Preappello 22-01-2023 1 turno Ing. Biomedica - Elettronica

In questo turno sono capitati 4 quesiti, di cui 3 presi dai quiz settimanali. Lo svolgimento di quest'ultimi viene omesso poiché basta andare a vedere le soluzioni dei quiz già presenti. Essi sono

- 1 esercizio: **Quiz 3 domanda 6** (Luigi e Francesca)
- 2 esercizio: non presente nei quiz
- 3 esercizio : **Quiz 11 domanda 1** (terremoti)
- 4 esercizio: **Quiz 13 domanda 2** (covarianza)

Question **1**
Incorrect
Flag question

Due amici effettuano due percorsi distinti su una montagna che ha la forma del grafico di una funzione f di classe C^1 sul piano. Entrambi i percorsi passano per il punto $P=(1,0,f(1,0))$.

Luigi passa nel punto P all'istante $t=0$ e la sua quota ad un istante t è data da
$f(\cos(t),2\sin(2t))=12\cos^2(t)+12\sin^2(2t)+10\sin(2t)\cos(t)$.
Francesca passa nel punto P all'istante $t=1$ e la sua quota ad ogni istante t è data da $f(t,t^2-1)=3-5t+6t^2+5t^3+3t^4$.
Determinare il tasso di crescita massimo di f nel punto $(1,0)$. Scrivere -1000 se i dati non sono sufficienti per concludere.

Answer: 34.3656 ✖

The correct answer is: 24.5153

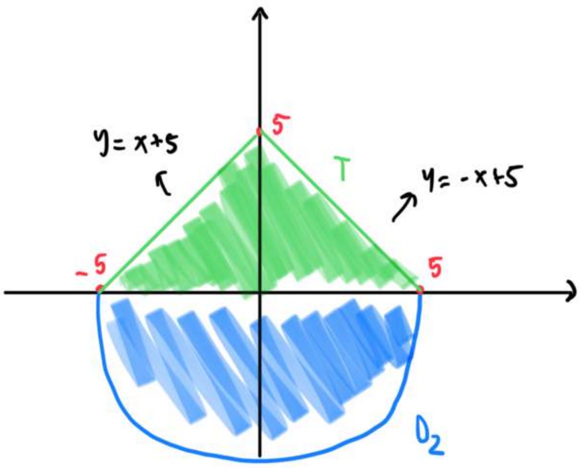
Question **2**
Correct
Flag question

Calcolare la coordinata y del baricentro geometrico della regione di piano delimitata dalla semicirconferenza $\{(x,y)\in\mathbb{R}^2|\,x^2+y^2=25,\,y\le 0\}$ e dai segmenti che uniscono $(-5,0)$ a $(0,5)$ e $(0,5)$ a $(5,0)$

Answer: -0.6483 ✔

The correct answer is: -0.6483

CALCOLARE LA y DEL BARICENTRO DELLA REGIONE DI PIANO COMPRESA TRA D_1 E IL TRIANGOLO T



SOL. USO LA FORMULA DEL BARICENTRO

$$\boxed{y_{BAR} = \frac{\int_D y \, dy \, dx}{Area(D)}}$$

1) SPEZZO IL DOMINIO IN D_1 (SEMICIRCONFERENZA) E T (TRIANGOLO)

2) TROVO L'AREA(D):

$$AREA(D_1) = \frac{1}{2}\pi r^2 = \frac{1}{2}\pi 5^2 = \frac{25}{2}\pi$$

$$AREA(T) = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{10 \cdot 5}{2} = 25$$

$$\Rightarrow AREA(D) = AREA(D_1) + AREA(T) = 25 + \frac{25}{2}\pi$$

3) PASSO AL CALCOLO DEGLI INTEGRALI DELLA FORMULA DEL BARICENTRO

$$D = \{(x,y) : x^2+y^2 \leq 25, \ y<0, \ y-5 \leq x \leq -y+5\}$$

$$y_{BAR} = \frac{\overset{\text{I}}{\int_{D_1} y \, dy \, dx} + \overset{\text{II}}{\int_T y \, dy \, dx}}{Area(D)}$$

1) CALCOLO I: PASSO D_1 IN COORDINATE POLARI

$$D_1 = \{(\rho\cos t, \rho\sin t), \ 0 \leq \rho \leq 5, \ \pi \leq t \leq 2\pi\}$$

$$\rightarrow \int_\pi^{2\pi}\int_0^5 \rho^2 \sin t \, d\rho \, dt = \int_\pi^{2\pi} \left[\frac{\rho^3}{3}\sin t\right]_0^5 dt = \int_\pi^{2\pi} \frac{125}{3}\sin t \, dt$$

$$= \left[-\frac{125}{3}\cos t\right]_\pi^{2\pi} = -\frac{125}{3}\cos(2\pi) - \left[-\frac{125}{3}\cos(\pi)\right] = -\frac{125}{3} - \frac{125}{3} = -\frac{250}{3}$$

2) CALCOLO II: INVERTO L'ORDINE DI INTEGRAZIONE:

$$T = \{(x,y): x+5 \leq y \leq -x+5 \ , \ -5 \leq x \leq 5\}$$

$$y = x+5 \rightarrow x = y-5$$
$$y = -x+5 \rightarrow x = -y+5$$

$$\Rightarrow T = \{(x,y): y-5 \leq x \leq -y+5 \ , \ 0 \leq y \leq 5\}$$

$$\rightarrow \int_0^5 \int_{y-5}^{-y+5} y \, dx \, dy = \int_0^5 \left[yx\right]_{y-5}^{-y+5} = \int_0^5 y(-y+5) - y(y-5) \, dy$$

$$= \int_0^5 -y^2 + 5y - y^2 + 5y \, dy = \int_0^5 -2y^2 + 10y \, dy = \left[-2\frac{y^3}{3} + 5y^2\right]_0^5 = -\frac{2 \cdot 125}{3} + 5 \cdot 25 = \frac{125}{3}$$

