

FORMULARIO

SISTEMA DI MISURA

errore: $e_i = z_i - y$

massimo errore relativo al fondo scala: $\frac{\max |e_i|}{FS} \cdot 100 [\%]$

Modello a STD costante \Rightarrow stesso errore assoluto: $\text{Var}(e) = \sigma^2$

Modello a CV costante \Rightarrow stesso errore relativo: $\text{Var}(e) = (CV \cdot y)^2$

calibrazione: $z = ay + b \Rightarrow y = (z - b)/a$

Istereesi \Rightarrow si studia la retta (a e b) che rende minimi gli errori: $e_i = z_i - (ay_i - b)$

errore di misura: $\Delta z_i = |z_i - y_i|$

accuratezza: $\max(\Delta z_i)$ oppure $\max(\Delta z_i / FS) \cdot 100 [\%]$

sensibilità: a

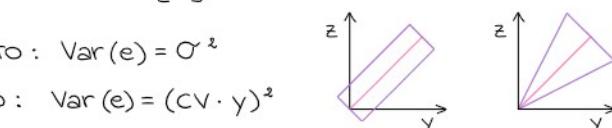
linearità: $\max(\Delta z_i / y_i) \cdot 100 [\%]$ oppure $\max(\Delta z_i / FS) \cdot 100 [\%]$

partitore di tensione: $y = \frac{R_i^M}{(R_i^M + R_u^S)} y_o$

R_u^S = resistenza di uscita di S

R_i^M = resistenza di ingresso di M

errore di interconnessione: $\frac{y_o - y}{y_o} = \frac{R_u^S}{R_u^S + R_i^M}$



SENSORI

partitore di tensione: $V_o = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V = V_{off} \quad R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

variazioni di R_1 e R_2 : $V_o(r_1, r_2) = V_{off} + \frac{A}{(1+A)^2} V \left(\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} \right)$

sensibilità: $S = \frac{A}{(1+A)^2} V \quad A = \frac{R_1}{R_2}$

massima sensibilità: $R_1 = R_2$

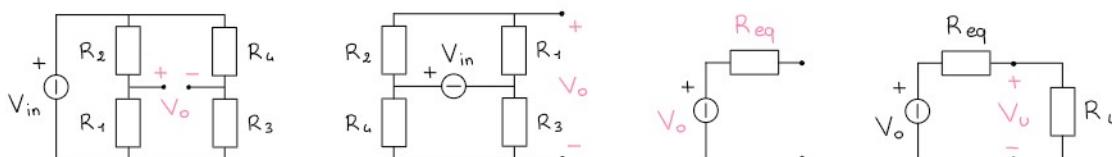
ponte di Wheatstone: $V_o = V_{in} \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} - \frac{R_3}{R_3 + R_4} \right) \quad R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}$

condizione di bilanciamento ($V_o = 0$): $R_1 R_4 = R_2 R_3$

uscita del ponte per piccole variazioni (approssimata): $V_o \approx \frac{A}{(1+A)^2} V_{in} \left(\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} - \frac{\Delta R_3}{R_3} + \frac{\Delta R_4}{R_4} \right)$

tensione misurata: $V_u = V_o \frac{R_L}{R_{eq} + R_L}$

R_L = resistenza di carico (strumento di misura)



termoresistenza metallica: $R(T) = R_0 [1 + \alpha(T - T_0)] \Rightarrow \frac{\Delta R_1}{R_{1,0}} = \alpha \cdot (T_1 - T_0)$

α = coefficiente termico (sensibilità)

termistore: $R(T) = R_0 e^{\beta \left(\frac{T}{T_0} - \frac{1}{T_0} \right)}$

sensibilità: $S = \frac{1}{R} \frac{dR}{dT} = -\frac{\beta}{T^2}$

β = temperatura caratteristica

$$\text{linearizzazione del termistore con resistenza parallela: } R_p = \frac{\beta - 2T}{\beta + 2T} R \quad R_{\text{tot}} = \frac{R_p R}{R_p + R}$$

$$\text{sensibilità con linearizzazione: } S_p = \frac{S}{2} \left(1 - \frac{2T}{\beta} \right)$$

$$\text{estensimetro: } \frac{\Delta R}{R} = G \frac{\Delta e}{e} \Rightarrow \frac{\Delta R}{R} = G \cdot S$$

