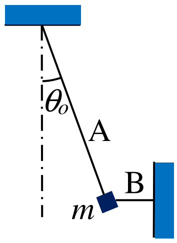
Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica (Canale 1)
Numerosità Canale 3 (Prof. G. Naletto)
Prova scritta di Fisica Generale 1 - Padova, 21 giugno 2019

Cognome .... Nome .... Matricola ....

Problema 1



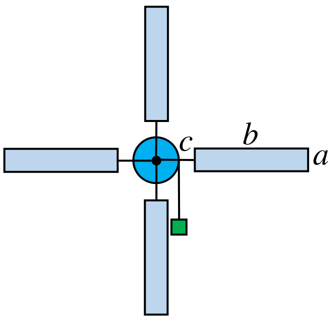
Un pendolo semplice è costituito da corpo di massa $m = 3.2$ kg appeso ad un filo ideale "A", inestensibile e di massa trascurabile, di lunghezza $L = 1.4$ m. Il corpo è collegato ad un altro filo "B" ideale vincolato all'altro estremo ad una parete. Inizialmente il corpo è fermo con entrambi i fili in tensione: il filo "A" forma un angolo $\theta_o = 35°$ con la verticale, mentre il filo "B" è orizzontale. Poi si taglia il filo "B" ed il pendolo inizia ad oscillare. Determinare:

a) la tensione T_B del filo "B";

b) il modulo v della velocità del corpo quando il filo forma un angolo $\theta = 15°$ con la verticale;

c) il minimo valore $T_{rott,min}$ della tensione di rottura del filo "A" tale da garantire l'oscillazione del pendolo.

Problema 2



Un sistema tipo "pale di mulino" è costituito da un disco centrale e da 4 pale rettangolari identiche (vedi figura). Le pale sono omogenee complanari ciascuna di massa $m_P = 100$ kg e lati $a = 0.8$ m e $b = 5$ m poste in direzione radiale a 90° l'una dall'altra; esse sono fissate tramite delle sbarre di massa trascurabile ad un asse di rotazione z orizzontale e perpendicolare al piano contenente le pale; la distanza tra l'asse z ed il lato corto delle pale più vicino è pari a c. Il disco, omogeneo di massa $m_D = 40$ kg e raggio $R = 0.6$ m, è coassiale all'asse di rotazione e ad esso vincolato; sulla sua circonferenza è avvolto un filo inestensibile e di massa trascurabile alla cui estremità libera è fissato un corpo di dimensioni trascurabili e massa $m_C = 200$ kg. Inizialmente il sistema è fermo, poi si lascia scendere il corpo. Sapendo che il momento di inerzia del sistema (quindi escluso il corpo attaccato al filo) rispetto all'asse z è $I_z = 5000$ kgm^2, e che sull'asse z c'è un momento di attrito di modulo pari a $M_a = 50$ Nm, determinare:

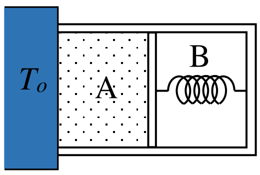
a) la distanza c;

b) il modulo α dell'accelerazione angolare del sistema pale+disco.

Il corpo si sgancia dal disco dopo essere sceso di una distanza $h = 0.8$ m. Determinare:

c) il lavoro W_a fatto dalle forze di attrito da quando inizia il moto fino a quando il sistema pale+disco si ferma.

Problema 3



Un cilindro con asse orizzontale di sezione $S = 0.2$ m^2 ha una base diatermica in contatto termico con un serbatoio di calore alla temperatura $T_o = 300$ K e tutte le altre pareti adiabatiche; esso è diviso in due sezioni da un setto adiabatico parallelo alle basi (vedi figura). La sezione A, in contatto termico con il serbatoio, di volume iniziale $V_{oA} = 0.06$ m^3, contiene $n_A = 3.2$ moli di gas ideale in equilibrio. La sezione B, di volume iniziale $V_{oB} = V_{oA}$, non contiene gas; qui, una molla ideale in linea con l'asse del cilindro è vincolata al setto e alla base del cilindro e si trova inizialmente alla sua lunghezza di riposo. Il setto si può muovere senza attriti, ma è inizialmente bloccato da un meccanismo esterno. Ad un certo istante si sblocca il setto ed il sistema raggiunge una nuova condizione di equilibrio in cui la lunghezza della molla è pari ad un terzo di quella iniziale. Determinare:

a) la pressione finale p_A del gas in A;

b) la costante elastica k della molla;

c) il calore Q_A scambiato dal gas in A con il serbatoio;

d) la variazione ΔS_U di entropia dell'universo durante questa trasformazione.

