

**FARE SUBITO.** 1) Inserire qui e sul foglio intestato “Università...” le proprie generalità. 2) Riportare sul foglio intestato il nome del tema (1, 2, 3,...) alla voce ”N. Tema”.

**COSA CONSEGNARE:** 1) Questo foglio; 2) il foglio intestato “Università...” con gli SVOLGIMENTI degli esercizi. **NON INSERIRE FOGLI DI BRUTTA COPIA.**

**REGOLE:** Non verranno corretti esercizi con crocette non riportate su questo foglio o con risposte non giustificate sul foglio protocollo. Risposte non coerenti: punteggio **NEGATIVO** (esempio: croce su a) ma trovo una cosa diversa). **TEMPO:** 1 ora e 30 mn

Università degli Studi di Padova – Facoltà di Ingegneria - Ing. Biomedica  
**Fondamenti di Analisi e Probabilità**  
 I compitino , 25 Novembre 2014

## Tema 1

1. Sia  $\vec{F}(x, y) = \left( \frac{y}{x^2} + \frac{1}{y}, -\left( \frac{1}{x} + \frac{x}{y^2} \right) \right)$  su  $\{(x, y) : x > 0, y > 0\}$ . Provare che  $\vec{F}$  è conservativo e determinarne un potenziale  $U$ ; calcolare poi l'integrale di  $\vec{F}$  sulla curva  $\alpha(t) = (e^{t^2}, 1 + t^4)$ ,  $t \in [0, 1]$ .

**Risposta 1:** a)  $2^e - e^2$       b)  $e - 2$       c)  $2e - e^2$       d)  $e^2 - 2^e$       e)  $\frac{e}{2} - \frac{2}{e}$

2. Sia  $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 - x^2y^2$ . Determinare la natura del punto  $(0, 0)$  di  $f$ . **Risposta 2:**

a) max. locale      b) min. locale      c) sella      d) non è critico      e) né max. né min. né sella

**Facoltativo:** ☐ (sbarrare SOLO se svolto suol foglio: punteggio negativo se errato): dire se  $f$  ha un minimo assoluto.

3. Calcolare l'integrale  $\int_D \frac{xy^2}{x^2 + y^2} dx dy$ ,  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq x, 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$ .

**Risposta 3:** a) 0      b)  $-7\frac{\sqrt{2}}{18}$       c)  $\frac{\sqrt{2}}{17}$       d)  $-2\frac{\sqrt{7}}{18}$       e)  $2\frac{\sqrt{7}}{18}$

**A SCELTA UNO SOLO tra gli esercizi 4 o 5**

4. Sia  $\Sigma$  la superficie cartesiana  $z = x^2 + y^2$ , con  $x^2 + y^2 - y \leq 0, x \geq 0$ . Calcolare  $\int_{\Sigma} \frac{x}{\sqrt{4z+1}} d\sigma$ .

**Risposta 4:** a)  $\frac{1}{12}$       b)  $\frac{\pi}{2}$       c)  $-2\frac{\sqrt{2}}{6}$       d)  $\frac{\pi}{4}$       e)  $\frac{\pi}{2}$

5. Sia  $y$  soluzione del problema di Cauchy  $ye^{2t} - (1 + e^{2t})y' = 0, y(0) = -3$ . Determinare  $y\left(\frac{\log 3}{2}\right)$ .

**Risposta 5:** a)  $2/\sqrt{3}$       b)  $3\sqrt{1+e^{2/3}}$       c)  $-3\sqrt{2}$       d) 0      e)  $-e\sqrt{3}/2$

**Risposte: OBBLIGATORIO barrare con una X in corrispondenza delle risposte trovate**

	a)	b)	c)	d)	e)	altro
1						
2						
3						
4						
5						

**FARE SUBITO.** 1) Inserire qui e sul foglio intestato “Università...” le proprie generalità. 2) Riportare sul foglio intestato il nome del tema (1, 2, 3,...) alla voce ”N. Tema”.

**COSA CONSEGNARE:** 1) Questo foglio; 2) il foglio intestato “Università...” con gli SVOLGIMENTI degli esercizi. **NON INSERIRE FOGLI DI BRUTTA COPIA.**

**REGOLE:** Non verranno corretti esercizi con crocette non riportate su questo foglio o con risposte non giustificate sul foglio protocollo. Risposte non coerenti: punteggio **NEGATIVO** (esempio: croce su a) ma trovo una cosa diversa). **TEMPO:** 1 ora e 30 mn

Università degli Studi di Padova – Facoltà di Ingegneria - Ing. Biomedica

## Fondamenti di Analisi e Probabilità

I compitino , 25 Novembre 2014

### Tema 2

1. Sia  $f(x, y) = y^2 + xy + x^2 - x^2y^2$ . Determinare la natura del punto  $(0, 0)$  di  $f$ . **Risposta 1:**

a) min. locale	b) max. locale	c) sella	d) non è critico	e) né max. né min. né sella
----------------	----------------	----------	------------------	-----------------------------

**Facoltativo:** ☐ (sbarrare SOLO se svolto suol foglio: punteggio negativo se errato): dire se  $f$  ha un minimo assoluto.

