

Reti elettriche in regime lineare

Esercizio 1

DATI: $R_1 = 1\Omega$, $R_2 = 3\Omega$,

$V_I = 4V$, $V_{DD} = 2V$, $V_{SS} = -2V$

Circuito A:

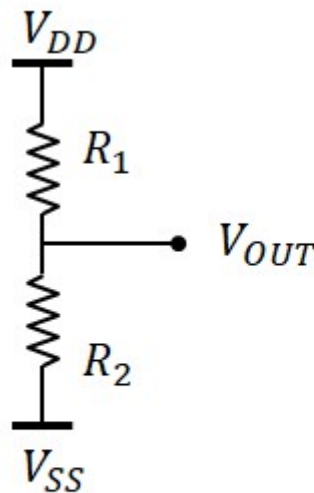
Regola del partitore di tensione:

$$V_{OUT} = V_{SS} + \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot (V_{DD} - V_{SS}) = 1V$$

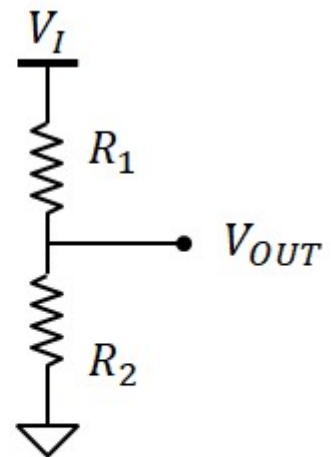
Circuito B:

Regola del partitore di tensione:

$$V_{OUT} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_I = 3V$$



(a)



(b)

Esercizio 2

DATI: $R_1 = 1\Omega$, $R_2 = 2\Omega$, $I = 3A$

Regola del partitore di corrente

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot I = 2A$$

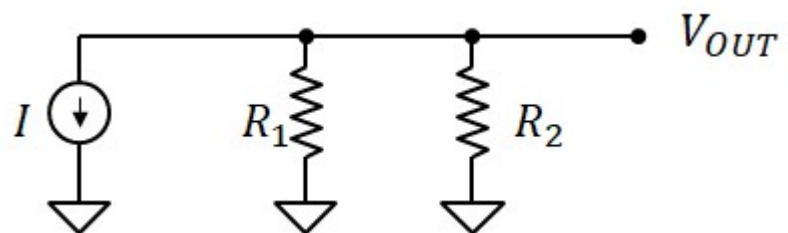
$$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot I = 1A$$

Parallelo delle resistenze

$$R_P = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 0.667\Omega$$

Legge di ohm applicata al parallelo delle resistenze

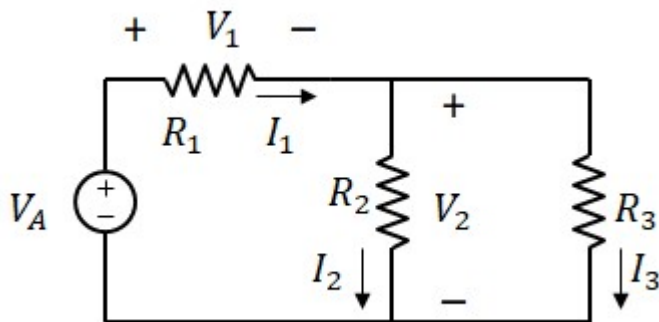
$$V_{OUT} = R_P \cdot (-I) = -2V$$



Il segno meno deriva dal fatto che abbiamo preso la massa come elettrodo di riferimento e V_{OUT} è misurato rispetto alla massa. Quindi V_{OUT} è l'elettrodo "+" e la massa l'elettrodo "-". La corrente entra nelle resistenze dal terminale di massa (-) ed esce dal terminale V_{OUT} (+). Secondo le convenzioni degli utilizzatori, invece, la legge di ohm assume la corrente che va dal terminale + al terminale - della resistenza. Dobbiamo quindi invertire il verso di I nell'applicare la legge di ohm.

Esercizio 3

DATI: $R_1 = 4.7\text{k}\Omega$, $R_2 = 2.2\text{k}\Omega$, $R_3 = 18\text{k}\Omega$, $V_A = 10\text{V}$

**1) Tensioni V_1 e V_2**

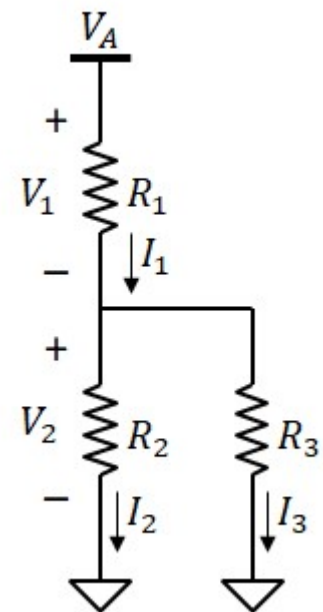
Resistenza equivalente al parallelo di R_2 e R_3 :

$$R_P = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = 1.96 \cdot \text{k}\Omega$$

Usando la formula del partitore di tensione:

$$V_1 = V_A \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_P} = 7.06 \text{ V}$$

$$V_2 = V_A \cdot \frac{R_P}{R_1 + R_P} = 2.94 \text{ V}$$



rappresentazione "elettronica" usando il potenziale di massa e i riferimenti di tensione

2) Correnti attraverso R_1 , R_2 e R_3

Usando la legge di Ohm

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} = 1.5 \cdot \text{mA}$$

$$I_2 = \frac{V_2}{R_2} = 1.34 \cdot \text{mA}$$

$$I_3 = \frac{V_2}{R_3} = 0.16 \cdot \text{mA}$$

3) Potenza erogata dal generatore di tensione V_A

$$P_A = V_A \cdot I_1 = 15 \cdot \text{mW}$$

Convenzione dei generatori: corrente positiva se entrante nel terminale negativo e uscente dal terminale positivo.

P_A è positiva. Ciò significa che il generatore sta erogando potenza

4) Potenza consumata dalle tre resistenze

$$P_1 = V_1 \cdot I_1 = 10.6 \cdot \text{mW}$$

$$P_2 = V_2 \cdot I_2 = 3.9 \cdot \text{mW}$$

$$P_3 = V_2 \cdot I_3 = 0.5 \cdot \text{mW}$$

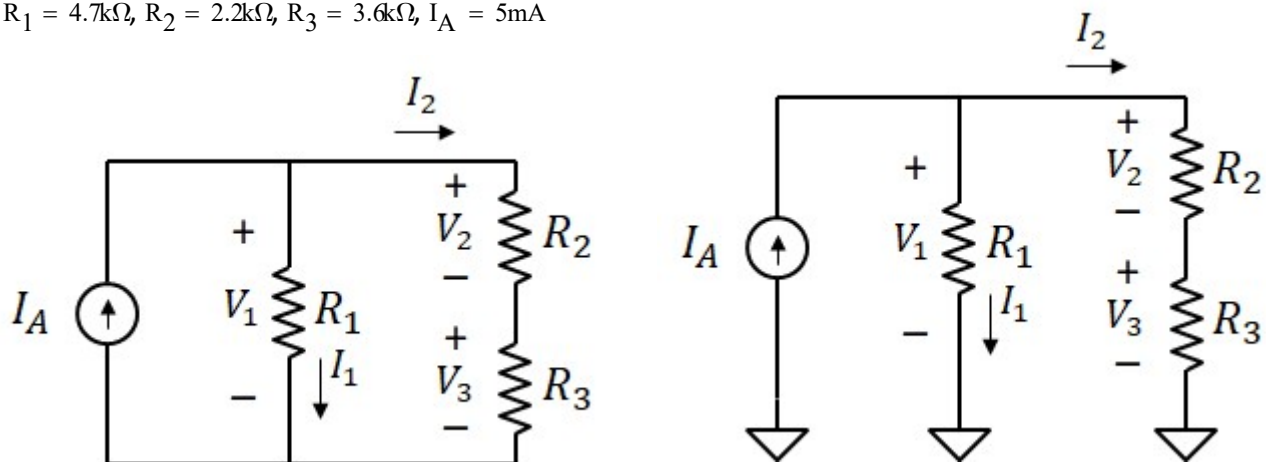
Convenzione degli utilizzatori: corrente positiva se entrante nel terminale positivo e uscente dal terminale negativo.

P_1, P_2, P_3 sono positive. Ciò significa che le tre resistenze stanno assorbendo potenza.

Notiamo che: $P_1 + P_2 + P_3 = 15 \cdot \text{mW} = P_A$

Esercizio 4

DATI: $R_1 = 4.7\text{k}\Omega$, $R_2 = 2.2\text{k}\Omega$, $R_3 = 3.6\text{k}\Omega$, $I_A = 5\text{mA}$



representazione "elettronica" usando il potenziale di massa

1) Correnti I_1 e I_2

Resistenza equivalente alla serie di R_2 e R_3 :

$$R_S = R_2 + R_3 = 5.8\text{ k}\Omega$$

Usando la formula del partitore di corrente

$$I_1 = I_A \cdot \frac{R_S}{R_1 + R_S} = 2.76\text{ mA}$$

$$I_2 = I_A \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_S} = 2.24\text{ mA}$$

2) Tensioni V_1 , V_2 e V_3 ai capi delle resistenze R_1 , R_2 e R_3 .

tensione ai capi di R_1 (legge di ohm):

$$V_1 = R_1 \cdot I_1 = 12.98\text{ V}$$

tensione ai capi di R_2 (legge di ohm):

$$V_2 = R_2 \cdot I_2 = 4.92\text{ V}$$

tensione ai capi di R_3 (legge di ohm):

$$V_3 = R_3 \cdot I_2 = 8.06\text{ V}$$

In alternativa per R_2 e R_3 , usando la formula del partitore di tensione:

$$V_2 = V_1 \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_3} = 4.92\text{ V} \quad V_3 = V_1 \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3} = 8.06\text{ V}$$

3) Potenza erogata dal generatore di tensione V_A

$$P_A = I_A \cdot V_1 = 64.9\text{ mW}$$

Convenzione dei generatori: corrente positiva se entrante nel terminale negativo e uscente dal terminale positivo.

