# Amplificatori operazionali ideali

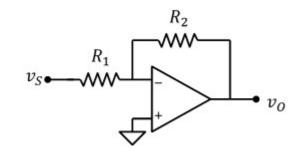
#### Esercizio 1

DATI: 
$$R_1 = 3k\Omega$$
,  $v_S = 6V$ ,  $v_O = -18V$ 

Principio del cortocircuito virtuale:  $v_N = 0V$   $v_P = v_N$ 

Corrente su attraverso R<sub>1</sub>: 
$$I_{R1} = \frac{v_N - v_S}{R_1} = -2 \cdot mA$$

Corrente su attraverso R<sub>2</sub>: 
$$I_{R2} = I_{R1}$$
  $R_2 = \frac{v_O - v_N}{I_{R2}} = 9 \cdot k\Omega$ 



#### Esercizio 2

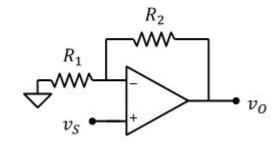
DATI: 
$$v_S = 1V$$
,  $R_1 = 2k\Omega$ ,  $R_2 = 5k\Omega$ 

#### 1) Tensione di uscita

Si tratta di un operazionale in configurazione non invertente:

$$A_{V} = 1 + \frac{R_2}{R_1} = 3.5$$

$$A_{V} = 1 + \frac{R_{2}}{R_{1}} = 3.5$$
  $v_{O} = v_{S} \cdot \left(1 + \frac{R_{2}}{R_{1}}\right) = 3.5 \text{ V}$ 



#### 2) Resistenza R2 affinchè $v_O = 5V \text{con } v_S = 1V$

Guadagno richiesto: 
$$A_V = \frac{v_O}{v_S} = 5$$

Invertiamo la formula del guadagno:

$$R_2 = R_1 \cdot (A_v - 1) = 8 \cdot k\Omega$$

In modo alternativo, si può usare il principio del cortocircuito virtuale:

$$\frac{v_{O} - v_{S}}{R_{2}} = \frac{v_{S} - 0}{R_{1}}$$

$$R_2 = R_1 \cdot \frac{v_O - v_S}{v_S} = 8 \cdot k\Omega$$

DATI: 
$$v_S = 10$$
mV,  $R_1 = 1.5$ k $\Omega$ ,  $R_2 = 540$ k $\Omega$ 

#### 1) Il guadagno di tensione

Configurazione non invertente:

$$A_{V} = 1 + \frac{R_2}{R_1} = 361$$

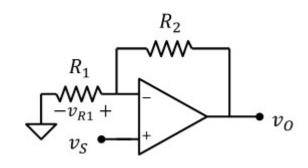
#### 2) La tensione di uscita vo

$$v_O = A_v \cdot v_S = 3.61 \text{ V}$$

3) La caduta di tensione ai capi di R<sub>1</sub>.

$$v_{R1} = v_S = 10 \cdot mV$$

(principio del cortocircuito virtuale)



# Esercizio 4

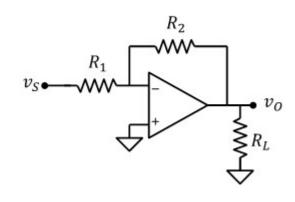
DATI: 
$$R_1 = 2.2k\Omega$$
,  $R_L = 10k\Omega$ ,  $v_S = -10mV$ 

# 1) Resistenza R<sub>2</sub> sapendo che il guadagno ha modulo 100:

Stadio invertente, quindi il guadagno è negativo:  $A_{v} = -100$ 

$$A_{v} = \frac{-R_2}{R_1}$$

$$R_2 = R_1 \cdot \left( -A_v \right) = 220 \cdot k\Omega$$



#### 2) corrente erogata dall'operazionale

Tensione di uscita:

$$v_O = A_v \cdot v_S = 1 V$$

Corrente attraverso R<sub>2</sub> (uguale a quella su R<sub>1</sub>): 
$$I_{R2} = \frac{v_O - 0}{R_2} = 4.5 \cdot \mu A$$

Corrente sul carico R<sub>L</sub>:

$$I_{RL} = \frac{v_O}{R_L} = 100 \cdot \mu A$$

$$I_{RL} = \frac{v_O}{R_I} = 100 \cdot \mu A$$
  $I_O = I_{RL} + I_{R2} = 104.5 \cdot \mu A$ 

#### Esercizio 5

DATI: 
$$v_S = 10V$$
,  $R_1 = 1k\Omega$ ,  $R_2 = 1k\Omega$ 

principio del cortocircuito virtuale:

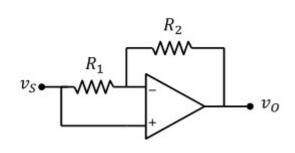
$$v_n = v_n = v_S$$

corrente attraverso R1:

$$I_{R1} = \frac{v_S - v_S}{R_1} = 0 \cdot mA$$
  $I_{R2} = I_{R1}$ 

tensione ai capi di R2 nulla, quindi:

$$v_O = v_S = 10 V$$



#### Calcolare R<sub>1</sub>, R<sub>2</sub>, R<sub>3</sub>, R<sub>4</sub> in modo tale che:

$${\rm v_O}$$
 =  ${\rm v_2}$  -  $2{\cdot}{\rm v_1}$  e  ${\rm R_{IN2}}$  =  $3{\rm k}\Omega$ 

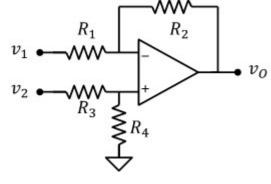
Usiamo la sovrapposizione degli effetti:

ponendo  $v_2 = 0$ , troviamo la configurazione invertente:

$$v_{O} = -\frac{R_{2}}{R_{1}} \cdot v_{1}$$
  $-\frac{R_{2}}{R_{1}} = -2$   $R_{2} = 2 \cdot R_{1}$ 

ponendo  $v_1 = 0$ , troviamo la configurazione non invertente:

$$v_{O} = \left(1 + \frac{R_{2}}{R_{1}}\right) \cdot \frac{R_{4}}{R_{3} + R_{4}} \cdot v_{2} = 3 \cdot \frac{R_{4}}{R_{3} + R_{4}} \cdot v_{2}$$
 
$$\frac{R_{4}}{R_{3} + R_{4}} = \frac{1}{3}$$



$$\frac{R_4}{A_1 + R_4} = \frac{1}{3}$$
  $R_4 = \frac{R_4}{2}$ 

#### Esercizio 7

#### 1) tensione di uscita

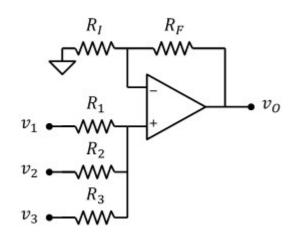
Tensione del terminale non invertente (dalla legge di kirchhoff):

$$\frac{v_1 - v_P}{R_1} + \frac{v_2 - v_P}{R_2} + \frac{v_3 - v_P}{R_3} = 0$$

$$v_P \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) = \frac{v_1}{R_1} + \frac{v_2}{R_2} + \frac{v_3}{R_3}$$

$$v_P = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{v_1}{R_1} + \frac{v_2}{R_2} + \frac{v_3}{R_3}\right)$$

AO in configurazione non invertente



$$\mathbf{v}_{O} = \left(1 + \frac{R_{F}}{R_{I}}\right) \cdot \mathbf{v}_{P} = \left(1 + \frac{R_{F}}{R_{I}}\right) \cdot \left(\frac{1}{R_{1}} + \frac{1}{R_{2}} + \frac{1}{R_{3}}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{\mathbf{v}_{1}}{R_{1}} + \frac{\mathbf{v}_{2}}{R_{2}} + \frac{\mathbf{v}_{3}}{R_{3}}\right)^{-1}$$

2) posto  $R_1 = 10k\Omega$  e  $R_1 = 10k\Omega$ , che valore devono avere le altre resistenze per ottenere  $v_0 = v_1 + v_2 + v_3$ ?

L'uscita è data dall somma pesata degli ingressi e amplificata di (1+R<sub>F</sub>/R<sub>I</sub>).

Il peso di ciascun ingresso è 1/R, (x = 1,2,3)

Se tutti gli ingressi devono avere lo stesso peso, poniamo:

v<sub>O</sub> stesso peso, poniamo: 
$$\frac{R_2 = R_1 = 10 \cdot k\Omega}{R_3 = R_1 = 10 \cdot k\Omega}$$

$$v_O = \left(1 + \frac{R_F}{R_I}\right) \cdot \left(\frac{v_1 + v_2 + v_3}{3}\right)$$

Per avere guadagno 1, è necessario che:

$$1 + \frac{R_F}{R_I} = 3$$

$$R_F = 2 \cdot R_I = 20 \cdot k\Omega$$

determinare il valore delle resistenze  $R_1$  e  $R_2$  affinché svolga la funzione

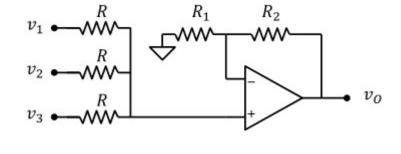
$$v_{O} = \frac{5}{3} \cdot (v_1 + v_2 + v_3)$$

Tensione del terminale non invertente:

$$\frac{v_1 - v_P}{R} + \frac{v_2 - v_P}{R} + \frac{v_3 - v_P}{R} = 0$$

$$v_{\mathbf{P}} = \frac{v_1 + v_2 + v_3}{3}$$

Tensione di uscita:



$$v_{O} = \left(1 + \frac{R_{2}}{R_{1}}\right) \cdot v_{P} = \left(1 + \frac{R_{2}}{R_{1}}\right) \cdot \frac{v_{1} + v_{2} + v_{3}}{3}$$

$$1 + \frac{R_{F}}{R_{I}} = 5$$

$$R_{2} = 4R_{1}$$

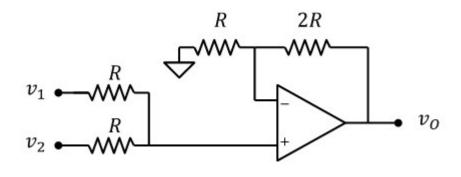
#### Esercizio 9

Tensione di uscita

Potenziale del terminale non invertente:

$$v_P = v_1 + \frac{R}{2R} \cdot (v_2 - v_1) = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

$$v_{O} = v_{P} \cdot \left(1 + \frac{2R}{R}\right) = \frac{3}{2} (v_{1} + v_{2})$$



