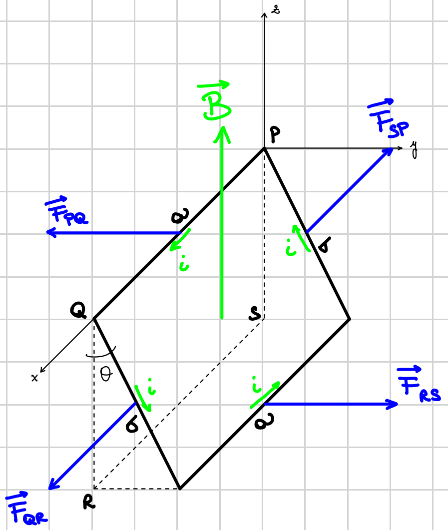
ESERCIZI SCHEDA 8

ESERCIZIO 1



$a = 20\,cm = 0{,}2\,m$, $\quad b = 10\,cm = 0{,}1\,m$ $\quad \delta = 5\cdot 10^{-2}\,g/cm = 5\cdot 10^{-3}\,kg/m$

$\vec{B} = B_z\hat{u}_z = (0{,}02\,T)\,\hat{u}_z \qquad \theta = 30°$

Calcolo le forze su ogni ramo:

- $\vec{F}_{PQ} = i\,\vec{PQ}\times\vec{B} = i(a\hat{u}_x)\times(B_z\hat{u}_z) = -iaB_z\hat{u}_y$
- $\vec{F}_{QR} = i\,\vec{QR}\times\vec{B} = i(b\sin\theta\,\hat{u}_y - b\cos\theta\,\hat{u}_z)\times(B_z\hat{u}_z) = ibB_z\sin\theta\,\hat{u}_x$
- $\vec{F}_{RS} = i\,\vec{RS}\times\vec{B} = -i(a\hat{u}_x)\times(B_z\hat{u}_z) = iaB_z\hat{u}_y$
- $\vec{F}_{SP} = i\,\vec{SP}\times\vec{B} = i(b\cos\theta\,\hat{u}_z - b\sin\theta\,\hat{u}_y)\times(B_z\hat{u}_z) = -ibB_z\sin\theta\,\hat{u}_x$

Le forze, come si vede, sono bilanciate.

La rotazione avviene lungo l'asse x $\Rightarrow$ $\vec{F}_{QR}$ e $\vec{F}_{SP}$, che stanno lungo l'asse x non generano rotazione.

$\vec{F}_{PQ}$ agisce su un vincolo, quindi non genera rotazione.

$\vec{M} = \vec{b}\times\vec{F}_{RS} = (b\sin\theta\,\hat{u}_y - b\cos\theta\,\hat{u}_z)\times iaB_z\hat{u}_y = -iabB_z\cos\theta(-\hat{u}_x) = iabB_z\cos\theta\,\hat{u}_x$

Si può ricavare il momento tramite il momento magnetico $\vec{m} = iS\hat{n}$.

Considero il centro di massa al centro della spira quadrata: $\vec{M}_g = \left(\frac{\vec{b}}{2}\right)\times\vec{P} = \left(\frac{b}{2}\sin\theta\,\hat{u}_y - \frac{b}{2}\cos\theta\,\hat{u}_z\right)\times(-P\hat{u}_z) =$

$$= -mg\frac{b}{2}\sin\theta\,\hat{u}_x = -\delta(2a+2b)g\frac{b}{2}\sin\theta\,\hat{u}_x =$$

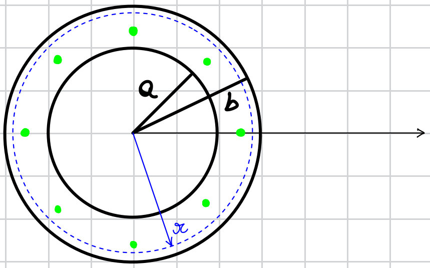
$$= -\delta b(a+b)g\sin\theta\,\hat{u}_x$$

La spira è in equilibrio $\Rightarrow$ $\vec{M}_{TOT} = \vec{M} + \vec{M}_g = iabB_z\cos\theta\,\hat{u}_x - \delta b(a+b)g\sin\theta\,\hat{u}_x$

$$= (iabB_z\cos\theta - \delta b(a+b)g\sin\theta)\,\hat{u}_x = 0$$

$$\Rightarrow ia\cancel{b}B_z\cos\theta = \delta\cancel{b}(a+b)g\sin\theta \iff i = \frac{\delta(a+b)}{aB_z}g\tan\theta = 2{,}123\,A$$