P_A è positiva. Ciò significa che il generatore sta erogando potenza

4) Potenza consumata dalle tre resistenze

$$P_1 = V_1 \cdot I_1 = 35.9\text{ mW}$$

Convenzione degli utilizzatori: corrente positiva se entrante nel terminale positivo e uscente dal terminale negativo.

$$P_2 = V_2 \cdot I_2 = 11\text{ mW}$$

P_1, P_2, P_3 sono positive. Ciò significa che le tre resistenze stanno assorbendo potenza.

$$P_3 = V_3 \cdot I_2 = 18\text{ mW}$$

Notiamo che: $P_1 + P_2 + P_3 = 64.9\text{ mW} = P_A$

Esercizio 5

DATI: $R_A = 2\text{k}\Omega$, $R_B = 6\text{k}\Omega$, $R_C = 3\text{k}\Omega$

1. Trovare l'espressione di V_O in funzione di V_A e V_B

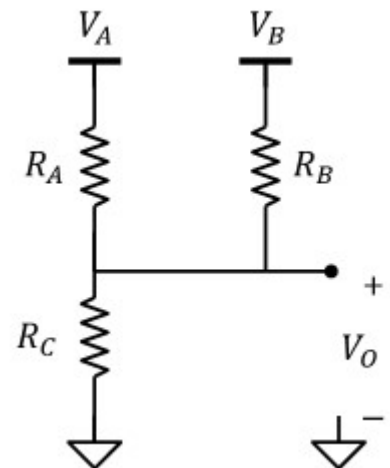
Legge di Kirchhoff:

(orientiamo tutte le correnti con verso uscente dal nodo a potenziale V_O).

$$i_A + i_B + i_C = 0$$

$$\frac{V_O - V_A}{R_A} + \frac{V_O - V_B}{R_B} + \frac{V_O - 0}{R_C} = 0$$

$$V_O \left(\frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_C} \right) = \frac{V_A}{R_A} + \frac{V_B}{R_B}$$



$$V_O = \frac{\left(\frac{V_A}{R_A} + \frac{V_B}{R_B} \right)}{\left(\frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_C} \right)}$$

L'espressione corrisponde alla media pesata dei potenziali V_A , V_B e 0V usando come pesi i reciproci delle resistenze

2a. Quanto vale V_O con $V_A = 2\text{V}$, $V_B = 0\text{V}$?

$$V_O = \frac{\left(\frac{V_A}{R_A} + \frac{V_B}{R_B} \right)}{\left(\frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_C} \right)} = 1\text{V}$$

2b. Quanto vale V_O con $V_A = 0\text{V}$, $V_B = -3\text{V}$?

$$V_O = \frac{\left(\frac{V_A}{R_A} + \frac{V_B}{R_B} \right)}{\left(\frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_C} \right)} = -0.5\text{V}$$

2c. Quanto vale V_O con $V_A = 2\text{V}$, $V_B = -3\text{V}$?

$$V_O = \frac{\left(\frac{V_A}{R_A} + \frac{V_B}{R_B} \right)}{\left(\frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_C} \right)} = 0.5\text{V}$$

Esercizio 6

DATI: $R_A = 2k\Omega$, $R_B = 6k\Omega$, $R_C = 3k\Omega$

1. Trovare l'espressione di V_O in funzione di V_A e V_B

Legge di Kirchhoff:

(orientiamo tutte le correnti con verso uscente dal nodo a potenziale V_O).

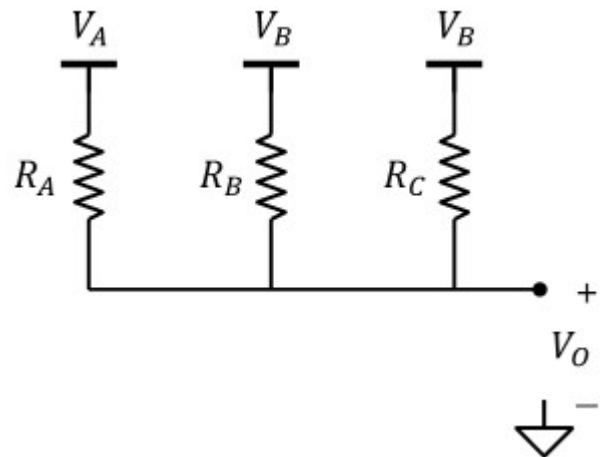
$$i_A + i_B + i_C = 0$$

$$\frac{V_O - V_A}{R_A} + \frac{V_O - V_B}{R_B} + \frac{V_O - V_C}{R_C} = 0$$

$$V_O \left(\frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_C} \right) = \frac{V_A}{R_A} + \frac{V_B}{R_B} + \frac{V_C}{R_C}$$

$$V_O = \frac{\left(\frac{V_A}{R_A} + \frac{V_B}{R_B} + \frac{V_C}{R_C} \right)}{\left(\frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_C} \right)}$$

L'espressione corrisponde alla media pesata dei potenziali V_A , V_B e V_C usando come pesi i reciproci delle resistenze



2a. Quanto vale V_O con $V_A = -1V$, $V_B = 0V$, $V_C = 0V$?

$$V_O = \frac{\left(\frac{V_A}{R_A} + \frac{V_B}{R_B} + \frac{V_C}{R_C} \right)}{\left(\frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_C} \right)} = -0.5V$$

2b. Quanto vale V_O con $V_A = 0V$, $V_B = 0V$, $V_C = -3V$?

$$V_O = \frac{\left(\frac{V_A}{R_A} + \frac{V_B}{R_B} + \frac{V_C}{R_C} \right)}{\left(\frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_C} \right)} = -1V$$

2c. Quanto vale V_O con $V_A = -1V$, $V_B = 6V$, $V_C = 0V$?

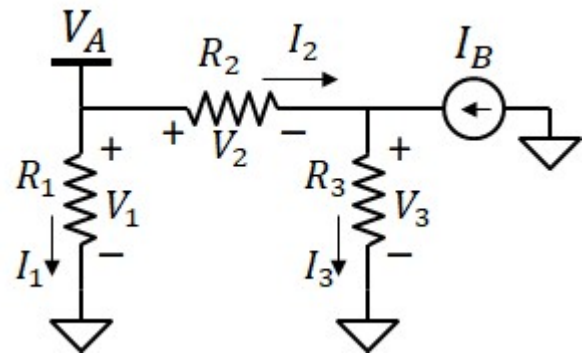
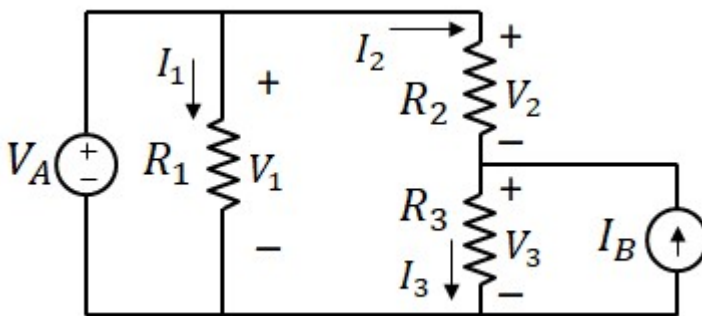
$$V_O = \frac{\left(\frac{V_A}{R_A} + \frac{V_B}{R_B} + \frac{V_C}{R_C} \right)}{\left(\frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_C} \right)} = 0.5V$$

2d. Quanto vale V_O con $V_A = -1V$, $V_B = 6V$, $V_C = -3V$?

$$V_O = \frac{\left(\frac{V_A}{R_A} + \frac{V_B}{R_B} + \frac{V_C}{R_C} \right)}{\left(\frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_C} \right)} = -0.5V$$

Esercizio 7

DATI: $R_1 = 1\text{k}\Omega$, $R_2 = 4\text{k}\Omega$, $R_3 = 1\text{k}\Omega$, $V_A = 5\text{V}$, $I_B = 5\text{mA}$



representazione "elettronica" usando il potenziale di massa e i riferimenti di tensione

1) Tensioni V_1 , V_2 e V_3 e correnti I_1 , I_2 e I_3 usando le leggi di Kirchhoff e di Ohm

$$V_1 = V_A = 5\text{V}$$

$$I_1 = \frac{V_A}{R_1} = 5\text{mA}$$

Legge di Kirchhoff alla maglia $V_A - R_2 - R_3$ $R_2 \cdot I_2 + R_3 \cdot I_3 - V_A = 0$ (1)

Legge di Kirchhoff al nodo tra I_B , R_2 , R_3 $I_2 + I_B - I_3 = 0$ (2)

Da (2) ricaviamo: $I_3 = I_2 + I_B$

Sostituiamo in (1): $R_2 \cdot I_2 + R_3 \cdot (I_2 + I_B) - V_A = 0$

$$R_2 \cdot I_2 + R_3 \cdot I_2 = V_A - R_3 \cdot I_B$$

$$I_2 = \frac{V_A - R_3 \cdot I_B}{R_2 + R_3} = 0\text{A}$$

$$I_3 = I_2 + I_B = 5\text{mA}$$

Legge di Ohm per R_2 e R_3 $V_2 = R_2 \cdot I_2 = 0\text{V}$ $V_3 = R_3 \cdot I_3 = 5\text{V}$

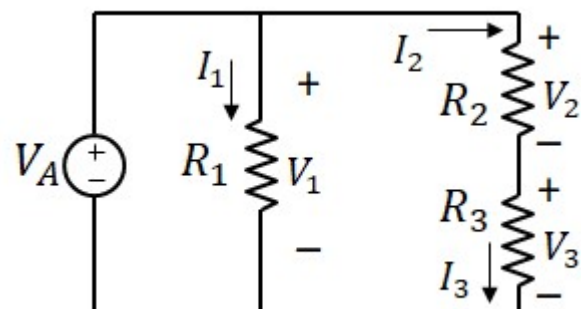
2) Tensioni V_1 , V_2 e V_3 e correnti I_1 , I_2 e I_3 usando la sovrapposizione degli effetti

Spegliamo il generatore di corrente I_B (circuitto aperto)

Tensione e corrente su R_1 : $V_{1A} = V_A$ $I_{1A} = \frac{V_{1A}}{R_1}$

Corrente attraverso R_2 e R_3 : $I_{2A} = \frac{V_A}{R_2 + R_3} = 1\text{mA}$

$$I_{3A} = I_{2A}$$

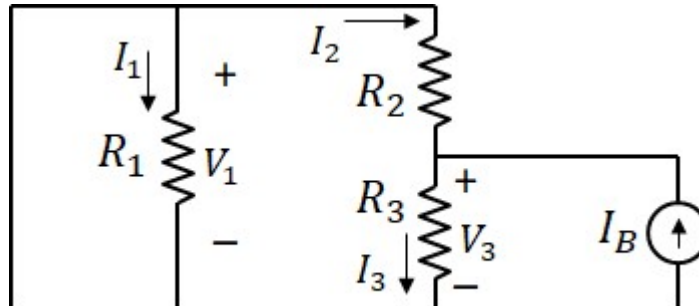


Tensionio ai capi di R_2 e R_3 :

$$V_{2A} = R_2 \cdot I_{2A} = 4 \text{ V}$$

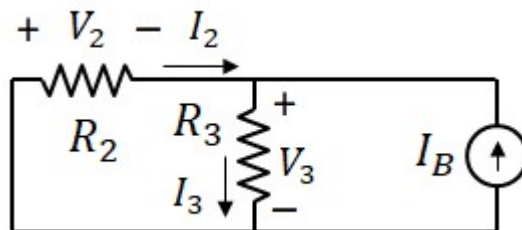
$$V_{3A} = R_3 \cdot I_{3A} = 1 \text{ V}$$

Spegliamo il generatore di corrente V_A (cortocircuito)



R_1 è cortocircuitata: $V_{1B} = 0 \quad I_{1B} = 0$

Il circuito si può semplificare in questo modo:



Partitore di corrente tra R_2 e R_3 :

$$I_{2B} = -\frac{R_3}{R_2 + R_3} \cdot I_B = -1 \cdot \text{mA} \quad (\text{il segno meno è dovuto al fatto che abbiamo orientato la freccia di } I_2 \text{ in verso opposto a quella di } I_B)$$

$$I_{3B} = \frac{R_2}{R_2 + R_3} \cdot I_B = 4 \cdot \text{mA}$$

Tensione ai capi delle resistenze (legge di ohm):

$$V_{2B} = R_2 \cdot I_{2B} = -4 \text{ V} \quad V_{3B} = R_3 \cdot I_{3B} = 4 \text{ V}$$

(Notiamo che le tensioni hanno lo stesso modulo, ma segno opposto, coerentemente con i riferimenti presi. Il terminale + di R_2 coincide con il terminale - di R_3 e viceversa).

