

Cognome **Nome** **Matricola**

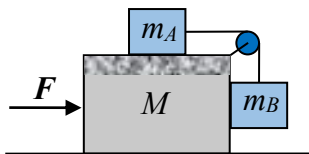
Aula **Posto #**

Problema 1

Si vuole attraversare in motoscafo un fiume, la cui acqua scorre con velocità costante e uniforme di modulo $v_f = 1.2 \text{ m/s}$, viaggiando perpendicolarmente al verso della corrente. Nell'attraversamento, il pilota, che guida il motoscafo alla sua massima velocità pari in modulo a $v_{max} = 7.8 \text{ m/s}$ (rispetto all'acqua in cui naviga), per mantenere questa direzione deve tenere il timone inclinato di un angolo θ rispetto alla corrente. Sapendo che il motore imprime al motoscafo una accelerazione costante di modulo $a_m = 2.3 \text{ m/s}^2$ e che sul motoscafo agisce una forza di attrito viscoso che si oppone al moto con una accelerazione $\vec{a}_v = -k\vec{v}$, con k costante, determinare:

- il valore della costante k (NB si assuma $v_{max} = v_{lim} = v(t \rightarrow \infty)$);
 - l'angolo θ cui è orientato il timone rispetto alla corrente.
- Se alla fine il motoscafo arriva in un tratto di acqua stagnante (quindi non risente più della corrente del fiume),
- a quale distanza massima d dall'argine il pilota può spegnere il motore del motoscafo per toccare la riva senza dover scendere dal motoscafo?

Problema 2

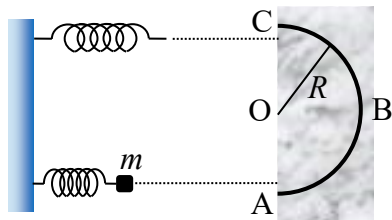


Un blocco di massa $M = 3 \text{ kg}$ è fermo su un piano orizzontale liscio. La sua superficie superiore è orizzontale e scabra. Su di essa è appoggiato il corpo A di massa $m_A = 1.5 \text{ kg}$; il coefficiente di attrito dinamico, uguale a quello statico, tra i due corpi vale $\mu = 0.42$. Ad A è attaccato un filo inestensibile e di massa trascurabile, teso orizzontale, al quale è appeso il corpo B di massa $m_B = 1.7 \text{ kg}$ tramite una carrucola ideale vincolata al blocco (vedi figura). Il corpo B è

appoggiato alla parete verticale del blocco (vedi figura), che è liscia. Al blocco viene applicata una forza orizzontale \vec{F} con verso concorde al moto di A quando B scende. Determinare:

- il modulo a_A dell'accelerazione di A quando \vec{F} è tale da mantenere fermo il blocco rispetto al piano;
- il modulo a dell'accelerazione del sistema quando $F = 50 \text{ N}$, sapendo che quando si applica tale forza A e B rimangono fermi relativamente al blocco;
- il modulo F_{as} della forza di attrito statico agente su A in queste condizioni;
- (facoltativo) il valore minimo F_{min} del modulo della forza applicata al blocco tale per cui il corpo B inizia a salire.

Problema 3



Un corpo di massa $m = 0.3 \text{ kg}$ e dimensioni trascurabili è appoggiato ad una molla ideale compressa, di costante elastica $k = 150 \text{ N/m}$ e vincolata all'altro estremo; il tutto giace su un piano orizzontale liscio. Si rilascia la molla, il corpo si mette in movimento e dopo essersi staccato dalla molla entra con velocità di modulo $v_A = 2.4 \text{ m/s}$ in una zona scabra del piano (coefficiente di attrito dinamico $\mu_d = 0.25$); simultaneamente si appoggia "di lato" su una guida liscia AC a forma di semicerchio di raggio R tangente in A alla sua

traiettoria e inizia a curvare (vedi figura). Il corpo esce in C dalla guida e dalla porzione scabra del piano con la stessa direzione che aveva in entrata e con velocità di modulo $v_C = 1.5 \text{ m/s}$. Nel suo moto poi comprime una seconda molla ideale vincolata e orientata parallelamente al suo moto; la molla respinge indietro il corpo che compie lo stesso percorso fatto in precedenza ma in verso opposto. Determinare:

- la compressione iniziale Δx della molla;
- il raggio di curvatura R della guida;
- il modulo R_B della componente parallela al piano della reazione della guida agente sul corpo quando questo passa per la seconda volta sul punto B posto a metà dell'arco AC;
- la modulo a_B dell'accelerazione del corpo nello stesso istante.

