# A

**Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica - Canale 1 (Prof. G. Naletto)**
**Prima Prova in Itinere di Fisica Generale 1 - Padova, 16 aprile 2025**

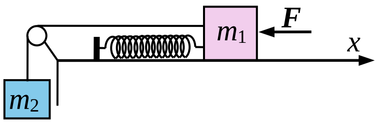
**Cognome** ........................................................... **Nome** ......................................... **Matricola** ......................

**Problema 1**


Un corpo di dimensioni trascurabili è in moto lungo l'asse orizzontale $x$. Quando transita per l'origine O dell'asse, esso ha una velocità $v_0$ e da quel momento risente di una accelerazione di modulo $a = -kt$ con $k = 0.42$ m/s$^3$. Dopo un tempo $t_A = 2.8$ s, quando raggiunge il punto A, esso ha una velocità $v_A = 0.55$ m/s; da A, il corpo continua il suo moto su un arco di guida circolare orizzontale di raggio $R = 0.15$ m, soggetto ad una accelerazione tangenziale di modulo $a_T$. Sapendo che il modulo della velocità del corpo quando raggiunge il punto B, dopo aver percorso un quarto di giro della guida circolare, è $v_B = v_A/2$, determinare:

a) il valore $v_0$ della velocità del corpo quando transita per O;
b) il valore $a_T$ dell'accelerazione tangenziale sulla guida circolare;
c) modulo, direzione e verso dell'accelerazione $\vec{a}_B$ del corpo quando si trova in B.

**Problema 2**




Un corpo di massa $m_1$ e dimensioni trascurabili è fermo su un piano orizzontale liscio. Su un lato del corpo agisce una forza costante $\vec{F} = -F\vec{u}_x$ ($F > 0$) orizzontale; sul lato opposto il corpo è collegato ad un filo teso ideale parallelo all'asse $x$ che regge, tramite una carrucola ideale, un altro corpo di massa $m_2 = 1.1$ kg soggetto alla forza peso (vedi figura). Inoltre, sullo stesso lato dove è attaccato il filo, il corpo è attaccato ad una molla ideale di costante elastica $k = 160$ N/m parallela all'asse $x$ e vincolata all'altro estremo, compressa di una quantità pari a $\Delta x = -0.18$ m. Ad un certo istante si toglie la forza $\vec{F}$ e i corpi si mettono in movimento con accelerazione iniziale $a = 2.5$ m/s$^2$. Determinare:

a) il modulo $F$ della forza.
b) il valore della massa $m_1$;
c) il modulo $v$ della velocità di $m_1$ quando la molla è alla sua lunghezza a riposo.

(Facoltativo) Dall'istante in cui la molla ha raggiunto la sua lunghezza a riposo, una forza costante $\vec{F}' = F'\vec{u}_x$ ($F' > 0$) agisce sul corpo di massa $m_1$; il corpo si ferma dopo aver percorso una distanza $d = 0.13$ m da quando è applicata la forza. Determinare:

d) il modulo $F'$ della forza agente sul corpo di massa $m_1$.

**Problema 3**


Un carrello di massa $M = 14.6$ kg può scorrere senza attrito su un piano orizzontale. Sul piano orizzontale del carrello giace un corpo di dimensioni trascurabili e massa $m = 3.8$ kg; il corpo è appoggiato ad una molla ideale orizzontale di costante elastica $k_0 = 85$ N/m vincolata all'altro estremo e la comprime della quantità $|\Delta x_0| = 0.14$ m; inizialmente il sistema è fermo. Ad un certo istante il corpo viene sbloccato e il sistema si mette in moto.

a) Dimostrare che il modulo della velocità istantanea del corpo di massa $m$ rispetto al suolo quando la molla raggiunge la sua lunghezza a riposo è $v = 0.59$ m/s, assumendo che non vi sia attrito tra corpo e carrello.