DATI:  $R_1 = 4k\Omega$ ,  $R_2 = 20k\Omega$ 

# 1) Tensione di uscita in funzione di ${\bf v_1},\,{\bf v_2},\,{\bf v_3}$

Sovrapposizione degli effetti:

segnale  $v_1$ :  $(v_2 = 0, v_3 = 0)$ . Configurazione invertente

$$v_O = -\frac{R_2}{R_1} \cdot v_1$$

segnale  $v_2$ :  $(v_1 = 0, v_3 = 0)$ . Configurazione non invertente

$$v_{O} = \left(1 + \frac{R_{2}}{R_{1}}\right) \cdot \frac{R_{2}}{R_{1} + R_{2}} \cdot v_{2} = \frac{R_{2}}{R_{1}} \cdot v_{2}$$

segnale  $v_3$ :  $(v_1 = 0, v_2 = 0)$ . Configurazione non invertente

$$v_{O} = \left(1 + \frac{R_{2}}{R_{1}}\right) \cdot \frac{R_{1}}{R_{1} + R_{2}} \cdot v_{3} = v_{3}$$

Sommiamo gli effetti:

$$v_0 = -\frac{R_2}{R_1} \cdot v_1 + \frac{R_2}{R_1} \cdot v_2 + v_3 = \frac{R_2}{R_1} \cdot (v_2 - v_1) + v_3$$

2a) Tensione di uscita con:  $v_1 = 1V$ ,  $v_2 = 1V$ ,  $v_3 = 0V$ 

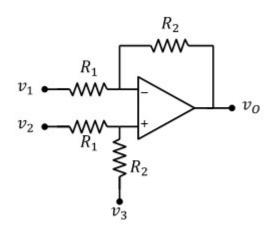
$$v_{O} = \frac{R_{2}}{R_{1}} \cdot (v_{2} - v_{1}) + v_{3} = 0 V$$

**2b)** Tensione di uscita con:  $v_1 = 1V$ ,  $v_2 = 0.5V$ ,  $v_3 = 2V$ 

$$v_{O} = \frac{R_{2}}{R_{1}} \cdot (v_{2} - v_{1}) + v_{3} = -0.5 V$$

**2b)** Tensione di uscita con:  $v_1 = 1V$ ,  $v_2 = 0.5V$ ,  $v_3 = -1V$ 

$$v_{O} = \frac{R_{2}}{R_{1}} \cdot (v_{2} - v_{1}) + v_{3} = -3.5 V$$



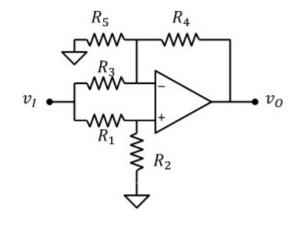
DATI: 
$$R_1 = 20k\Omega$$
,  $R_2 = 20k\Omega$ ,  $R_3 = 5k\Omega$ ,  $R_4 = 20k\Omega$ ,  $R_5 = 4k\Omega$ 

#### Guadagno di tensione

$${\rm v}_P = \frac{{\rm R}_2}{{\rm R}_1 + {\rm R}_2} \cdot {\rm v}_S = \frac{1}{2} \cdot {\rm v}_S \hspace{1cm} {\rm v}_N = {\rm v}_P \hspace{1cm} \text{(cortocircuito virtuale)}$$

Legge di kirchhoff al terminale invertente:

$$I_{R4} = I_{R5} + I_{R3}$$



$$\text{Corrente attraverso R}_3\text{:} \qquad I_{R3} = \frac{v_N - v_S}{R_3} \qquad \quad I_{R3} = -\frac{1}{R_3} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot v_S = -\frac{1}{2} \cdot \frac{v_S}{R_3}$$

$$\text{Corrente attraverso R}_3: \qquad I_{R5} = \frac{v_N}{R_5} \qquad \qquad I_{R5} = \frac{1}{R_5} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot v_S = \frac{1}{2} \cdot \frac{v_S}{R_5}$$

$$\text{Corrente attraverso R4:} \qquad I_{R4} = \left(\frac{1}{R_5} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{1}{R_3} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}\right) \cdot v_S = \frac{1}{2} \cdot v_S \cdot \left(\frac{1}{R_5} - \frac{1}{R_3}\right)$$

Tensione di uscita: 
$$v_{O} = v_{N} + I_{R4} \cdot R_{4} = \frac{R_{2}}{R_{1} + R_{2}} \cdot v_{S} + R_{4} \cdot \left(\frac{1}{R_{5}} \cdot \frac{R_{2}}{R_{1} + R_{2}} - \frac{1}{R_{3}} \cdot \frac{R_{1}}{R_{1} + R_{2}}\right) \cdot v_{S}$$

$$A_{v} = \frac{R_{2}}{R_{1} + R_{2}} + \frac{R_{4}}{R_{5}} \cdot \frac{R_{2}}{R_{1} + R_{2}} - \frac{R_{4}}{R_{3}} \cdot \frac{R_{1}}{R_{1} + R_{2}} = 1$$

#### Metodo alternativo.

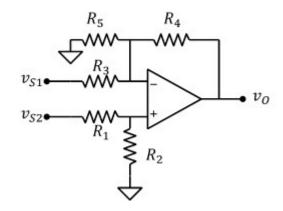
Usiamo il circuito a lato che equivale a quello di partenza se  $v_{S1} = v_{S2} = v_{S}$  e applichiamo la sovrapposizione degli effetti

 $v_{S1} = 0, v_{S2} = v_{S}$  (configurazione non invertente)

$$R_3 \, \text{e R}_5 \, \text{sono in parallelo.} \qquad \frac{R_3 \cdot R_5}{R_3 \, + \, R_5} \, = 2.22 \cdot \text{k}\Omega$$

$$\mathbf{v}_O = \left\lceil 1 + \frac{\mathbf{R}_4 \!\cdot\! \! \left(\mathbf{R}_3 + \mathbf{R}_5\right)}{\mathbf{R}_3 \!\cdot\! \mathbf{R}_5} \right\rceil \!\cdot\! \frac{\mathbf{R}_2}{\mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_2} \!\cdot\! \mathbf{v}_S = 5 \!\cdot\! \mathbf{v}_S$$

 $v_{S2} = 0$ ,  $v_{S1} = v_{S}$  (configurazione non invertente)



Per il principio del cortocircuito virtuale  $v_P = v_N = 0$ : Tensione ai capi di  $R_5$  nulla, quindi  $I_{R5} = 0$ 

$$\mathbf{v_O} = -\frac{\mathbf{R_4}}{\mathbf{R_3}} \cdot \mathbf{v_S} = -4 \cdot \mathbf{v_S}$$

Uniamo i risultati: 
$$v_O = \left[1 + \frac{R_4 \cdot \left(R_3 + R_5\right)}{R_3 \cdot R_5}\right] \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot v_S - \frac{R_4}{R_3} \cdot v_S = 1 \cdot v_S$$

· vo

#### Esercizio 12

DATI: 
$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4}{R_3}$$

#### 1) Corrente che attraversa il carico R<sub>L</sub>.

Legge di kirchhoff al nodo v<sub>i</sub>:

$$I_{L} = I_{R4} + I_{R3} = \frac{v_{O} - v_{L}}{R_{4}} + \frac{v_{S} - v_{L}}{R_{3}} = \frac{v_{O}}{R_{4}} + \frac{v_{S}}{R_{3}} - v_{L} \cdot \frac{R_{4} + R_{3}}{R_{4} \cdot R_{3}}$$

Principio del cortocircuito virtuale:  $v_L = v_O \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$ 

$$I_{L} = \frac{v_{O}}{R_{4}} + \frac{v_{S}}{R_{3}} - v_{O} \cdot \frac{R_{1}}{R_{1} + R_{2}} \cdot \frac{R_{4} + R_{3}}{R_{4} \cdot R_{3}} = \frac{v_{O}}{R_{4}} + \frac{v_{S}}{R_{3}} - v_{O} \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_{2}}{R_{1}}} \cdot \frac{\frac{R_{4}}{R_{3}} + 1}{R_{4}} = \frac{v_{S}}{R_{3}}$$

#### 2) Resistenza equivalente di uscita del circuito al nodo v<sub>L</sub>

Per calcolare la resistenza equivalente, scolleghiamo il carico, annulliamo l'ingresso  $v_{S}$ , applichiamo una tensione  $v_{\chi}$  al terminale non invertente dell'operazionale e calcoliamo la corrente assorbita i $_{\chi}$ 

Legge di kirchhoff al nodo 
$$v_P$$
:  $I_X = \frac{v_X}{R_3} + \frac{v_X - v_O}{R_4}$ 

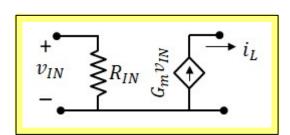
L'operazionale è in configurazione non invertente:

$$v_O = v_X \cdot \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$$

$$I_X = \frac{v_X}{R_3} + \frac{v_X - v_X \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}{R_4} = \frac{v_X}{R_3} - \frac{v_X \frac{R_2}{R_1}}{R_4} = \frac{v_X}{R_3} - \frac{v_X}{R_3} = 0$$

$$R_{OUT} = \frac{v_X}{I_X} = \infty$$

#### 3) Disegnare il modello a doppio bipolo



Guadagno di transconduttanza:

$$g_{\rm m} = \frac{I_{\rm L}}{v_{\rm S}} = \frac{1}{R_3}$$

Resistenza di ingresso

$$i_S = \frac{v_S - v_L}{R_3} = \frac{v_S - R_L \cdot i_L}{R_3} = \frac{v_S - R_L \cdot \frac{v_S}{R_3}}{R_3} = v_S \cdot \frac{1}{R_3} \cdot \left(1 - \frac{R_L}{R_3}\right)$$

$$R_{IN} = \frac{v_S}{i_S} = \frac{R_3 - R_L}{R_3^2}$$

DATI:

$$R_1 = 1k\Omega, R_2 = 1k\Omega,$$
  
 $v_1 = 10V, v_2 = 5V$ 

#### Calcolare la tensione di uscita

Usiamo la sovrapposizione degli effetti:

Solo il segnale  $v_1$  ( $v_2 = 0$ )

primo stadio (configurazione invertente):

Secondo stadio (configurazione invertente):

Solo il segnale 
$$v_2$$
 ( $v_1 = 0$ )

primo stadio (configurazione invertente):

Mettiamo insieme:

$$v_1$$
 $R_2$ 
 $V_A$ 
 $V_A$ 
 $V_A$ 
 $V_A$ 
 $V_A$ 
 $V_A$ 
 $V_A$ 

$$v_A = -\frac{R_2}{R_1} \cdot v_1 = -10 \text{ V}$$

$$\mathbf{v}_{\mathrm{O}} = \left(-\frac{R_2}{R_1}\right) \cdot \left(-\frac{R_2}{R_1}\right) \cdot \mathbf{v}_1 = 10\,\mathrm{V}$$

$$v_A = -\frac{R_2}{R_1} \cdot 0 = 0$$

$$\mathbf{v_O} = \left(1 + \frac{\mathbf{R_2}}{\mathbf{R_1}}\right) \cdot \mathbf{v_2} = 10 \,\mathrm{V}$$

$$v_{O} = \left(\frac{R_{2}}{R_{1}}\right)^{2} \cdot v_{1} + \left(1 + \frac{R_{2}}{R_{1}}\right) \cdot v_{2} = 20 \text{ V}$$

#### Esercizio 14

#### Calcolare la tensione di uscita

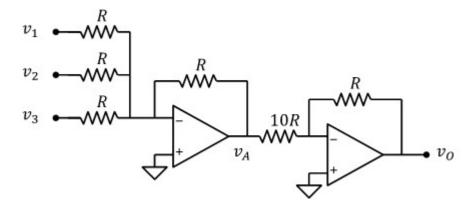
Primo stadio

(sommatore invertente a 2 ingressi):

$$v_A = -6R \cdot \left(\frac{v_1}{9R} + \frac{v_2}{2R}\right) = \frac{-2}{3}v_1 - 3v_2$$

Secondo stadio (sommatore invertente a 3 ingressi):  $v_1$   $v_2$   $v_3$   $v_4$   $v_4$   $v_4$   $v_6$   $v_8$   $v_8$ 

$$v_{O} = -R \cdot \left(\frac{v_{A}}{R} + \frac{v_{3}}{3R} + \frac{v_{4}}{2R}\right) = -v_{A} - \frac{v_{3}}{3} - \frac{v_{4}}{2} = \frac{2}{3}v_{1} + 3v_{2} - \frac{v_{3}}{3} - \frac{v_{4}}{2}$$



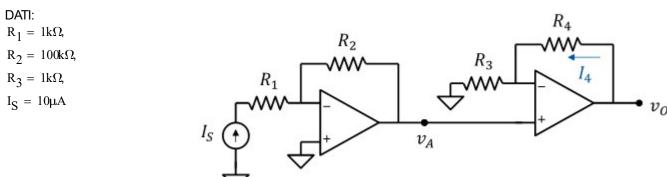
# Tensione di uscita $v_0$ in funzione dei tre ingressi $v_1$ , $v_2$ e $v_3$

Primo stadio (sommatore invertente):

$$v_A = -R \cdot \left(\frac{v_1}{R} + \frac{v_2}{R} + \frac{v_3}{R}\right) = -(v_1 + v_2 + v_3)$$

Secondo stadio (configurazione invertente):

$$v_{O} = \frac{-R}{10R} \cdot v_{A} = \frac{v_{1} + v_{2} + v_{3}}{10}$$



#### 1) Corrente attravreso R<sub>4</sub>:

Pur non conoscendo la resistenza R<sub>4</sub>, possiamo calcolare la corrente I<sub>4</sub> da quella che scorre su R3 (che sono uguali poichè l'ingresso dell'operazionale non assorbe corrente):

$$I_4 = \frac{v_A}{R_3}$$

Essendo nulla la corrente assorbita dall'ingresso dell'AO, per il principio del cortocircuito virtuale:

$$v_A = -R_2 \cdot I_S = -1 \text{ V}$$

$$I_4 = \frac{-R_2}{R_3}I_S = -1 \cdot mA$$

#### 2) Guadagno di transresistenza, resistenza di ingresso e di uscita:

Guadagno di transresistenza:

$$v_{O} = \left(1 + \frac{R_{4}}{R_{3}}\right) \cdot v_{A} = \left(1 + \frac{R_{4}}{R_{3}}\right) \cdot \left(-R_{2} \cdot I_{S}\right)$$

$$R_{m} = -R_{2} \cdot \left(1 + \frac{R_{4}}{R_{3}}\right) \cdot \left(-R_{2} \cdot I_{S}\right)$$

$$R_{\rm m} = -R_2 \cdot \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) = -2.1 \cdot M\Omega$$

#### Resistenza di ingresso:

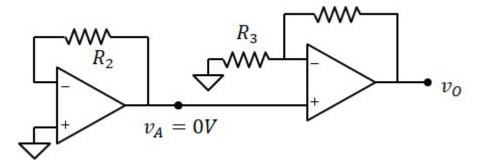
Fissiamo la tensione  $v_X$  all'ingresso, la corrente erogata dal generatore è:

$$i_X = \frac{v_X}{R_1}$$

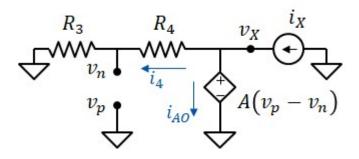
$$i_X = \frac{v_X}{R_1}$$
  $R_{1N} = R_1 = 1 \cdot k\Omega$ 

#### Resistenza di uscita

Anulliamo i generatori indipendenti



Attenzione: l'uscita dell'operazionale è un generatore di tensione pilotato ideale. Non possiamo forzare tensione, quindi forziamo una corrente  $i_X$  e misuriamo la tensione di uscita  $v_X$ .



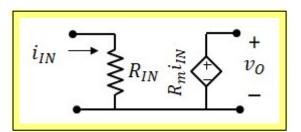
Corrente attraverso  $R_3$ :  $i_3 = 0$  ( $R_3$  è "virtualmente" cortocircuitata)

Corrente attraverso  $R_4$ :  $i_4 = i_3$ 

Tensione  $\mathbf{v}_{\mathbf{x}}$ :  $\mathbf{v}_{\mathbf{x}} = -\mathbf{R}_4 \cdot \mathbf{i}_4 = 0$ 

Resistenza di uscita:  $R_{OUT} = \frac{v_{x}}{i_{x}} = 0$ 

#### 3) Disegnare il modello a doppio bipolo

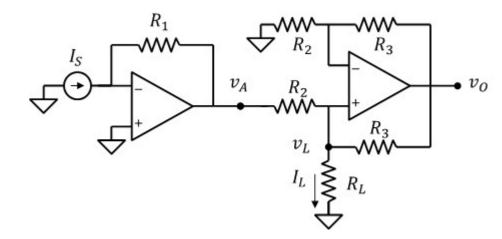


DATI:

$$R_1 = 30k\Omega$$
,

$$R_2 = 1k\Omega$$
,

$$R_3 = 100\Omega$$



#### 1) Guadagno di transresistenza, resistenza di ingresso e di uscita:

#### Resistenza di ingresso:

Il potenziale del terminale negativo è a massa virtuale, quindi non è possibile imporre tensione, imponiamo una corrente costante  $i_x$  e misuriamo la tensione  $v_x$ .  $v_x$  = 0 insipendemente da  $i_x$ .

$$R_{IN} = \frac{v_x}{i_x} = 0$$

#### Resistenza di uscita

imponiamo  $v_L = v_x$  (quindi  $v_n = v_p = v_x$ ) e misuriamo i<sub>x</sub>.

$$\mathbf{v}_{0} = \left(1 + \frac{\mathbf{R}_{3}}{\mathbf{R}_{2}}\right) \cdot \mathbf{v}_{\mathbf{X}}$$

$$i_{x} = \frac{v_{x} - v_{o}}{R_{3}} + \frac{v_{x}}{R_{2}} = \frac{v_{x} - \left(1 + \frac{R_{3}}{R_{2}}\right) \cdot v_{x}}{R_{3}} + \frac{v_{x}}{R_{2}} = v_{x} \cdot \left(-\frac{1}{R_{2}} + \frac{1}{R_{2}}\right) = 0$$

$$R_{OUT} = \frac{v_{x}}{i_{x}} = \infty$$

$$R_{OUT} = \frac{v_X}{i_X} = \infty$$

#### Guadagno di transresistenza:

Tesnione di uscita del primo stadio:  $v_A = -R_1 \cdot I_S$ 

Definiamo v<sub>I</sub> la tensione del morsetto non invertente del secondo AO, il nodo di uscita ha potenziale:

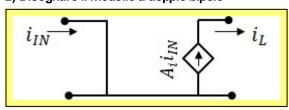
$$v_{O} = \left(1 + \frac{R_3}{R_2}\right) \cdot v_{L}$$

Corrente i<sub>1</sub>:

$$i_{L} = i_{3} + i_{2} = \frac{v_{A} - v_{L}}{R_{2}} + \frac{v_{O} - v_{L}}{R_{3}} = \frac{v_{A}}{R_{2}} - \frac{v_{L}}{R_{2}} + \frac{\left(1 + \frac{R_{3}}{R_{2}}\right) \cdot v_{L} - v_{L}}{R_{3}} = \frac{-R_{1} \cdot I_{S}}{R_{2}}$$

$$A_{i} = \frac{-R_{1}}{R_{2}}$$

#### 2) Disegnare il modello a doppio bipolo



#### Calcolare il guadagno del circuito

Primo stadio: (configurazione non invertente):

