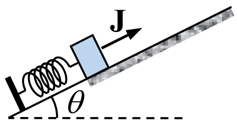
**Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica - Canale 1 (Prof. G. Naletto)**
**Prova scritta di Fisica Generale 1 - Padova, 13 luglio 2023**

**Cognome ........................................................... Nome ........................................ Matricola .......................**

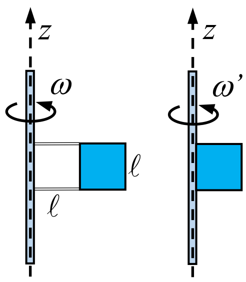
**Problema 1**




Un corpo di dimensioni trascurabili e massa $m = 3.8$ kg è tenuto fermo su un piano inclinato di un angolo $\theta = 27°$; il piano è scabro a partire dalla posizione iniziale del corpo verso l'alto, e liscio dalla stessa posizione verso il basso; il coefficiente di attrito dinamico tra corpo e piano è $\mu = 0.18$. Il corpo, in questa posizione, tocca l'estremo libero di una molla ideale, vincolata all'altro estremo, parallela al piano inclinato, che si trova alla sua lunghezza di riposo. Ad un certo istante si sblocca il corpo e simultaneamente gli si applica un rapido impulso di modulo $J = 11$ Ns parallelo al piano inclinato rivolto verso l'alto; il corpo quindi si mette in movimento salendo lungo il piano inclinato. Determinare:

a) la distanza $d$ percorsa dal corpo sul piano inclinato fino a quando inverte il moto;
b) il modulo $v$ della velocità del corpo quando, mentre scende lungo il piano inclinato, tocca la molla;
c) la costante elastica $k$ della molla sapendo che il corpo la comprime al massimo di $\Delta\ell_{max} = 0.15$ m.

**Problema 2**




Una lastra quadrata sottile omogenea di lato $\ell = 0.33$ m e massa $m = 1.5$ kg è in rotazione senza attrito attorno ad un asse fisso verticale $z$ con velocità angolare $\omega = 1.4$ rad/s; l'asse $z$ è parallello ad un lato della lastra ed è contenuto nel piano della lastra stessa; la lastra è collegata all'asse tramite due sbarrette telescopiche sottili di lunghezza $\ell$ e massa trascurabile perpendicolare all'asse i cui estremi sono collegati rispettivamente ad un punto dell'asse e ad un vertice della lastra (vedi figura a sinistra). Ad un certo istante, tramite un meccanismo interno, la lastra trasla e si pone in contatto strisciante con l'asse (vedi figura a destra), continuando a ruotare e generando un momento di attrito di modulo $M_{att} = 0.035$ Nm. Determinare:

a) il momento d'inerzia $I_z$ della lastra rispetto all'asse $z$ prima della sua traslazione;
b) il modulo $\omega'$ della velocità angolare della lastra appena tocca l'asse;
c) il lavoro interno $W$ necessario per far traslare la lastra;
d) il numero $N$ di giri effettuati dalla lastra da quando tocca l'asse a quando si ferma.

**Problema 3**

Un cilindro rigido a pareti adiabatiche è diviso in due parti, A e B, da un pistone adiabatico di massa trascurabile che si può muovere senza attrito. Inizialmente i volumi di A e B sono uguali, $V_{0A} = V_{0B} = V_0 = 0.05$ m$^3$, e contengono lo stesso numero $n = 2$ moli di un gas perfetto monoatomico alla stessa temperatura iniziale $T_{0A} = T_{0B} = T_0 = 280$ K. Il gas in A viene scaldato molto lentamente facendo circolare corrente in una resistenza immersa nel gas, fino a che $V_B = 3V_0/4$. Determinare:

a) la temperatura finale $T_B$ del gas in B;
b) il lavoro $W_A$ fatto dal gas in A;
c) la variazione $\Delta S_{gas}$ dell'entropia del gas nella trasformazione.

# Soluzioni

## Problema 1

Si pone un asse parallelo al piano inclinato orientato verso l'alto.

a) $m\vec{g} + \vec{f}_{ad} + \vec{N} = m\vec{a}_S \ \Rightarrow \ -mg\sin\theta - \mu mg\cos\theta = ma_S \ \Rightarrow$

$\Rightarrow \ a_S = -g(\sin\theta + \mu\cos\theta) = -6.03\ \text{m/s}^2$

$J = m\Delta v = mv_0 \ \Rightarrow \ v_0 = \dfrac{J}{m} = 2.89\ \text{m/s}; \quad 0 = v_0^2 + 2a_S d \ \Rightarrow \ d = -\dfrac{v_0^2}{2a_S} = 0.70\ \text{m}$

oppure $W_{nc} = \Delta E_m \ \Rightarrow \ -\mu mg\cos\theta\, d = mgd\sin\theta - \dfrac{1}{2}mv_0^2 \ \Rightarrow \ d = \dfrac{v_0^2}{2g(\sin\theta + \mu\cos\theta)}$

