla da B. Determinare:

b) il valore minimo $\mu_{s,min}$ del coefficiente di attrito statico che sarebbe necessario per mantenere fermi i corpi;

c) (nell'ipotesi che $\mu_s < \mu_{s,min}$) il modulo v_A della velocità di A dopo che ha percorso una distanza $L = 0.6$ m lungo il piano inclinato, sapendo che il coefficiente di attrito dinamico tra A e il piano è $\mu_d = 0.23$.

Problema 2



Un corpo rigido è costituito da una sbarretta sottile omogenea AB di lunghezza $L = 0.66$ m e massa $m_L = 2$ kg e da un disco sottile omogeneo di raggio $R = L/2$ e massa $m_D = 4m_L/3$, attaccato nel punto B della sbarretta in un punto della sua circonferenza. Il centro C del disco giace lungo la direzione di AB e tutto il sistema può ruotare con attrito trascurabile attorno ad un asse z passante per A perpendicolare sia ad AB sia all'asse del disco (vedi figura). Il sistema, inizialmente fermo con AB verticale e B in basso, viene urtato in modo anelastico da un proiettile di dimensioni trascurabili e massa $m_P = 7m_L/6$ con velocità di modulo $v = 1.25$ m/s e direzione coincidente con l'asse del disco. Si trova che subito dopo l'urto, il proiettile ha velocità nulla, $v' = 0$. Determinare:

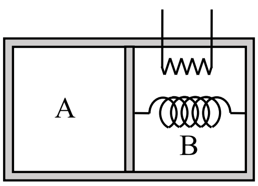
a) il momento di inerzia I_z del corpo rigido rispetto all'asse di rotazione;

b) il modulo ω' della velocità angolare del corpo un istante dopo l'urto;

c) l'energia E_{diss} dissipata nell'urto;

d) il modulo J dell'impulso esercitato dal vincolo in A durante l'urto.

Problema 3



Un contenitore cilindrico a pareti rigide adiabatiche e sezione $S = 0.3$ m^2 è diviso in due parti, A e B, da un setto adiabatico che si può muovere parallelamente all'asse del cilindro con attrito trascurabile. In entrambe le sezioni del cilindro si trovano $n = 5$ moli di un gas ideale monoatomico inizialmente in equilibrio alla temperatura $T_0 = 290$ K e alla pressione $p_0 = 10^5$ Pa. Nella porzione B, lungo l'asse del cilindro, è disposta una molla ideale di costante elastica $k = 5 \cdot 10^4$ N/m; inizialmente la molla ha una lunghezza pari alla sua lunghezza a riposo. Per mezzo di una bassa corrente che scorre in una resistenza, si scalda il gas in B in modo molto lento fino a quando la pressione in A è diventata $p_A = 1.2 \cdot 10^5$ Pa e poi si toglie la corrente. Determinare:

a) l'allungamento $\Delta\ell$ della molla al termine del riscaldamento del gas in B;

b) la temperatura T_B del gas in B al termine del riscaldamento;

c) la variazione di entropia ΔS_U dell'universo nella trasformazione.

Soluzioni

Problema 1

Non sapendo a priori il verso della forza di attrito statico, la si orienta parallela al piano inclinato verso il basso.

a) $\begin{cases} m_A g\sin\theta - T + f_{as} = 0 \\ T - m_B g - k\Delta\ell = 0 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad f_{as} = (m_B - m_A\sin\theta)g + k\Delta\ell = \left(\frac{1}{5} - \sin\theta\right)m_A g + k\Delta\ell = 16.3\ \mathrm{N}$

Essendo il risultato positivo, la forza di attrito statico è orientata verso il basso.

b) $\begin{cases} m_A g\sin\theta - T' - f'_{as} = 0 \\ T' - m_B g = 0 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad f'_{as} = \left(\sin\theta - \frac{1}{5}\right)m_A g \le f_{as,max} = \mu_s N_A = \mu_s m_A g\cos\theta$

$$\mu_s \ge \mu_{s,min} = \tan\theta - \frac{1}{5\cos\theta} = 0.46$$

c) $\begin{cases} m_A g\sin\theta - T" - f_{ad} = m_A a_A \\ T" - m_B g = m_B a_B \end{cases} \quad \Rightarrow \quad (m_A\sin\theta - m_B)g - \mu_d m_A g\cos\theta = (m_A + m_B)a \quad \Rightarrow$

