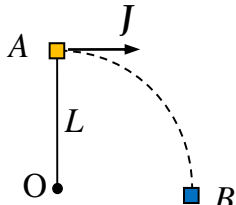


Cognome ..... Nome ..... Matricola .....

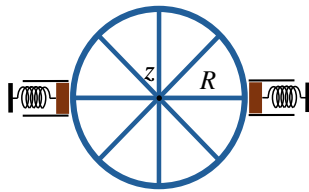
### Problema 1



Un corpo A di dimensioni trascurabili e massa  $m_A = 1.5 \text{ kg}$  è fermo su un piano liscio orizzontale; il corpo è collegato al punto fisso O tramite un filo ideale teso di lunghezza  $L = 1.6 \text{ m}$ . Ad un certo istante, al corpo A viene applicato un impulso orizzontale di modulo  $J = 2 \text{ Ns}$  perpendicolare al filo teso e A inizia un moto circolare attorno ad O. Nel suo moto, ad un certo istante, A urta in modo anelastico un corpo B di dimensioni trascurabili e massa  $m_B = 2.5 \text{ kg}$  fermo sul piano; dopo l'urto A rimbalza con una velocità di modulo  $v'_A = 0.2 \text{ m/s}$ . Determinare:

- il modulo  $T$  della tensione sul filo durante il moto di A;
- l'energia  $E_{diss}$  dissipata nell'urto anelastico;
- il modulo  $a_{att,A}$  dell'accelerazione che avrebbe avuto il corpo A nell'istante iniziale del moto se il piano orizzontale fosse stato scabro, con coefficiente di attrito (statico = dinamico) pari a  $\mu = 0.33$ .

### Problema 2



Una ruota è schematizzata tramite un anello sottile omogeneo di raggio  $R = 0.28 \text{ m}$  e otto raggi (sbarrette sottili omogenee) angolarmente equispaziati di lunghezza  $R$  e massa  $m_R = 1.5 \text{ kg}$  (vedi figura); la massa dell'anello è  $m_A = \frac{40}{3} m_R$ . La ruota può ruotare senza attrito attorno al suo asse fisso orizzontale  $z$  e inizialmente è ferma. Tramite un motore assiale che esercita un momento costante, la ruota si mette in rotazione. Si trova che dopo che la ruota ha compiuto  $N = 20$  giri, il

modulo della sua velocità angolare è pari a  $\omega = 15 \text{ rad/s}$ . Determinare:

- il momento di inerzia  $I_z$  della ruota rispetto al suo asse;
  - il modulo  $M_{mot}$  del momento esercitato dal motore assiale durante la rotazione della ruota.
- Nell'istante in cui la ruota ha completato gli  $N$  giri, si stacca il motore e si applicano due freni identici diametralmente opposti sull'anello: ogni freno agisce per mezzo dell'azione di una molla ideale di costante elastica  $k = 5000 \text{ N/m}$  che spinge un blocco che striscia sulla superficie esterna dell'anello; durante la frenata, la molla di ogni freno è compressa della quantità  $\Delta \ell = 0.01 \text{ m}$  in direzione radiale (verso il centro della ruota). Sapendo che il coefficiente di attrito tra il blocco frenante e l'anello è pari a  $\mu_d = 0.5$ , determinare:
- il modulo  $M_{att}$  del momento di attrito complessivamente esercitato dai due freni sulla ruota;
  - il lavoro  $W_{att}$  compiuto complessivamente dal momento di attrito per fermare la ruota.

### Problema 3

Cinque moli di gas ideale biatomico sono in uno stato di equilibrio termodinamico all'interno di un recipiente in contatto termico con una miscela di acqua e vapor acqueo alla temperatura di evaporazione dell'acqua e occupano il volume  $V_A = 0.1 \text{ m}^3$ . Il gas viene espanso in modo molto lento mantenendo il contatto termico fino a che la sua pressione diventa  $p_B = 0.9 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ . A questo punto si mette il gas in contatto termico con un serbatoio di calore alla temperatura  $T_C$ , mantenendo il suo volume costante. Quando il gas raggiunge lo stato di equilibrio C, si isola il recipiente che contiene il gas e lo si comprime molto lentamente finché il gas ritorna nello stato iniziale. Dopo aver disegnato il ciclo di trasformazioni del gas nel piano di Clapeyron, determinare:

- la temperatura  $T_C$  del gas nello stato di equilibrio C;
- il rendimento  $\eta$  del ciclo;
- la variazione  $\Delta S_{U,ciclo}$  di entropia dell'universo nel ciclo.

