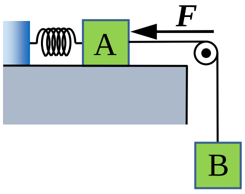
Corsi di Laurea in Ingegneria Biomedica, dell'Informazione, Elettronica e Informatica
Canale 3 (Prof. G. Naletto)
Prova scritta di Fisica Generale 1 - Padova, 19 Giugno 2017

Cognome .... Nome .... Matricola ....

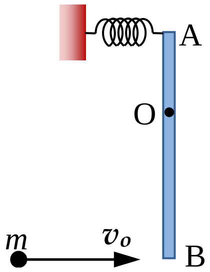
Problema 1



Un corpo A di massa m_A = 1.5 kg giace su un piano orizzontale liscio. Il corpo è vincolato su un lato ad una molla orizzontale di costante elastica k = 400 N/m compressa di Δx_o = 0.05 m ed è collegato sull'altro ad una fune che sostiene tramite una carrucola un corpo B di massa m_B = 2.7 kg (vedi figura). Il sistema è mantenuto fermo da una forza $\boldsymbol{F}$ orizzontale applicata in A. Ad un certo istante si toglie la forza $\boldsymbol{F}$ ed il sistema si mette in movimento. Determinare:

a) il modulo F della forza applicata per tenere fermo il sistema;
b) il modulo a dell'accelerazione istantanea di A quando si toglie la forza $\boldsymbol{F}$;
c) la massima elongazione Δx_{max} raggiunta dalla molla nel moto del sistema.

Problema 2



Una sbarretta rigida omogenea AB di massa M = 2.5 kg e di lunghezza L = 0.6 m posta orizzontale e inizialmente ferma può ruotare senza attrito attorno ad un asse verticale passante per il suo punto O posto a distanza AO = L/3 dall'estremo A. Una molla di costante elastica k = 300 N/m a riposo è vincolata ad un estremo ad una parete rigida e all'altro al punto A della sbarretta, ed è orientata perpendicolarmente alla sbarretta stessa. Ad un certo istante, l'estremo libero B della sbarretta viene urtato in modo completamente anelastico da un proiettile puntiforme di massa $m = M/4$ e velocità orizzontale di modulo v_o perpendicolare alla sbarretta AB. Sapendo che dopo l'urto il sistema sbarra più proiettile inizia a ruotare con velocità angolare ω_o = 0.8 rad/s, e trascurando la piccola componente dello spostamento della molla nella direzione parallela alla sbarretta, determinare:

a) il momento d'inerzia I_o del sistema sbarra più proiettile rispetto all'asse di rotazione passante per O;
b) il modulo v_o della velocità del proiettile all'istante dell'urto;
c) il modulo J dell'impulso esercitato dal perno in O durante l'urto;

Nell'istante in cui l'oscillazione raggiunge la massima ampiezza, il cuscinetto sull'asse di rotazione in O si disassa leggermente e inizia ad applicare un momento di attrito di modulo costante M_{att} = 0.25 Nm. Determinare:

d) il modulo ω della velocità angolare del sistema sbarretta più proiettile quando la sbarretta ripassa per la prima volta sulla posizione che aveva prima dell'urto.

Problema 3

Un cilindro adiabatico chiuso da un pistone adiabatico, di massa trascurabile, sezione S = 0.2 m^2 e che si può muovere liberamente senza attriti contiene n = 2.2 moli di un gas perfetto biatomico; il pistone è collegato alla base del cilindro da una fune inestensibile di massa trascurabile e lunghezza L = 0.35 m. Il gas è in equilibrio con la pressione ambiente $p_A = p_{amb} = 10^5$ Pa e inizialmente è alla temperatura T_A = 300 K. Per mezzo di una resistenza interna al cilindro si scalda il gas in modo molto lento e graduale finché raggiunge lo stato B in cui la fune diventa tesa (parallela all'asse del cilindro). Si continua a scaldare il gas in modo lento e graduale per mezzo della resistenza finché il gas arriva nello stato C: in quell'istante si smette di scaldare il gas, e la fune si rompe perché ha raggiunto la sua tensione di rottura F_{max} = 2 kN. Dopo la rottura del filo, si attende che il gas raggiunga un nuovo stato di equilibrio D, si toglie l'isolamento dalla base del cilindro e lo si mette in contatto termico con un serbatoio alla temperatura T_A finché il gas ritorna nello stato iniziale A. Disegnare il ciclo del gas nel diagramma pV e determinare:

a) il lavoro W_{AB} fatto dal gas nella trasformazione AB;
b) la temperatura T_C del gas nello stato C;
c) la temperatura T_D del gas nello stato D;
d) (facoltativo) il rendimento η del ciclo.

Problema 1

a) $$m_B g - T = 0;\quad k|\Delta x_o| + T - F = 0 \quad\Rightarrow\quad F = k|\Delta x_o| + m_B g = 46.5\ \mathrm{N}$$

b) $$\begin{cases} k|\Delta x_o| + T' = m_A a \\ m_B g - T' = m_B a \end{cases} \quad\Rightarrow\quad k|\Delta x_o| + m_B g = (m_A + m_B)a \quad\Rightarrow\quad a = \frac{k|\Delta x_o| + m_B g}{m_A + m_B} = 11.1\ \mathrm{m/s^2}$$

c) $$\frac{1}{2}k\Delta x_o^2 + m_B g\left(|\Delta x_o| + |\Delta x_{\max}|\right) = \frac{1}{2}k\Delta x_{\max}^2 \quad\Rightarrow\quad \Delta x_{\max}^2 - \frac{2m_B g}{k}|\Delta x_{\max}| - \frac{2m_B g}{k}|\Delta x_o| - \Delta x_o^2 = 0$$

$$|\Delta x_{\max}| = \frac{m_B g}{k} \pm \sqrt{\left(\frac{m_B g}{k}\right)^2 + \frac{2m_B g}{k}|\Delta x_o| + \Delta x_o^2} = \frac{m_B g}{k} + \left(\frac{m_B g}{k} + |\Delta x_o|\right) = \frac{2m_B g}{k} + |\Delta x_o| = 0.18\ \mathrm{m}$$