Dopo che il corpo si è staccato dalla molla, proseguendo il suo moto sul carrello, esso entra in una zona scabra e infine si ferma sul carrello. Determinare:

b) il modulo $V_f$ della velocità finale del carrello dopo che il corpo si è fermato sul carrello;
c) il lavoro $W_{att}$ fatto dalle forze di attrito fino a quando il corpo si ferma sul carrello.
d) quale dovrebbe essere il valore $k$ della costante elastica della molla affinché il modulo dell'accelerazione iniziale del corpo relativamente al carrello sia $a'_m = 3.56$ m/s$^2$.

# Soluzioni

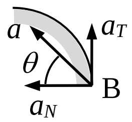
## Problema 1

a) $a = -kt = \dfrac{dv}{dt} \;\Rightarrow \int_{v_0}^{v(t)} dv = \int_0^t (-kt)dt \;\Rightarrow\; v(t) - v_0 = -\dfrac{1}{2}kt^2 \;\Rightarrow\; v_0 = v_A + \dfrac{1}{2}kt_A^2 \;= 2.20 \text{ m/s}$

b) $v_B^2 = v_A^2 + 2a_T\dfrac{\pi R}{2} \;\Rightarrow\; a_T = \dfrac{v_B^2 - v_A^2}{\pi R} = -\dfrac{3v_A^2}{4\pi R} = -0.48 \text{ m/s}^2$

oppure $\begin{cases} v_B = v_A + a_T t \\ \dfrac{\pi R}{2} = v_A t + \dfrac{1}{2}a_T t^2 \end{cases} \;\Rightarrow\; \begin{cases} t = \dfrac{v_B - v_A}{a_T} = -\dfrac{v_A}{2a_T} \\ \dfrac{\pi R}{2} = -v_A\dfrac{v_A}{2a_T} + \dfrac{1}{2}a_T\left(-\dfrac{v_A}{2a_T}\right)^2 = -\dfrac{3v_A^2}{8a_T} \end{cases} \;\Rightarrow\; a_T = -\dfrac{3v_A^2}{4\pi R}$

c) $a_B = \sqrt{a_{B,T}^2 + a_{B,N}^2} = \sqrt{\left(-\dfrac{3v_A^2}{4\pi R}\right)^2 + \left(\dfrac{v_B^2}{R}\right)^2} = \dfrac{v_A^2}{4R}\sqrt{\dfrac{9}{\pi^2} + 1} = 0.67 \text{ m/s}^2$ ;




$\tan\theta = \dfrac{a_{T,B}}{a_{N,B}} \;\Rightarrow\; \theta = \tan^{-1}\left(\dfrac{a_T R}{v_B^2}\right) = \tan^{-1}\left(\dfrac{3}{\pi}\right) = -43.7° = -0.76 \text{ rad}$

## Problema 2

a) $\begin{cases} -k\Delta x - F - T = 0 \\ T - m_2 g = 0 \end{cases} \;\Rightarrow\; F = -k\Delta x - m_2 g = 18 \text{ N}$

b) $\begin{cases} -k\Delta x - T' = m_1 a \\ T' - m_2 g = m_2 a \end{cases} \;\Rightarrow\; -k\Delta x - m_2 g = (m_1 + m_2)a \;\Rightarrow\; m_1 = -\dfrac{k\Delta x + m_2 g}{a} - m_2 = 6.1 \text{ kg}$

c) $E_m = \text{cost} \;\Rightarrow\; \dfrac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 + m_2 g|\Delta x| = \dfrac{1}{2}k\Delta x^2 \;\Rightarrow\; v = \sqrt{\dfrac{k\Delta x^2 - 2m_2 g|\Delta x|}{m_1 + m_2}} = 0.42 \text{ m/s}$

d) $W_{TOT} = \Delta E_k \;\Rightarrow\; -m_2 g d - \dfrac{1}{2}kd^2 + F'd = -\dfrac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 \;\Rightarrow$

