PREAPPELLO 23-01-2023 - 3º turno Ing. Biomedica-Elettronica

Question **1**

Correct

Flag question

Calcolare il flusso del campo

$F(x, y) = (9x^2 + \sqrt{1 + y^2}, 10y + x^2)$

uscente dalla regione D compresa tra il cerchio $x^2 + y^2 = 1$ e l'ellisse $x^2 + 49y^2 = 98$.

Answer: 408.4070

The correct answer is: 408.41

FLUSSO DEL CAMPO

$$F(x,y) = \left(9x^2 + \sqrt{1+y^2},\ 10y + x^2\right)$$

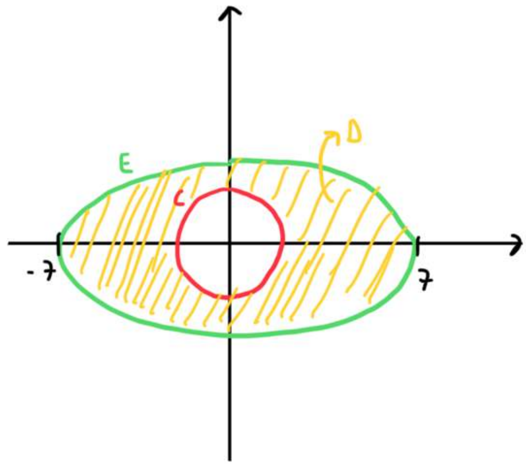
USCENTE DALLA REGIONE D COMPRESA TRA CERCHIO $x^2+y^2=1$

ELLISSE $x^2+49y^2=98$

Sol. 1. DISEGNO IL DOMINIO

$x^2+y^2=1$

$\frac{x^2}{98}+\frac{1}{2}y^2=1$



2. USO LA DEFINIZIONE DI FLUSSO USCENTE DA UN DOMINIO

$$\boxed{\int_{\partial D} F\cdot N_{ext}\cdot ds = \int_{\partial^+ D} F_1(x,y)\,dy - F_2(x,y)\,dx}$$

OSSERVANDO LE COMPONENTI DEL CAMPO (E PENSANDO ALLE LORO POSSIBILI DERIVATE RISPETTO A X O RISPETTO A Y) DEDUCO CHE È PIÙ CONVENIENTE USARE IL TEOREMA DELLA DIVERGENZA

$$\boxed{\int_{\partial^+ D} F\cdot N_{ext}\cdot ds = \int_D \partial_x F_1(x,y) + \partial_y F_2(x,y)\,dx\,dy}$$

3. SICCOME IL DOMINIO NON È PARAMETRIZZABILE COMODAMENTE:

FLUSSO (D) = FLUSSO(E) - FLUSSO(C)

D: DOMINIO, AREA COMPRESA TRA CERCHIO E ELLISSE

E: AREA ELLISSE

C: AREA CERCHIO

4. CALCOLO FLUSSO(E) E FLUSSO(C)

$$\text{FLUSSO}(C) = \int_D \frac{\partial}{\partial x}\left(9x^2+\sqrt{1+y^2}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(10y+x^2\right)dx\,dy = \int_D 18x+10\ dx\,dy$$

$$= \int_0^{2\pi}\int_0^1 18\rho^2\cos t + 10\rho\ d\rho\,dt = \int_0^{2\pi}\left[\frac{18}{3}\rho^3\cos t + 5\rho^2\right]_0^1 dt = \int_0^{2\pi} 6\cos t + 5\ dt$$

$$= \left[6\sin t + 5t\right]_0^{2\pi} = 6\sin 2\pi + 10\pi - 6\sin 0 + 0 = 10\pi$$

FLUSSO (E): QUI MI DEVO RICORDARE UN BARBATRUCCO, PERCHÉ NON RIESCO A SVOLGERE L'INTEGRALE IN MODO SEMPLICE

$$\to \int_D 18x + 10 \; dx\,dy \;\to\; \cancel{\int_D 18x} + \int_D 10 \; dx\,dy \;=\; 10 \underbrace{\int_D 1 \, dx\,dy}_{\text{QUESTA È L'AREA DI D!}}$$

UNA FUNZIONE DISPARI IN UN DOMINIO SIMMETRICO ASSUME VALORI OPPOSTI A DESTRA E SINISTRA, QUINDI L'INTEGRALE È NULLO

$$\text{Area}(E) = \pi a b = \pi \cdot \sqrt{98} \cdot \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \text{FLUSSO}(E) = 10 \cdot \text{Area}(E) = 10 \cdot \pi \cdot \sqrt{196}$$

5. METTO ASSIEME I PEZZI

$$\Rightarrow \text{FLUSSO}(D) = \text{FLUSSO}(E) - \text{FLUSSO}(C) = 10\pi\sqrt{196} - 10\pi = 408.4070$$

✓

Question **2**

Incorrect

Flag question

Dopo aver trovato la funzione $y(x)$ che risolve il problema di Cauchy $\begin{cases} y' = \frac{2x+1}{4y^3} \\ y(1) = -1 \end{cases}$

calcola quanto vale $y(5)$.