2. Sia  $\vec{F}(x, y) = \left(-\frac{y}{x^2} + \frac{1}{y}, \frac{1}{x} - \frac{x}{y^2}\right)$  su  $\{(x, y) : x > 0, y > 0\}$ . Provare che  $\vec{F}$  è conservativo e determinarne un potenziale  $U$ ; calcolare poi l'integrale di  $\vec{F}$  sulla curva  $\alpha(t) = (e^{t^4}, 1 + t^2)$ ,  $t \in [0, 1]$ .

<b>Risposta 2:</b> a) $2^e - e^2 + 1$	b) $-2 + \frac{e}{2} + \frac{2}{e}$	c) $1 - 2e - e^2$	d) $e^2 - 2^e$	e) $\frac{e}{2} - \frac{2}{e}$
---------------------------------------	-------------------------------------	-------------------	----------------	--------------------------------

3. Calcolare l'integrale  $\int_D \frac{xy^2}{x^2 + y^2} dx dy$ ,  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq x, 4 \leq x^2 + y^2 \leq 9\}$ .

<b>Risposta 3:</b> a) 0	b) $-7\frac{\sqrt{2}}{19}$	c) $\frac{\sqrt{2}}{19}$	d) $-\frac{19}{9\sqrt{2}}$	e) $2\frac{\sqrt{7}}{18}$
-------------------------	----------------------------	--------------------------	----------------------------	---------------------------

**A SCELTA UNO SOLO tra gli esercizi 5 o 4**

4. Sia  $y$  soluzione del problema di Cauchy  $ye^{2t} + (1 + e^{2t})y' = 0$ ,  $y(0) = -3$ . Determinare  $y\left(\frac{\log 15}{2}\right)$ .

<b>Risposta 4:</b> a) $\sqrt{2}/\sqrt{3}$	b) $-\frac{3}{2\sqrt{2}}$	c) $-3\sqrt{2}$	d) 0	e) $-e\sqrt{3}/2$
---	---------------------------	-----------------	------	-------------------

5. Sia  $\Sigma$  la superficie cartesiana  $z = x^2 + y^2$ , con  $x^2 + y^2 - 2y \leq 0, x \geq 0$ . Calcolare  $\int_{\Sigma} \frac{2x}{\sqrt{4z+1}} d\sigma$ .

<b>Risposta 5:</b> a) $-\frac{1}{12}$	b) $\frac{\pi}{2}$	c) $\frac{4}{3}$	d) $\frac{1}{4}$	e) $-\frac{\pi}{2}$
---------------------------------------	--------------------	------------------	------------------	---------------------

**Risposte: OBBLIGATORIO barrare con una X in corrispondenza delle risposte trovate**

	a)	b)	c)	d)	e)	altro
1						
2						
3						
4						
5						

**FARE SUBITO.** 1) Inserire qui e sul foglio intestato “Università...” le proprie generalità. 2) Riportare sul foglio intestato il nome del tema (1, 2, 3,...) alla voce ”N. Tema”.

**COSA CONSEGNARE:** 1) Questo foglio; 2) il foglio intestato “Università...” con gli SVOLGIMENTI degli esercizi. **NON INSERIRE FOGLI DI BRUTTA COPIA.**

**REGOLE:** Non verranno corretti esercizi con crocette non riportate su questo foglio o con risposte non giustificate sul foglio protocollo. Risposte non coerenti: punteggio **NEGATIVO** (esempio: croce su a) ma trovo una cosa diversa). **TEMPO:** 1 ora e 30 mn

Università degli Studi di Padova – Facoltà di Ingegneria - Ing. Biomedica  
**Fondamenti di Analisi e Probabilità**  
 I compitino , 25 Novembre 2014

## Tema 3

1. Sia  $\vec{F}(x, y) = \left( -\left( \frac{y}{x^2} + \frac{1}{y} \right), \frac{1}{x} + \frac{x}{y^2} \right)$  su  $\{(x, y) : x > 0, y > 0\}$ . Provare che  $\vec{F}$  è conservativo e determinarne un potenziale  $U$ ; calcolare poi l'integrale di  $\vec{F}$  sulla curva  $\alpha(t) = (e^{-t^2}, 1 + t^4)$ ,  $t \in [0, 1]$ .

