Esercizi Tutorato Algebra

chiara.malerba@studenti.unipd.it

a.a. 2022/2023

Esercitazione del 9 Marzo 2023

- Scrivere un vettore $w \in \mathbb{R}^3$ linearmente dipendente dal vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ 10 \\ 0 \end{pmatrix}$.

- Stabilire se i vettori $v_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ e $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ sono linearmente indipendenti.

- Stabilire se i vettori $v_1 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ e $v_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ sono linearmente indipendenti.

- Studiare la dipendenza o indipendenza lineare dei seguenti vettori di $\mathbb{R}^3$:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

  Se risultano linearmente dipendenti esprimere, quando possibile, ciascun vettore come combinazione lineare degli altri due.

- Verificare se il seguente insieme e' un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^3$:

$$V = \{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \mid x_1 + 2x_2 = 6x_1 + x_3 = 0\}$$

- Verificare se il seguente insieme e' un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^3$:

$$V = \{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \mid x_1 + 2x_2 = x_2 + 3x_3 = 0\}$$

- Sia U il sottospazio di $\mathbb{R}^4$ generato dai vettori $u_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ e $u_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ e sia V il sottospazio di $\mathbb{R}^4$ generato dai vettori $v_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ e $v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$
  - Si determini una base di $U \cap V$.
  - Si determini una base di $U + V$.