$$\text{fattore di guadagno: } G = 1 + 2V + \pi Y$$

π = costante piezoresistiva

$$\text{coefficiente di Poisson: } \nu = - \frac{\Delta r/r}{\Delta e/e}$$

$$\text{modulo di Young: } Y = \frac{P}{S}$$

S = deformazione

P = tensione

$$\text{sensore capacitivo di spostamento: } \frac{dC}{C} = - \frac{de}{e}$$

$$\text{sensore capacitivo di pressione: } \frac{dC}{C} = - \frac{P}{Y}$$

$$\text{capacità: } C = \epsilon \frac{A}{e}$$

ϵ = costante dielettrica

A = area delle armature

ℓ = distanza tra le armature

$$\text{sensore piezoelettrico: } S = \frac{1}{Y} P + dE \quad E = \frac{1}{\epsilon} D - gP \quad [V/m] \Rightarrow S = \frac{1}{Y} P + gD \quad D = \epsilon E + dP$$

$$\text{spostamento elettrico (dielettrico non piezoelettrico): } D = \epsilon E \quad [C/m^2]$$

$$\text{densità di carica (armature piene, parallele e infinite): } \sigma = D$$

$$\text{coefficiente piezoelettrico di deformazione (P=0): } d_{ij} = \frac{S}{\epsilon} = \frac{\Delta e/e}{\Delta V/e} \Rightarrow d_{ij} = \frac{\Delta e}{\Delta V} \quad [m/V]$$

$$\text{coefficiente piezoelettrico di tensione elettrica (D=0): } g_{ij} = - \frac{E}{P} \Rightarrow g_{ij} = - \frac{\Delta V/e}{P} \quad [V \cdot m/N]$$

i = direzione effetto elettrico

j = direzione effetto meccanico

$$\text{coefficiente piezoelettrico di accoppiamento: } K_{ij} = \frac{E_{\text{elett} \rightarrow \text{mecc}}}{E_{\text{mecc} \rightarrow \text{elett}}}$$

$$\text{effetto photoelettrico: } E_{\text{cin}} = \frac{1}{2} mv^2 = hf - W_0 \quad W_0 = hf_0$$

m = massa elettrone

v = velocità massima elettroni

h = costante di Planck

f = frequenza radiazione incidente

f_0 = soglia photoelettrica (frequenza minima)

W_0 = lavoro di estrazione

effetto fotoconduttivo: $E = hf > E_{\text{gap}}$

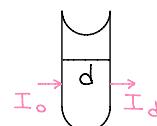
$$\text{sensore fotoconduttivo: } R = \frac{K}{\phi^a} \Rightarrow \log R = \log K - a \log \phi$$

ϕ = intensità di luce

$$\text{legge di Lambert-Beer: } I_d = I_0 e^{-a(\lambda) \cdot c \cdot d}$$

I = intensità luminosa

a = coefficiente assorbimento



c = concentrazione sostanza

$$\text{frazione trasmessa: } T = \frac{I_d}{I_0} = e^{-\alpha(\lambda) \cdot c \cdot d}$$

$$\text{assorbanza (densità ottica): } A = -\ln \frac{1}{T} = \alpha(\lambda) \cdot c \cdot d$$

$$\text{saturazione di ossigeno nel sangue: } S = \frac{C_{HbO_2}}{C_{HbO_2} + C_{Hb}}$$

$$\text{equazione di Nernst (potenziale di membrana): } E_m = \frac{RT}{zF} \ln \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \quad [V]$$

$$\text{temperatura: } T(K) = 273 + T(^{\circ}\text{C})$$

$$\text{costante dei gas: } R = 8,31 \frac{J}{K \cdot mol}$$

$$\text{costante di Faraday: } F = 96540 \frac{C}{mol}$$

z = valenza ione

α_i = attività ionica in fase i

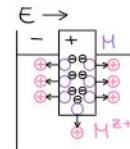
$$\text{attività ionica: } \alpha = \gamma \cdot c$$

γ = coefficiente di attività

c = concentrazione molale ione

soluzioni infinitamente diluite (membrana cellulare): $\gamma = 1 \Rightarrow \alpha = c$

$$\text{potenziale d'elettrodo: } E = E_0 + \frac{RT}{zF} \ln \frac{\alpha_{H^{2+}}}{\alpha_H}$$



$$\text{potenziale standard d'elettrodo (idrogeno): } E_0 = 0$$

$$\text{metalli puri: } \alpha = 1 \Rightarrow \alpha_H = 1$$

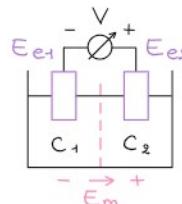
$$\text{equilibrio (AgCl): } \alpha_{Ag^+} \times \alpha_{Cl^-} = K_s$$

