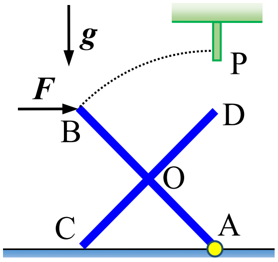
Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica - Canale 1 (Prof. G. Naletto)
Seconda Prova in Itinere di Fisica Generale 1 - Padova, 14 giugno 2023

Cognome .... Nome .... Matricola ....

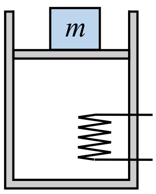
Problema 1



Due sbarre sottili omogenee uguali AB e CD di lunghezza $L = 1.4$ m e massa $m = 4$ kg sono saldate al loro centro O a formare una croce ortogonale. Il piano ABCD è posto verticale e la croce può ruotare senza attrito attorno ad un asse fisso perpendicolare ad ABCD passante per A. Inizialmente la croce è ferma con A e C appoggiati al suolo. All'istante t_0 si applica in B una forza costante orizzontale di modulo $F = 2mg$ e la croce inizia a ruotare attorno ad A. Nell'istante in cui AB raggiunge la posizione verticale, l'estremo B urta un blocco P fissato al soffitto. Determinare:

a) il momento di inerzia I_A della croce rispetto all'asse passante per A;
b) il modulo α_0 dell'accelerazione angolare della croce all'istante t_0^+;
c) il modulo ω_v della velocità angolare della croce quando AB è verticale;
d) (facoltativo) il modulo del momento dell'impulso esercitato da P rispetto al polo A, sapendo che dopo l'urto la croce rimbalza con una velocità angolare pari in modulo a $\omega_r = \omega_v/2$.

Problema 2



Un cilindro adiabatico con l'asse verticale di sezione $S = 0.5$ m^2 è chiuso da un pistone adiabatico di massa trascurabile libero di muoversi senza attrito ed è immerso nell'aria alla pressione $p_{amb} = 10^5$ Pa. Sopra al pistone, che chiude la parte superiore del cilindro, è appoggiato un corpo di massa m soggetto alla forza peso. All'interno del cilindro si trovano $n = 27$ moli di un gas ideale biatomico. Inizialmente il gas è in equilibrio nello stato A, alla temperatura $T_A = 298$ K e occupa un volume $V_A = 0.65$ m^3. Poi si toglie l'isolamento inferiore del cilindro e si mette il gas in contatto termico con una miscela di acqua e ghiaccio alla temperatura $T_B = 273.15$ K fino a quando il gas si porta allo stato di equilibrio B. A questo punto si rimette l'isolamento inferiore del cilindro e si fa passare una debolissima corrente in una resistenza immersa nel gas finché il gas ritorna in modo molto lento nello stato iniziale. Determinare:

a) il valore della massa m appoggiata sul pistone;
b) il lavoro W_{AB} scambiato dal gas durante la trasformazione AB;
c) la massa m_g di ghiaccio che fonde durante la trasformazione AB;
d) la variazione di entropia dell'universo, ΔS_U, nel ciclo.

Problema 3

Una macchina frigorifera reversibile scambia ad ogni ciclo i calori Q_1 e Q_2 con due serbatoi rispettivamente alle temperature $T_1 = 260$ K e $T_2 = 310$ K. Il lavoro necessario ad un ciclo del suo funzionamento è pari in modulo a quello fatto da $n = 0.66$ moli di gas che compiono una espansione isoterma reversibile alla temperatura $T_{gas} = 300$ K triplicando il volume iniziale. Una seconda macchina termica, sincrona alla precedente, scambia ad ogni ciclo il calore Q'_1 con lo stesso serbatoio alla temperatura T_1, il calore Q_3 con una massa $m_v = 0.09$ kg di vapor acqueo alla temperatura di condensazione $T_3 = 373.15$ K e produce un lavoro $W_M = |W_F|/6$. Determinare:

a) il calore Q_2 scambiato dalla macchina frigorifera con il serbatoio caldo;
b) il calore $Q_{1,serb}$ complessivamente scambiato dal serbatoio a temperatura T_1 con le due macchine ad ogni ciclo, sapendo che dopo $N = 75$ cicli tutto il vapor acqueo è condensato e le macchine si fermano;
c) la variazione ΔS_U di entropia dell'universo in un ciclo delle macchine.

Soluzioni

Problema 1

a) $I_A = \frac{1}{3}mL^2 + \left[\frac{1}{12}mL^2 + m\left(\frac{L}{2}\right)^2\right] = \frac{2}{3}mL^2 = 5.23\ \mathrm{kgm^2}$

b) $\overrightarrow{AB} \times \vec{F} + \overrightarrow{AO} \times 2m\vec{g} = I_A\,\vec{\alpha}_0 \quad \Rightarrow \quad LF\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{L}{2}2mg\frac{\sqrt{2}}{2} = I_A\alpha_0 \quad \Rightarrow \quad \alpha_0 = \frac{3\sqrt{2}}{4}\frac{g}{L} = 7.43\ \mathrm{rad/s^2}$

