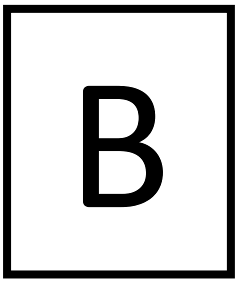
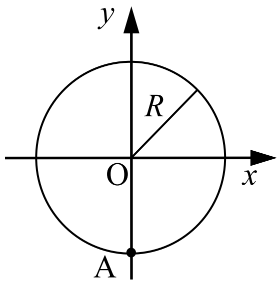


Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica - Canale 1 (Prof. G. Naletto)
Prima Prova in Itinere di Fisica Generale 1 - Padova, 17 aprile 2023

Cognome .... Nome .... Matricola ....

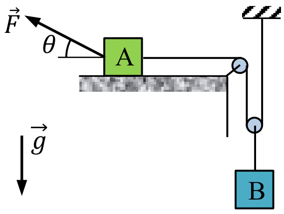
Problema 1



In un piano orizzontale è definito un sistema di riferimento cartesiano ortogonale Oxy di origine O. Due punti materiali, P e Q, sono inizialmente fermi in A di coordinate $(0, -R)$ con R = 0.9 m. All'istante $t_o = 0$, P inizia un moto armonico lungo l'asse y con centro in O e periodo T = 1.8 s, mentre Q inizia allo stesso istante un moto circolare uniformemente accelerato con accelerazione angolare α su una circonferenza di centro O. Determinare:

a) la legge oraria $y_P(t)$ del moto di P;
b) il modulo α dell'accelerazione angolare di Q sapendo che P e Q si incontrano nuovamente quando P ha compiuto due oscillazioni e Q un giro;
c) il modulo a_Q dell'accelerazione di Q nell'istante in cui i due punti si incontrano.

Problema 2



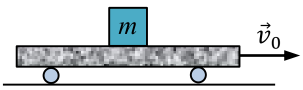
Un corpo A di massa m_A = 1.6 kg è posto su un piano orizzontale. Ad A è applicata su un lato una forza di modulo F inclinata di $\theta = 36°$ rispetto all'orizzontale (vedi figura), mentre sul lato opposto A è collegato ad una fune ideale tesa orizzontale. L'altro estremo della fune, tramite il sistema di due carrucole ideali mostrato in figura, è vincolato al soffitto. Un corpo B, di massa m_B = 3.3 kg, soggetto alla forza peso, è attaccato all'asse della carrucola sospesa per mezzo di un'altra fune ideale, e tutto il sistema è fermo. Determinare:

a) il modulo F^* della forza applicata ad A nell'ipotesi che il piano su cui giace A sia liscio;
b) il minimo valore μ_{min} del coefficiente di attrito statico tra A e il piano per mantenere fermo il sistema nell'ipotesi che F = 19 N.

Poi si toglie la forza $\vec{F}$, e il sistema si mette in movimento. Assumendo che il piano sia liscio, determinare:

c) il modulo a_B dell'accelerazione di B;
d) il modulo v_A della velocità di A quando il corpo B è sceso di ℓ_B = 0.4 m.

Problema 3



Un corpo di dimensioni trascurabili e massa m = 2.5 kg è appoggiato su un carrello di massa M = 13 kg. Il coefficiente di attrito dinamico tra corpo e carrello è μ_d = 0.21. Inizialmente il sistema corpo+carrello è in moto con velocità costante di modulo v_0 = 0.5 m/s, e il carrello scorre su un piano orizzontale liscio. Determinare:

a) il modulo f_{as} della forza di attrito statico tra corpo e carrello.

Ad un certo istante, si applica al carrello una forza $\vec{F}$, parallela e concorde a $\vec{v}_0$ per un intervallo di tempo Δt, durante il quale il carrello ha un'accelerazione di modulo a_M = 2.3 m/s^2 e il corpo percorre una distanza di modulo ℓ' = 0.35 m sul carrello. Determinare:

b) il modulo F della forza applicata al carrello;
c) l'intervallo di tempo Δt durante il quale si applica la forza al carrello;
d) (facoltativo) la velocità v_M del carrello dopo che il corpo si è fermato sul carrello stesso.