4) METTO ASSIEME I PEZZI:

$$y_{BAR} = \frac{\int_0^5 \int_{y-5}^{-y+5} y \, dx \, dy + \int_0^{2\pi} \int_0^5 \rho^2 \sin t \, d\rho \, dt}{\frac{25}{2}\pi + 25} = \frac{\frac{125}{3} - \frac{250}{3}}{\frac{25}{2}\pi + 25} = -0.6483$$

✓

Question 3
Incorrect
Flag question

In una zona sismica del pianeta, ci sono in media 6.5 terremoti al mese di magnitudo maggiore di 4 (i mesi sono assunti di uguale durata). Se durante tre mesi se ne sono verificati 3, qual è la probabilità che 1 di questi si siano verificati nel primo mese? Si suppone che il numero di terremoti sia descritto da un opportuno processo di Poisson.

Answer: 0.0097 ✖

The correct answer is: 0.4444

Question **4**
Not answered
Flag question

Si considerino due variabili aleatorie discrete, X e Y. La variabile X assume i valori $0, 1, 2, 3,$ mentre la variabile Y assume i valori $-2, 0, 2.$ Sia data la densità congiunta $p_{(X,Y)}$:

$p_{(X,Y)}(0,-2) = 5/80,\quad p_{(X,Y)}(0,0) = 10/80,\quad p_{(X,Y)}(0,2) = 5/80,$

$p_{(X,Y)}(1,-2) = 16/80,\quad p_{(X,Y)}(1,0) = 4/80,\quad p_{(X,Y)}(1,2) = 11/80,$

$p_{(X,Y)}(2,-2) = 8/80,\quad p_{(X,Y)}(2,0) = 2/80,\quad p_{(X,Y)}(2,2) = 0,$

$p_{(X,Y)}(3,-2) = 19/80,\quad p_{(X,Y)}(3,0) = 0,\quad p_{(X,Y)}(3,2) = 0.$

Calcolare la covarianza di (X, Y).

Answer: ✖

The correct answer is: -0.8700

Question **5**
Partially correct
Flag question

Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una funzione.

Se il limite di f in $(0,0)$ esiste e vale ℓ, allora (e' possibile anche più di una risposta esatta):

- il limite $\lim_{t\to 0} f(\rho\cos t, \rho\sin t)) = \ell$ per ogni $\rho > 0$
- il limite $\lim_{\rho\to 0} f(\rho\cos t, \rho\sin t) = \ell$ per ogni $t \in \mathbb{R}$
- ✓ il limite di f sui semipiani $\{(x,y) : x > 0\}$ e $\{(x,y) : x < 0\}$ vale ℓ ✔
- ✓ il limite di f su ogni retta per l'origine vale ℓ ✔

Your answer is partially correct.

You have correctly selected 2.

The correct answers are:

il limite di f sui semipiani $\{(x,y) : x > 0\}$ e $\{(x,y) : x < 0\}$ vale ℓ

,

il limite di f su ogni retta per l'origine vale ℓ

,

il limite $\lim_{\rho\to 0} f(\rho\cos t, \rho\sin t) = \ell$ per ogni $t \in \mathbb{R}$

SPIEGAZIONE:

SE IL LIMITE DI UNA FUNZIONE IN UN PUNTO ESISTE E VALE ℓ, ALLORA ESISTE E VALE ℓ SU OGNI RESTRIZIONE DEL DOMINIO IN QUEL PUNTO (SI RICORDA CHE IL VICEVERSA È FALSO)

IN PARTICOLARE ESISTE E VALE ℓ:

- SU OGNI RETTA PASSANTE PER L'ORIGINE
- SUI SEMIPIANI $\{(x,y): x>0\}$ E $\{(x,y): x<0\}$
- SULLA RESTRIZIONE IN COORDINATE POLARI:

$$\lim_{\rho\to 0} f(\rho\cos t, \rho\sin t) \quad \forall\, t\in\mathbb{R}$$

NON È $t\to 0$!

Question **6**

Partially correct

Flag question

Siano X e Y variabili aleatorie che ammettono varianza finita.

Allora Var$[X+Y]=$ (e' possibile più di una risposta corretta):

- [x] Var$[X]$ + Var$[Y]$ + 2 Cov(X,Y) ✔
- [ ] Var$[X]$ + Var$[Y]$ se sono indipendenti
- [ ] Var$[X]$ + Var$[Y]$ + Cov(X,Y)
- [ ] Var$[X]$ + Var$[Y]$
- [x] Var$[X]$ + Var$[Y]$ solo se sono indipendenti ✖

Your answer is partially correct.

You have correctly selected 1.

The correct answers are:

Var$[X]$ + Var$[Y]$ se sono indipendenti

,

Var$[X]$ + Var$[Y]$ + 2 Cov(X,Y)

SPIEGAZIONE:

PER PROPOSIZIONE 9.27 :

$$Var[X+Y] = Var[X] + Var[Y] + 2\,Cov[X+Y]$$

SE SONO INDIPENDENTI $Cov[X+Y] = 0$, QUINDI VALE:

$$Var[X+Y] = Var[X] + Var[Y]$$