Quiz 9

Question **1**

Not complete

Flag question

Un'urna contiene infinite palline numerate con gli interi 1, 2, 3, 4,..... La pallina $k \in \{1, 2, 3, \dots\}$ può essere estratta con probabilità $\frac{2}{3^k}$. Determinare, estraendo una di queste palline, di estrarre un multiplo di 5.

Answer:

Check

Next page

∞ PALLINE NUMERATE $\{1,2,3,\dots\}$

$P(K) = \frac{2}{3^K}$, CALCOLARE $P(5K, K \in \{1,2,3,\dots\})$

SOL. USO LA DEFINIZIONE DI PROBABILITÀ

LINEARITÀ SOMMATORIE

CAMBIO INDICE $K=0$ PER USARE PROPRIETÀ SERIE GEOMETRICA

$$P(5K, K \in \{1,2,3,\dots\}) = \sum_{K=1}^{+\infty} P(5K) = \sum_{K=1}^{+\infty} \left(\frac{2}{3^{5K}}\right) = 2 \sum_{K=1}^{+\infty} \left(\frac{1}{3^{5K}}\right) = \frac{2}{3^5} \sum_{K=0}^{+\infty} \left(\frac{1}{3^5}\right)^K$$

È UNA SERIE GEOMETRICA, DI RAGIONE $q = \frac{1}{3^5} < 1$. LA SUA SOMMA È PARI A $\frac{1}{1-q}$

$$\Rightarrow \frac{2}{3^5} \sum_{K=0}^{+\infty} \left(\frac{1}{3^5}\right)^K = \frac{2}{3^5} \left[\frac{1}{1 - \frac{1}{3^5}}\right] = \frac{2}{3^5 - 1} = 0,0082$$

V

FORMULA GENERALE ESERCIZIO 1 (PER OTTENERE SOLO IL RISULTATO NUMERICO)

SE IL TESTO DEL PROBLEMA DICE CHE $P(K) = \frac{a}{b^K}$ (NEL MIO CASO, $P(K) = \frac{2}{3^K}$, $a=2$, $b=3$)

PROBABILITÀ DI ESTRARRE UN MULTIPLO DI m (NEL MIO CASO, $m=5$)

$$\boxed{P(mK) = \frac{a}{b^m - 1}}$$

Question **2**

Not complete

Flag question

Tra le 240 persone che fanno questo quiz, 94 fanno gli esercizi da soli, gli altri li fanno in compagnia. Scelte tre persone a caso, calcolare la probabilità che almeno una di queste faccia gli esercizi da sola.

Answer:

Check

240 PERSONE $\longrightarrow$ 94 DA SOLI
$\longrightarrow$ 146 IN COMPAGNIA

SCELTE 3 PERSONE, CALCOLARE LA PROBABILITÀ CHE ALMENO UNA DI QUESTE FACCIA GLI ESERCIZI DA SOLA

SOL. $P = 240$
$S = 94$
$C = 146$

[P = persone
S = soli
C = compagnia]

L'ORDINE NON CONTA, PERCHÉ STIAMO LAVORANDO CON INSIEMI

⇒ USO LA DEFINIZIONE DI PROBABILITÀ UNIFORME: $\boxed{P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}}$

MI CONVIENE USARE LA PROPRIETÀ DEL COMPLEMENTARE: $\boxed{P(A) = 1 - P(A^c)}$

⇒ PROBABILITÀ ALMENO 1 S = 1 - P(TUTTI C)

$$\Rightarrow P(A) = 1 - \frac{\binom{146}{3}}{\binom{240}{3}} = 0,7766$$ ✓

FORMULA GENERALE ESERCIZIO 2

S = # persone che fanno esercizi da soli
C = # persone che fanno esercizi in compagnia

$$P(\text{ALMENO } 1\, S) = 1 - \frac{\binom{C}{3}}{\binom{S+C}{3}}$$

Question 3

Not complete

Flag question

Nel Veneto il 35% delle persone adulte non legge mai un quotidiano, il 40% fa regolarmente attività sportiva e il 17% non legge mai un quotidiano e non fa regolarmente attività sportiva.