Problema 2

a) $$I_o = \left[\frac{1}{12}ML^2 + M\left(\frac{L}{6}\right)^2\right] + m\left(\frac{2}{3}L\right)^2 = \frac{1}{9}ML^2 + \frac{M}{4}\frac{4}{9}L^2 = \frac{2}{9}ML^2 = 0.2\ \mathrm{kgm^2}$$

b) $$\frac{2}{3}Lmv_o = I_o\omega_o \quad\Rightarrow\quad \frac{2}{3}L\frac{M}{4}v_o = \frac{2}{9}ML^2\omega_o \quad\Rightarrow\quad v_o = \frac{4}{3}\omega_o L = 0.64\ \mathrm{m/s}$$

c) $$y_{CM} = \frac{M\frac{L}{6} + m\frac{2}{3}L}{m+M} = \frac{4}{15}L;\quad v_{CM} = \omega_o y_{CM} = \frac{4}{15}\omega_o L$$

$$J = \Delta P = (m+M)v_{CM} - mv_o = \frac{5}{4}M\cdot\frac{4}{15}\omega_o L - \frac{M}{4}\cdot\frac{4}{3}\omega_o L = \frac{1}{3}M\omega_o L - \frac{1}{3}M\omega_o L = 0$$

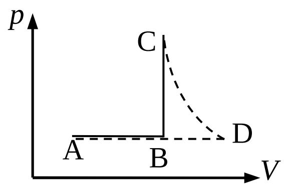
Oppure $$J = \Delta P = \left(M\omega_o\frac{L}{6} + m\omega_o\frac{2}{3}L\right) - mv_o = \frac{1}{3}M\omega_o L - \frac{M}{4}\cdot\frac{4}{3}\omega_o L = 0$$

NB Questo è un risultato particolare dovuto alla posizione dell'asse di rotazione dell'asta e del punto di impatto: se uno dei due fosse in posizione diversa, l'impulso non sarebbe nullo.

d) $$\frac{1}{2}I_o\omega_o^2 = \frac{1}{2}k\Delta x_{\max}^2 = \frac{1}{2}k\left(\frac{L}{3}\theta_{\max}\right)^2 \quad\Rightarrow\quad \theta_{\max} = \frac{3\omega_o}{L}\sqrt{\frac{I_o}{k}} = 0.103\ \mathrm{rad};$$

$$\frac{1}{2}I_o\omega^2 - \frac{1}{2}I_o\omega_o^2 = -M_{att}\theta_{\max} \quad\Rightarrow\quad \omega = \sqrt{\omega_o^2 - \frac{2M_{att}\theta_{\max}}{I_o}} = 0.62\ \mathrm{rad/s}$$

Problema 3



Il ciclo del gas è costituito dalla espansione isobara reversibile AB, dalla isocora reversibile BC, dall'adiabatica irreversibile (a pressione costante = p_{amb}) CD e della compressione isobara irreversibile DA.

a) $$V_A = \frac{nRT_A}{p_A} = 0.055\ \mathrm{m^3};\quad V_B = LS = 0.07\ \mathrm{m^3};\quad W_{AB} = p_A(V_B - V_A) = 1513\ \mathrm{J}$$

b) $$p_C S - F_{\max} = p_{amb}S \quad\Rightarrow\quad p_C = \frac{F_{\max}}{S} + p_{amb} = 1.1\cdot 10^5\ \mathrm{Pa};\quad T_C = \frac{p_C V_C}{nR} = 421\ \mathrm{K}$$

c) $$W_{CD} = -W_{ext,CD} = -p_{amb}\Delta V_{amb} = p_{amb}\Delta V_{gas} = p_D(V_D - V_C);\quad p_D V_D = nRT_D;\quad\Rightarrow\quad W_{CD} = nRT_D - p_D V_C$$

$$Q_{CD} = 0 \quad\Rightarrow\quad W_{CD} = -\Delta U_{CD} = -nc_V(T_D - T_C) \quad\Rightarrow\quad T_D = \frac{p_D V_C + nc_V T_C}{n(R + c_V)} = 410\ \mathrm{K}$$

d) $$T_B = \frac{p_B V_B}{nR} = \frac{p_A V_B}{nR} = 383\ \mathrm{K};\quad V_D = \frac{nRT_D}{p_D} = 0.075\ \mathrm{m^3}$$

$$W_{BC} = 0;\quad W_{CD} = nc_V(T_C - T_D) = 500\ \mathrm{J};\quad W_{DA} = p_A(V_A - V_D) = -2013\ \mathrm{J} \quad\Rightarrow\quad \eta = \frac{W_{TOT}}{Q_{ASS}} = 0$$

Il lavoro totale è nullo in quanto le trasformazioni sono tutte isobare alla pressione ambiente tranne la BC che è a volume costante e nella quale non si compie lavoro. Ritornando nella posizione iniziale, i lavori delle isobare si annullano tra loro.