Sovrapponiamo gli effetti:

$$V_1 = V_{1A} + V_{1B} = 5 \text{ V}$$

$$I_1 = I_{1A} + I_{1B} = 5 \cdot \text{mA}$$

$$V_2 = V_{2A} + V_{2B} = 0 \text{ V}$$

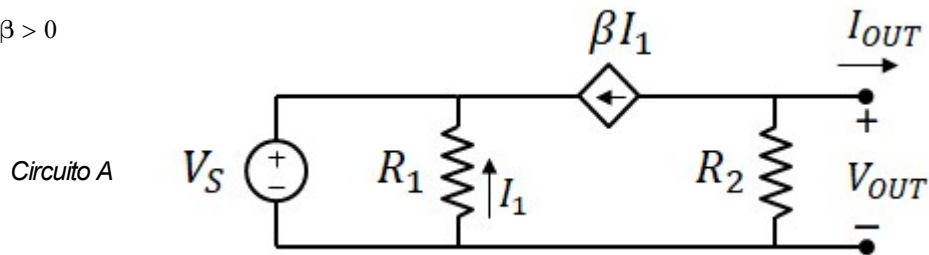
$$I_2 = I_{2A} + I_{2B} = 0 \cdot \text{mA}$$

$$V_3 = V_{3A} + V_{3B} = 5 \text{ V}$$

$$I_3 = I_{3A} + I_{3B} = 5 \cdot \text{mA}$$

Esercizio 8

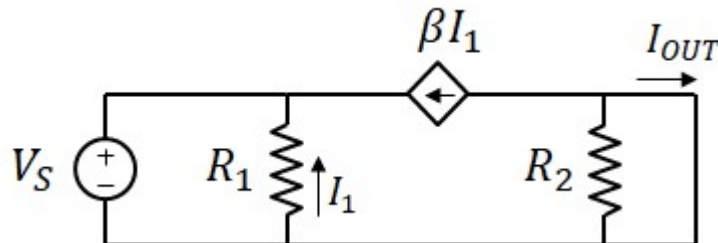
$$\beta > 0$$

**Tensione di circuito aperto**

Corrente attraverso R_1 : $I_1 = \frac{-V_S}{R_1}$ (Il segno meno è dovuto al verso scelto per la corrente I_1)

Tensione all'uscita (V_{OUT}):

$$V_{TH} = V_{OUT} = R_2 \cdot (-\beta \cdot I_1) = \frac{R_2 \cdot \beta}{R_1} \cdot V_S$$

Corrente di cortocircuito

$I_N = I_{OUT} = -\beta \cdot I_1$ La corrente attraverso R_2 è nulla poichè R_2 è cortocircuitata

$$I_N = -\beta \cdot \left(\frac{-V_S}{R_1} \right) = \frac{\beta \cdot V_S}{R_1}$$

Calcolo della resistenza equivalente

Metodo 1: date la tensione di circuito aperto e la corrente di cortocircuito:

$$R_{EQ} = \frac{V_{TH}}{I_N} \quad R_{EQ} = R_2$$

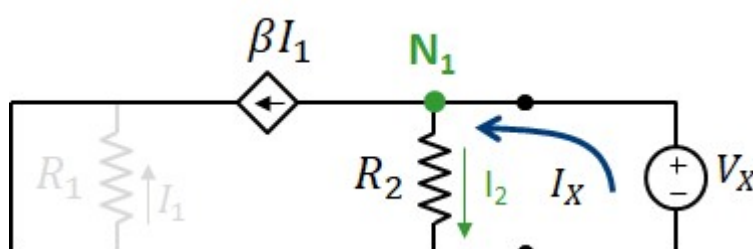
Metodo 2: se non si conoscono V_{TH} o I_N è possibile usare il seguente procedimento:

1) Annullare tutti i generatori indipendenti

(sostituire tutti i generatori indipendenti di tensione con cortocircuiti e i generatori indipendenti di corrente con circuiti aperti)

2) Applicare una tensione V_X ai capi dell'uscita e calcolare la corrente I_X entrante nel circuito

(cioè equivale ad assumere la convenzione degli utilizzatori per il circuito e dei generatori per la sorgente indipendente V_X)



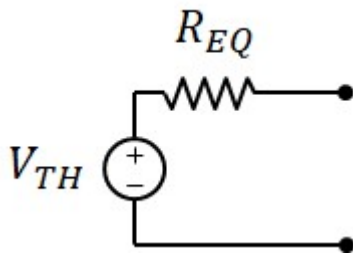
Per R_1 non passa corrente poichè ai suoi capi la tensione è nulla. Quindi il generatore di corrente controllato in cortocircuito eroga una corrente $\beta I_1 = 0$

Legge di kirchhoff al nodo N_1 : $I_X - I_2 - \beta \cdot I_1 = 0$

$$I_X = I_2 = \frac{V_X}{R_2}$$

$$R_{EQ} = \frac{V_X}{I_X} = R_2$$

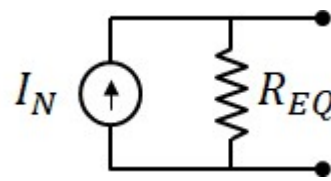
Rappresentazione secondo thevenin



$$V_{TH} = \frac{R_2 \cdot \beta}{R_1} \cdot V_S$$

$$R_{EQ} = R_2$$

Rappresentazione secondo norton:

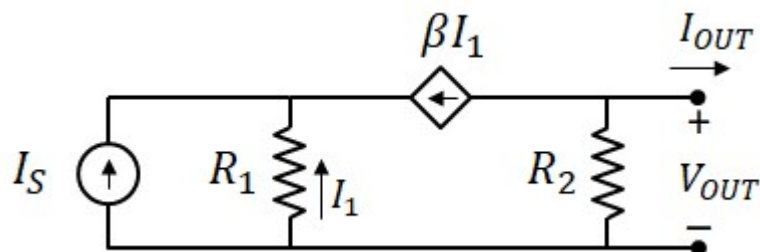


$$I_N = \frac{\beta \cdot V_S}{R_1}$$

$$R_{EQ} = R_2$$

$\beta > 0$

Circuito B



Tensione di circuito aperto

Legge di kirchhoff ai nodi:

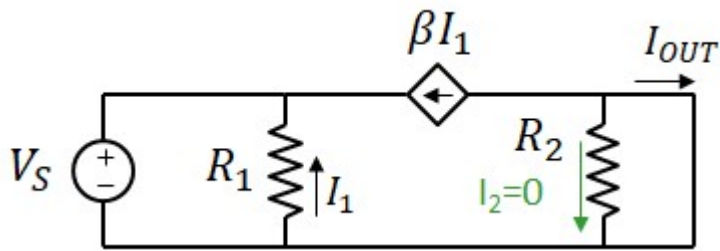
$$I_S + I_1 + \beta \cdot I_1 = 0$$

$$I_1 = \frac{-I_S}{1 + \beta}$$

$$-\beta \cdot I_1 - \frac{V_{OUT}}{R_2} = 0$$

$$V_{OUT} = -R_2 \cdot \beta \cdot I_1 = \frac{\beta}{1 + \beta} \cdot R_2 \cdot I_S$$

$$V_{TH} = \frac{\beta}{1 + \beta} \cdot R_2 \cdot I_S$$

Corrente di cortocircuito

Cortocircuitando l'uscita, la caduta di tensione su R_2 è nulla e quindi è nulla la corrente attraverso R_2 .

Legge di Kirchhoff ai nodi:

$$I_S + I_1 + \beta \cdot I_1 = 0$$

$$I_1 = \frac{-I_S}{1 + \beta}$$

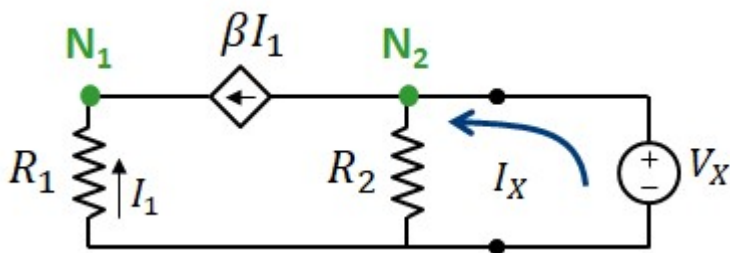
$$I_N = I_{OUT} = -\beta \cdot I_1 = \frac{\beta}{1 + \beta} \cdot I_S$$

Resistenza equivalente

Metodo 1:

$$R_{EQ} = \frac{V_{TH}}{I_N} = R_2$$

Metodo 2: Annulliamo la corrente I_S (equivale a sostituire il generatore con un circuito aperto)



Legge di Kirchhoff al nodo N_1 :

$$I_1 + \beta \cdot I_1 = 0$$

$$I_1 = 0$$

Legge di Kirchhoff al nodo N_2 :

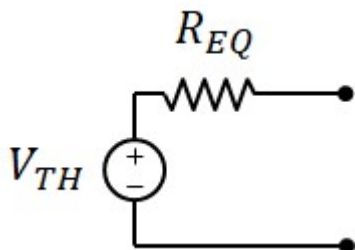
$$I_X - \beta I_1 - \frac{V_X}{R_2} = 0$$

$$I_X = \frac{V_X}{R_2}$$

Resistenza equivalente:

$$R_{EQ} = \frac{V_X}{I_X} = R_2$$

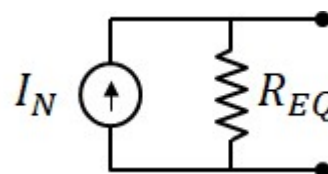
Rappresentazione secondo Thevenin



$$V_{TH} = \frac{\beta}{1 + \beta} \cdot R_2 \cdot I_S$$

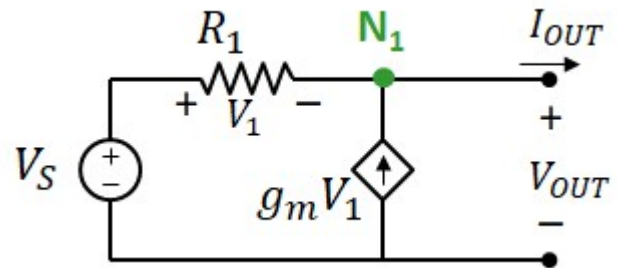
$$R_{EQ} = R_2$$

Rappresentazione secondo Norton:



$$I_N = \frac{\beta}{1 + \beta} \cdot I_S$$

$$R_{EQ} = R_2$$

Esercizio 9DATI: $R_1 = 100\text{k}\Omega$, $g_m = 2\text{mS}$ **Tensione di circuito aperto**