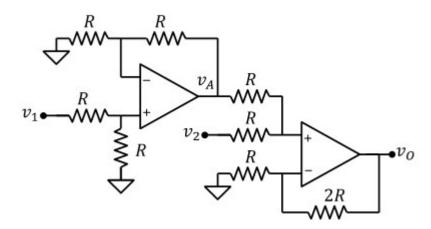
$$v_A = \left(1 + \frac{R}{R}\right) \cdot \frac{R}{R + R} \cdot v_1 = v_1$$

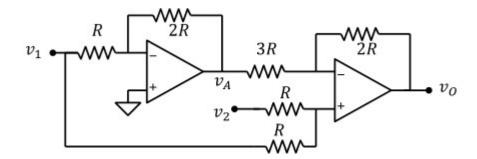
Secondo stadio: (configurazione non invertente):

potenziale dell'ingresso  $v_p$  (regola del partitore):

$${\rm v}_P \,=\, {\rm v}_2 \,+ \left(\frac{R}{R\,+\,R}\right) \!\!\cdot \! \left({\rm v}_1 \,-\, {\rm v}_2\right) = \frac{{\rm v}_1}{2} \,+\, \frac{{\rm v}_2}{2}$$

$$v_O = \left(1 + \frac{2R}{R}\right) \cdot v_P = \frac{3}{2} \cdot \left(v_1 + v_2\right)$$





#### 1) La tensione di uscita in funzione degli ingressi $v_1$ e $v_2$ .

Primo stadio: configurazione invertente

$$\mathbf{v}_{\mathbf{A}} = -\frac{2\mathbf{R}}{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{v}_{1} = -2\mathbf{v}_{1}$$

Secondo stadio: usiamo la sovrapposizione degli effetti applicando uno alla volta i segnali  $v_1$ ,  $v_A$  e  $v_2$ . Nell'analisi del secondo stadio assumiamo i tre ingressi come se fossero indipendenti.

Solo segnale  $v_A$  ( $v_1 = 0$ ,  $v_2 = 0$ ): configurazione invertente.

$$v_{O} = -\frac{2R}{3R} \cdot v_{A} = -\frac{2}{3} \cdot v_{A}$$

Solo segnale  $v_1$  ( $v_A = 0$ ,  $v_2 = 0$ ): configurazione non invertente:

$$\mathbf{v}_{O} = \left(1 + \frac{2R}{3R}\right) \cdot \frac{R}{R+R} \cdot \mathbf{v}_{1} = \frac{5}{6} \cdot \mathbf{v}_{1}$$

Solo segnale  $v_2 (v_A = 0, v_1 = 0)$ 

$$v_O = \left(1 + \frac{2R}{3R}\right) \cdot \frac{R}{R+R} \cdot v_2 = \frac{5}{6} \cdot v_2$$

Sommiamo tutto:

$$v_0 = -\frac{2}{3} \cdot v_A + \frac{5}{6} \cdot v_1 + \frac{5}{6} \cdot v_2 = \frac{4}{3} \cdot v_1 + \frac{5}{6} \cdot v_1 + \frac{5}{6} \cdot v_2$$

$$v_{O} = \frac{13}{6} \cdot v_{1} + \frac{5}{6} \cdot v_{2}$$

2) Il valore dell'ingresso  $\mathbf{v_1}$  tale che con  $v_2 = -7.8 V$  la tensione di uscita sia  $v_O = 0 V$ 

$$v_1 = \frac{6 \cdot v_0 - 5 \cdot v_2}{13} = 3 \text{ V}$$

DATI:

$$R_1 = 40k\Omega$$
,

$$R_2 = 120k\Omega$$
,

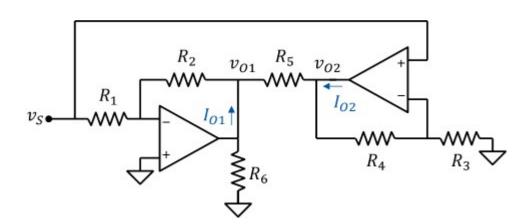
$$R_3 = 20k\Omega$$
,

$$R_4 = 80k\Omega$$
,

$$R_5 = 8k\Omega$$
,

$$R_6 = 6k\Omega$$

$$v_S = 2V$$



# 1) I valori delle uscite ${\rm v_{O1}}$ e ${\rm v_{O2}}$

AO1: configurazione invertente:

$$v_{O1} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot v_S = -6 \text{ V}$$

AO2: configurazione non invertente:

$$\mathbf{v}_{O2} = \left(1 + \frac{\mathbf{R}_4}{\mathbf{R}_3}\right) \cdot \mathbf{v}_{\mathbf{S}} = 10 \,\mathrm{V}$$

#### 2) Le correnti erogate dagli operazionali.

AO1: 
$$I_{O1} = \frac{v_{O1}}{R_6} + \frac{v_{O1} - v_{O2}}{R_5} + \frac{v_{O1}}{R_2} = -3.05 \cdot \text{mA}$$

AO1: 
$$I_{O2} = \frac{v_{O2}}{R_4 + R_3} + \frac{v_{O2} - v_{O1}}{R_5} = 2.1 \cdot \text{mA}$$

DATI:

$$R_1 = 1k\Omega$$
,

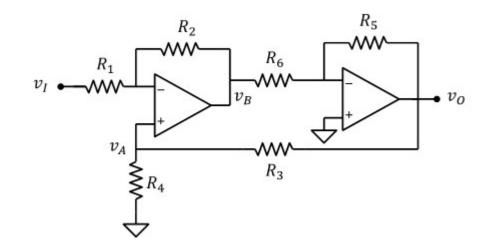
$$R_2 = 3k\Omega$$
,

$$R_3 = 6k\Omega$$
,

$$R_4 = 2k\Omega$$

$$R_5 = 1k\Omega$$
,

$$R_6 = 2k\Omega$$



#### Calcolare il guadagno del circuito

Si tratta di un sistema retroazionato: Speziamo la catena di retroazione al nodo  $v_{\rm A}$  e calcoliamo il guadagno dagli ingressi v<sub>I</sub> e v<sub>A</sub> all'uscita v<sub>O</sub>:

#### Primo stadio.

Applicando la sovrapposizione degli effetti otteniamo:

$$v_B = v_A \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) - v_T \frac{R_2}{R_1}$$

$$v_B = v_A \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) - v_I \cdot \frac{R_2}{R_1}$$
  $1 + \frac{R_2}{R_1} = 4$   $-\frac{R_2}{R_1} = -3$ 

Secondo stadio.

Configurazione invertente:

$$v_{O} = -\frac{R_{5}}{R_{6}} \cdot v_{B}$$
  $-\frac{R_{5}}{R_{6}} = -0.5$ 

Complessivamente:

$$v_{O} = -\frac{R_{5}}{R_{6}} \cdot \left(1 + \frac{R_{2}}{R_{1}}\right) \cdot v_{A} + \frac{R_{5}}{R_{6}} \cdot \frac{R_{2}}{R_{1}} \cdot v_{I}$$

$$v_{O} = -A \cdot v_{A} + C \cdot v_{I}$$

$$A = \frac{R_5}{R_6} \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) = 2$$
  $C = \frac{R_5}{R_6} \cdot \frac{R_2}{R_1} = 1.5$ 

$$C = \frac{R_5}{R_6} \cdot \frac{R_2}{R_1} = 1.5$$

Catena di retroazione:

$$v_A = \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot v_O = B \cdot v_O$$
  $B = \frac{R_4}{R_3 + R_4} = \frac{1}{4}$ 

$$B = \frac{R_4}{R_3 + R_4} = \frac{1}{4}$$

$$v_O = -A \cdot B \cdot v_O + C \cdot v_I$$

$$v_{O} \cdot (1 + A \cdot B) = C \cdot v_{I}$$

$$v_{O} = \frac{C}{1 + A \cdot B} \cdot v_{I}$$

$$A_{V} = \frac{C}{1 + A \cdot B} = 1$$

DATI: 
$$R_1 = 10k\Omega$$
,  $R_2 = 20k\Omega$ ,  $R_3 = 30k\Omega$ 

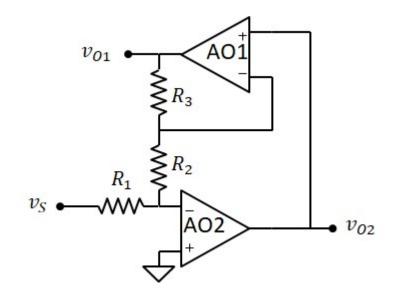
# 1) I guadagni di tensione dall'ingresso $\rm v_S$ all' uscita $\rm v_{O1}$ e da $\rm v_S$ a $\rm v_{O2}$

Per il principio del cortcircuito virtuale, il potenziale del terminale invertente di AO2 è a 0V, quindi AO1 si trova in configurazione non invertente:

$$\mathbf{v}_{O1} = \left(1 + \frac{\mathbf{R}_3}{\mathbf{R}_2}\right) \cdot \mathbf{v}_{O2}$$

Sempre per il principio del cortocircuito virtuale, la corrente attraverso R<sub>1</sub> è:

$$I_{R1} = \frac{v_S}{R_1}$$



La stessa corrente passa per  $\rm R_2$  e  $\rm R_3$  poichè gli AO non assorbono corrente agli ingressi:

$$I_{R2} = I_{R3} = \frac{0 - v_{O1}}{R_2 + R_3} = \frac{v_S}{R_1}$$

Ricaviamo, quindi:

$$\mathbf{v}_{\mathrm{O1}} = -\frac{\mathbf{R}_2 + \mathbf{R}_3}{\mathbf{R}_1} \!\cdot\! \mathbf{v}_{\mathrm{S}}$$

$$A_{v1} = -\frac{R_2 + R_3}{R_1} = -5$$

$$v_{O2} = \frac{v_{O1}}{1 + \frac{R_3}{R_2}} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot v_S$$

$$A_{v2} = -\frac{R_2}{R_1} = -2$$

#### 2) La resistenza di ingresso.

$$R_{IN} = R_1 = 10 \cdot k\Omega$$

DATI:

$$R_1 = 2k\Omega$$
,  $R_2 = 10k\Omega$ ,  $R_3 = 5k\Omega$ ,  $R_4 = 5k\Omega$ 

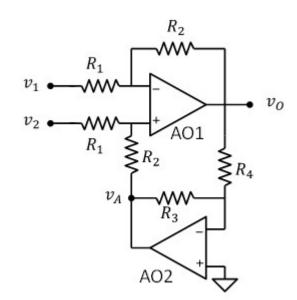
# Relazione tra gli ingressi $v_1$ e $v_2$ e la tensione di uscita $v_0$