Scelta casualmente una persona adulta, calcolare la probabilità che non legga mai un quotidiano se fa regolarmente attività sportiva.

Answer:

Check

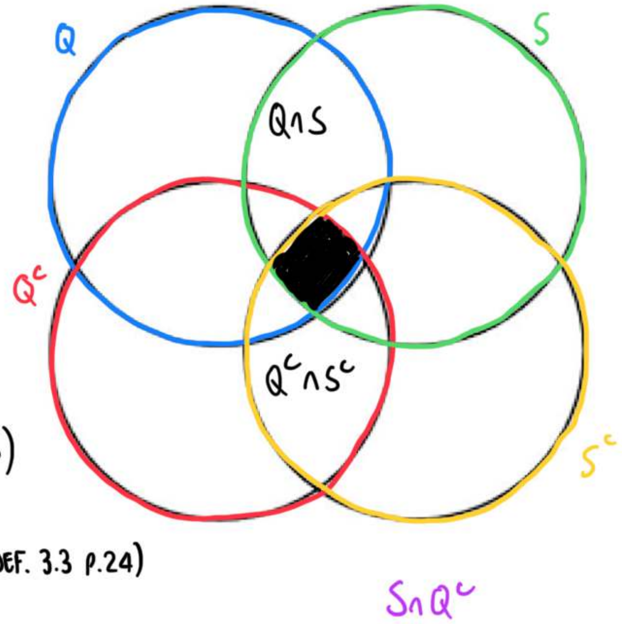
EVENTI:

Q = "legge il quotidiano

Q^c = "non legge il quotidiano"

S = "fa attività sportiva

S^c = "non fa attività sportiva"



$P(Q^c) = 0,35$

$P(S) = 0,4$

$P(Q^c \cap S^c) = 0,17$ $\Rightarrow$ CALCOLARE $P(Q^c|S)$

SOL. USO LA FORMULA DELLA PROBABILITÀ CONDIZIONATA: (DEF. 3.3 p.24)

$$\boxed{P(E|F) = \frac{P(E \cap F)}{P(F)} = \frac{P(E \cdot F)}{P(F)}}$$

$$\Rightarrow P(Q^c \cap S) = \frac{P(S \cap Q^c)}{P(S)}$$

DEVO TROVARE $P(S \cap Q^c)$. USO LA FORMULA DELLA PROBABILITÀ DI UNA INTERSEZIONE DI EVENTI: (PROP. 3.10 pag 25):

$$\boxed{P(E \cap F) = P(E|F) \cdot P(F)}$$

$$\Rightarrow P(Q^c \cap S^c) = P(S^c|Q^c) \cdot P(Q^c)$$

DEVO TROVARE $P(S^c|Q^c)$. USO LA FORMULA DELLA PROBABILITÀ CONDIZIONATA (COME SOPRA)

$$\Rightarrow P(S^c|Q^c| = \frac{P(Q^c \cap S^c)}{P(Q^c)} = \frac{0.17}{0.35}$$

ORA CHE HO TUTTO CIÒ CHE MI SERVE PROCEDO A RITROSO PER CALCOLARE $P(Q^c|S)$

$$P(S|Q^c) = 1 - P(S^c|Q^c) = 1 - \frac{0.17}{0.35} = \frac{0.18}{0.35}$$

$$P(S \cap Q^c) = P(S|Q^c) \cdot P(Q^c) = \frac{0.18}{0.35} \cdot 0.35 = 0.18$$

$$P(Q^c|S) = \frac{0.18}{0.40} = 0.45$$ V

Question **4**

Not complete

Flag question

Abbiamo due dadi indistinguibili. Uno è equilibrato, l'altro quando viene lanciato dà 6 nel 73% dei casi. Prendiamo a caso uno dei due dadi e lo lanciamo. Se non esce 6, qual è la probabilità di aver preso il dado equilibrato?

Answer:

Check

EVENTI:

A = "prendo il dado equilibrato"

B = "prendo il dado truccato"

E = "esce il 6"

$P(A|E^c)$?