Esercizio 2



Applico la legge di Ampère circuitando su circonferenze : $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{conc}$

- per $x < a$ non c'è nessuna corrente $\Rightarrow$ $B = 0$
- per $a \le x \le b$: $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i$

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{s} = |\vec{B}| \cdot 2\pi x = 2\pi B x$$

$$i_{conc} = j \cdot A = j(\pi x^2 - \pi a^2) = j\pi(x^2 - a^2)$$

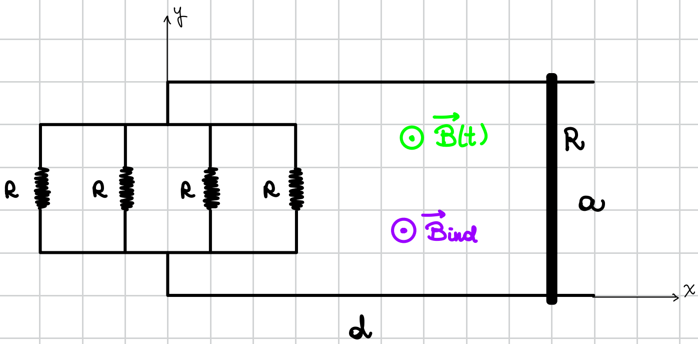
La corrente totale $i = j\pi(b^2 - a^2) \Leftrightarrow j = \frac{i}{\pi(b^2-a^2)}$

$$\Rightarrow i_{conc} = \frac{i}{\cancel{\pi}(b^2-a^2)} \cdot \cancel{\pi}(x^2 - a^2) = i\,\frac{x^2-a^2}{b^2-a^2}$$

$$2\pi B x = i\,\frac{x^2-a^2}{b^2-a^2} \Rightarrow B(x) = \frac{i}{2\pi(b^2-a^2)} \cdot \frac{x^2-a^2}{x}$$

- per $x > b$: $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i \Rightarrow B \cdot 2\pi x = \mu_0 i \Rightarrow B(x) = \mu_0 \frac{i}{2\pi x}$

Esercizio 3



$\vec{B}(t) = (3T - \beta t)\,\hat{z}$

$i(t=0) = 0$, $a = 5 \cdot 10^{-2}$ m, $d = 0{,}1$ m

$R = 8\,\Omega$, $\beta = 2\,T/s$, $t' = 1s$

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} = \frac{4}{R} \Rightarrow R_p = \frac{R}{4} = 2\,\Omega$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} = -\frac{d(\vec{B}(t) \cdot A\hat{m})}{dt} = -\frac{d[(3T-\beta t)\hat{z} \cdot (ad)\hat{z}]}{dt} = -\frac{d[ad(3T-\beta t)]}{dt} = -ad\,\frac{d(3T-\beta t)}{dt} = \beta a d$$

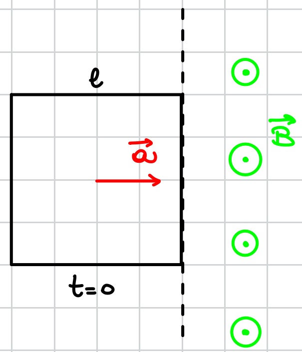
$$i = \frac{\mathcal{E}}{R+R_p} = \beta\,\frac{ad}{R+R_p}$$

equilibrio della sbarretta: $\sum \vec{F}(t') = 0 \iff \vec{F}_v(t') + \vec{F}_m(t') = 0 \iff \vec{F}_v = -\vec{F}_m(t')$

$\Rightarrow \vec{F}_v = -\vec{F}_m(t') = -i\vec{\ell} \times \vec{B}(t') = -i\vec{d} \times [(3T-\beta t')\hat{z}] = -id\hat{y} \times [(3T-\beta t')\hat{z}] = -id(3T-\beta t')\hat{x} =$

$$= -\beta \frac{ad^2}{R+R_p}(3T-\beta t')\hat{x} = (-100\,mN)\hat{x}$$

ESERCIZIO 4



Divido in 3 parti il problema:

1 _ La spira parte da una regione senza campo magnetico, quindi il flusso e, di conseguenza, la fem indotta sono pari a 0.