$\Rightarrow\; F' = m_2 g + \dfrac{1}{2}kd - \dfrac{1}{2d}(m_1 + m_2)v^2 = 16.2 \text{ N}$

## Problema 3

Definiamo un asse $x$ orizzontale e orientato verso destra in figura: in tal caso, $\Delta x_0 < 0$ ($\Delta x_0 = -0.14$ m).

a) $\begin{cases} P = mv + MV = 0 \\ \dfrac{1}{2}k_0\Delta x_0^2 = \dfrac{1}{2}mv^2 + \dfrac{1}{2}MV^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V = -\dfrac{m}{M}v \\ k_0\Delta x_0^2 = mv^2 + M\left(-\dfrac{m}{M}v\right)^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v = |\Delta x_0|\sqrt{\dfrac{k_0 M}{m(m+M)}} = 0.59 \text{ m/s} \\ V = -\dfrac{m}{M}v = -0.15 \text{ m/s} \end{cases}$

b) Quando $v'_f = 0$, siccome $v' = v - V$, si ha $v_f = V_f$. Siccome il sistema è isolato e $P = 0 =$ costante, $v_f = V_f = 0$.

c) $W_{nc} = \Delta E_m = 0 - \dfrac{1}{2}k_0\Delta x_0^2 = -\dfrac{1}{2}k_0\Delta x_0^2 = -0.833 \text{ J}$ oppure

$W_{nc} = \Delta E_m = 0 - \left(\dfrac{1}{2}mv^2 + \dfrac{1}{2}MV^2\right) = -\dfrac{1}{2}mv^2\left(1 + \dfrac{m}{M}\right)$

d) $\vec{F}_{el} = -k\Delta x_0\vec{u}_x = m\vec{a}_m \;\Rightarrow\; a_m = -\dfrac{k\Delta x_0}{m} > 0; \quad -\vec{F}_{el} = k\Delta x_0\vec{u}_x = M\vec{a}_M \;\Rightarrow\; a_M = \dfrac{k\Delta x_0}{M} < 0;$

$a'_m = a_m - a_M = -\dfrac{k\Delta x_0}{m} - \dfrac{k\Delta x_0}{M} = -k\Delta x_0\left(\dfrac{1}{m} + \dfrac{1}{M}\right) \;\Rightarrow\; k = -\dfrac{mMa'_m}{\Delta x_0(m+M)} = 76.7 \text{ N/m}$

Nota al punto a)

Molti studenti, per rispondere a questa domanda, hanno considerato la conservazione dell'energia nel sistema di riferimento in moto relativo. La soluzione, in questo caso è la seguente.

$$\Delta E'_k + \Delta E'_p = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta E'_k = -\Delta E'_p = W_{el} + W_{app}$$

Dal punto d) si vede che la forza apparente è quella dovuta alla forza elastica sul carrello, per cui:

$$F_{app} = -ma_M = -m\frac{k_0 \Delta x_0}{M} \quad \Rightarrow \quad W_{app} = \int_0^{\Delta x_0} F_{app}\, dx = \frac{1}{2}\frac{mk_0}{M}\Delta x_0^2$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}mv'^2 = \frac{1}{2}k_0\Delta x_0^2 + \frac{1}{2}\frac{mk_0}{M}\Delta x_0^2 = \frac{1}{2}k_0\Delta x_0^2\left(1+\frac{m}{M}\right) \quad \Rightarrow \quad v' = |\Delta x_0|\sqrt{\frac{k_0}{m}\left(1+\frac{m}{M}\right)}$$

$$v = v' + V = |\Delta x_0|\sqrt{\frac{k_0}{m}\left(1+\frac{m}{M}\right)} - \frac{m}{M}v \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad v = \frac{M}{m+M}|\Delta x_0|\sqrt{\frac{k_0}{m}\left(1+\frac{m}{M}\right)} = |\Delta x_0|\sqrt{\frac{k_0}{m}\left(\frac{M}{m+M}\right)}$$