Answer: [redacted] ✖

The correct answer is: -2.3206

$$\begin{cases} y' = \dfrac{2x+1}{4y^3} \\ y(1) = -1 \end{cases}$$

SOL. 1. HO UNA EQUAZIONE DIFFERENZIALE A VARIABILI SEPARABILI. PERTANTO USO IL METODO DI SEPARAZIONE DELLE VARIABILI

$$y' = \frac{2x+1}{4y^3} \rightarrow y' \cdot 4y^3 = 2x+1 \rightarrow \int 4y^3 dy = \int 2x+1 \rightarrow y^4 = x^2+x+c$$

HO 2 SOLUZIONI, $y(x) = \sqrt[4]{x^2+x+c}$

$$y(x) = -\sqrt[4]{x^2+x+c}$$

2. SICCOME DEVO IMPORRE $y(1) = -1$, E UNA RADICE QUARTA E' SEMPRE POSITIVA, SCEGLIAMO LA SOLUZIONE NEGATIVA

3. IMPONGO $y(1) = -1$ PER TROVARE c

$$\rightarrow -1 = -\sqrt[4]{1+1+c} \rightarrow 1 = \sqrt[4]{2+c} \rightarrow 1 = 2+c \rightarrow c = -1$$

LA SOLUZIONE DEL PROBLEMA DI CAUCHY E' PERTANTO: $y(x) = -\sqrt[4]{x^2+x-1}$

4. CALCOLO $y(5)$

$$y(5) = -\sqrt[4]{5^2+5-1} = -\sqrt[4]{29} = -2.3205$$

✓

Question 3

Correct

Flag question

Nel Veneto il 20% delle persone adulte non legge mai un quotidiano: di queste, il 27% fa regolarmente attività sportiva; la percentuale di persone che fanno regolarmente attività sportiva invece e' del 99% tra chi legge quotidiani.

Scelta casualmente una persona adulta, calcolare la probabilità che legga un quotidiano se fa regolarmente attività sportiva.

Answer: 0.9361

The correct answer is: 0.9362

Q = "legge il quotidiano"
S = "fa attività sportiva"

$P(\bar{Q}) = 0.2$
$P(Q) = 0.8$
$P(S|\bar{Q}) = 0.27$
$P(S|Q) = 0.99$

$P(Q|S) = ?$

SOL. USO LA FORMULA DI INVERSIONE

$$\boxed{P(F|A) = \frac{P(A|F) \cdot P(F)}{P(A)}}$$

$$P(Q|S) = \frac{P(S|Q) \cdot P(Q)}{P(S)} = \frac{0.99 \cdot 0.8}{0.846} = 0.9361$$ V

$$P(S) = P(S \cap Q) + P(S \cap \bar{Q})$$
$$= P(S|Q) \cdot P(Q) + P(S|\bar{Q}) \cdot P(\bar{Q}) = 0.846$$

Question **4**

Correct

Flag question

Sia X una v.a. assolutamente continua con densità

$$f(x) = \begin{cases} 1 + Kx, & x \in [2, 4] \\ 0 \text{ altrimenti.} \end{cases}$$

1) Determinare il valore di K per cui $f(x)$ è una densità.

Answer: -0.1666

The correct answer is: -0.1667

$$F(x) = \begin{cases} 1 + Kx & x \in [2,4] \\ 0 & \text{ALTRIMENTI} \end{cases}$$

DETERMINARE K AFFINCHE' F(x) SIA UNA DENSITÀ

SOL. BISOGNA IMPORRE

$$\int_2^4 1 + Kx \, dx = 1$$

$$\left[x + K\frac{x^2}{2}\right]_2^4 = 1 \rightarrow 4 + 8K - 2 - 2K = 1 \rightarrow 6K = -1 \rightarrow K = -\frac{1}{6} = 0.1667$$

V

Question **5**

Correct

Flag question

Sia X una v.a. assolutamente continua con densità

$$f(x) = \begin{cases} Kx + 1, & x \in [2, 4] \\ 0 \text{ altrimenti.} \end{cases}$$

2) Utilizzando il valore di K trovato sopra, calcolare il valore atteso di X^4.