Soluzioni

Problema 1

a) $\begin{cases} y_P(t) = A\sin(\omega t + \phi) \\ v_P(t) = A\omega\cos(\omega t + \phi) \end{cases}$; $\begin{cases} y_P(0) = A\sin\phi = -R \\ v_P(0) = A\omega\cos\phi = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = -R \\ \phi = \dfrac{\pi}{2} \end{cases}$

$$\Rightarrow\ y_P(t) = -R\cos(\omega t) = -R\cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right) = -0.9\cos(3.49t)\ \text{ m}$$

b) $\theta_Q(t) = \dfrac{1}{2}\alpha t^2;\ \theta_Q(2T) = 2\pi = \dfrac{1}{2}\alpha(2T)^2 \ \Rightarrow\ \alpha = \dfrac{\pi}{T^2} = 0.97\ \text{ rad/s}^2$

c) $\omega_Q(t) = \alpha t \ \Rightarrow\ \omega_Q(2T) = 2\alpha T;\quad a_Q(2T) = \sqrt{a_{Q,T}^2 + a_{Q,N}^2} = \sqrt{(\alpha R)^2 + (\omega^2 R)^2} =$

$$= \alpha R\sqrt{1 + 16\alpha^2 T^4} = \alpha R\sqrt{1 + 16\pi^2} = 11\ \text{ rad/s}^2$$

Problema 2

a) $\begin{cases} T_A - F^*\cos\theta = 0 \\ 2T_A = T_B = m_B g \end{cases} \Rightarrow\ 2F^*\cos\theta = m_B g \ \Rightarrow\ F^* = \dfrac{m_B g}{2\cos\theta} = 20.0\text{ N}$

b) $\begin{cases} N + F\sin\theta - m_A g = 0 \\ T_A - f_{as} - F\cos\theta = 0 \\ 2T_A = T_B = m_B g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N = m_A g - F\sin\theta \\ 2f_{as} + 2F\cos\theta = m_B g \end{cases} \Rightarrow\ f_{as} = \dfrac{1}{2}m_B g - F\cos\theta$

$$f_{as} \le f_{as,max} = \mu_s N \ \Rightarrow\ \frac{1}{2}m_B g - F\cos\theta \le \mu_s(m_A g - F\sin\theta) \ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \mu_s \ge \frac{m_B g - 2F\cos\theta}{2(m_A g - F\sin\theta)} = \mu_{s,min} = 0.18$$

c) $\begin{cases} T'_A = m_A a_A \\ m_B g - T'_B = m_B a_B \\ T'_B = 2T'_A \\ a_A = 2a_B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T'_A = 2m_A a_B \\ m_B g - 2T'_A = m_B a_B \end{cases} \Rightarrow\ a_B = \dfrac{m_B}{4m_A + m_B}g = 3.3\text{ N}$

d) $m_B g \ell_B = \dfrac{1}{2}m_A v_A^2 + \dfrac{1}{2}m_B\left(\dfrac{v_A}{2}\right)^2 \ \Rightarrow\ v_A = \sqrt{\dfrac{8m_B}{4m_A + m_B}g\ell_B} = 3.27\text{ m/s}$

Problema 3

a) Entrambi i corpi si muovono di moto rettilineo uniforme, su di essi non agiscono forze: $f_{as} = 0$.

b) Si orienta l'asse orizzontale x verso destra in figura.

$$\begin{cases} f_{ad} = m a_m \\ F - f_{ad} = M a_M \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mu_d g = a_m \\ F - \mu_d m g = M a_M \end{cases} \Rightarrow\ F = M a_M + \mu_d m g = 35.05\text{ N}$$

c) $a'_m = a_m - a_M = \mu_d g - a_M = -0.24\text{ m/s}^2;\ \ \ell' = \dfrac{1}{2}|a'_m|\Delta t^2 \ \Rightarrow\ \Delta t = \sqrt{\dfrac{2\ell'}{|a'_m|}} = 1.71\text{ s}$

d) La velocità v_M finale del carrello coincide con la velocità finale del centro di massa, $v_{CM,fin}$. Il centro di massa del sistema è accelerato finché agisce la forza, poi la sua velocità rimane costante.

$$\vec{R}^E = \vec{F} = (m + M)a_{CM};\quad v_m = v_{CM,fin} = v_0 + a_{CM}\Delta t = v_0 + \frac{F\Delta t}{m + M} = 4.36\text{ m/s}$$

Oppure

$$v_M(\Delta t) = v_0 + a_M\Delta t;\ v_m(\Delta t) = v_0 + a_m\Delta t \ \Rightarrow\ P(\Delta t) = M(v_0 + a_M\Delta t) + m(v_0 + a_m\Delta t) =$$

$$= (M + m)v_0 + F\Delta t;\quad P_f = (m + M)v_{CM} \ \Rightarrow\ v_M = v_{CM} = v_0 + \frac{F\Delta t}{m + M}$$