K_s = prodotto di solubilità

$$\text{sensore elettrochimico potenziometrico: } V = -E_{ext} + E_m + E_{ext}$$

$$\text{ion specific electrode: } V = E_m = \frac{RT}{zF} \ln \left(\frac{c_x}{c_{ref}} \right)$$

$$\text{sensore di pH: } V = E_m = E_0 - 2,303 \frac{RT}{F} \text{ pH}$$



$$\text{sensore pCO}_2: [CO_2] = \alpha \cdot pCO_2 \Rightarrow pH = \log[HCO_3^-] - \log K - \log \alpha - \log pCO_2 = K - \log pCO_2$$

pCO₂ = pressione parziale di CO₂

[CO₂] = concentrazione di CO₂

$$\text{equilibrio: } [H^+] [HCO_3^-] = K_1 [H_2CO_3] = K_1 K_2 [CO_2] = K [CO_2] \quad CO_2 + H_2O \rightleftharpoons H_2CO_3 \rightleftharpoons H^+ + HCO_3^-$$

$$\text{sensore di PO}_2: [O_2] = K_s \cdot pO_2$$

BIPOTENZIALI

$$\text{potenziale di riposo (equazione di Nernst): } E = \frac{RT}{zF} \ln \frac{C_{ext}}{C_{int}} = \frac{6,51}{z} \log_{10} \frac{C_{ext}}{C_{int}}$$

$$\text{potenziale di riposo (equazione di Goldman): } E = 6,51 \log_{10} \frac{P_K [K]_{ext} + P_Na [Na]_{ext} + P_Cl [Cl]_{ext}}{P_K [K]_{int} + P_Na [Na]_{int} + P_Cl [Cl]_{int}}$$

P_x = permeabilità della membrana allo ione x

$$\text{tensione indotta in derivazione a-b: } V_{ab} = V_b - V_a = K |H| \cos \alpha$$

H = vettore cardiaco

α = angolo tra H e il versore di derivazione (lead) a-b

K = costante che dipende dalla derivazione scelta

derivazioni bipolari:

$$V_I = \Phi_L - \Phi_R = KH \cos \theta$$

$$V_{II} = \Phi_F - \Phi_R = KH \cos(-\theta - 60^\circ)$$

$$V_{III} = \Phi_F - \Phi_L = KH \cos(-\theta + 120^\circ)$$

$$\text{angolo del vettore cardiaco: } \theta = \arctg \left[\frac{1}{\sqrt{3}} \left(1 - 2 \frac{V_{II}}{V_I} \right) \right]$$

$$\text{legge di Einthoven: } V_I + V_{III} = V_{II}$$

derivazioni unipolari precordali:

$$V_i = \Phi_i - \Phi_{WT} \quad i = 1, \dots, 6$$

$$\text{terminale centrale di Wilson: } \Phi_{WT} = \frac{1}{3} (\Phi_L + \Phi_R + \Phi_F)$$

derivazioni unipolari periferiche aumentate:

$$V_L = \Phi_L - \Phi_{WT} \Rightarrow 2V_L = \Phi_L - \frac{1}{2}(\Phi_R + \Phi_F) = \frac{3}{2}V_L$$

$$V_R = \Phi_R - \Phi_{WT} \Rightarrow 2V_R = \Phi_R - \frac{1}{2}(\Phi_L + \Phi_F) = \frac{3}{2}V_R$$

$$V_F = \Phi_F - \Phi_{WT} \Rightarrow 2V_F = \Phi_F - \frac{1}{2}(\Phi_L + \Phi_R) = \frac{3}{2}V_F$$

relazioni fra i 6 segnali delle derivazioni periferiche:

$$2V_L = (V_I - V_{III})/2$$

$$2V_R = -(V_I + V_{II})/2$$

$$2V_F = (V_{II} + V_{III})/2$$

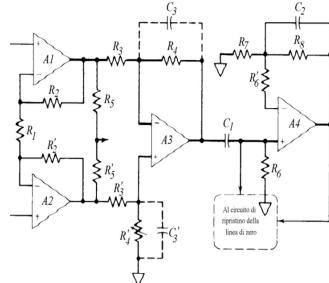
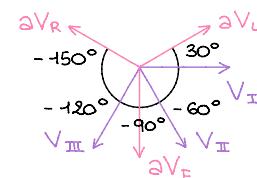
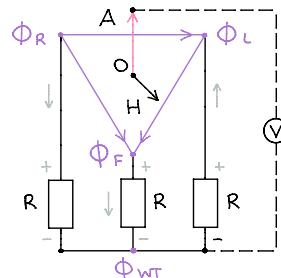
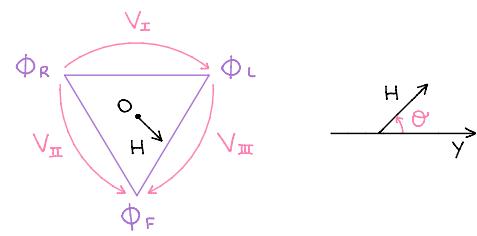
amplificatore per strumentazione:

$$G_s = 1 + 2 \frac{R_2}{R_1} \quad G_d = \frac{R_4}{R_3}$$

filtro passa-banda:

$$G_A = 1 + \frac{R_8}{R_7} \quad \tau_L = R_6 C_1 \quad [s] \quad \tau_H = R_8 C_2$$

$$\text{pulsazione di taglio: } \omega_L = 2\pi f_L = \frac{1}{\tau_L} \quad \omega_H = 2\pi f_H = \frac{1}{\tau_H}$$



ESERCIZI

CALIBRAZIONE (1)

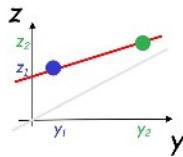
Misura 1:

misuriamo un misurando di valore $y_1=0$, ottenendo una misura $5 = z_1$

Misura 2:

misuriamo un misurando di valore $y_2=1$, ottenendo una misura $7 = z_2$

Quindi se adesso ottengo una nuova misura, $z=15$, correggerla e ricostruire il valore del misurando

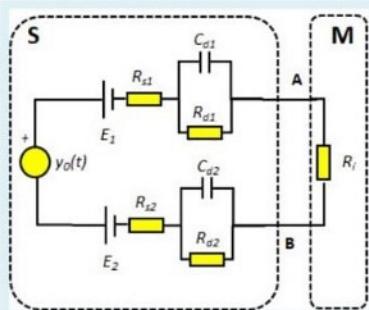


$$z_1 = a y_1 + b \Rightarrow b = 5$$

$$z_2 = a y_2 + b \Rightarrow a = 2$$

$$y = (z - b) / a = 5$$

ERRORE DI INTERCONNESSIONE (1)



Si vuole rilevare il biopotenziale $y_0(t)$ prodotto dalla sorgente S.

Si sa che questo biopotenziale varia molto lentamente e pertanto viene approssimato con una costante $y_0(t) = Y_0 = 1mV$.

Per rilevare il biopotenziale vengono applicati due elettrodi identici descritti dai seguenti parametri

$$E_1 = E_2 = 0,7V$$

$$R_{s1} = R_{s2} = 5k\Omega$$

$$R_{d1} = R_{d2} = 50k\Omega$$

$$C_{d1} = C_{d2} = 10\mu F$$

Il voltmetro utilizzato presenta una resistenza di carico $R_l = 1M\Omega$

Calcolare il VALORE ASSOLUTO dell'errore di interconnessione

$$\Delta = \left| \frac{(y_0 - y)}{y_0} \right|$$

dove y è la tensione viene rilevata sul voltmetro.

[risposta in PERCENTUALE % e con due cifre decimali]