## Soluzioni

### Problema 1

$$a) \quad v_A = \frac{J}{m_A} = 1.33 \text{ m/s}; \quad a_A = a_{N,A} = \frac{v_A^2}{L}; \quad T = F_N = m_A a_{N,A} = m_A \frac{v_A^2}{L} = 1.67 \text{ N}$$

$$b) \quad P = \text{cost} \Rightarrow m_A \vec{v}_A = m_A \vec{v}'_A + m_B \vec{v}'_B \Rightarrow v'_B = \frac{m_A(v_A + |v'_A|)}{m_B} = 0.92 \text{ m/s}$$

$$E_{diss} = |E_{k,in} - E_{k,fin}| = \frac{1}{2} m_A v_A^2 - \left( \frac{1}{2} m_A v'^2_A + \frac{1}{2} m_B v'^2_B \right) = 0.25 \text{ J}$$

$$c) \quad \vec{F}_{att} + \vec{T} = m_A \vec{a}_A = m_A (\vec{a}_{T,A} + \vec{a}_{N,A}) \Rightarrow \begin{cases} F_{att} = -\mu m_A g = m_A a_{T,A} \\ T = m_A a_{N,A} = m_A \frac{v_A^2}{L} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_A = \sqrt{a_{T,A}^2 + a_{N,A}^2} = \sqrt{\mu^2 g^2 + \left( \frac{v_A^2}{L} \right)^2} = 3.42 \text{ m/s}^2$$

### Problema 2

$$a) \quad I_z = m_A R^2 + 8 \frac{1}{3} m_R R^2 = \frac{40}{3} m_R R^2 + \frac{8}{3} m_R R^2 = 16 m_R R^2 = 1.88 \text{ kgm}^2$$

$$b) \quad \omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\Delta\theta = 2\alpha \cdot 2\pi N \Rightarrow \alpha = \frac{\omega^2}{4\pi N} = 0.9 \text{ rad/s}^2; \quad M_{mot} = I_z \alpha = \frac{I_z \omega^2}{4\pi N} = 1.68 \text{ Nm}$$

$$\text{oppure } W_{mot} = \Delta E_k = \frac{1}{2} I_z \omega^2; \quad W_{mot} = M_{mot} \Delta\theta = M_{mot} 2\pi N \Rightarrow M_{mot} = \frac{I_z \omega^2}{4\pi N}$$

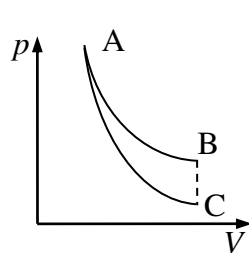
$$c) \quad F_{att} = \mu_d N = \mu_d k \Delta\ell; \quad M_{att} = |\vec{M}_{att}| = 2|\vec{R} \times \vec{F}_{att}| = 2R\mu_d k \Delta\ell = 14 \text{ Nm}$$

$$d) \quad W_{att} = \Delta E_k = E_{k,fin} - E_{k,in} = 0 - \frac{1}{2} I_z \omega^2 = -211.7 \text{ J}$$

$$\text{oppure } 0 = \omega^2 + 2\alpha_{att}\Delta\theta' = \omega^2 - 2 \frac{|M_{att}|}{I_z} \Delta\theta' \Rightarrow \Delta\theta' = \frac{\omega^2 I_z}{2|M_{att}|} = 15.1 \text{ rad}$$

$$\Rightarrow W_{att} = \int M_{att} d\theta' = -|M_{att}| \Delta\theta'$$

### Problema 3



$$a) \quad T_A = 373.15 \text{ K}; \quad V_C = V_B = \frac{nRT_B}{p_B} = \frac{nRT_A}{p_B} = 0.172 \text{ m}^3;$$

$$T_C V_C^{\gamma-1} = T_A V_A^{\gamma-1} \Rightarrow T_C = T_A \left( \frac{V_A}{V_C} \right)^{\gamma-1} = 300 \text{ K}$$

$$b) \quad Q_{AB} = nRT_A \ln \frac{V_B}{V_A} = 8444 \text{ J}; \quad Q_{BC} = nc_V (T_C - T_B) = -7588 \text{ J}; \quad Q_{CA} = 0$$

$$\Rightarrow \eta = 1 + \frac{Q_{CED}}{Q_{ASS}} = 1 + \frac{Q_{BC}}{Q_{AB}} = 0.101$$

$$c) \quad \Delta S_{U,ciclo} = \Delta S_{amb,AB+BC+CA} = -\Delta S_{gas,AB} + \Delta S_{amb,BC} = -nR \ln \frac{V_B}{V_A} + \frac{-nc_V (T_C - T_B)}{T_C} = 2.65 \text{ J/K}$$

$$\text{oppure } \Delta S_{U,ciclo} = \Delta S_{U,BC} = \Delta S_{gas,BC} + \Delta S_{amb,BC} = nc_V \ln \frac{T_C}{T_B} + \frac{-nc_V (T_C - T_B)}{T_C}$$