

# Appello n.4 di **FAMP**

11 Settembre 2015

**Scrivere sul foglio intestato le proprie generalità! COSA CONSEGNARE:** questo foglio e il foglio protocollo intestato con **TUTTI** gli **SVOLGIMENTI** degli esercizi affrontati. **NON INSERIRE FOGLI DI BRUTTA COPIA**

**TEMPO Esercizi (Analisi + Probabilità): 2 ore e 30 minuti**

## Analisi

1. Sia  $f(x, y) = \frac{x^2 y}{2} - x^2 + xy - 2x - y^2$ .
  - (a) Determinare tutti i punti critici di  $f$  e determinarne la natura;
  - (b) Determinare il piano tangente al grafico di  $f$  nel punto  $(0, 1, f(0, 1))$ ;
  - (c) Calcolare la derivata direzionale di  $f$  nel punto  $(0, 1)$  secondo il versore  $\vec{u} = \left( \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2} \right)$ .
2. Risolvere il problema di Cauchy
$$\begin{cases} y' + (1-x)y = xe^{-x}, \\ y(1) = 0 \end{cases}.$$
3. Calcolare l'integrale doppio

$$\int_D \frac{x+y}{1+x^2+y^2} dx dy, \quad D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, 0 < y < x\}.$$

# Probabilità

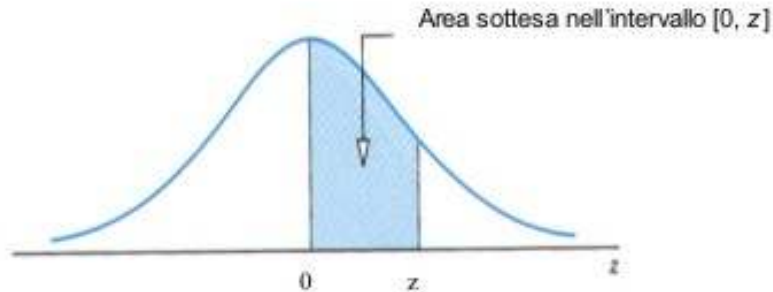
## Fare i conti se possibile fino alla fine

1. Tutte le borse dei passeggeri che si imbarcano su un aereo vengono passate al metal detector, allo scopo di individuare eventuali ordigni. E' noto che
  - la probabilità che una borsa che contiene una bomba faccia suonare l'allarme è 0.99
  - la probabilità che una borsa che non contiene bombe faccia suonare l'allarme è 0.05
  - una borsa ogni 5000 (diciamo che stiamo partendo da un posto molto a rischio...) contiene una bomba
  - (a) Una borsa viene analizzata: qual è la probabilità che suoni l'allarme?
  - (b) Suona l'allarme: qual è la probabilità che la borsa analizzata contenga effettivamente una bomba?
2. Il partito politico *Viva Venezia* ha avuto il 18% dei voti in una tornata elettorale. Una società ha effettuato un sondaggio exit-poll, chiedendo ad un campione casuale di 1 000 elettori, all'uscita dal seggio elettorale, per che partito avessero votato, e stimando da questo campione le percentuali dei vari partiti.
  - (a) Sia  $X$  la variabile aleatoria che, sui 1 000 elettori, conta il numero di quelli che hanno votato per il partito *Viva Venezia*. Supponendo che gli elettori votino indipendentemente uno dall'altro, precisare la natura di tale variabile aleatoria (dal risultato elettorale si deduce che ognuno dei 1 000 ha votato *Viva Venezia* con probabilità 0.18) ;
  - (b) Usando una opportuna approssimazione normale della variabile  $X$ , stimare la probabilità che la società abbia dichiarato, per il partito *Viva Venezia*, una percentuale sbagliata di almeno un punto percentuale. Scrivere la risposta **in termini della funzione di distribuzione della normale standard sui positivi, lasciando stare le espressioni con radici o complicate**.
3. Sia  $(X, Y)$  una variabile congiunta continua con densità

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} 25e^{-5y} & \text{se } 0 < x < y, \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

- (a) calcolare le densità marginali di  $X$  e di  $Y$ ;
- (b) le variabili  $X$  e  $Y$  sono indipendenti?
- (c) Calcolare  $P(X \leq 3, Y \leq 2)$

## Tabella Distribuzione Normale Standard



<b>z</b>	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990