$$R_{EQ}^S = R_{s1} + R_{s2} + R_{d1} + R_{d2} = 110 \text{ k}\Omega$$

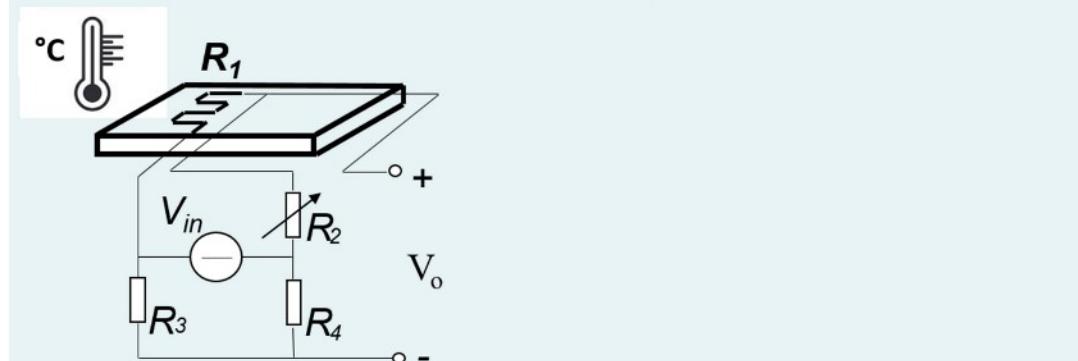
$$\frac{Y_0 - Y}{Y_0} = \frac{R_U^S}{R_{EQ}^S + R_l} = \frac{R_U^S}{R_{EQ}^S + R_l} = \frac{110 \text{ k}}{110 \text{ k} + 1 \text{ M}} = 0,099$$

TERMORESISTENZA (2.1)

Una termoresistenza metallica con $R_1 = 150 \Omega$ ad una temperatura di $T_0 = 25^\circ\text{C}$ e coefficiente termico $\alpha = 0.4\%/\text{ }^\circ\text{C}$ è inserita all'interno di un ponte di Wheatstone compensato in temperatura.

Sapendo che $R_3 = 300 \Omega$ e $R_4 = 600 \Omega$, dimensionare R_2 in modo da bilanciare il ponte alla temperatura T_0 . Infine calcolare la tensione di uscita del ponte V_0 , alimentato con una tensione $V_{in} = 9V$, quando la termoresistenza si trova alla temperatura $T_1 = 39^\circ\text{C}$.

Riportare la tensione di uscita del ponte V_0 in V (riportare 3 cifre dopo la virgola).



$$R_2 = \frac{R_1 \cdot R_4}{R_3} = \frac{150 \cdot 600}{300} = 300 \Omega$$

$$\frac{\Delta R_1}{R_{1,0}} = \alpha \cdot (T_1 - T_0) = \frac{0,4}{100} \cdot 14 = 0,056$$

$$A = \frac{R_{1,0}}{R_2} = 0,5 \Rightarrow V_o = \frac{A}{(1+A)^2} V_{in} \frac{\Delta R_1}{R_{1,0}} = 0,112 \text{ V}$$

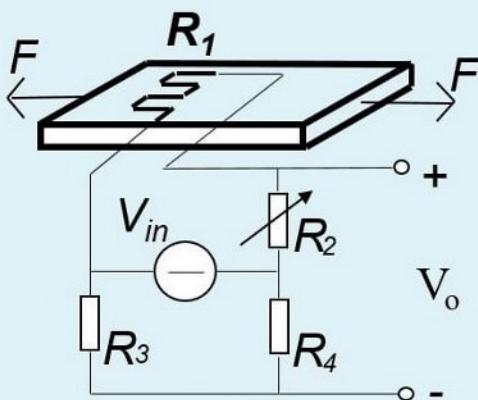
$$R_1(T_1) = R_{1,0} [1 + \alpha(T_1 - T_0)] = 158,4 \Omega \Rightarrow V_o = V_{in} \left(\frac{R_1(T_1)}{R_1(T_1) + R_2} - \frac{R_3}{R_3 + R_4} \right) = 0,110 \text{ V}$$

ESTENSIMETRO (2.1)

Un estensimetro è inserito all'interno del ponte di Wheatstone in figura ed è caratterizzato da un fattore di guadagno $G = 2$ e presenta, in condizioni di riposo, una resistenza $R_1 = 100 \Omega$ ed una lunghezza di $l = 20 \text{ mm}$.

Sapendo che $R_3 = 100 \Omega$ e $R_4 = 400 \Omega$, dimensionare R_2 in modo da bilanciare il ponte quando l'estensimetro è in condizioni di riposo. Infine calcolare la tensione di uscita del ponte V_o , alimentato con una tensione $V_{in} = 20 \text{ V}$, quando l'estensimetro subisce un allungamento di $\Delta l = 1 \text{ mm}$.