b) $W_{nc} = \Delta E_m \ \Rightarrow \ -2\mu mg\cos\theta\, d = \dfrac{1}{2}mv^2 - \dfrac{1}{2}mv_0^2 \ \Rightarrow \ v = \sqrt{v_0^2 - 4\mu gd\cos\theta} = 2.0\ \text{m/s}$

oppure $W_{nc} = \Delta E_m \ \Rightarrow \ -\mu mg\cos\theta\, d = \dfrac{1}{2}mv^2 - mgd\sin\theta \ \Rightarrow \ v = \sqrt{2gd(\sin\theta - \mu\cos\theta)}$

oppure $v^2 = 2a_D(x - x_0) = \ 2g(\mu\cos\theta - \sin\theta)(-d) \ \Rightarrow \quad v = \ \sqrt{2gd(\sin\theta - \mu\cos\theta)}$

c) $E_m = \text{cost} \ \Rightarrow \ \dfrac{1}{2}k\Delta\ell_{max}^2 = mg\Delta\ell_{max}\sin\theta + \dfrac{1}{2}mv^2 \ \Rightarrow$

$\Rightarrow \ k = \dfrac{m}{\Delta\ell_{max}^2}(v^2 + 2g\Delta\ell_{max}\sin\theta) = 902\ \text{N/m}$

## Problema 2

a) Perpendicolarmente all'asse *z*, la sezione della lastra è una sbarretta di lato $\ell$. Come per tutti i corpi che si possono descrivere "allungandone" la sezione lungo l'asse perpendicolare, il momento di inerzia rispetto a quest'asse ha la stessa espressione del momento di inerzia della sezione rispetto allo stesso asse.

$I_z = I_{z'} + ma^2 = \dfrac{1}{12}m\ell^2 + m\left(\dfrac{3}{2}\ell\right)^2 = \dfrac{7}{3}m\ell^2 = 0.38\ \text{kgm}^2$

Oppure si può applicare il teorema della figura piana, per trovare il momento d'inerzia della lastra rispetto all'asse *z'* parallelo a *z* passante per il suo centro di massa; poi si applica il teorema di Huygens-Steiner. Indicando con *x'* l'asse della lastra:

$I_{x'} = I_{y'} + I_{z'} = 2I_{z'} \ \Rightarrow \ I_{z'} = \dfrac{1}{2}I_{z'} = \dfrac{1}{2}\dfrac{1}{12}m(\ell^2 + \ell^2) = \dfrac{1}{12}m\ell^2$

b) $I'_z = \dfrac{1}{3}m\ell^2; \ \ \vec{L} = \text{cost} \ \Rightarrow \ I_z\omega = I'_z\omega' \ \Rightarrow \ \dfrac{7}{3}m\ell^2\omega = \dfrac{1}{3}m\ell^2\omega' \ \Rightarrow \ \omega' = 7\omega = 9.8\ \text{rad/s}$

c) $W = \Delta E_k \ \Rightarrow \ W = \dfrac{1}{2}I'_z\omega'^2 - \dfrac{1}{2}I_z\omega^2 = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{3}m\ell^2 \cdot 49\omega^2 - \dfrac{7}{3}m\ell^2\omega^2\right) = \ 7m\ell^2\omega^2 = 2.24\ \text{J}$

d) $W_{nc} = \Delta E_m \ \Rightarrow -M_{att}\Delta\theta = 0 - \dfrac{1}{2}I'_z\omega'^2 \ \Rightarrow \ N = \dfrac{\Delta\theta}{2\pi} = \dfrac{I'_z\omega'^2}{4\pi M_{att}} = \dfrac{49}{12\pi}\dfrac{m\ell^2\omega^2}{M_{att}} = 11.9$

oppure $-M_{att} = I'_z\alpha; \ \ \omega_f^2 = 0 = \omega'^2 + 2\alpha\Delta\theta \ \Rightarrow \ \Delta\theta = -\dfrac{\omega'^2}{2\alpha} = \dfrac{I'_z\omega'^2}{2M_{att}}$

## Problema 3

Il gas in A compie una trasformazione generica reversibile; quello in B una trasformazione adiabatica reversibile.

a) $T_B V_B^{\gamma-1} = T_0 V_0^{\gamma-1} \ \Rightarrow \ T_B = T_0\left(\dfrac{V_0}{V_B}\right)^{\gamma-1} = T_0\left(\dfrac{4}{3}\right)^{\gamma-1} = 339\ \text{K}; \ \ p_B = \dfrac{nRT_B}{V_B} = 1.5 \cdot 10^5\ \text{Pa}$

b) $W_A = -W_B = -(-\Delta U_B) = nc_V(T_B - T_0) = 1476\ \text{J}$

c) $p_0 = \dfrac{nRT_0}{V_0} = 0.93 \cdot 10^5\ \text{Pa};$

$\Delta S_{gas} = \Delta S_A = nc_V\ln\dfrac{p_A}{p_0} + nc_p\ln\dfrac{V_A}{V_0} = nc_V\ln\dfrac{p_B}{p_0} + nc_p\ln\dfrac{2V_0 - V_B}{V_0} = nc_V\ln\dfrac{p_B}{p_0} + nc_p\ln\dfrac{5}{4} = 21.24\ \text{J/K}$