Interrompiamo la catena di retroazione e calcoliamo la tensione di uscita di ciascun stadio:

 $Primo stadio (da v_1, v_2 a v_0)$ : usiamo la sovrapposizione degli effetti:

$$v_{O} = \left(\frac{R_{2}}{R_{1}} + 1\right) \cdot \frac{R_{2}}{\left(R_{1} + R_{2}\right)} \cdot v_{2} - \frac{R_{2}}{R_{1}}v_{1} + \left(\frac{R_{2}}{R_{1}} + 1\right) \cdot \frac{R_{1}}{\left(R_{1} + R_{2}\right)} \cdot v_{A}$$

$$v_{O} = \frac{R_{2}}{R_{1}} \cdot v_{2} - \frac{R_{2}}{R_{1}} v_{1} + v_{A} = \frac{R_{2}}{R_{1}} \cdot (v_{2} - v_{1}) + v_{A}$$



Secondo stadio (da  $v_{O}$ ,a  $v_{A}$ ): configurazione invertente:

$$v_A = -\frac{R_3}{R_4} \cdot v_O = -v_O$$

Sistema in retroazione:

$$v_{O} = \frac{R_{2}}{R_{1}} \cdot v_{2} - \frac{R_{2}}{R_{1}} v_{1} + v_{A} = \frac{R_{2}}{R_{1}} \cdot (v_{2} - v_{1}) + (-v_{O})$$

$$\mathbf{v}_{\mathcal{O}} = \frac{\mathbf{R}_2}{2 \cdot \mathbf{R}_1} \cdot \left( \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1 \right)$$

$$A_{V} = \frac{R_{2}}{2R_{1}} = 2.5$$

$$R_1 = 1k\Omega$$
,  $R_2 = 100k\Omega$ ,  $R_S = 10k\Omega$ ,  $R_L = 1.5M\Omega$   $v_S = -2V$ 

### 1) tensione ai capi del carico $R_L$ e la corrente attraverso R<sub>I</sub>

AO1 è in configurazione di inseguitore di tensione:

$$v_2 = v_O$$

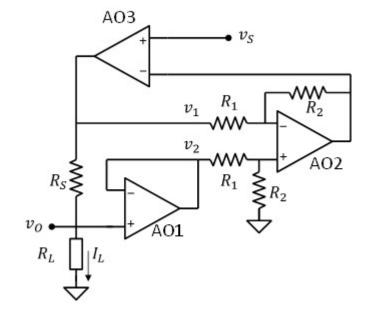
AO2 è in configurazione differenziale:

$$v_{O2} = A_d \cdot (v_2 - v_1)$$
  $A_d = \frac{R_2}{R_1} = 100$ 

Per il cortocircuito virtuale:

$$v_{O2} = v_{S}$$
  $v_{2} - v_{1} = v_{O} - v_{1} = \frac{v_{S}}{A_{d}}$ 

La caduta ai capi di 
$$R_S$$
 è:  $v_{RS} = v_1 - v_O = \frac{-v_S}{A_d}$ 



La corrente che attravresa il carico  $I_L$  è la stessa che attraversa la resistenza  $R_{\rm S}$ .

$$I_{L} = \frac{-v_{S}}{A_{d} \cdot R_{S}} = 2 \cdot \mu A$$

Tensione ai capi del carico:

$$v_O = R_L \cdot I_L = 3 V$$

#### 2) le tensioni di uscita di tutti gli operazionali

$$v_{O1} = v_{O} = 3 V$$

$$v_{O3} = (R_S + R_L) \cdot I_L = 3.02 \text{ V}$$

$$v_1 = v_{O3}$$
  $v_2 = v_{O3}$ 

$$v_{O2} = A_d \cdot (v_2 - v_1) = -2 V$$

#### 3) Le correnti erogate dagli operazionali

$$I_{O1} = \frac{v_{O1}}{R_1 + R_2} = 29.7 \cdot \mu A$$

Positiva, quindi uscente

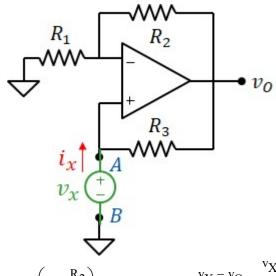
$$I_{O2} = \frac{v_{O2} - v_{O3}}{R_1 + R_2} = -49.7 \cdot \mu A$$

Negativa quindi entrante

$$I_{O3} = \frac{v_{O3} - v_{O2}}{R_1 + R_2} + I_L = 51.7 \cdot \mu A$$
 Positiva, quindi uscente

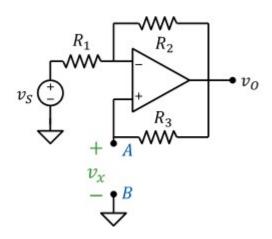
DATI: 
$$R_1 = 5k\Omega$$
,  $R_2 = 3k\Omega$ ,  $R_3 = 12k\Omega$ ,  $v_S = 2V$ 

#### 1) Resistenza equivalente tra Ae B



$$\mathbf{v}_{\mathbf{O}} = \left(1 + \frac{\mathbf{R}_2}{\mathbf{R}_1}\right) \cdot \mathbf{v}_{\mathbf{X}}$$

$$i_X = \frac{v_X - v_O}{R_3} = \frac{v_X - \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot v_X}{R_3} = \frac{-R_2}{R_3 \cdot R_1}$$



$$R_{EQ} = \frac{-R_1 \cdot R_3}{R_2} = -20 \cdot k\Omega$$

#### 2) Modello equivalente di Thevenin tra Ae B

Tensione a vuoto:

$$v_{\mathbf{Y}} = v_{\mathbf{O}} = v_{\mathbf{E}}$$

(Per R<sub>3</sub> non passa corrente)

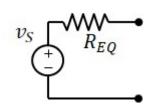
corrente attraverso R<sub>2</sub>:

$$i_{R2} = \frac{v_P - v_O}{R_2} = 0$$

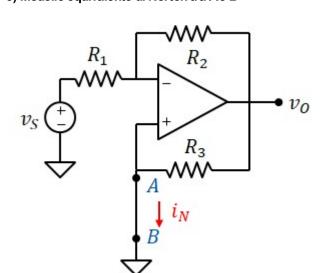
corrente attraverso R<sub>1</sub>:

$$i_{R1} = \frac{v_S - v_P}{R_1} = 0$$
  $v_P = v_S = 2V$ 

$$v_P = v_S = 2 V$$



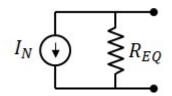
#### 3) Modello equivalente di Norton tra Ae B



$$v_P = v_N = 0$$
  $v_O = \frac{-R_2}{R_1} \cdot v_S$ 

$$i_{N} = i_{R3} = \frac{v_{O}}{R_{3}} = \frac{-R_{2}}{R_{1} \cdot R_{3}} \cdot v_{S}$$

$$I_{N} = \frac{-R_{2}}{R_{1} \cdot R_{3}} \cdot v_{S} = -0.1 \cdot mA$$



DATI: 
$$R_1 = 10k\Omega$$
,  $R_2 = 20k\Omega$ ,  $R_3 = 50k\Omega$ ,  $v_S = 1V$ 

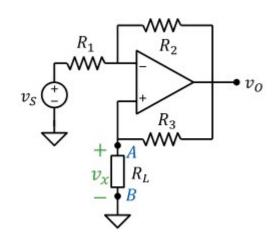
#### 1) Modello equivalente di Thevenin tra Ae B

Resistenza equivalente:

$$v_{O} = \left(1 + \frac{R_{2}}{R_{1}}\right) \cdot v_{X}$$
  $i_{X} = \frac{v_{X} - v_{O}}{R_{3}} = \frac{-R_{2}}{R_{3} \cdot R_{1}}$ 

$$i_X = \frac{v_X - v_O}{R_3} = \frac{-R_2}{R_3 \cdot R_1}$$

$$R_{EQ} = \frac{-R_1 \cdot R_3}{R_2} = -25 \cdot k\Omega$$



Tensione a vuoto:

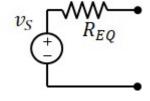
$$v_{\mathbf{Y}} = v_{\mathbf{O}} = v_{\mathbf{I}}$$

 $v_X = v_O = v_P$  (Per R<sub>3</sub> non passa corrente)

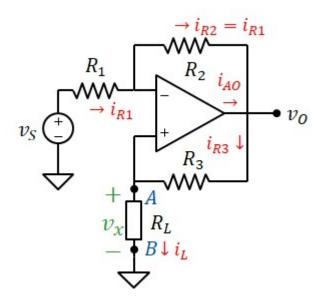
corrente attraverso R<sub>2</sub>: 
$$i_{R2} = \frac{v_P - v_O}{R_2} = 0$$

$$i_{R1} = \frac{v_S - v_P}{R_1} = 0$$
  $v_P = v_S = 1 V$ 

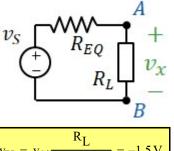
$$v_P = v_S = 1 V$$



# 2a) Potenziale dei nodi dell'AO, corrente erogata dall'AO e potenziale v\_x con $R_L=\,15k\Omega$



Determiniamo il potenziale  $v_{\chi}$  con il teorema di thevenin



$$v_{X} = v_{S} \cdot \frac{R_{L}}{R_{L} + R_{EQ}} = -1.5 V$$

Dal circuito originale, noto  $v_X$ , ricaviamo dalla sovrapposizione degli effetti

$$v_{O} = v_{X} \cdot \left(1 + \frac{R_{2}}{R_{1}}\right) - \frac{R_{2}}{R_{1}} \cdot v_{S} = -6.5 \text{ V}$$

$$I_{R2} = \frac{v_X - v_O}{R_2} = 250 \cdot \mu A$$

$$I_{R3} = \frac{v_O - v_X}{R_3} = -100 \cdot \mu A$$

Corrente erogata dall'AO:

$$I_{AO} = I_{R3} - I_{R2} = -350 \cdot \mu A$$

# 2b) Potenziale dei nodi dell'AO, corrente erogata dall'AO e potenziale v\_x con $R_L=\,50k\Omega$

$$v_X = v_S \cdot \frac{R_L}{R_L + R_{EQ}} = 2 V$$

$$v_{O} = v_{X} \cdot \left(1 + \frac{R_{2}}{R_{1}}\right) - \frac{R_{2}}{R_{1}} \cdot v_{S} = 4 \text{ V}$$