Legge di kirchhoff al nodo: $\frac{V_1}{R_1} + g_m \cdot V_1 = 0$

$$V_1 = 0$$

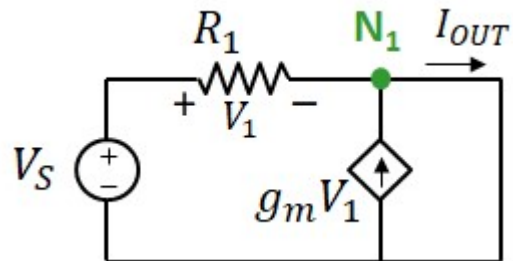
Legge di kirchhoff alla maglia: $V_S - V_1 - V_{OUT} = 0$

$$V_{OUT} = V_S$$

Corrente di cortocircuito

Legge di kirchhoff alla maglia: $V_S - V_1 = 0$

$$V_1 = V_S$$



Legge di kirchhoff al nodo: $\frac{V_1}{R_1} + g_m \cdot V_1 - I_{OUT} = 0$

$$I_N = I_{OUT} = \left(\frac{1}{R_1} + g_m \right) \cdot V_1 = \left(\frac{1}{R_1} + g_m \right) \cdot V_S$$

$$I_N = \left(\frac{1}{R_1} + g_m \right) \cdot V_S$$

Resistenza equivalente

1) Annullare tutti i generatori indipendenti

2) Applicare una tensione V_X ai capi dell'uscita e calcolare la corrente I_X entrante nel circuito

Tensione ai capi di R_1 : $V_1 = -V_X$

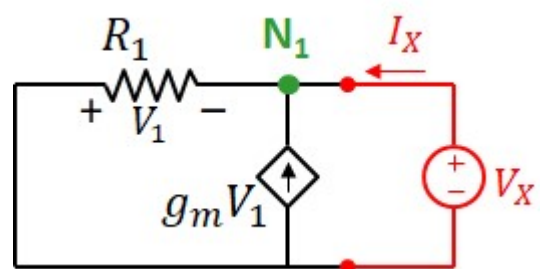
Corrente attraverso il generatore pilotato: $g_m \cdot V_1 = -g_m \cdot V_S$

Legge di kirchhoff al nodo N_1 : $I_X + g_m \cdot V_1 + \frac{V_1}{R_1} = I_X + (-g_m \cdot V_S) + \frac{-V_S}{R_1}$

$$I_X = \left(g_m + \frac{1}{R_1} \right) \cdot V_S$$

$$R_{EQ} = \frac{V_X}{I_X} = \frac{V_S}{\left(g_m + \frac{1}{R_1} \right) \cdot V_S}$$

$$R_{EQ} = \left(g_m + \frac{1}{R_1} \right)^{-1} = 497.5 \Omega$$



Esercizio 10

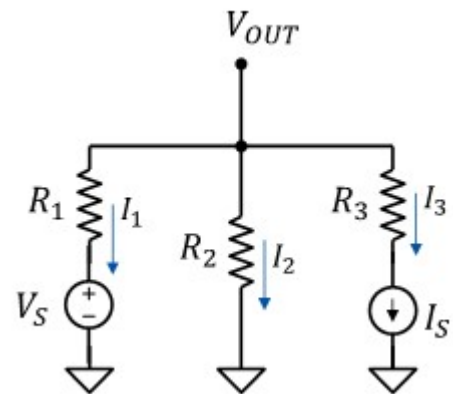
DATI: $R_1 = 1\text{k}\Omega$, $R_2 = 3\text{k}\Omega$, $R_3 = 2\text{k}\Omega$, $V_S = 10\text{V}$, $I_S = 5\text{mA}$

1) Leggi di Kirchhoff

Legge di Kirchhoff al nodo V_{OUT}

$$\frac{V_{OUT} - V_S}{R_1} + \frac{V_{OUT}}{R_2} + I_S = 0$$

$$V_{OUT} \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{V_S}{R_1} - I_S$$



$$V_{OUT} = \frac{R_2 \cdot V_S - I_S \cdot R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 3.75 \text{ V}$$

$$I_1 = \frac{V_{OUT} - V_S}{R_1} = -6.25 \cdot \text{mA}$$

$$I_2 = \frac{V_{OUT} - 0}{R_2} = 1.25 \cdot \text{mA}$$

$$I_3 = I_S = 5 \cdot \text{mA}$$

2) Sovrapposizione degli effetti

Usiamo solo V_S :

$$V_{OUT1} = V_S \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 7.5 \text{ V} \quad I_{1_1} = \frac{V_{OUT1} - V_S}{R_1} = -2.5 \cdot \text{mA} \quad I_{2_1} = \frac{V_{OUT1}}{R_2} = 2.5 \cdot \text{mA} \quad I_{3_1} = 0$$

Usiamo solo I_S : R_1 e R_2 sono in parallelo: $R_P = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 750 \Omega$

$$V_{OUT2} = -I_S \cdot R_P = -3.75 \text{ V} \quad I_{1_2} = \frac{V_{OUT2}}{R_1} = -3.75 \cdot \text{mA} \quad I_{2_2} = \frac{V_{OUT2}}{R_2} = -1.25 \cdot \text{mA} \quad I_{3_2} = I_S$$

Sommiamo:

$$V_{OUT} = V_{OUT1} + V_{OUT2} = 3.75 \text{ V}$$

$$I_1 = I_{1_1} + I_{1_2} = -6.25 \cdot \text{mA}$$

$$I_2 = I_{2_1} + I_{2_2} = 1.25 \cdot \text{mA}$$

$$I_3 = I_{3_1} + I_{3_2} = 5 \cdot \text{mA}$$

3) Teorema di Thevenin

Applichiamo il teorema di Thevenin alla maglia V_S - R_1 - R_3 - I_S usando R_2 come carico

Tensione di circuito aperto $V_{TH} = V_S - R_1 \cdot I_S = 5 \text{ V}$

Resistenza equivalente $R_{EQ} = R_1$

Applichiamo il generatore di Thevenin al carico R_2 :

$$V_{OUT} = V_{TH} \frac{R_2}{R_{EQ} + R_2} = 3.75 \text{ V}$$

Noto V_{OUT} calcoliamo le correnti dal circuito originale

$$I_1 = \frac{V_{OUT} - V_S}{R_1} = -6.25 \cdot \text{mA}$$

$$I_2 = \frac{V_{OUT} - 0}{R_2} = 1.25 \cdot \text{mA}$$

$$I_3 = I_S = 5 \cdot \text{mA}$$

4) Teorema di Norton

Applichiamo il teorema di Norton alla maglia V_S - R_1 - R_3 - I_S usando R_2 come carico

Corrente di cortocircuito $I_N = -(I_3 + I_1)$

$$I_3 = I_S = 5 \cdot \text{mA}$$

$$I_1 = \frac{0 - V_S}{R_1} = -10 \cdot \text{mA}$$

$$I_N = -(I_3 + I_1) = 5 \cdot \text{mA}$$

Resistenza equivalente $R_{EQ} = R_1$

Applichiamo il generatore di Norton al carico R_2 :

$$V_{OUT} = I_N \left(\frac{R_2 \cdot R_{EQ}}{R_2 + R_{EQ}} \right) = 3.75 \text{ V}$$

Noto V_{OUT} calcoliamo le correnti dal circuito originale

$$I_1 = \frac{V_{OUT} - V_S}{R_1} = -6.25 \cdot \text{mA}$$

$$I_2 = \frac{V_{OUT} - 0}{R_2} = 1.25 \cdot \text{mA}$$

$$I_3 = I_S = 5 \cdot \text{mA}$$

Esercizio 11

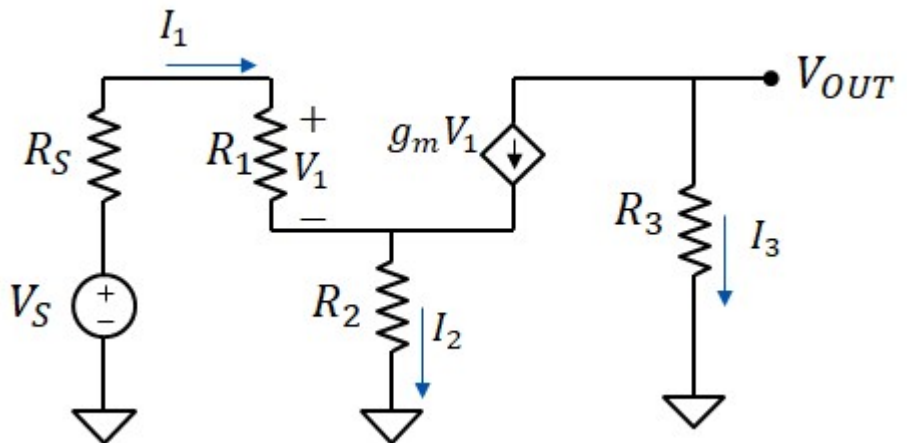
DATI:

$$R_S = 1 \cdot k\Omega,$$

$$R_1 = 1k\Omega, R_2 = 2k\Omega, R_3 = 3k\Omega,$$

$$g_m = 100mS$$

$$V_S = 5V$$

**1) Calcolare la tensione V_{OUT} e le correnti I_1 , I_2 e I_3**

Dalle leggi di Kirchhoff: $V_S - (R_S + R_1) \cdot I_1 - R_2 \cdot I_2 = 0$

$$I_2 = I_1 + g_m \cdot V_1 = I_1 + g_m \cdot R_1 \cdot I_1 = I_1 \cdot (1 + g_m \cdot R_1)$$

$$V_S - (R_S + R_1) \cdot I_1 - R_2 \cdot I_1 \cdot (1 + g_m \cdot R_1) = 0$$

Corrente I_1 :
$$I_1 = \frac{V_S}{R_S + R_1 + R_2 \cdot (1 + g_m \cdot R_1)} = 24.5 \cdot \mu A$$

Corrente I_3 : $V_1 = R_1 \cdot I_1 = 0.025 V$
$$I_3 = -g_m \cdot V_1 = -2.45 \cdot mA$$

Corrente I_2 :
$$I_2 = I_1 + g_m \cdot V_1 = 2.475 \cdot mA$$

Tensione di uscita:
$$V_{OUT} = R_3 \cdot I_3 = -7.35 V$$

2) Rappresentazione secondo thevenin e secondo norton

Tensione di circuito aperto:
$$V_{TH} = V_{OUT} = -7.35 V$$

Corrente di cortocircuito:
$$I_N = -g_m \cdot V_1 = -2.45 \cdot mA$$

Resistenza equivalente:
$$R_{EQ} = \frac{V_{TH}}{I_N} = 3 \cdot k\Omega$$

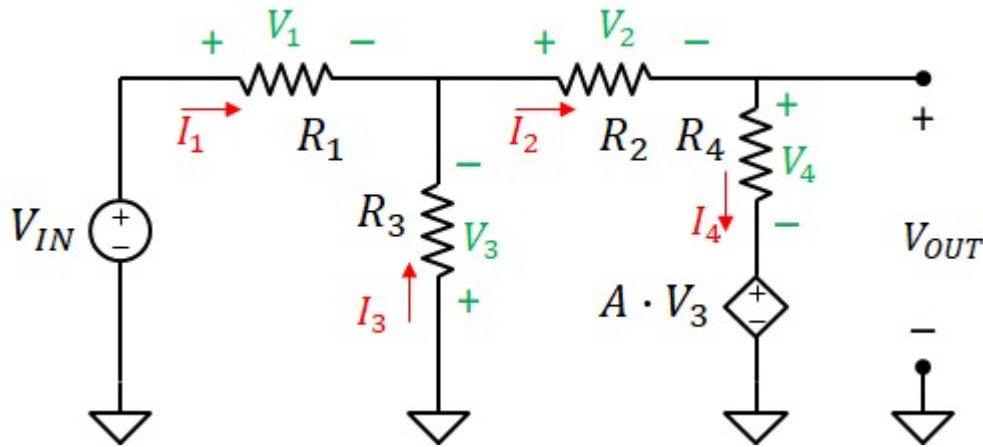
In alternativa per il calcolo della resistenza equivalente è possibile cortocircuitare il generatore indipendente (V_S) applicare una tensione V_X in uscita, calcolare la corrente I_X e fare il rapporto V_X/I_X .