PROBABILITÀ:

$P(A) = \frac{1}{2}$

$P(B) = \frac{1}{2}$

$P(E|A) = \frac{1}{6}$, $P(E^c|A) = \frac{5}{6}$

$P(E|B) = 0.73$ $P(E^c|B) = 0.27$

SOL. $P(E^c) = 1 - P(E)$

$P(E) = P(E \cap A) + P(E \cap B)$

$P(E) = P(E|A) \cdot P(A) + P(E|B) \cdot P(B)$

$$P(E) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} + 0.73 \cdot \frac{1}{2}$$

$$P(A|E^c) = \frac{P(A \cap E^c)}{P(E^c)} = \frac{P(E^c|A) \cdot P(A)}{P(E^c)} = \frac{\frac{5}{6} \cdot \frac{1}{2}}{1 - \left(\frac{1}{12} + 0.73 \cdot \frac{1}{2}\right)} = \frac{\frac{5}{12}}{1 - \left(\frac{1}{12} + 0.73 \cdot \frac{1}{2}\right)} = 0.7552$$

✓

Question **5**

Not complete

Flag question

Si deve formare una squadra di calcetto formata da 3 donne e 2 uomini scelti da un gruppo di 12 donne e di 7 uomini. Calcolare la probabilità che Francesca e Giulia non siano contemporaneamente nella squadra e che Alberto sia uno dei componenti della squadra.

Answer:

Check

$|D| = 12$
$|U| = 7$
L'ORDINE NON CONTA PERCHE' STIAMO TRATTANDO INSIEMI

Ω: squadre con 3D tra 12 e 2U da 7

$$|\Omega| = \binom{12}{3} \cdot \binom{7}{2} = 4620$$

$$|A| = (F G^c / A)$$
$\overset{!}{=}$ (n. di squadre con 3D da 12 - n. squadre con G e F) - (n di sq. con 2U + alberto)

- N° DI SQUADRE CON 2U + ALBERTO $= 1 \times \binom{6}{1} = 6$

- N° DI SQUADRE CON 3D DA 12 $= \binom{12}{3} = 220$

- N DI SQ. CON G E F $= 1 \times 1 \times 10 = 10$

$$\Rightarrow |A| = \left[\binom{12}{3} - 10\right] \times 6 = 1260$$

$$\Rightarrow P = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{1470}{4620} = 0{,}2727$$

✓

FORMULA GENERALE ESERCIZIO 5

$$\boxed{P = \frac{\left[\binom{D}{DS} - (D-2)\right] \times (U-1)}{\binom{D}{DS} \times \binom{U}{US}}}$$

D = numero di donne tra cui scegliere
U = numero di uomini tra cui scegliere
DS = numero di donne nella squadra
US = numero di uomini nella squadra

Question **6**

Not complete

Flag question

La probabilità di fare bene il TOLC di ingresso a Ingegneria è pari a 0.31. La probabilità di finire gli studi in 3 anni è uguale a 0.88. Chi supera bene il TOLC ha una probabilità 0.56 di finire gli studi entro il terzo anno. Se uno studente si laurea entro il terzo anno, qual è la probabilità che abbia fatto bene il TOLC di ingresso?

Answer:

Check

EVENTI:

B = "fare bene il TOLC"

F = "finire gli studi in 3 anni"

PROBABILITÀ:

$P(B) = 0{,}31$

$P(F) = 0{,}88$

$P(F|B) = 0{,}56$

$P(B|F) = ?$

SOL. USO LA FORMULA DI INVERSIONE:

$$P(B|F) = \frac{P(F|B) \cdot P(B)}{P(F)} = \frac{0{,}56 \cdot 0{,}31}{0{,}88} = 0{,}1972$$

Question **7**

Not complete

Flag question

Per un dato candidato alle presidenziali di uno stato straniero, che si svolgono in tre turni, la probabilità di superare il I turno è del 26%. Una volta superato il primo turno, la probabilità di superare il secondo è del 66%, e la probabilità di vincere all'ultimo turno è del 53%. Qual è la probabilità che il candidato vinca le elezioni?