Corrente  $I_{R1} = I_{R2}$ 

$$I_{R2} = \frac{v_X - v_O}{R_2} = -100 \cdot \mu A$$

Corrente I<sub>R3</sub>

$$I_{R3} = \frac{v_O - v_X}{R_3} = 40 \cdot \mu A$$

Corrente erogata dall'AO:

$$I_{AO} = I_{R3} - I_{R2} = 140 \cdot \mu A$$

DATI:

$$R_1 = 10$$
kΩ,  $R_2 = 10$ kΩ,  $R_3 = 30$ kΩ,  $R_4 = 60$ kΩ 
$$V_{ON} = 0.5$$
V

#### Tracciare la transcaratteristica v<sub>O</sub>(v<sub>S</sub>)

Caso 1) D1 OFF: Inseguitore di tensione

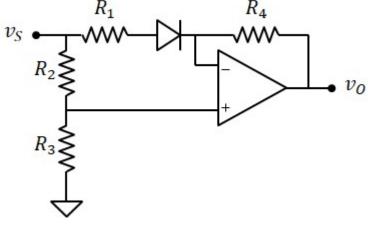
$$v_{O} = v_{P} = v_{S} \cdot \frac{R_{3}}{R_{2} + R_{3}}$$

$$\frac{R_3}{R_2 + R_3} = \frac{3}{4}$$

verifica del diodo:

$$V_D = \frac{R_2}{R_2 + R_3} \cdot v_S < V_{ON}$$

$$v_S < \left(1 + \frac{R_3}{R_2}\right) \cdot V_{ON}$$



#### Caso 2) D1 ON: ridisegnamo il circuito in questo modo

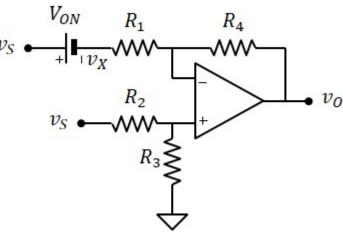
Definiamo  $v_X = v_S - V_{ON}$ il

potenziale del nodo X, otteniamo la configurazione differenziale risolvibile con la sovrapposizione degli effetti:

$$\mathbf{v_O} = \left(1 + \frac{R_4}{R_1}\right) \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3} \cdot \mathbf{v_S} - \frac{R_4}{R_1} \left(\mathbf{v_S} - \mathbf{V_{ON}}\right)$$

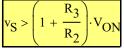
$$v_{O} = \left[ \left( 1 + \frac{R_4}{R_1} \right) \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3} - \frac{R_4}{R_1} \right] \cdot v_{S} + \frac{R_4}{R_1} v_{ON}$$

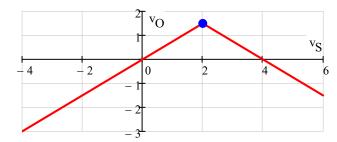
$$\left(1 + \frac{R_4}{R_1}\right) \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3} - \frac{R_4}{R_1} = -0.75 \qquad \frac{R_4}{R_1} \cdot V_{ON} = 3 \text{ V}$$



verifica del diodo:

$$I_{D} = v_{S} - V_{ON} - v_{S} \cdot \left(\frac{R_{3}}{R_{2} + R_{3}}\right) > 0$$
  $v_{S} \cdot \left(\frac{R_{2}}{R_{2} + R_{3}}\right) > V_{ON}$ 





$$v_{S1} = \left(1 + \frac{R_3}{R_2}\right) \cdot V_{ON} = 2V$$
  $v_{O1} = \frac{R_3}{R_2} \cdot V_{ON} = 1.5V$ 

$$R_1 = 10 k\Omega, \; R_2 = 30 k\Omega, \; R_3 = 10 k\Omega$$

# Tracciare la transcaratteristica $v_O(v_S)$

Caso 1) D1 OFF: Configurazione invertente

$$v_{O} = \frac{-R_{2}}{R_{1}} \cdot v_{S} = -3 \cdot v_{S}$$

verifica del diodo:

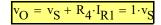
$$v_D = v_S - 0 < 0$$



Caso 2) D1 ON:

$$v_P = v_S$$
  $v_N = v_I$ 

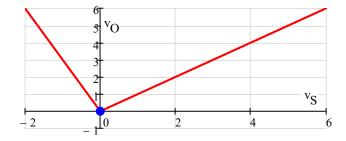
$$v_P = v_S$$
  $v_N = v_P$   $I_{R1} = \frac{v_N - v_S}{R_1} = 0 \cdot mA$   $v_O = v_S + R_4 \cdot I_{R1} = 1 \cdot v_S$ 



verifica del diodo:

$$I_{D} = \frac{v_{S}}{R_{1}} > 0$$



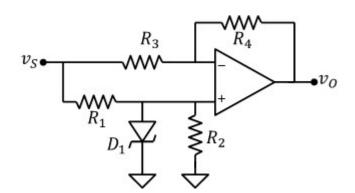


$$v_{S1} = 0V$$

$$v_{O1} = 0V$$



DATI: R 
$$_1$$
 = 10kΩ, R  $_2$  = 10kΩ, R  $_3$  = 25kΩ, R  $_4$  = 5kΩ  $V_{ON}$  = 0,  $V_{Z}$  = 5V



#### Tracciare la transcaratteristica v<sub>O</sub>(v<sub>S</sub>)

Caso 1) D1 ON: Configurazione invertente con ingresso v<sub>S</sub>:

$$\mathbf{v}_{O} = -\frac{\mathbf{R}_{4}}{\mathbf{R}_{3}} \cdot \mathbf{v}_{S} = -\frac{1}{5} \cdot \mathbf{v}_{S}$$

verifica del diodo:

$$I_{D} = \frac{v_{S}}{R_{1}} > 0$$

$$v_S > 0$$

### Caso 2) D1 OFF: Configurazione differenziale:

$$v_{O} = \frac{R_{2}}{R_{1} + R_{2}} \cdot \left(1 + \frac{R_{4}}{R_{3}}\right) v_{S} - \frac{R_{4}}{R_{3}} \cdot v_{S} = \frac{2}{5} \cdot v_{S}$$

verifica del diodo:

$$\mathbf{V}_{\mathbf{D}} = \frac{\mathbf{R}_2}{\mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_2} \cdot \mathbf{v}_{\mathbf{S}}$$

$$-\mathbf{V}_Z < \frac{\mathbf{R}_2}{\mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_2} \!\cdot\! \mathbf{v}_S < 0$$

$$-V_{Z} \cdot \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) < v_{S} < 0$$

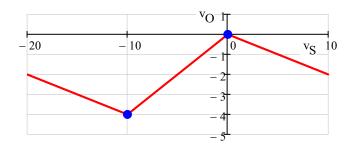
# Caso 3) D1 ZENER: Configurazione differenziale:

$$v_{O} = \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) \left(-V_{Z}\right) - \frac{R_4}{R_3} \cdot v_{S}$$

verifica del diodo:

$$I_D = \frac{v_S + V_Z}{R_1} - \frac{-V_Z}{R_2} < 0$$

$$v_S < -V_Z \cdot \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)$$



$$v_{S1} = -V_Z \cdot \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) = -10 \text{ V}$$

$$v_{S2} = 0V$$

$$v_{O1} = -\frac{2}{5} V_Z \cdot \left( 1 + \frac{R_1}{R_2} \right) = -4 V$$

$$v_{O2} = 0V$$

DATI: 
$$R_1 = 10k\Omega$$
,  $R_2 = 40k\Omega$ ,  $V_{ON}$  = 0,  $V_Z = 12V$ 

#### Tracciare la transcaratteristica v<sub>O</sub>(v<sub>S</sub>)

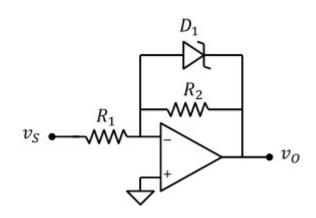
Caso 1) D1 ON: Inseguitore di tensione con ingresso 0V:

$$v_O = 0V$$

verifica del diodo:

$$I_D = \frac{v_S}{R_1} > 0$$





#### Caso 2) D1 OFF: Configurazione invertente

$$\mathbf{v}_{O} = -\frac{\mathbf{R}_{2}}{\mathbf{R}_{1}} \cdot \mathbf{v}_{S} = -4 \cdot \mathbf{v}_{S}$$

verifica del diodo: 
$$V_D = -v_O = \frac{R_2}{R_1} \cdot v_S$$

$$-V_Z < \frac{R_2}{R_1} \cdot v_S < 0$$
  $-V_Z \cdot \frac{R_1}{R_2} < v_S < 0$ 

$$-V_Z \cdot \frac{R_1}{R_2} < v_S < 0$$

#### Caso 3) D1 ZENER:

$$v_O = V_Z = 12 V$$

verifica del diodo:

$$I_D = \frac{v_S}{R_1} + \frac{v_O}{R_2} = \frac{v_S}{R_1} + \frac{V_Z}{R_2} < 0$$