Soluzioni

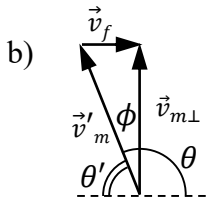
Problema 1

a) Nel sistema di riferimento del fiume:

$$v_{max} = \text{cost} \Rightarrow a = \frac{dv}{dt} = a_m - kv_{max} = 0 \Rightarrow k = \frac{a_m}{v_{max}} = 0.29 \text{ s}^{-1}.$$

$$\text{Oppure: } a = \frac{dv}{dt} = a_m - kv \Rightarrow \int_0^{v(t)} \frac{dv}{a_m - kv} = \int_0^t dt \Rightarrow v(t) = \frac{a_m}{k}(1 - e^{-kt}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{max} = v(t \rightarrow \infty) = \frac{a_m}{k}$$



Per il teorema delle velocità relative:

$$\vec{v}_{m\perp} = \vec{v}'_m + \vec{v}_f = \vec{v}_{max} + \vec{v}_f \Rightarrow v_f = v_{max} \sin \phi \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \phi = \sin^{-1}\left(\frac{v_f}{v_{max}}\right) = 8.8^\circ; \quad \theta = \phi + 90^\circ = 98.8^\circ \text{ (e } \theta' = 81.2^\circ)$$

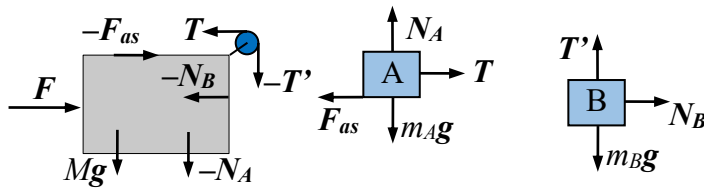
c) $a_{fin} = \frac{dv}{dt} = v \frac{dv}{dx} = -kv \Rightarrow dv = -kdx \Rightarrow v(x) = v_o - kx \Rightarrow 0 = v_{max} - kd \Rightarrow$
 $d = \frac{v_{max}}{k} = 26.5 \text{ m}$

Problema 2

a) $\begin{cases} T_o - \mu m_A g = m_A a_A \\ m_B g - T_o = m_B a_B \end{cases} \Rightarrow a_A = a_B = \frac{m_B - \mu m_A}{m_A + m_B} g = 3.28 \text{ m/s}^2$

b) Il sistema si muove come un corpo unico soggetto alla forza esterna orizzontale \vec{F} . Quindi

$$F = (M + m_A + m_B)a \Rightarrow a = \frac{F}{M + m_A + m_B} = 8.06 \text{ m/s}^2$$



Oppure, considerando solo le componenti orizzontali delle forze:

$$\begin{cases} T - F_{as} - N_B - T = Ma \\ T - F_{as} = m_A a \\ N_B = m_B a \end{cases}$$

c) $\begin{cases} T - F_{as} = m_A a \\ m_B g - T = 0 \end{cases} \Rightarrow F_{as} = m_B g - m_A a = 4.58 \text{ N}$

d) La situazione descritta dal problema corrisponde al caso limite in cui si eccede il massimo valore possibile della forza di attrito statico sul corpo A, che inizia a muoversi verso sinistra in figura relativamente al blocco sottostante (NB quindi con la forza di attrito statico orientata verso destra).

$$\begin{cases} T + F_{as} = m_A a^* \\ m_B g - T = 0 \end{cases} \Rightarrow F_{as} = m_A a^* - m_B g = \frac{m_A}{M + m_A + m_B} F^* - m_B g \leq F_{as, \max} = \mu m_A g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F^* \geq \frac{M + m_A + m_B}{m_A} (\mu m_A + m_B) g = F_{min} = 94.5 \text{ N}$$

Problema 3

a) $\frac{1}{2} k \Delta x^2 = \frac{1}{2} m v_A^2 \Rightarrow \Delta x = v_A \sqrt{\frac{m}{k}} = 0.11 \text{ m}$

b) $W_{nc} = \Delta E_k \Rightarrow -\mu_d m g \cdot \pi R = \frac{1}{2} m v_C^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 \Rightarrow R = \frac{v_A^2 - v_C^2}{2\pi \mu_d g} = 0.23 \text{ m}$

c) La componente orizzontale della reazione della guida è la componente centripeta della forza in B
 $-\mu_d m g \cdot \frac{\pi}{2} R = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_C^2 \Rightarrow v_B^2 = v_C^2 - \mu_d g \pi R; R_B = m \frac{v_B^2}{R} = \frac{m}{R} (v_C^2 - \mu_d g \pi R) = 0.65 \text{ N}$

d) Il corpo in B è soggetto alla forza di attrito ($F_{ad} = \mu_d m g$) e alla forza centripeta ($F_N = m \frac{v^2}{R}$):

$$\vec{a}_B = \vec{a}_{BT} + \vec{a}_{BN} \Rightarrow a_B = \sqrt{a_{BT}^2 + a_{BN}^2} = \sqrt{(\mu_d g)^2 + \left(\frac{v_B^2}{R}\right)^2} = 3.28 \text{ m/s}^2$$