Riportare la tensione di uscita del ponte V_o in V (riportare 2 cifre dopo la virgola).



$$R_1 R_4 = R_2 R_3 \Rightarrow R_2 = \frac{R_1 R_4}{R_3} = 400 \Omega \quad A = \frac{R_1}{R_2} = 0,25$$

$$\frac{\Delta R_1}{R_1} = G \frac{\Delta l}{l} = 0,1$$

$$V_o = \frac{A}{(1+A)^2} V_{in} \frac{\Delta R_1}{R_1} = 0,32 \text{ V}$$

OSSIMETRO (2.2)

$\lambda_1 = 805 \text{ nm}$ (IR) dove $a_{\text{Hb}} = a_{\text{HbO}_2}$ (punto isosbestico)
 $\lambda_2 = 640 \text{ nm}$ (R) dove $|a_{\text{Hb}} - a_{\text{HbO}_2}|$ è massima

Misura la saturazione di ossigeno nel sangue

$$I^1 = I_o^1 e^{-a^1(C_{\text{Hb}} + C_{\text{HbO}_2})d} \Rightarrow \ln \frac{I_o^1}{I^1} = -a^1(C_{\text{Hb}} + C_{\text{HbO}_2})d = -a^1 \cdot C_{\text{tot}} \cdot d$$

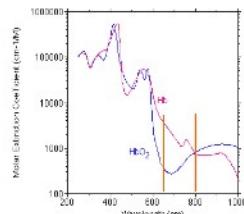
$$I^2 = I_o^2 e^{-(a_{\text{Hb}}^2 C_{\text{Hb}} + a_{\text{HbO}_2}^2 C_{\text{HbO}_2})d} \Rightarrow \ln \frac{I_o^2}{I^2} = -(a_{\text{Hb}}^2 \cdot C_{\text{Hb}} + a_{\text{HbO}_2}^2 \cdot C_{\text{HbO}_2})d = -(a_{\text{Hb}}^2 \cdot C_{\text{tot}} + (a_{\text{HbO}_2}^2 - a_{\text{Hb}}^2)C_{\text{HbO}_2})d$$

$$\frac{\ln I^2 / I_o^2}{\ln I^1 / I_o^1} = \frac{-(a_{\text{Hb}}^2 \cdot C_{\text{tot}} + (a_{\text{HbO}_2}^2 - a_{\text{Hb}}^2)C_{\text{HbO}_2})d}{-a^1 \cdot C_{\text{tot}} \cdot d}$$

$$\frac{\ln I^2 / I_o^2}{\ln I^1 / I_o^1} a^1 C_{\text{tot}} = a_{\text{Hb}}^2 \cdot C_{\text{tot}} + (a_{\text{HbO}_2}^2 - a_{\text{Hb}}^2)C_{\text{HbO}_2}$$

$$\left(\frac{\ln I^2 / I_o^2}{\ln I^1 / I_o^1} a^1 - a_{\text{Hb}}^2 \right) C_{\text{tot}} = (a_{\text{HbO}_2}^2 - a_{\text{Hb}}^2)C_{\text{HbO}_2}$$

$$S = \frac{C_{\text{HbO}_2}}{C_{\text{Hb}} + C_{\text{HbO}_2}} = \frac{C_{\text{HbO}_2}}{C_{\text{tot}}} = \frac{a^1}{a_{\text{HbO}_2}^2 - a_{\text{Hb}}^2} \left(\frac{\ln I^2 / I_o^2}{\ln I^1 / I_o^1} - \frac{a_{\text{Hb}}^2}{a^1} \right)$$

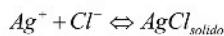
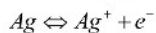


POTENZIALE D'ELETRODO (2.3)

Elettrodo Ag-AgCl

(Argento - Cloruro d'argento)

barretta Ag con strato poroso AgCl immersa in elettrolita con Cl^- in alta concentrazione (es. fluidi biologici).