Answer:

Check

EVENTI:

E_i = Passaggio dell'i-esimo turno

PROBABILITÁ:

$P(E_1) = 0{,}26$

$P(E_2|E_1) = 0{,}66$

$P(E_3|E_2 \cdot E_1) = 0{,}53$

$\Rightarrow P(E_1 \cup E_2 \cup E_3) = ?$

SOL. USO LA FORMULA DEL PRODOTTO:

$$P(E_1) \cdot P(E_2|E_1) \cdot P(E_3|E_2 \cdot E_1) = 0{,}26 \cdot 0{,}66 \cdot 0{,}53 = 0{,}0909$$ ✓

Question 8

Not complete

Flag question

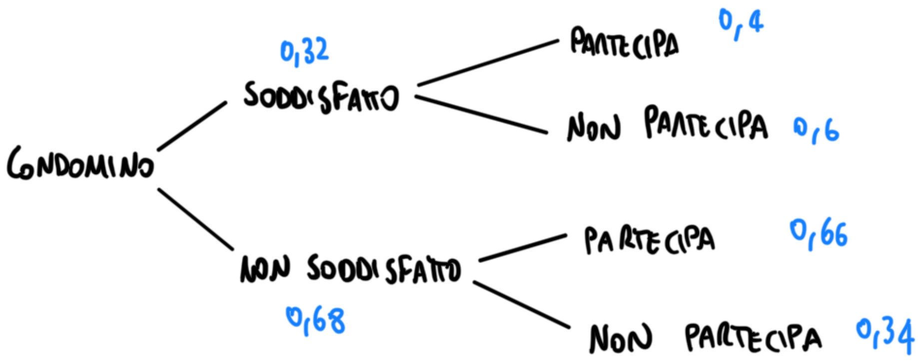
In un condominio il 32% è soddisfatto, il 68% non lo è. In una assemblea partecipano il 40% dei soddisfatti e il 66% degli insoddisfatti. Un condomino che partecipa all'assemblea è scelto a caso. Qual è la probabilità che si tratti di un condomino soddisfatto?

Answer:

Check

EVENTI:

S = "essere soddisfatto"



$|\Omega|$ = n. casi totale = $0,32 \cdot 0,4 + 0,68 \cdot 0,66$

$|A|$ = probabilità di avere un soddisfatto tra i partecipanti : $0,4 \cdot 0,32$

$$P = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{0,4 \cdot 0,32}{0,32 \cdot 0,4 + 0,68 \cdot 0,66} = 0,2219$$ V

Question 9

Not complete

Flag question

Supponiamo che, per i test antigenici rapidi per COVID-19, si abbia

P(+|Malato) = 0.737 e P(-|Sano) = 0.993.

Le persone che fanno questo particolare tipo di test sono però più a rischio della popolazione generale, poiché tipicamente lo fanno in quanto esposte a un contagiato: non si possono quindi usare le consuete statistiche nazionali per P(Malato).

In una farmacia, però, si osserva una probabilità totale, sugli antigenici rapidi fatti presso di loro, pari a P(+) = 0.0104. Usando la formula della probabilità totale (detta anche della partizione) su P(+), trovare per quale valore di P(Malato) si ottiene P(+) =0.0104.

Answer:

Check

$P(+ \mid \text{MALATO}) = 0{,}737$
$P(- \mid \text{SANO}) = 0{,}993$
$P(+) = 0{,}0104$
$P(\text{MALATO})$?

$$\begin{cases} ① \quad P(+) = P(+\cap M) + P(+\cap S) \\ \qquad\quad\ \overset{!}{=} P(+\cap M)\cdot P(M) + P(+\cap S)\cdot P(S) \\ ② \quad P(+\mid S) = P(-^c \mid S) = 1 - P(-\mid S) \\ ③ \quad P(S) = P(M^c) = 1 - P(M) \end{cases}$$