c) $W_F = \int \vec{F}d\vec{s} = \int F dx = FL\frac{\sqrt{2}}{2}$

oppure, posto θ l'angolo ($< \pi$) tra AB e il piano:

$$W_F = \int \vec{r} \times \vec{F} d\theta = \int_{\pi/4}^{\pi/2} LF\sin(\pi-\theta)\,d\theta = LF\int_{\pi/4}^{\pi/2}\sin\theta\,d\theta = -LF\cos\theta|_{\pi/4}^{\pi/2} = LF\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Delta E_k = W_{TOT} \quad \Rightarrow \frac{1}{2}I_A\omega_v^2 = FL\frac{\sqrt{2}}{2} - 2mg\left(\frac{L}{2} - \frac{L}{2}\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \Rightarrow \omega_v = \sqrt{\frac{3(3\sqrt{2}-2)g}{2L}} = 4.86\ \mathrm{rad/s}$$

oppure $\quad LF\sin(\pi-\theta) - \frac{L}{2}2mg\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right) = I_A\alpha(\theta) \quad \Rightarrow \quad \alpha(\theta) = \frac{3g}{2L}(2\sin\theta - \cos\theta)$

$$\omega_v^2 = 2\int_{\pi/4}^{\pi/2}\alpha(\theta)d\theta = \frac{3g}{L}\int_{\pi/4}^{\pi/2}(2\sin\theta - \cos\theta)d\theta = -\frac{3g}{L}(2\cos\theta + \sin\theta)|_{\pi/4}^{\pi/2}$$

d) $\left|\int \vec{M}dt\right| = |\Delta\vec{L}_A| = |I_A\vec{\omega}_r - I_A\vec{\omega}_v| = I_A\left|-\frac{\omega_v}{2} - \omega_v\right| = \frac{3}{2}I_A\omega_v = mL^2\omega_v = 38.1\ \mathrm{Nms}$

Problema 2

a) $p_A = \frac{nRT_A}{V_A} = 1.029\cdot 10^5\ \mathrm{Pa}\,;\quad p_A = p_{ext} = p_{amb} + \frac{mg}{S} \ \Rightarrow\ m = (p_A - p_{amb})\frac{S}{g} = 149\ \mathrm{kg}$

b) $W_{AB} = Q_{AB} - \Delta U_{AB} = nc_P(T_B - T_A) - nc_V(T_B - T_A) = nR(T_B - T_A) = -5578\ \mathrm{J}$

oppure $\quad V_B = \frac{nRT_B}{p_B} = \frac{nRT_B}{p_{ext}} = 0.596\ \mathrm{m^3};\quad W_{AB} = -W_{AB,amb} = -p_{ext}\Delta V_{amb} = p_A(V_B - V_A)$

c) $m_g\lambda_g = Q_{gh} = -Q_{gas} = -nc_P(T_B - T_A) = 19524\ \mathrm{J} \quad \Rightarrow \quad m_g = -\frac{1}{\lambda_g}[nc_P(T_B - T_A)] = 0.059\ \mathrm{kg}$

oppure $\quad Q_{AB,gas} = W_{AB} + \Delta U_{AB} = W_{AB} + nc_V(T_B - T_A) \quad \Rightarrow \quad m_g = -\frac{1}{\lambda_g}[W_{AB} + nc_V(T_B - T_A)]$

d) $\Delta S_U = \Delta S_{amb} = \Delta S_{gh,AB} - \Delta S_{gas,BA} = \frac{Q_{gh}}{T_B} - nc_P\ln\left(\frac{T_A}{T_B}\right) = 3.07\ \mathrm{J/K}$

oppure $\ \Delta S_U = \Delta S_{U,AB} = \Delta S_{gas,AB} + \Delta S_{gh,AB} = nc_P\ln\left(\frac{T_B}{T_A}\right) + \frac{Q_{gh}}{T_B}$

Problema 3

a) $W_F = -W_{gas} = -nRT_{gas}\ln 3 = -1809\ \mathrm{J}$

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{W_F - Q_2}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0 \quad \Rightarrow \quad Q_2 = \frac{T_2}{T_2 - T_1}W_F = -11212\ \mathrm{J};\ \ Q_1 = W_F - Q_2 = 9404\ \mathrm{J}$$

b) $Q_3 = \frac{Q_{3,TOT}}{N} = \frac{m_v\lambda_v}{N} = 2712\ \mathrm{J};\quad Q'_1 = W_M - Q_3 = -2411\ \mathrm{J};\quad Q_{1,serb} = -(Q_1 + Q'_1) = -6994\ \mathrm{J}$

c) $\Delta S_U = \Delta S_{U,M} = \Delta S_{amb,M} = \frac{Q'_{1,serb}}{T_1} + \frac{Q_{3,serb}}{T_3} = \frac{-Q'_1}{T_1} + \frac{-Q_3}{T_3} = 2.0\ \mathrm{J/K}$

oppure $\quad \Delta S_U = \Delta S_{amb} = \frac{Q_{1,serb}}{T_1} + \frac{Q_{2,serb}}{T_2} + \frac{Q_{3,serb}}{T_3} = \frac{Q_{1,serb}}{T_1} + \frac{-Q_2}{T_2} + \frac{-Q_3}{T_3}$