All'equilibrio:

$$a_{\text{Ag}^+} \times a_{\text{Cl}^-} = K_s \quad \text{Prodotto di solubilità } K_s = 1,78 \cdot 10^{-10} \text{ a } 25^\circ\text{C}$$

potenziale d'elettrodo

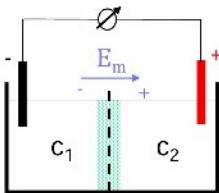
$$E = E_\circ + \frac{RT}{zF} \ln \frac{\partial M^{z+}}{\partial M} = E_\circ + \frac{RT}{(+1)F} \ln \frac{\partial \text{Ag}^+}{\partial 1} = E_\circ + \frac{RT}{F} \ln \frac{K_s}{a_{\text{Cl}^-}} = E_\circ + \frac{RT}{F} \ln K_s - \frac{RT}{F} \ln a_{\text{Cl}^-}$$

$$E = 0,2224 - 0,02569 \ln a_{\text{Cl}^-}$$

POTENZIALE DI MEMBRANA (2.3)

Due soluzioni liquide dello ione Cl^- a diversa concentrazione ($c_1 = 125 \text{ mM}$, $c_2 = 9 \text{ mM}$) sono separate da una membrana semipermeabile allo ione. Le soluzioni si trovano ad una temperatura $T = 37^\circ\text{C}$ e si possono considerare molto diluite.

Si calcoli il potenziale V misurato dal voltmetro in figura all'equilibrio, assumendo che i due elettrodi presentino identico potenziale d'elettrodo



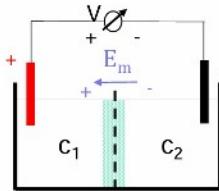
Valenza dello ione Cl^- : $z = -1$

$$E_m = \frac{RT}{zF} \ln \frac{c_1}{c_2} = -40,2 \text{ mV} \Rightarrow V = E_m \quad (\text{stesso potenziale d'elettrodo})$$

POTENZIALE DI MEMBRANA (2.3)

Due soluzioni liquide dello ione K^+ a diversa concentrazione ($c_1 = 5,5 \text{ mM}$, $c_2 = 150 \text{ mM}$) sono separate da una membrana semipermeabile allo ione. Le soluzioni si trovano ad una temperatura $T = 37^\circ\text{C}$ e si possono considerare molto diluite.

Si calcoli il potenziale V misurato dal voltmetro in figura all'equilibrio, assumendo che i due elettrodi presentino identico potenziale d'elettrodo (riportare il risultato in mV con 1 cifra decimale).



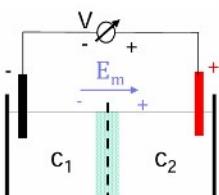
$$\text{Invertendo il voltmetro: } E_m = \frac{RT}{zF} \ln \frac{c_2}{c_1} = 88,2 \text{ mV} \Rightarrow V = E_m$$

POTENZIALE DI MEMBRANA (2.3)

Due soluzioni liquide dello ione Ca^{2+} a diversa concentrazione ($c_1 = 150 \text{ mM}$, $c_2 = 5,5 \text{ mM}$) sono separate da una membrana semipermeabile allo ione. Le soluzioni si trovano ad una temperatura $T = 37^\circ\text{C}$ e si possono considerare molto diluite.

Si calcoli il potenziale V misurato dal voltmetro in figura all'equilibrio, assumendo che i due elettrodi presentino identico potenziale d'elettrodo (riportare il risultato in mV con 1 cifra decimale).

SUGGERIMENTO: Ricordiamo che $R = 8,31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ (costante dei gas) e $F = 96540 \text{ C mol}^{-1}$ (costante di Faraday).



Valenza dello ione Ca^{2+} : $z = 2$

$$E_m = \frac{RT}{zF} \ln \frac{c_1}{c_2} = 44,1 \text{ mV} \Rightarrow V = E_m$$

TRIANGOLO DI EINTHOVEN (3.2)

Si consideri un problema di rilevamento di potenziali elettrocardiografici (ECG).

Si assuma che di conoscere il momento di dipolo cardiaco \vec{H} e la costante di proporzionalità k , in particolare siano:

- il modulo del vettore (debitamente moltiplicato per la costante di proporzionalità k)
 $k|H| = 1mV$

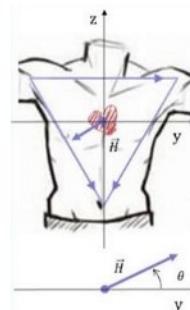
- l'angolo del vettore
 $\theta = -150^\circ$

(secondo la convenzione adottata a lezione e riportata in figura)

Calcolare il potenziale rilevato nella derivazione unipolare aumentata aVR in mV (riportare 3 cifre dopo la virgola)