Notiamo che, se $V_S = 0$ anche $V_1 = 0$. Quindi $g_m V_1 = 0$. Ciò equivale a rimuovere anche il generatore pilotato.

La corrente I_X risulta pari a V_X/R_3 . Otteniamo $R_{EQ} = R_3 = 3 \cdot k\Omega$

Esercizio 12

DATI: $V_{IN} = 1V$, $A = 99$, $R_1 = 1k\Omega$, $R_2 = 10k\Omega$, $R_3 = 99k\Omega$, $R_4 = 1k\Omega$, $R_L = 100\Omega$

**1) Tensione V_{OUT}**

Con i versi (arbitrariamente) scelti in figura ricaviamo dalle leggi di Kirchhoff:

$$V_{OUT} = V_4 + A \cdot V_3 = A \cdot R_3 \cdot I_3 + R_4 \cdot I_4 = A \cdot R_3 \cdot I_3 + R_4 \cdot I_2 \quad (\text{la corrente che attraversa } R_2 \text{ è la stessa che attraversa } R_4)$$

Calcoliamo le correnti I_2 e I_3 . Ricaviamo dalle leggi di Kirchhoff:

$$I_1 + I_3 - I_2 = 0$$

$$V_{IN} = R_1 \cdot I_1 - R_3 \cdot I_3$$

$$-V_3 = V_2 + V_4 + A \cdot V_3$$

Abbiamo il seguente sistema di tre equazioni e tre incognite:

$$(1) \quad I_1 + I_3 - I_2 = 0$$

$$(2) \quad R_1 \cdot I_1 - R_3 \cdot I_3 = V_{IN}$$

$$(3) \quad (R_2 + R_4) \cdot I_2 + (A + 1) \cdot R_3 \cdot I_3 = 0$$

$$1 \cdot \frac{\frac{R_3 \cdot (R_2 + R_4)}{2 \cdot R_3 + R_2 + R_4}}{R_1 + \frac{R_3 \cdot (R_2 + R_4)}{2 \cdot R_3 + R_2 + R_4}} = 0.83$$

$$\text{Da (3):} \quad I_2 = -\frac{A+1}{(R_2+R_4)} \cdot R_3 \cdot I_3 \quad \text{Da (2):} \quad I_1 = \frac{V_{IN}}{R_1} + \frac{R_3}{R_1} \cdot I_3$$

$$\begin{aligned} \text{Da (1):} \quad & \frac{V_{IN}}{R_1} + \frac{R_3}{R_1} \cdot I_3 + I_3 + \frac{A+1}{(R_2+R_4)} \cdot R_3 \cdot I_3 = 0 \\ I_3 = & \left[\frac{R_3}{R_1} + 1 + \frac{1+A}{(R_2+R_4)} \cdot R_3 \right]^{-1} \cdot \frac{V_{IN}}{R_1} = -1 \cdot \mu A \end{aligned}$$

$$I_2 = -\frac{A+1}{(R_2+R_4)} \cdot R_3 \cdot I_3 = 900 \cdot \mu A$$

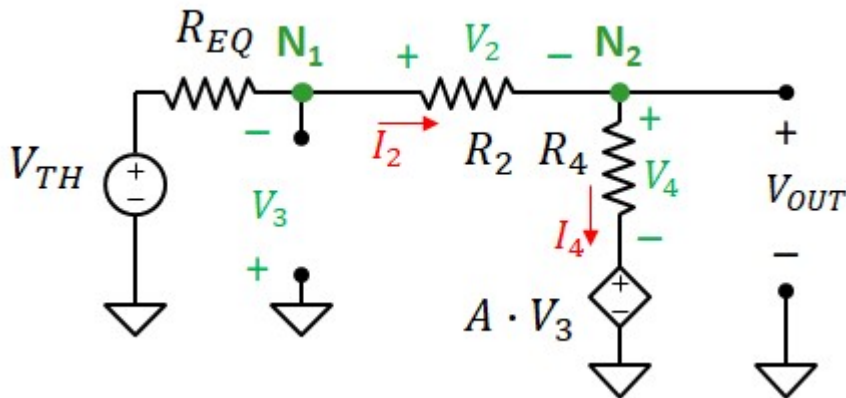
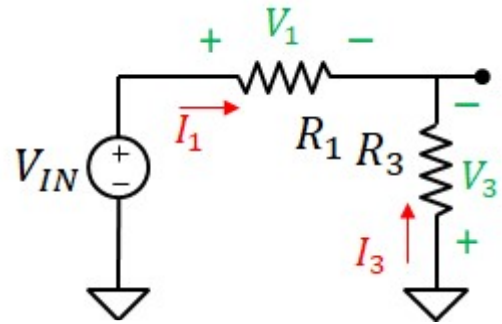
$$V_{OUT} = A \cdot R_3 \cdot I_3 + R_4 \cdot I_2 = -8.9 V$$

Metodo alternativo: usiamo il teorema di thevening

Tensione di circuito aperto: $V_{TH} = V_{IN} \cdot \frac{R_3}{R_1 + R_3} = 0.99 \text{ V}$

Resistenza equivalente: $R_{EQ} = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} = 990 \Omega$

N.B. Speziamo il circuito al nodo N_1 perchè ci serve conoscere la tensione V_3 che pilota il generatore controllato.



Legge di kirchhoff alla maglia: $V_{TH} = (R_{EQ} + R_2 + R_4) \cdot I_2 + A \cdot V_3$

Legge di kirchhoff alla maglia: $-V_3 = V_{TH} - R_{EQ} \cdot I_2$

$$V_{TH} = (R_{EQ} + R_2 + R_4) \cdot I_2 - A \cdot (V_{TH} - R_{EQ} \cdot I_2)$$

$$V_{TH} \cdot (1 + A) = (R_{EQ} + R_2 + R_4 + A \cdot R_{EQ}) \cdot I_2$$

$$I_2 = \frac{V_{TH} \cdot (1 + A)}{R_2 + R_4 + (1 + A) \cdot R_{EQ}} = 900 \cdot \mu\text{A}$$

$$V_{OUT} = V_{TH} - I_2 \cdot (R_{EQ} + R_2) = -8.9 \text{ V} \quad \text{oppure} \quad V_3 = -(V_{TH} - R_{EQ} \cdot I_2) = -0.099 \text{ V}$$

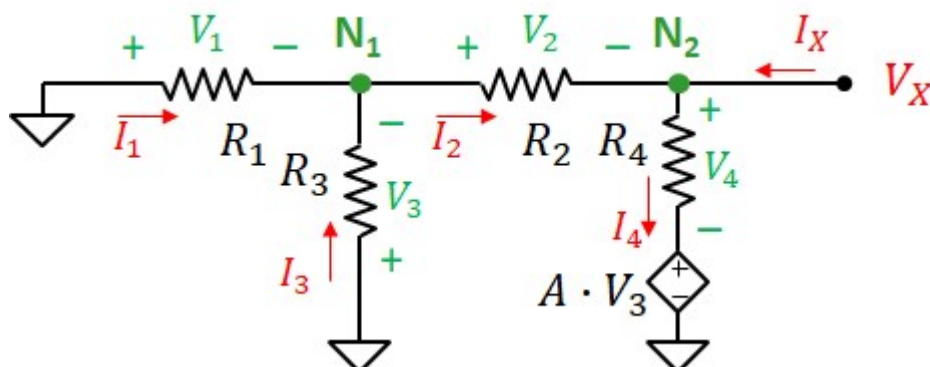
$$V_{OUT} = A \cdot V_3 + R_4 \cdot I_2 = -8.9 \text{ V}$$

2) Supponiamo di collegare all'uscita una resistenza R_L . Quanta potenza eroga il circuito alla resistenza R_L ?

Applichiamo il teorema di thevenin all'intero circuito. Abbiamo già la tensione di circuito aperto (senza carico R_L)

$$V_{TH} = V_{OUT} = -8.901 \text{ V}$$

Calcoliamo la resistenza equivalente, annullando i generatori indipendenti e fissando la tensione V_X del nodo di uscita



Definiamo: $R_P = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} = 990 \cdot \Omega$

Fissata V_X calcoliamo V_3 con la regola del partitore di tensione: $V_3 = -\frac{R_P}{R_P + R_2} \cdot V_X$

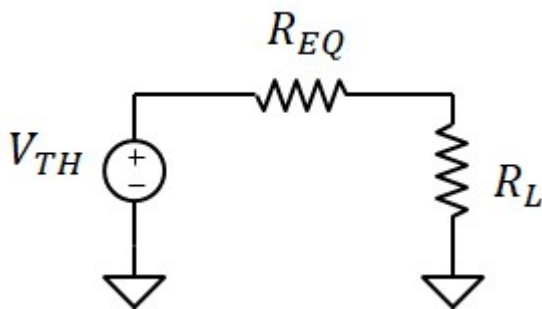
Calcoliamo la corrente I_X dalla legge di kirchhoff al nodo: $I_X + I_2 - I_4 = 0$

Usando la legge di ohm, calcoliamo: $-I_2 = \frac{V_X}{R_2 + R_P}$ (il segno meno deriva dall'orientamento scelto per I_2)

$$I_4 = \frac{V_X - A \cdot V_3}{R_4} = \frac{V_X + \frac{A \cdot R_P}{R_P + R_2} \cdot V_X}{R_4}$$

Legge di kirchhoff al nodo N_2 $I_X = I_4 - I_2 = V_X \cdot \frac{1}{R_4} \cdot \left(1 + \frac{A \cdot R_P}{R_P + R_2}\right) + \frac{V_X}{R_2 + R_P} = V_X \cdot \frac{1}{R_4} \cdot \left(1 + \frac{A \cdot R_P + R_4}{R_P + R_2}\right)$

Resistenza equivalente: $R_{EQ} = \frac{R_4}{1 + \frac{A \cdot R_P + R_4}{R_P + R_2}} = 100 \cdot \Omega$



Corrente attraverso R_L : $I_L = \frac{V_{TH}}{R_{EQ} + R_L} = -44.5 \cdot \text{mA}$

Tensione ai capi di R_L : $V_L = V_{TH} \cdot \frac{R_L}{R_{EQ} + R_L} = -4.45 \cdot \text{V}$