Soluzioni

Problema 1

a) $m\vec{g}+\vec{T}_A+\vec{T}_B=0 \quad\Rightarrow\quad \begin{cases} mg-T_A\cos\theta_o=0 \\ -T_A\sin\theta_o+T_B=0 \end{cases} \quad\Rightarrow\quad T_A=\dfrac{mg}{\cos\theta_o} \quad\Rightarrow\quad T_B=T_A\sin\theta_o=mg\tan\theta_o=22\text{ N}$

b) Si considera un asse verticale orientato verso l'alto, con origine nel punto più basso della traiettoria del corpo.

$$E_{mecc}=\text{cost} \quad\Rightarrow\quad mgL(1-\cos\theta_o)=\frac{1}{2}mv^2+mgL(1-\cos\theta) \quad\Rightarrow\quad v=\sqrt{2gL(\cos\theta-\cos\theta_o)}=2.01\text{ m/s}$$

c) La minima tensione di rottura richiesta corrisponde alla massima tensione cui è sottoposto il filo, cioè nel punto più basso della traiettoria.

$$T_A(\theta)-mg\cos\theta=m\frac{v(\theta)^2}{L} \quad\Rightarrow\quad T_A(\theta)=mg\cos\theta+2mg(\cos\theta-\cos\theta_o)=mg(3\cos\theta-2\cos\theta_o)$$

$$\Rightarrow\quad T_{rott,\min}=T_{A,\max}=T_A(\theta=0)=mg(3-2\cos\theta_o)=42.7\text{ N}$$

Problema 2

a) $I_z=\dfrac{1}{2}m_DR^2+4\left[\dfrac{1}{12}m_P\left(a^2+b^2\right)+m_P\left(c+\dfrac{b}{2}\right)^2\right] \quad\Rightarrow$

$$\Rightarrow\quad c=\sqrt{\frac{1}{4m_P}\left(I_z-\frac{1}{2}m_DR^2\right)-\frac{1}{12}\left(a^2+b^2\right)}-\frac{b}{2}=0.72\text{ m}$$

b) $\begin{cases} m_Cg-T=m_Ca=m_C\alpha R \\ RT-M_a=I_z\alpha \end{cases} \quad\Rightarrow\quad m_CgR-M_a=\left(I_z+m_CR^2\right)\alpha \quad\Rightarrow\quad \alpha=\dfrac{m_CgR-M_a}{I_z+m_CR^2}=0.22\text{ rad/s}^2$

c) $W_{a,acc}=-\int M_a d\theta=-M_a\Delta\theta=-M_a\dfrac{h}{R};\quad W_{a,dec}=\Delta E_{m,dec}=0-\dfrac{1}{2}I_z\omega^2=-\dfrac{1}{2}I_z2\alpha\Delta\theta=-I_z\alpha\dfrac{h}{R} \quad\Rightarrow$

$$\Rightarrow\quad W_a=W_{a,acc}+W_{a,dec}=-\frac{h}{R}\left(M_a+I_z\alpha\right)=-1548\text{ J}$$

oppure $W_a=\Delta E_m=\Delta E_{m,sistema}+\Delta E_{m,corpo}=0+\left(\dfrac{1}{2}m_Cv^2-m_Cgh\right)=\dfrac{1}{2}m_C2ah-m_Cgh=m_Ch\left(\alpha R-g\right)$

Problema 3

a) $p_{oA}V_{oA}=n_ART_o \quad\Rightarrow\quad p_{oA}=\dfrac{n_ART_o}{V_{oA}}=1.33\cdot10^5\text{ Pa}$

$$V_A+V_B=2V_{oA} \quad\Rightarrow\quad V_A=2V_{oA}-V_B=2V_{oA}-\frac{V_{oA}}{3}=\frac{5}{3}V_{oA};\quad p_A=\frac{n_ART_o}{V_A}=\frac{3}{5}p_{oA}=7.98\cdot10^4\text{ Pa};$$

b) $\ell_o=\dfrac{V_{oA}}{S}=0.3\text{ m}\quad p_AS=k|\Delta\ell|=k\left|\dfrac{\ell_o}{3}-\ell_o\right|=k\dfrac{2\ell_o}{3} \quad\Rightarrow\quad k=\dfrac{3p_AS}{2\ell_o}=\dfrac{3p_AS^2}{2V_{oA}}=7.98\cdot10^4\text{ N/m}$

c) $Q_A=W_A=-W_B=-W_{molla}=-\left(-\Delta E_{p,el}\right)=\dfrac{1}{2}k\Delta\ell^2-0=\dfrac{1}{2}k\left(\dfrac{2\ell_o}{3}\right)^2=1596\text{ J}$

d) $\Delta S_U=\Delta S_{gas}+\Delta S_{amb}=n_AR\ln\dfrac{V_A}{V_{oA}}+\dfrac{-Q_A}{T_o}=8.27\text{ J/K}$