Aiuto:

$$aVR = -1/2(V_I + V_H)$$



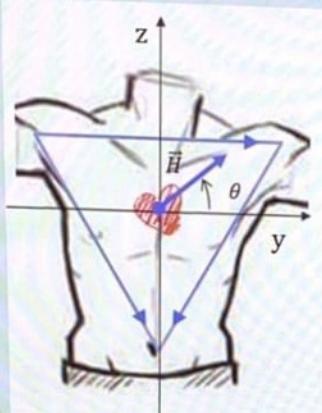
$$V_I = KH \cos \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2} KH$$

$$V_{II} = KH \cos (-\theta - 60^\circ) = KH \cos (90^\circ) = 0$$

$$aVR = -(V_I + V_{II})/2 = \frac{\sqrt{3}}{4} KH = 0,433 \text{ mV}$$

TRIANGOLO DI EINTHOVEN (3.2)

Si consideri un problema di rilevamento di potenziali elettrocardiografici (ECG).



Si assume che la differenza di potenziale ai capi delle derivazioni bipolari I e II sia:

$$V_I = 0.5mV \text{ e } V_{II} = 1mV$$

Calcolare l'angolo formato dal vettore H rispetto all'asse y

[riportare l'angolo in gradi, usando la convenzione adottata a lezione e riportata in figura, pannello inferiore.]

Suggerimento: il rapporto V_{II}/V_I dipende solo dall'angolo

$$\theta = \arctg \left[\frac{1}{\sqrt{3}} \left(1 - 2 \frac{V_{II}}{V_I} \right) \right] = \arctg \left(-\frac{3}{\sqrt{3}} \right) = -60^\circ$$

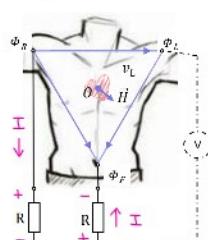
DERIVAZIONI UNIPOLARI AUMENTATE (3.2)

Assumendo che:

- R sia sufficientemente grande da poter trascurare l'effetto di carico della rete sul paziente

- Che il voltmetro sia ideale (o comunque resistenza interna molto più grande di R)

Dimostrare che lo schema di figura misura aVL



$$(\Phi_F - \Phi_R) + RI + RI = 0 \Rightarrow \Phi_R - \Phi_F = 2RI$$

$$(\Phi_F - \Phi_L) + RI + V = 0 \Rightarrow V = \Phi_L - \Phi_F - RI = \Phi_L - \Phi_F - \frac{\Phi_R}{2} + \frac{\Phi_F}{2} = \Phi_L - \frac{1}{2}(\Phi_R + \Phi_F) = aVL$$

STRUMENTAZIONE ECG (3.3)

Dimensionare resistenze e capacità dell'amplificatore per ECG introdotto precedentemente in modo che:

- Il guadagno complessivo sia $G_{\text{tot}}=800$
- Il guadagno dell'amplificatore per strumentazione sia $G=G_s G_d < 30$ ed ugualmente distribuito tra i due stadi
- La frequenza di taglio inferiore sia $f_L = 0.05 \text{ Hz}$
- La frequenza di taglio superiore sia $f_H = 150 \text{ Hz}$

guadagno ugualmente distribuito: $G_s = G_d$

$$\text{scelgo arbitrariamente } G_s = G_d = 5: G = G_s G_d = 25 < 30 \quad G_s = 1 + 2 \frac{R_2}{R_1} = 5 \quad G_d = \frac{R_4}{R_3} = 5$$

scelgo arbitrariamente $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ e $R_3 = 10 \text{ k}\Omega$: $R_2 = (G_s - 1)R_1/2 = 20 \text{ k}\Omega$ $R_4 = G R_3 = 50 \text{ k}\Omega$

$$\tau_L = \frac{1}{2\pi f_L} = 3,18 \text{ s} \quad \tau_H = \frac{1}{2\pi f_H} = 1,06 \text{ ms}$$

scelgo arbitrariamente $C_1 = 1 \mu\text{F}$: $R_6 = \tau_L/C_1 = 3,18 \text{ M}\Omega$

scelgo arbitrariamente $C_2 = 10 \text{ nF}$: $R_8 = \tau_H/C_2 = 106 \text{ k}\Omega$

$$G_A = \frac{G_{\text{tot}}}{G_s G_d} = 32 \Rightarrow R_4 = \frac{R_8}{G_A - 1} = 3,4 \text{ k}\Omega$$