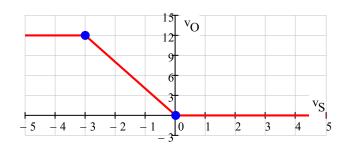
$$v_S < -v_Z \cdot \frac{R_1}{R_2}$$

$$v_{S1} = -V_Z \cdot \frac{R_1}{R_2} = -3 \text{ V}$$

$$v_{O1} = V_Z = 12 V$$

$$v_{S2} = 0V$$

$$v_{O2} = 0V$$

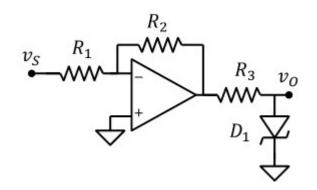


DATI:  $R_1 = 10k\Omega$ ,  $R_2 = 20k\Omega$ ,  $R_3 = 100\Omega$ ,  $V_{ON}$  = 0,  $V_Z = 10V$ 

### Tracciare la transcaratteristica v<sub>O</sub>(v<sub>S</sub>)

Tensione di uscita dell'operazionale:

$$v_{AO} = \frac{-R_2}{R_1} \cdot v_S = -2 \cdot v_S$$



Caso 1) D1 ON:

$$v_O = 0V$$

$$i_D = \frac{v_{AO}}{R_2} > 0$$

valido se: 
$$i_D = \frac{v_{AO}}{R_3} > 0$$
  $v_{AO} = \frac{-R_2}{R_1} \cdot v_S > 0$ 



Caso 2) D1 OFF: (per R<sub>3</sub> non passa corrente)

$$\mathbf{v}_{O} = -\frac{\mathbf{R}_{2}}{\mathbf{R}_{1}} \cdot \mathbf{v}_{S} = -2 \cdot \mathbf{v}_{S}$$

valido se:

$$-V_Z < V_D < 0$$

tensione ai capi del diodo: 
$$v_D = v_O = -\frac{R_2}{R_1} \cdot v_S$$

$$0 < \frac{R_2}{R_1} \cdot v_S < -V_Z$$
  $0 < v_S < V_Z \cdot \frac{R_1}{R_2}$ 

$$0 < v_S < V_Z \cdot \frac{R_1}{R_2}$$

Caso 3) D1 ZENER:

$$v_O = V_Z = 10 V$$

valido se:

$$I_D = \frac{v_{AO} - (-V_Z)}{R_3} < 0$$
  $\frac{-R_2}{R_1} \cdot v_S < -V_Z$ 

$$\frac{-R_2}{R_1} \cdot v_S < -V_Z$$

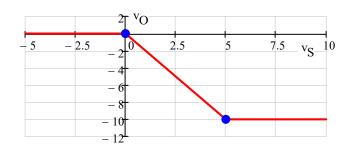
$$v_S > V_Z \cdot \frac{R_1}{R_2}$$

$$v_{S1} = 0V$$

$$v_{S2} = V_Z \cdot \frac{R_1}{R_2} = 5 V$$

$$v_{O1} = 0V$$

$$v_{O2} = -V_Z = -10 V$$



 $v_o$ 

 $R_3$ 

#### Esercizio 32

DATI: 
$$R_1 = 10k\Omega$$
,  $R_2 = 5k\Omega$ ,  $R_3 = 100\Omega$ ,  $V_{ON} = 0.7V$ 

#### Tracciare la transcaratteristica v<sub>O</sub>(v<sub>S</sub>)

Tensione di uscita dell'operazionale:

$$v_{AO} = \frac{-R_2}{R_1} \cdot v_S = -0.5 \cdot v_S$$

Caso 1) D1 OFF - D2 OFF: 
$$v_O = -\frac{R_2}{R_1} \cdot v_S = -0.5 \cdot v_S$$

Tensione ai capi dei diodi:

$$V_{D1} = v_{O}$$
  $V_{D2} = -v_{O}$ 

valido se:

$$V_{D1} < V_{ON}$$

$$v_O < V_{ON}$$

$$V_{D2} < V_{ON}$$

$$v_{O} > -V_{ON}$$

Uniamo le due condizioni:

$$-V_{ON} < v_O < V_{ON}$$

$$-V_{ON} < v_{O} < V_{ON}$$
 $-V_{ON} \cdot \frac{R_1}{R_2} < v_{S} < V_{ON} \cdot \frac{R_1}{R_2}$ 

Caso 2) D1 ON - D2 OFF:

$$v_O = V_{ON} = 0.7 V$$

$$I_{D1} = \frac{v_{AO} - v_{O}}{R_2} > 0$$

$$I_{D1} = \frac{v_{AO} - v_{O}}{R_2} > 0$$
  $v_{AO} > v_{O}$   $\frac{-R_2}{R_1} \cdot v_{S} > V_{ON}$ 

$$\frac{R_2}{1} \cdot v_S > V_{ON}$$

$$V_{D2} < V_{ON}$$
  $V_{D2} = -V_{ON} = -0.7 V_{ON}$ 

Caso 3) D1 OFF - D2 ON: 
$$v_O = -V_{ON} = -0.7 \text{ V}$$

valido se:

$$V_{D1} < V_{ON}$$

$$V_{D1} < V_{ON}$$
  $V_{D1} = -V_{ON} = -0.7 V_{ON}$ 

$$I_{D2} = \frac{v_O - v_{AO}}{R_2} > 0$$
  $v_O > v_{AO}$   $-V_{ON} > \frac{-R_2}{R_1} \cdot v_S$ 

$$v_{O} > v_{AO}$$

$$-v_{ON} > \frac{-R_2}{R_1} \cdot v_S$$

Caso 4) D1 ON - D2 ON:

$$v_O = V_{ON} = -V_{ON}$$

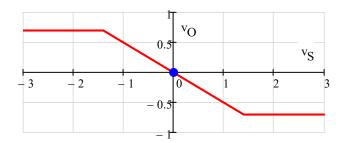
impossibile

$$v_{S1} = -V_{ON} \cdot \frac{R_1}{R_2} = -1.4 \text{ V}$$
  $v_{O1} = V_{ON} = 0.7 \text{ V}$ 

$$v_{O1} = V_{ON} = 0.7 V$$

$$v_{S2} = V_{ON} \cdot \frac{R_1}{R_2} = 1.4 \text{ V}$$

$$v_{O2} = -V_{ON} = -0.7 V$$



DATI:  $R_1 = 10k\Omega$ ,  $R_2 = 20k\Omega$ ,  $V_{ON} = 0.8V$ 

#### Tracciare la transcaratteristica v<sub>O</sub>(v<sub>S</sub>)

Caso 1) D1 OFF - D2 OFF:

$$\mathbf{v}_{\mathbf{O}} = -\frac{\mathbf{R}_2}{\mathbf{R}_1} \cdot \mathbf{v}_{\mathbf{S}} = -2 \cdot \mathbf{v}_{\mathbf{S}}$$

Tensione ai capi dei diodi:

$$V_{D1} = -v_O$$
  $V_{D2} = v_O$ 

valido se:

$$v_{D1} < v_{ON}$$

$$v_O > -V_{ON}$$

$$V_{D2} < V_{ON}$$

$$v_{O} < V_{ON}$$

Uniamo le due condizioni:

$$-V_{ON} < v_O < V_{ON}$$

$$-V_{ON} \cdot \frac{R_1}{R_2} < v_S < V_{ON} \cdot \frac{R_1}{R_2}$$

Caso 2) D1 ON - D2 OFF:

$$v_{O} = -V_{ON} = -0.8 V$$

valido se:

$$I_{D1} = \frac{v_S}{R_1} + \frac{v_O}{R_2} > 0$$
  $v_S > V_{ON} \cdot \frac{R_1}{R_2}$ 

$$v_S > V_{ON} \cdot \frac{R_1}{R_2}$$

$$V_{D2} < V_{ON}$$

$$V_{D2} < V_{ON}$$
  $V_{D2} = -V_{ON} = -0.8 V_{ON}$ 

Caso 3) D1 OFF - D2 ON: 
$$v_O = V_{ON} = 0.8 V$$

valido se:

$$V_{D1} < V_{ON}$$

$$V_{D1} < V_{ON}$$
  $V_{D1} = -V_{ON} = -0.8 V_{ON}$ 

$$I_{D2} = -\left(\frac{v_S}{R_1} + \frac{v_O}{R_2}\right) > 0$$
  $v_S < -V_{ON} \cdot \frac{R_1}{R_2}$ 

$$v_{S} < -V_{ON} \cdot \frac{R_1}{R_2}$$

Caso 4) D1 ON - D2 ON:  $v_O = V_{ON} = -V_{ON}$ 

$$v_O = V_{ON} = -V_{ON}$$

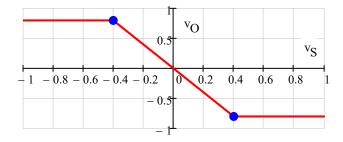
impossibile

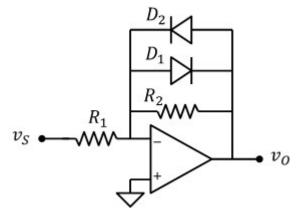
$$v_{S1} = -V_{ON} \cdot \frac{R_1}{R_2} = -0.4 \text{ V}$$

$$v_{O1} = V_{ON} = 0.8 V$$

$$v_{S2} = V_{ON} \cdot \frac{R_1}{R_2} = 0.4 \text{ V}$$

$$v_{O2} = -V_{ON} = -0.8 \text{ V}$$

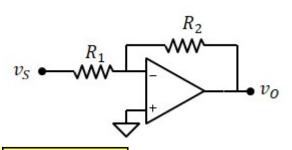


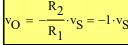


DATI: 
$$R_1 = 9k\Omega$$
,  $R_2 = 9k\Omega$ ,  $R_3 = 1k\Omega$ ,  $V_{ON} = 0.75V$ 

#### Tracciare la transcaratteristica v<sub>O</sub>(v<sub>S</sub>)

Caso 1) D1 OFF - D2 OFF:

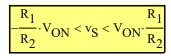




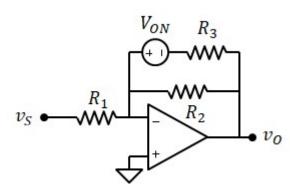
valido se:

$$\begin{split} & V_{D1} = -v_O < V_{ON} & v_O > -V_{ON} & \text{Uniamo le due} \\ & V_{D2} = v_O < V_{ON} & v_O < V_{ON} & \text{condizioni:} \end{split}$$

$$v_{O} > -V_{ON}$$
  
 $v_{O} < V_{ON}$ 



#### Caso 2) D1 ON - D2 OFF:



Legge di kirchhoff:  $I_{R1} + I_{R2} - I_{D} = 0$ 

$$\begin{split} I_{R1} &= \frac{v_{S}}{R_{1}} & I_{R2} = \frac{v_{O}}{R_{2}} & I_{D} = \frac{-V_{ON} - v_{O}}{R_{3}} \\ & \frac{v_{S}}{R_{1}} + \frac{v_{O}}{R_{2}} = \frac{-V_{ON} - v_{O}}{R_{3}} \\ v_{O} &= \left(\frac{-V_{ON}}{R_{3}} - \frac{v_{S}}{R_{1}}\right) \cdot \frac{R_{2} \cdot R_{3}}{R_{2} + R_{3}} = \frac{-R_{2} \cdot V_{ON}}{R_{2} + R_{3}} - \frac{v_{S}}{R_{1}} \cdot \frac{R_{2} \cdot R_{3}}{R_{2} + R_{3}} \end{split}$$

In alternativa è possibile usare la sovrapposizione degli effetti

$$v_{ON} = 0$$

$$v_{O} = -v_{S} \cdot \frac{R_{2} \cdot R_{3}}{R_{2} + R_{3}} \cdot \frac{1}{R_{1}}$$

$$v_S = 0$$

$$v_{O} = -V_{ON} \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_3}$$

$$v_{O} = -v_{S} \cdot \frac{1}{R_{1}} \cdot \frac{R_{2} \cdot R_{3}}{R_{2} + R_{3}} - \frac{R_{2} \cdot V_{ON}}{R_{2} + R_{3}}$$

Valido se:

$$V_{D2} = V_O < V_{ON}$$

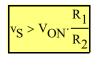
$$V_{D2} = v_O < V_{ON} \qquad -v_S \cdot \frac{1}{R_1} \cdot \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} - \frac{R_2 \cdot V_{ON}}{R_2 + R_3} < V_{ON} \qquad v_S > -V_{ON} \cdot \frac{R_1}{R_2}$$

$$v_S > -V_{ON} \cdot \frac{R_1}{R_2}$$

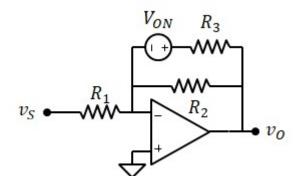
$$I_{D1} = \frac{-V_{ON} - v_{O}}{R_3} > 0$$

$$v_{O} < -V_{ON}$$

$$v_S > V_{ON} \cdot \frac{R_1}{R_2}$$



#### Caso 3) D1 OFF - D2 ON:



Usando la sovrapposizione degli effetti:

$$v_{ON} = 0$$
  $v_{O} = -v_{S} \cdot \frac{R_{2} \cdot R_{3}}{R_{2} + R_{3}} \cdot \frac{1}{R_{1}}$ 

$$v_S = 0$$
  $v_O = V_{ON} \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_3}$ 

$$v_{O} = -v_{S} \cdot \frac{1}{R_{1}} \cdot \frac{R_{2} \cdot R_{3}}{R_{2} + R_{3}} + \frac{R_{2} \cdot V_{ON}}{R_{2} + R_{3}}$$

$$V_{D1} = -v_O < V_{ON}$$

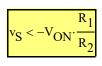
$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{D1} &= -\mathbf{v}_{O} < \mathbf{V}_{ON} & \quad \mathbf{v}_{S} \cdot \frac{1}{R_{1}} \cdot \frac{R_{2} \cdot R_{3}}{R_{2} + R_{3}} - \frac{R_{2} \cdot \mathbf{V}_{ON}}{R_{2} + R_{3}} < \mathbf{V}_{ON} & \quad \mathbf{v}_{S} < \mathbf{V}_{ON} \cdot \frac{R_{1}}{R_{2}} \\ \mathbf{I}_{D2} &= \frac{\mathbf{v}_{O} - \mathbf{V}_{ON}}{R_{3}} > 0 & \quad \mathbf{v}_{O} > \mathbf{V}_{ON} & \quad \mathbf{v}_{S} < -\mathbf{V}_{ON} \cdot \frac{R_{1}}{R_{2}} \end{aligned}$$

$$v_S < V_{ON} \cdot \frac{R_1}{R_2}$$

$$I_{D2} = \frac{v_{O} - V_{ON}}{R_{2}} > 0$$

$$v_{O} > V_{ON}$$

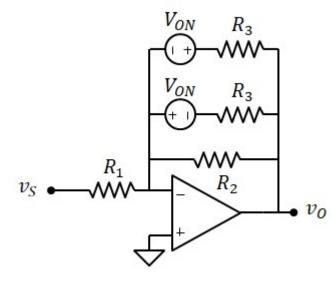
$$v_{S} < -V_{ON} \cdot \frac{R_1}{R_2}$$



#### Caso 4) D1 ON - D2 ON:

$$v_O = V_{ON} = -V_{ON}$$

impossibile



Usando la sovrapposizione degli effetti:

$$v_{ON} = 0$$
  $v_{O} = -v_{S} \cdot \frac{R_{2} \cdot R_{3}}{R_{2} + R_{3}} \cdot \frac{1}{R_{1}}$ 

$$v_{ON} = 0$$
  $v_{O} = -v_{S} \cdot \frac{R_{2} \cdot R_{3}}{R_{2} + R_{3}} \cdot \frac{1}{R_{1}}$ 

$$v_{S} = 0$$
  $v_{O} = \frac{2 \cdot V_{ON}}{2 \cdot R_{3}} \cdot R_{3} - V_{ON} = 0$ 

$$v_{O} = -v_{S} \cdot \frac{1}{R_{1}} \cdot \frac{R_{2} \cdot R_{3}}{R_{2} + R_{3}}$$

Valido se:

$$I_{D1} = \frac{-V_{ON} - v_{O}}{R_3} > 0$$
  $v_{O} < -V_{ON}$ 

$$I_{D2} = \frac{v_{O} - V_{ON}}{R_{2}} > 0$$
  $v_{O} > V_{ON}$ 

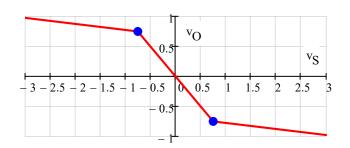
impossibile

$$v_{S1} = -V_{ON} \cdot \frac{R_1}{R_2} = -0.75 \,V$$

$$v_{S2} = V_{ON} \cdot \frac{R_1}{R_2} = 0.75 \text{ V}$$

$$v_{O1} = V_{ON} = 0.75 V$$

$$v_{O2} = -V_{ON} = -0.75 \text{ V}$$



DATI: 
$$R_1 = 1 \mathrm{k}\Omega$$
,  $R_2 = 10 \mathrm{k}\Omega$ ,  $R_3 = 2 \mathrm{k}\Omega$ ,  $V_B = 5 \mathrm{V}$ ,  $V_{ON} = 0$ 

#### Tracciare la transcaratteristica v<sub>O</sub>(v<sub>S</sub>)

Caso 1) D1 OFF, D2 OFF: Inseguitore di tensione:



verifica della polarizzazione dei diodi:

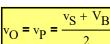
$$v_{D1} = V_B - v_S < V_{ON}$$
  $v_S > V_B$ 

$$v_S > V_B$$

(condizione

$$v_{D2} = 0 - v_{S} < V_{ON}$$

$$v_S > 0$$



Caso 2) D1 ON, D2 OFF: Inseguitore di tensione:

$$v_{O} = v_{P} = \frac{v_{S} + V_{B}}{2}$$

verifica della polarizzazione dei diodi:

$$I_{D1} = \frac{V_B - v_S}{2R_1} > 0$$

$$\boldsymbol{v}_B - \boldsymbol{v}_S > 0$$

$$v_S < V_F$$

$$v_{D2} = 0 - v_P < V_{ON}$$

$$\mathrm{v}_{D2} = 0 - \mathrm{v}_P < \mathrm{V}_{ON} \qquad \quad \frac{\mathrm{v}_S + \mathrm{V}_B}{2} > \mathrm{V}_{ON}$$

$$v_S > -V_B$$

$$-V_B < v_S < V_B$$

Caso 3) D1 OFF, D2 ON: Configurazione non invertente

$$v_{O} = v_{S} \cdot \left( 1 + \frac{R_3}{R_2} \right)$$

verifica della polarizzazione dei diodi:

$$\mathrm{v}_{D1} = \mathrm{V}_B - \mathrm{v}_S < \mathrm{V}_{ON}$$

$$v_{C} > v_{I}$$

impossibile!

$$I_{D2} = \frac{0 - v_O}{R_1 + R_2} > 0$$
  $v_O < 0$   $v_S < 0$ 

$$v_O < 0$$

Caso 4) D1 ON, D2 ON: Configurazione non invertente con ingresso:

 $I_{D1} = \frac{V_B - v_S}{2R_1} > 0$ 

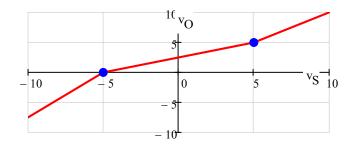
verifica della polarizzazione dei diodi:

$$I_{D2} = \frac{0 - v_O}{R_1 + R_2} > 0$$
  $v_O < 0$   $v_S + V_B < 0$ 

$$v_{O} < 0$$

$$v_S + V_B < 0$$

$$v_S < -V_B$$



$$v_{S1} = -V_{B} = -5 \text{ V}$$

$$v_{O1} = V_B = 5 V$$

$$v_{S2} = V_B = 5 V$$

$$v_{O2} = -V_{B} = -5 \text{ V}$$