Answer: 86.4

The correct answer is: 86.4000

$$F(x) = \begin{cases} -\frac{1}{6}x + 1 & \text{SE } x \in [2,4] \\ 0 & \text{ALTRIMENTI} \end{cases}$$

$$E[x^4] = ?$$

SOL. USO LA FORMULA DEL VALORE ATTESO DI UNA COMPOSTA DI UNA V.A.

$$\boxed{E[g(x)] = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) f(x)\, dx}$$

$$E[x^4] = \int_2^4 x^4 \cdot \left(-\frac{1}{6}x + 1\right) dx = 86.4$$ ✓

Information

Flag question

DOMANDE TEORICHE

Giustificare tutte le risposte sul foglio in una pagina dedicata *ESCLUSIVAMENTE* alle domande teoriche.

Scrivere la risposta SOLO se ritenuta completa.

Scritti inconcludenti o ottenuti ricordando malamente le cose possono comportare una valutazione negativa

Question **6**

Partially correct

Flag question

Il campo vettoriale $F(x, y)$ si ottiene dal gradiente della funzione $U(x, y) = xy\log(x^2 + y^2)$. Determina il lavoro del campo $F(x, y)$ lungo l'arco di circonferenza $r(t) = (7\cos(t), 7\sin(t))$, $t \in [0, \frac{\pi}{4}]$

Answer: -95.3495

errore di segno

The correct answer is: 95.3496

$F(x,y):\quad U(x,y) = xy\log(x^2+y^2)$

$r(t) = (7\cos t, 7\sin t)\ ,\ t\in[0,\frac{\pi}{4}]$

SOL. PER IL TEOREMA FONDAMENTALE DEI CAMPI GRADIENTE

$$\boxed{\int_r F\cdot dr = U(r(b)) - U(r(a))}$$

$$\int_r F\cdot dr = U\left(r\left(\frac{\pi}{4}\right)\right) - U(r(0))$$

$r\left(\frac{\pi}{4}\right) = \left(7\cos\frac{\pi}{4}\ ,\ 7\sin\frac{\pi}{4}\right)$

$r(0) = (7\cos(0)\ ,\ 7\sin(0)) = (7,0)$

$$\rightarrow \int_r F\cdot dr = 7\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot 7\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\log\left(7\cos^2\left(\frac{\pi}{4}\right)+7\sin^2\left(\frac{\pi}{4}\right)\right) - 0$$

$$= 49\log(7) \simeq 95.3495$$ V

Question **7**

Partially correct

Flag question

Siano A e B due eventi dello spazio di probabilità (Ω, P). Se $A \subseteq B$, indicare le opzioni corrette (possono essere più di una).

- [x] $P(A) \leq P(B)$ ✔
- [x] $P(A) = 1 - P(B)$ ✘
- [ ] $P(B) \leq P(A)$
- [ ] $P(B|A) = 0$
- [ ] $P(B|A) = 1$
- [ ] $P(A|B) = 0$
- [ ] $P(A|B) = 1$

Your answer is partially correct.

You have correctly selected 1.
The correct answers are:
$P(A) \leq P(B)$

,

$P(B|A) = 1$

A E B EVENTI DELLO SPAZIO DI PROBABILITÀ (Ω, P)

SE $A \subseteq B$:

a) $P(A) \leq P(B)$ ✓

b) $P(A) = 1 - P(B)$ ✗

QUESTO È VERO SOLO SE $A + B = \Omega$, MA È FALSO PERCHÉ $A \subseteq B$
(È VERO SOLO SE B O A SONO $\emptyset$)

c) $P(B) \leq P(A)$ ✗

d) $P(B|A) = 0$ ✗
e) $P(B|A) = 1$ ✗

PERCHÉ $P(B|A) = \frac{P(B \cap A) \cdot P(A)}{P(B)}$ È 0 SOLO SE $P(A) = 0$ OPPURE $P(B \cap A) = 0$, MA $A \subseteq B$ QUINDI $P(B \cap A) \neq 0$

f) $P(A|B) = 0$ ✗
g) $P(A|B) = 1$ ✗

VALGONO CONSIDERAZIONI ANALOGHE A SOPRA