$P(M) = X$

SOSTITUISCO ②, ③ IN ①

$$P(+) = P(+\mid M)\cdot X + [1 - P(-\mid S)][1 - X]$$

$$\to P(+) = P(+\mid M)\cdot X + (1 - X - P(-\mid S) + P(-\mid S)\cdot X)$$

$$\to P(+) = \underbrace{P(+\mid M)X} + 1 \underbrace{-X} - P(-\mid S) + \underbrace{P(-\mid S)X}$$

$$\to P(+) - 1 + P(-\mid S) = X(P(+\mid M) - 1 + P(-\mid S))$$

$$\to X = \frac{P(+) - 1 + P(-\mid S)}{P(+\mid M) - 1 + P(-\mid S)} = 0{,}0046$$ ✓

Question 10
Not complete
Flag question

Siano C e D due eventi di uno spazio campionario (Ω, P) con $P(C) = 0.52, P(D) = 0.56$, e $P(C \cap D) = 0.27$. Quanto vale $P(C^c \cap D)$?

Answer:

Check

$P(C) = 0,52$ CALCOLARE $P(C^c \cap D)$

$P(D) = 0,56$

$P(C \cap D) = 0,27$

SOL. USO 3 RISULTATI:

1. FORMULA DI INTERSEZIONE: $P(C^c \cap D) = P(C^c | D) \cdot P(D)$
2. PROPRIETÀ PROB. UNIFORME: $P(C^c | D) = 1 - P(C|D)$
3. PROBABILITÀ INTERSEZIONE: $P(C \cap D) = P(C|D) \cdot P(D) \rightarrow P(C|D) = \dfrac{P(C \cap D)}{P(D)}$

$\Rightarrow$ METTO ASSIEME I PEZZI:

DA 3: $P(C|D) = \dfrac{P(C \cap D)}{P(D)} = \dfrac{0,27}{0,56}$

DA 2: $P(C^c|D) = 1 - P(C|D) = 1 - \dfrac{0,27}{0,56}$

DA 1: $P(C^c \cap D) = P(C^c|D) \cdot P(D) = \left(1 - \dfrac{0,27}{0,56}\right) \cdot 0,56 = 0,29$ ✓

Question 11

Not complete

Flag question

Un mazzo di carte contiene 25 carte Nere e 19 carte rosse. Dopo averlo mescolato, si scelgono a caso tre carte, una dopo l'altra, senza rimetterle nel mazzo. Qual è la probabilità che la terza carta sia Nera?

Answer:

Check

25 NERE
19 ROSSE
CARTE TOTALI = 44

L'ORDINE CONTA

$|\Omega| =$ n° DI MODI CON CUI POSSO FARE 3-SEQ DA 44 $=$
$= S(n,k) = S(44,3) = \frac{44!}{41!}$

$$P = \frac{25 \cdot 43 \cdot 42}{44 \cdot 43 \cdot 42} = \frac{25}{44} = 0{,}5681$$ V

Question **12**

Not complete

Flag question

Il canale 1 di FAMP ha 98 studenti, il canale 2 ne ha 174. Si scelgono a caso 5 studenti dall'unione dei due canali. Qual è la probabilità che il gruppo formato abbia almeno tre studenti del canale 1?

Answer:

Check

CANALE 1: 98 STUDENTI
CANALE 2: 174

STIAMO LAVORANDO CON INSIEMI QUINDI L'ORDINE NON CONTA

$$|\Omega| = \binom{98+174}{5} = \binom{272}{5}$$

$|A|$ = n. insiemi di 3 studenti dal canale 1 e 2 dal canale 2 +
n. insiemi di 4 studenti dal canale 1 e 1 dal canale 2 +
n. insiemi di 5 studenti dal canale 1 e 0 dal canale 2 +

$$P = \frac{\binom{98}{3}\binom{174}{2} + \binom{98}{4}\binom{174}{1} + \binom{98}{5}}{\binom{272}{5}} = 0{,}2591$$ v

FORMULA GENERALE

$$\text{RISULTATO} = \frac{\binom{N_1}{3}\binom{N_2}{2} + \binom{N_1}{4}\binom{N_2}{1} + \binom{N_1}{5}}{\binom{N_1+N_2}{5}}$$

[N_1 = numero di studenti canale 1
N_2 = numero di studenti canale 2]