2 _ C'è una fase di transizione in cui la spira sta entrando e il flusso aumenta, in quanto l'area esposta al campo magnetico aumenta:

$$\Phi(\vec{B}) = \vec{B} \cdot \vec{A}(t) = B\hat{n} \cdot A(t)\hat{m} = BA(t) = (\text{un lato resta costante e il secondo cresce}) =$$

$$= B\ell \cdot \ell(t) = (MRUA) = B\ell\left(\cancel{s_0} + \cancel{v_0 t} + \frac{1}{2}at^2\right) = \frac{1}{2}B\ell a t^2 \longrightarrow$$ Al momento in cui la spira è totalmente immersa nel campo, il flusso è pari a $BA = B\ell^2$

$$\mathcal{E} = -\frac{d(B\hat{n}\cdot A\hat{m})}{dt} = -\frac{d(BA)}{dt} = -\frac{d(B\ell^2)}{dt} = -B\ell\frac{d\ell}{dt} = -B\ell\frac{d}{dt}\left(\cancel{s_0} + \cancel{v_0 t} + \frac{1}{2}at^2\right) =$$

$$= -B\ell\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}at^2\right) = -B\ell a t$$

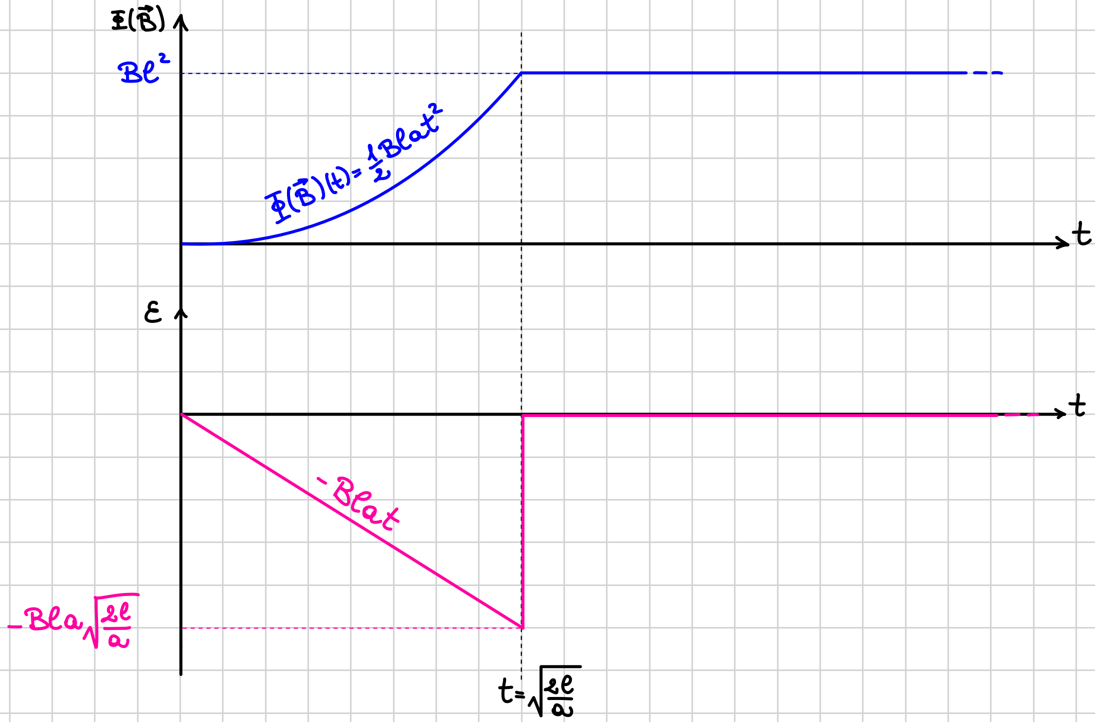
Il tempo in cui la spira attraversa uno spazio pari a ℓ (entrata completa) è pari a:

$$\ell = \cancel{s_0} + \cancel{v_0 t} + \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}at^2 \iff t = \sqrt{\frac{2\ell}{a}}$$

$$\Rightarrow B_{max} = \frac{1}{2}B\ell a t_f^2 = \frac{1}{\cancel{2}}B\ell \cancel{a} \cdot \frac{\cancel{2}\ell}{\cancel{a}} = B\ell^2 \quad \text{(come ci aspettavamo)}$$

$$\Rightarrow \mathcal{E}_{min} = -B\ell a t_f = -B\ell a\sqrt{\frac{2\ell}{a}}$$

3 _ La spira totalmente immersa nella spira vede un flusso costante $\Phi(\vec{B}) = B\ell^2 \Rightarrow \mathcal{E} = 0$



$\Phi(\vec{B})$
$B\ell^2$
$\Phi(\vec{B})(t) = \frac{1}{2}B\ell a t^2$
t
ε
t
$-B\ell a t$
$-B\ell a\sqrt{\frac{2\ell}{a}}$
$t = \sqrt{\frac{2\ell}{a}}$