$$\Rightarrow \quad a_A = a = \frac{(m_A\sin\theta - m_B) - \mu_d m_A\cos\theta}{m_A + m_B}g = \frac{5(\sin\theta - \mu_d\cos\theta) - 1}{6}g = 1.51\ \mathrm{m/s^2}$$

$$\Rightarrow \quad v_A = \sqrt{2a_A L} = 1.35\ \mathrm{m/s}$$

oppure $W_{nc} = \Delta E_m \quad \Rightarrow \quad -\mu_d m_A g\cos\theta\, L = \frac{1}{2}m_A v_A^2 + \frac{1}{2}m_B v_B^2 - m_A g L\sin\theta + m_B g L$

$$\Rightarrow \quad v_A = v_B = \sqrt{\frac{2(m_A g L\sin\theta - m_B g L - \mu_d m_A g\cos\theta\, L)}{m_A + m_B}} = \sqrt{2gL\frac{5\sin\theta - 1 - 5\mu_d\cos\theta}{6}}$$

Problema 2

a) $I_z = \frac{1}{3}m_L L^2 + \frac{1}{2}m_D R^2 + m_D(L+R)^2 = \frac{1}{3}m_L L^2 + \frac{1}{2}\frac{4}{3}m_L\left(\frac{L}{2}\right)^2 + \frac{4}{3}m_L\left(\frac{3}{2}L\right)^2 = \frac{7}{2}m_L L^2 = 3.05\ \mathrm{kgm^2}$

b) $\vec{L}_A = \mathrm{cost} \quad \Rightarrow \quad (L+R)m_P v = I_z\omega' \quad \Rightarrow \quad \frac{3}{2}L\frac{7}{6}m_L v = \frac{7}{2}m_L L^2\omega' \quad \Rightarrow \quad \omega' = \frac{v}{2L} = 0.95\ \mathrm{rad/s}$

c) $E_{diss} = |\Delta E_k| = \left|\frac{1}{2}I_z\omega^2 - \frac{1}{2}m_P v^2\right| = \left|\frac{1}{2}\frac{7}{6}m_L v^2 - \frac{1}{2}\frac{7}{2}m_L L^2\left(\frac{v}{2L}\right)^2\right| = \frac{7}{48}m_L v^2 = 0.46\ \mathrm{J}$

d) $J = |\Delta P| = \left|m_P v - \left(m_L\frac{L}{2}\omega' + m_D(L+R)\omega'\right)\right| = \left|\frac{7}{6}m_L v - \left(m_L\frac{L}{2} + \frac{4}{3}m_L\frac{3}{2}L\right)\frac{v}{2L}\right| = \left|-\frac{1}{12}m_L v\right| =$

$= 0.21\ \mathrm{Ns}$

oppure $y_{CM} = \dfrac{m_L\frac{L}{2} + m_D(L+R)}{m_L + m_D} = \dfrac{m_L\frac{L}{2} + \frac{4}{3}m_L\frac{3}{2}L}{m_L + \frac{4}{3}m_L} = \dfrac{15L}{14};$

$$J = |\Delta P| = |m_P v - (m_L + m_D)y_{CM}\omega'| = \left|\frac{7}{6}m_L v - \left(\frac{5}{2}m_L L\right)\frac{v}{2L}\right| = \left|-\frac{1}{12}m_L v\right|$$

Problema 3

Il gas in A compie una trasformazione adiabatica reversibile; il gas in B compie una trasformazione generica.

a) $V_0 = \dfrac{nRT_0}{p_0} = 0.121\ \mathrm{m^3}; \quad p_0 V_0^\gamma = p_A V_A^\gamma \quad \Rightarrow \quad V_A = V_0\left(\dfrac{p_0}{p_A}\right)^{1/\gamma} = 0.108\ \mathrm{m^3}$

$$V_B = 2V_0 - V_A = 0.133\ \mathrm{m^3} \quad \Rightarrow \quad \Delta\ell = \frac{V_B - V_0}{S} = \frac{V_0 - V_A}{S} = 0.04\ \mathrm{m}$$

b) $p_A S = p_B S - k\Delta\ell \quad \Rightarrow \quad p_B = p_A + \dfrac{k\Delta\ell}{S} = 1.27\cdot 10^5\ \mathrm{Pa}; \quad T_B = \dfrac{p_B V_B}{nR} = 406\ \mathrm{K}$

c) $\Delta S_U = \Delta S_{gas,B} = nc_V\ln\dfrac{T_B}{T_0} + nR\ln\dfrac{V_B}{V_0} = 25.1\ \mathrm{J/K}$