Potenza assorbita da R_L : $P = I_L \cdot V_L = 198.2 \cdot \text{mW}$

Esercizio 13

DATI: $R_1 = 50\text{k}\Omega$, $R_2 = 100\text{k}\Omega$, $I_1 = 2\text{mA}$, $I_2 = I_1$, $V_A = 3\text{V}$, $V_B = 12\text{V}$

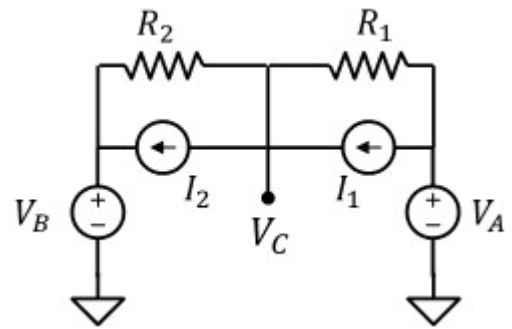
Calcolo del portenziale V_C

Legge di kirchoff al nodo:

$$\frac{V_B - V_C}{R_2} + \frac{V_A - V_C}{R_1} + I_1 - I_2 = 0$$

$$V_C \cdot \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1} \right) = \frac{V_B}{R_2} + \frac{V_A}{R_1}$$

$$V_C = \frac{V_B \cdot R_1 + R_2 \cdot V_A}{R_1 + R_2} = 6\text{ V}$$



Esercizio 14

DATI: $R_1 = 5\text{k}\Omega$, $R_2 = 20\text{k}\Omega$, $R_3 = 4\text{k}\Omega$, $V_S = 5\text{V}$,

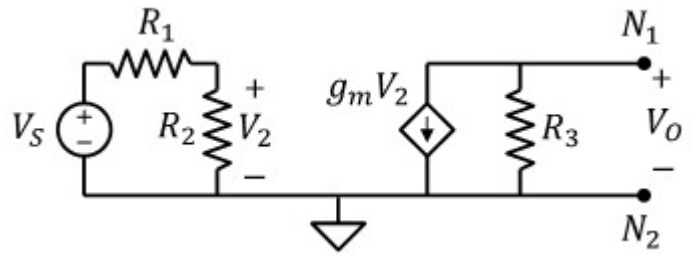
$g_m = 1\text{mS}$

1. La tensione V_O

$$V_O = R_3 \cdot I_{R3} \quad I_{R3} = -g_m \cdot V_2$$

$$V_2 = V_S \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 4\text{V} \quad I_{R3} = -g_m \cdot V_2 = -4\text{mA}$$

$$V_O = R_3 \cdot I_{R3} = -16\text{V}$$

**2. La resistenza equivalente del circuito ai nodi N_1 e N_2**

Annulliamo SOLO il generatore indipendente V_S

$$V_2 = 0 \quad g_m \cdot V_2 = 0$$

Applichiamo una tensione V_X tra N_1 e N_2 e calcoliamo la corrente entrante nel circuito I_X

$$I_X = \frac{V_X}{R_3} + g_m \cdot V_2 = \frac{V_X}{R_3}$$

$$R_{EQ} = \frac{V_X}{I_X} = R_3$$

Esercizio 15

DATI: $R_1 = 5\text{k}\Omega$, $R_2 = 20\text{k}\Omega$, $R_3 = 10\text{k}\Omega$, $V_S = 5\text{V}$,

$$g_m = 0.7\text{mS}$$

1. La tensione V_O

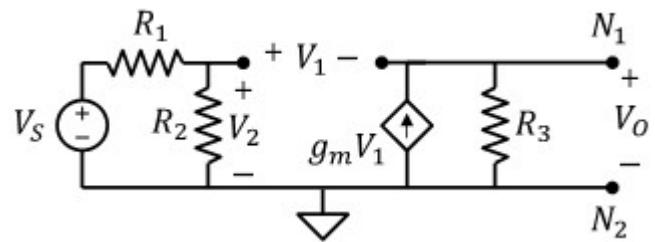
$$V_O = R_3 \cdot g_m \cdot V_1 = R_3 \cdot g_m \cdot (V_2 - V_O)$$

$$\text{con: } V_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_S = 4\text{ V}$$

Risolviamo per l'incognita V_O :

$$V_O + R_3 \cdot g_m \cdot V_O = R_3 \cdot g_m \cdot V_2$$

$$V_O = \frac{R_3 \cdot g_m}{1 + R_3 \cdot g_m} \cdot V_2 = 3.5\text{ V}$$

**2. La resistenza equivalente del circuito ai nodi N_1 e N_2**

Annulliamo il generatore indipendente: $V_S = 0$ $V_2 = 0$

Applichiamo una tensione V_X all'uscita e misuriamo la corrente I_X :

$$I_X = -g_m \cdot (0 - V_X) + \frac{V_X}{R_3}$$

$$I_X = \left(\frac{1}{R_3} + g_m \right) \cdot V_X$$

$$R_{EQ} = \frac{1}{\frac{1}{R_3} + g_m} = 1.25 \cdot \text{k}\Omega$$

Esercizio 16

DATI: $R_1 = 5\text{k}\Omega$, $R_2 = 20\text{k}\Omega$, $R_3 = 50\text{k}\Omega$, $V_S = 1\text{V}$,

$g_m = 1\text{mS}$

1. La tensione V_O

$$V_O = -R_3 \cdot g_m \cdot V_2 = -50 \cdot V_2$$

Legge di Kirchhoff:
$$\frac{V_S - (-V_2)}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + g_m \cdot V_2 = 0$$

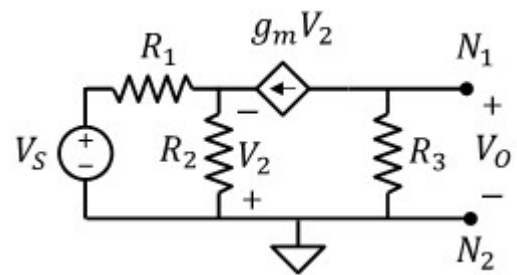
$$\frac{V_S - (-V_2)}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + g_m \cdot V_2 = 0$$

$$\frac{V_S}{R_1} + V_2 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + g_m \right) = 0$$

$$V_2 = \frac{-V_S}{R_1 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + g_m \right)} = -0.16\text{V}$$

Legge di Ohm:

$$V_O = R_3 \cdot (-g_m \cdot V_2) = 8\text{V}$$

**2. La resistenza equivalente del circuito ai nodi N_1 e N_2**

Annulliamo il generatore indipendente: $V_S = 0$ R_1 e R_2 sono in parallelo:

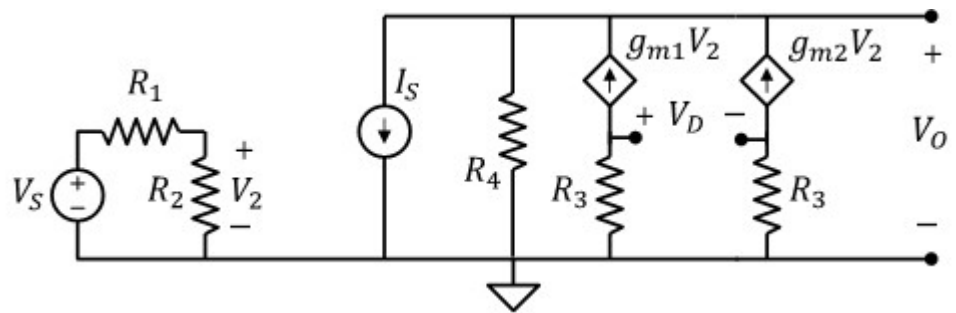
$$R_P = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 4\text{k}\Omega$$

Applichiamo una tensione V_X all'uscita e misuriamo la corrente I_X :

$$I_X = g_m \cdot V_2 + \frac{V_X}{R_3}$$

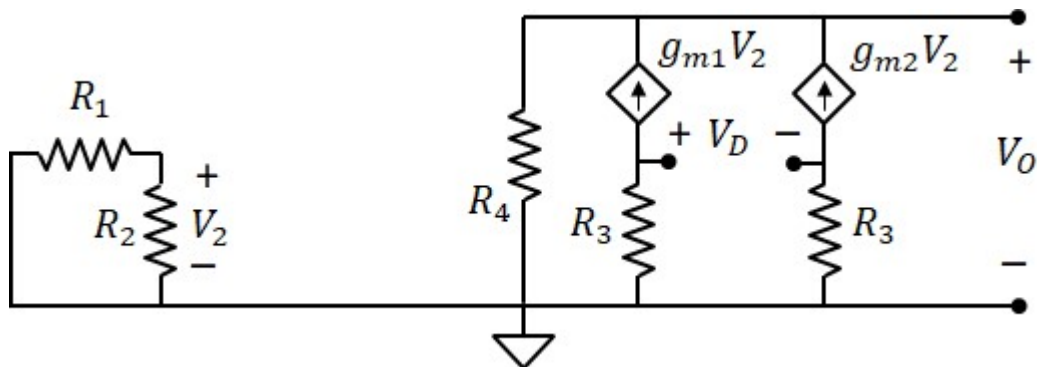
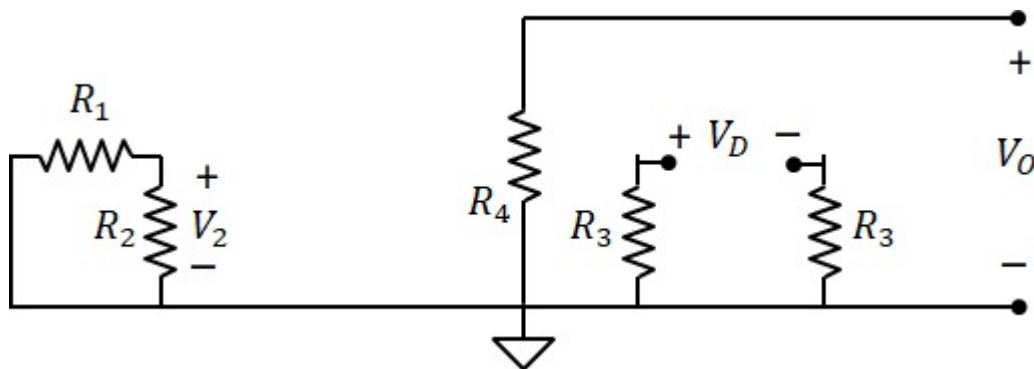
Calcoliamo la tensione V_2 : $V_2 = -R_2 \cdot g_m \cdot V_2 \rightarrow V_2 = 0$

$$I_X = \frac{V_X}{R_3} \quad R_{EQ} = R_3 = 50\text{k}\Omega$$

Esercizio 17DATI: $R_1 = 10\text{k}\Omega$, $R_2 = 20\text{k}\Omega$, $R_3 = 5\text{k}\Omega$, $R_4 = 500\Omega$ $V_S = 3\text{V}$, $I_S = 5\text{mA}$, $g_{m1} = 2\text{mS}$, $g_{m2} = 3\text{mS}$ **1. La tensione V_O** Tensione V_2 : $V_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_S = 2\text{V}$ Legge di Kirchhoff: $\frac{V_O}{R_4} + I_S = g_{m1} \cdot V_2 + g_{m2} \cdot V_2$

$$V_O = (g_{m1} \cdot V_2 + g_{m2} \cdot V_2 - I_S) \cdot R_4 = 2.5\text{V}$$

Annulliamo i generatori indipendenti:

 $V_2 = 0$ $g_{m1} \cdot V_2 = 0$ $g_{m2} \cdot V_2 = 0$ i due generatori pilotati equivalgono a un circuito aperto

$$R_{EQ} = R_4 = 500\Omega$$

2. La tensione V_D

$$V_D = R_3 \cdot (-g_{m1} \cdot V_2) - R_3 \cdot (-g_{m2} \cdot V_2) = 0$$

$$R_3 \cdot (-g_{m1} \cdot V_2) = 0 \quad R_3 \cdot (-g_{m2} \cdot V_2) = 0$$

$$R_{EQ} = 2R_3 = 10\text{k}\Omega$$

Esercizio 18

DATI: $R_1 = 4.5\text{k}\Omega$, $R_2 = 0.5\text{k}\Omega$, $R_3 = 8\text{k}\Omega$, $R_L = 2\text{k}\Omega$

$I_S = 0.4\text{mA}$, $g_m = 5\text{mS}$

1. La corrente I_O

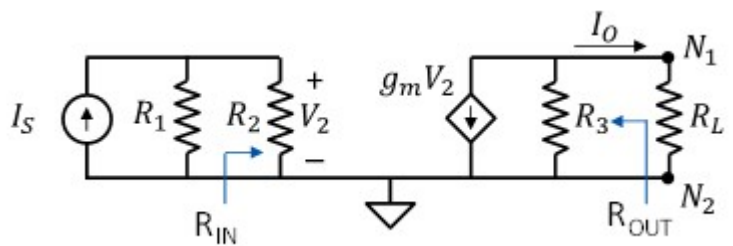
Calcolo della tensione V_2 :

$$V_2 = \frac{R_2 \cdot R_1}{R_1 + R_2} \cdot I_S = 0.18 \text{ V}$$

Corrente erogata dal generatore pilotato: $g_m \cdot V_2 = 900 \cdot \mu\text{A}$

Corrente su R_L : (formula del partitore di corrente)

$$I_O = \frac{R_3}{R_3 + R_L} \cdot (-g_m \cdot V_2) = -720 \cdot \mu\text{A}$$

**2. La resistenza equivalente vista dall'uscita del circuito come indicato dalla freccia (R_{OUT})**

Annullo i generatori indipendenti: $I_S = 0$ otteniamo: $V_2 = 0$ $g_m \cdot V_2 = 0$

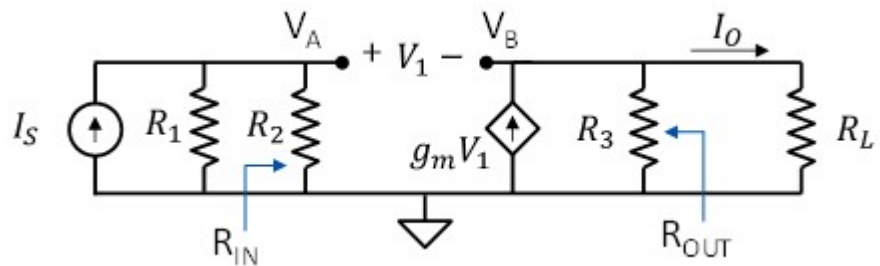
$$R_{OUT} = R_3 = 8 \cdot \text{k}\Omega$$

3. La resistenza equivalente vista dall'ingresso del circuito come indicato dalla freccia (R_{IN})

$$R_{IN} = R_2 = 500 \Omega$$

Esercizio 19

DATI: $R_1 = 45\text{k}\Omega$, $R_2 = 5\text{k}\Omega$,
 $R_3 = 8\text{k}\Omega$, $R_L = 2\text{k}\Omega$
 $I_S = 0.4\text{mA}$, $g_m = 5\text{mS}$

**1. La corrente I_O**

Calcolo della tensione ai capi del parallelo: $R_P = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 4.5 \times 10^3 \Omega$ $V_A = R_P \cdot I_S = 1.8\text{V}$

Legge di Kirchhoff: $g_m \cdot (V_A - V_B) = \frac{V_B}{R_3} + \frac{V_B}{R_L}$ $g_m \cdot V_A = V_B \cdot \left(g_m + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_L} \right)$

$$V_B = \frac{g_m}{\left(g_m + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_L} \right)} \cdot V_A = 1.6\text{V}$$

$$V_1 = V_A - V_B = 200\text{mV}$$

Corrente erogata dal generatore pilotato: $g_m \cdot V_1 = 1\text{mA}$

Corrente attraverso R_3 : $\frac{V_B}{R_3} = 0.2\text{mA}$

Corrente attraverso R_L : $I_O = \frac{V_B}{R_L} = 0.8\text{mA}$

2. La resistenza equivalente vista dall'uscita del circuito come indicato dalla freccia (R_{OUT})

Annullo i generatori indipendenti: $I_S = 0$ Otteniamo: $V_A = 0$

Applichiamo una tensione V_X all'uscita. Otteniamo: $V_1 = -V_X$

Calcoliamo la corrente I_X erogata dal generatore V_X :

$$I_X = \frac{V_X}{R_3} - g_m \cdot (-V_X) = V_X \cdot \left(\frac{1}{R_3} + g_m \right)$$

$$R_{OUT} = \left(\frac{1}{R_3} + g_m \right)^{-1} = 0.195\text{k}\Omega$$

Corrente erogata dal generatore pilotato: $-g_m \cdot V_X$

3. La resistenza equivalente vista dall'ingresso del circuito come indicato dalla freccia (R_{IN})

$$R_{IN} = R_2 = 5\text{k}\Omega$$

Esercizio 20

DATI: $R_1 = 10\text{k}\Omega$, $R_2 = 2.5\text{k}\Omega$, $R_3 = 9\text{k}\Omega$, $R_L = 1\text{k}\Omega$

$I_S = 2\text{mA}$, $g_m = 1.5\text{mS}$

1. La corrente I_O

Legge di Kirchhoff: $I_S + \frac{V_2}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + g_m \cdot V_2 = 0$

$$V_2 = \frac{-I_S}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + g_m} = -1\text{ V} \quad \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + g_m \right) = 2\text{ mS}$$

corrente erogata dal generatore pilotato: $g_m \cdot V_2 = -1.5\text{ mA}$

Partitore di corrente:

$$I_O = -\frac{R_3}{R_L + R_3} \cdot (g_m \cdot V_2) = 1.35\text{ mA}$$

2. La resistenza equivalente vista dall'uscita del circuito come indicato dalla freccia (R_{OUT})

Annuiamo i generatori indipendenti: $I_S = 0$

Applichiamo una tensione V_X ai capi di R_3 e calcoliamo la corrente I_X :

$$I_X = \frac{V_X}{R_3} + g_m \cdot V_2 \quad \text{con:} \quad V_2 = g_m \cdot V_2 \cdot \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \quad \rightarrow \quad V_2 = 0$$

$$R_{OUT} = R_3 = 9\text{ k}\Omega$$

3. La resistenza equivalente vista dall'ingresso del circuito come indicato dalla freccia (R_{IN})

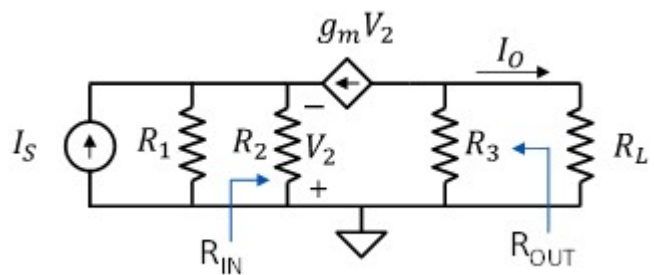
Annuiamo i generatori indipendenti: $I_S = 0$

Applichiamo una tensione V_X ai capi di R_2 e calcoliamo la corrente I_X :

$V_2 = -V_X$ Il generatore pilotato eroga: $-g_m \cdot V_X$

$$I_X = \frac{V_X}{R_2} - g_m \cdot (-V_X) = V_X \cdot \left(\frac{1}{R_2} + g_m \right)$$

$$R_{IN} = \left(\frac{1}{R_2} + g_m \right)^{-1} = 526.3\text{ }\Omega$$



Esercizio 21

DATI: $R_1 = 10\text{k}\Omega$, $R_2 = 40\text{k}\Omega$, $R_3 = 500\Omega$, $R_4 = 4.5\text{k}\Omega$

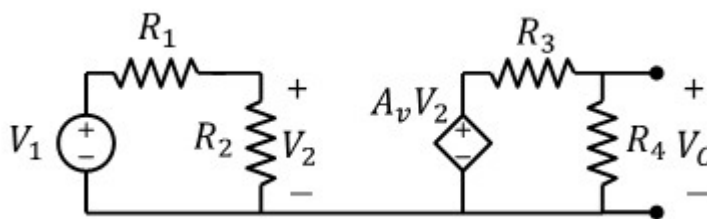
$V_1 = 0.25\text{V}$, $A_v = 10$

Calcolo di v_O

$$V_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_1 = 0.2\text{V}$$

$$A_v \cdot V_2 = 2\text{V}$$

$$V_O = \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot A_v \cdot V_2 = 1.8\text{V}$$



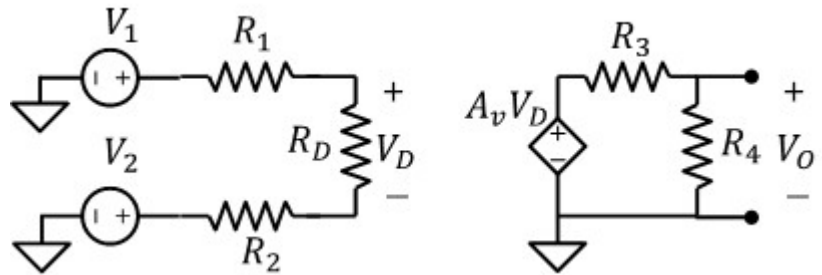
Esercizio 22

DATI:

$$R_1 = 1\text{k}\Omega, R_2 = 2\text{k}\Omega, R_D = 5\text{k}\Omega;$$

$$R_3 = 200\Omega, R_4 = 800\Omega;$$

$$V_1 = 1.5\text{V}, V_2 = -0.5\text{V}, A_v = -5$$

**Calcolo di v_O**

$$V_D = (V_1 - V_2) \cdot \frac{R_D}{R_1 + R_2 + R_D} = 1.25\text{ V}$$

$$A_v \cdot V_D = -6.25\text{ V}$$

$$V_O = \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot A_v \cdot V_D = -5\text{ V}$$

Si può risolvere anche con la sovrapposizione degli effetti:

 V_1 ON e $V_2 = 0$

$$V_{D1} = V_1 \cdot \frac{R_D}{R_1 + R_2 + R_D} = 0.938\text{ V}$$

$$V_{O1} = A_v \cdot V_{D1} \cdot \frac{R_4}{R_4 + R_3} = -3.75\text{ V}$$

 V_2 ON e $V_1 = 0$

$$V_{D2} = -V_2 \cdot \frac{R_D}{R_1 + R_2 + R_D} = 0.313\text{ V}$$

$$V_{O2} = A_v \cdot V_{D2} \cdot \frac{R_4}{R_4 + R_3} = -1.25\text{ V}$$

$$V_D = V_{D1} + V_{D2} = 1.25\text{ V}$$

$$V_O = V_{O1} + V_{O2} = -5\text{ V}$$

Esercizio 23

DATI:

$$R_1 = 1\text{k}\Omega, R_2 = 2\text{k}\Omega, R_D = 5\text{k}\Omega;$$

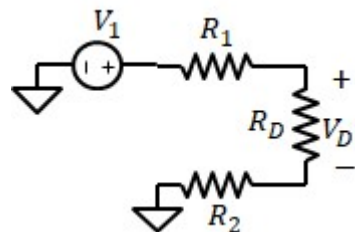
$$R_3 = 2\text{k}\Omega, R_4 = 6\text{k}\Omega;$$

$$V_1 = 2\text{V}, V_2 = -4\text{V}, I_1 = 0.4\text{mA}, I_2 = 0.4\text{mA}$$

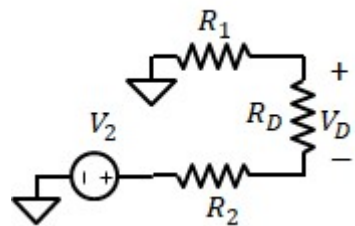
$$A_v = 4$$

Calcolo di v_O

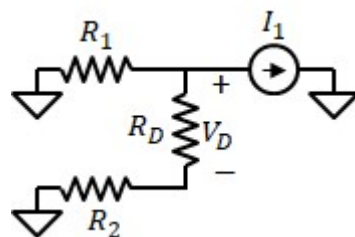
Usiamo la sovrapposizione degli effetti per calcolare V_D , accendendo un generatore alla volta.

Generatore V_1 :

$$V_{D1} = V_1 \cdot \frac{R_D}{R_1 + R_2 + R_D} = 1.25\text{ V}$$

Generatore V_2 :

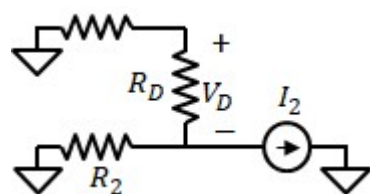
$$V_{D2} = -V_2 \cdot \frac{R_D}{R_1 + R_2 + R_D} = 2.5\text{ V}$$

Generatore I_1 :

Partitore di corrente:

$$I_D = -I_1 \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_D} = -50 \cdot \mu\text{A}$$

$$V_{D3} = R_D \cdot I_D = -0.25\text{ V}$$

Generatore I_2 :

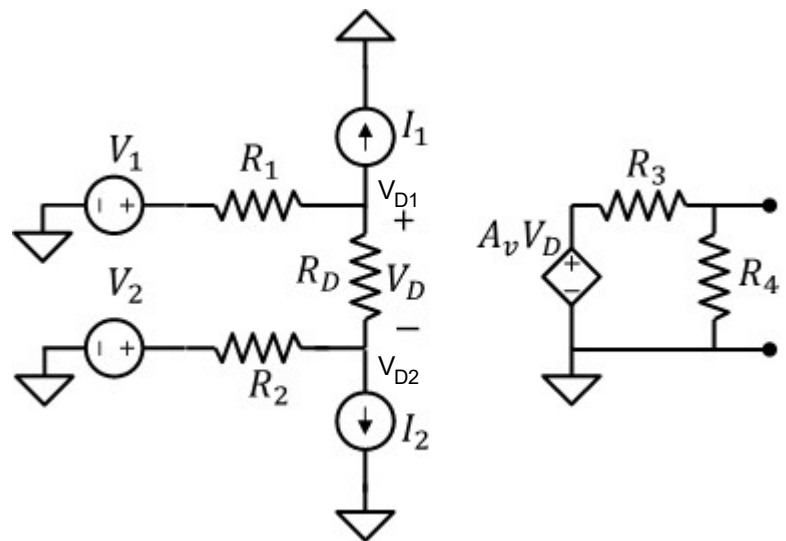
Partitore di corrente:

$$I_D = I_2 \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_1 + R_D} = 100 \cdot \mu\text{A}$$

$$V_{D4} = R_D \cdot I_D = 0.5\text{ V}$$

$$V_D = V_{D1} + V_{D2} + V_{D3} + V_{D4} = 4\text{ V}$$

$$V_O = A_v \cdot V_D \cdot \frac{R_4}{R_4 + R_3} = 12\text{ V}$$



Esercizio 24

DATI:

$$R_1 = 1k\Omega, R_2 = 2k\Omega, R_D = 5k\Omega;$$

$$R_3 = 4k\Omega, R_4 = 4k\Omega;$$

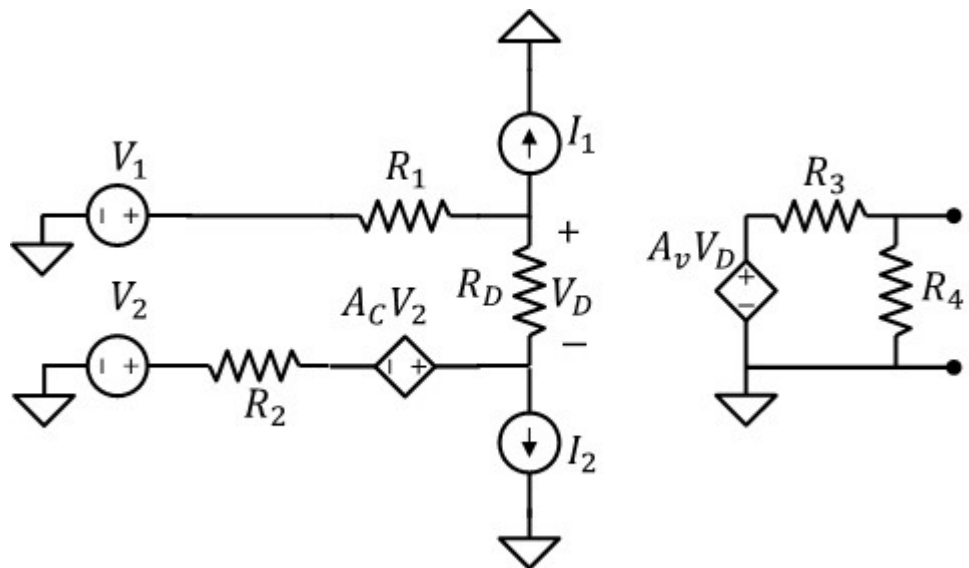
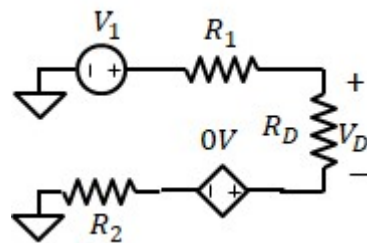
$$V_1 = 2V, V_2 = -4V, I_1 = 0.4mA$$

$$I_2 = -0.2mA$$

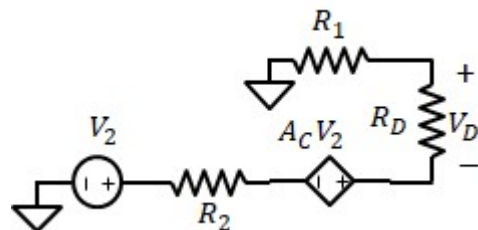
$$A_V = 4, A_C = 0.5$$

Calcolo di v_O

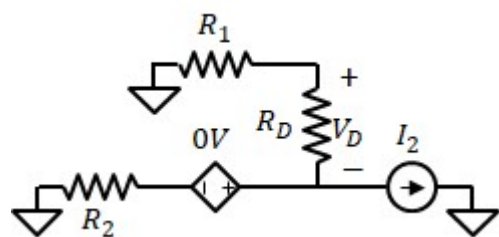
Usiamo la sovrapposizione degli effetti per calcolare V_D , accendendo un generatore alla volta.

Generatore V_1 :

$$V_{D1} = V_1 \cdot \frac{R_D}{R_1 + R_2 + R_D} = 1.25 V$$

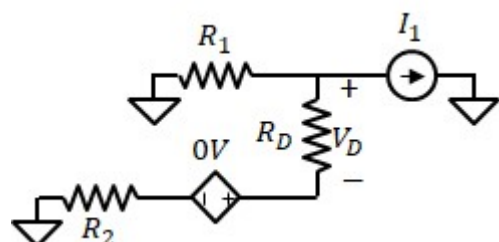
Generatore V_2 :

$$V_{D2} = (0 - V_2 - A_C \cdot V_2) \cdot \frac{R_D}{R_1 + R_2 + R_D} = 3.75 V$$

Generatore I_1 :

Partitore di corrente:

$$I_D = -I_1 \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_D} = -50 \mu A \quad V_{D3} = R_D \cdot I_D = -0.25 V$$

Generatore I_2 :

Partitore di corrente:

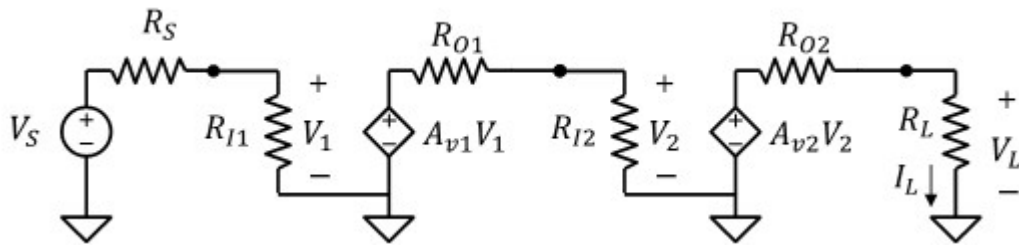
$$I_D = I_2 \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_1 + R_D} = -50 \mu A \quad V_{D4} = R_D \cdot I_D = -0.25 V$$

$$V_D = V_{D1} + V_{D2} + V_{D3} + V_{D4} = 4.5 V$$

$$V_O = A_V \cdot V_D \cdot \frac{R_4}{R_4 + R_3} = 9 V$$

Esercizio 25

DATI: $R_S = 1\text{k}\Omega$, $R_{I1} = 9\text{k}\Omega$, $R_{O1} = 2\text{k}\Omega$, $R_{I2} = 4\text{k}\Omega$, $R_{O2} = 100\Omega$, $R_L = 1.1\text{k}\Omega$, $A_{v1} = -10$, $A_{v2} = 2$, $V_S = 1\text{V}$



Tensione e corrente su R_L

$$V_1 = \frac{R_{I1}}{R_S + R_{I1}} \cdot V_S = 0.9\text{V} \quad A_{v1} \cdot V_1 = -9\text{V}$$

$$V_2 = \frac{R_{I2}}{R_{O1} + R_{I2}} \cdot A_{v1} \cdot V_1 = -6\text{V} \quad A_{v2} \cdot V_2 = -12\text{V}$$

$$V_L = \frac{R_L}{R_L + R_{O2}} \cdot A_{v2} \cdot V_2 = -11\text{V}$$

$$I_L = \frac{V_L}{R_L} = -10\text{mA}$$