**Risposta 1:** a)  $2e - \frac{1}{2e}$     b)  $e - 2$     c)  $2e - e^2$     d)  $e^2 - 2^e$     e)  $\frac{e}{2} - \frac{2}{e}$

2. Calcolare l'integrale  $\int_D \frac{xy^2}{x^2 + y^2} dx dy$ ,  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq x, 1 \leq x^2 + y^2 \leq 9\}$ .

**Risposta 2:** a) 0    b)  $-7\frac{\sqrt{2}}{13}$     c)  $\frac{\sqrt{7}}{2}$     d)  $-\frac{13\sqrt{2}}{9}$     e)  $2\frac{\sqrt{7}}{13}$

3. Sia  $f(x, y) = -x^2 + xy + y^2 + x^2y^2$ . Determinare la natura del punto  $(0, 0)$  di  $f$ . **Risposta 3:**

a) max. locale    b) min. locale    c) sella    d) non è critico    e) né max. né min. né sella

**Facoltativo:** ☐ (sbarrare SOLO se svolto suol foglio: punteggio negativo se errato): dire se  $f$  ha un massimo assoluto.

**A SCELTA UNO SOLO tra gli esercizi 4 o 5**

4. Sia  $\Sigma$  la superficie cartesiana  $z = x^2 + y^2$ , con  $x^2 + y^2 - 4y \leq 0, x \leq 0$ . Calcolare  $\int_{\Sigma} \frac{x}{2\sqrt{4z+1}} d\sigma$ .

**Risposta 4:** a)  $\frac{1}{12}$     b)  $\frac{\pi}{2}$     c) 0    d)  $\frac{\pi}{4}$     e)  $-\frac{8}{3}$

5. Sia  $y$  soluzione del problema di Cauchy  $ye^{2t} - (1 + e^{2t})y' = 0$ ,  $y(0) = -1$ . Determinare  $y\left(\frac{\log 3}{2}\right)$ .

**Risposta 5:** a)  $2/\sqrt{3}$     b)  $3\sqrt{2}$     c)  $-\sqrt{2}$     d) 0    e)  $-\sqrt{3}/2$

**Risposte: OBBLIGATORIO barrare con una X in corrispondenza delle risposte trovate**

	a)	b)	c)	d)	e)	altro
1						
2						
3						
4						
5						

**FARE SUBITO.** 1) Inserire qui e sul foglio intestato “Università...” le proprie generalità. 2) Riportare sul foglio intestato il nome del tema (1, 2, 3,...) alla voce “N. Tema”.

**COSA CONSEGNARE:** 1) Questo foglio; 2) il foglio intestato “Università...” con gli SVOLGIMENTI degli esercizi. **NON INSERIRE FOGLI DI BRUTTA COPIA.**

**REGOLE:** Non verranno corretti esercizi con crocette non riportate su questo foglio o con risposte non giustificate sul foglio protocollo. Risposte non coerenti: punteggio **NEGATIVO** (esempio: croce su a) ma trovo una cosa diversa). **TEMPO:** 1 ora e 30 mn

Università degli Studi di Padova – Facoltà di Ingegneria - Ing. Biomedica  
**Fondamenti di Analisi e Probabilità**  
 I compitino , 25 Novembre 2014

## Tema 4

1. Sia  $f(x, y) = -x^2 + xy - y^2 + x^2y^2$ . Determinare la natura del punto  $(0, 0)$  di  $f$ . **Risposta 1:**

a) max. locale      b) min. locale      c) sella      d) non è critico      e) né max. né min. né sella

**Facoltativo:** ☐ (sbarrare SOLO se svolto suol foglio: punteggio negativo se errato): dire se  $f$  ha un massimo assoluto.

2. Calcolare l'integrale  $\int_D \frac{xy^2}{x^2 + y^2} dx dy$ ,  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq x, 1 \leq x^2 + y^2 \leq 16\}$ .

**Risposta 2:** a) 0      b)  $-7\frac{\sqrt{2}}{18}$       c)  $\frac{\sqrt{2}}{17}$       d)  $-\frac{7}{\sqrt{2}}$       e)  $2\frac{\sqrt{7}}{18}$

3. Sia  $\vec{F}(x, y) = \left(-\left(\frac{y}{x^2} + \frac{1}{y}\right), \frac{1}{x} + \frac{x}{y^2}\right)$  su  $\{(x, y) : x > 0, y > 0\}$ . Provare che  $\vec{F}$  è conservativo e determinarne un potenziale  $U$ ; calcolare poi l'integrale di  $\vec{F}$  sulla curva  $\alpha(t) = (2 + \cos(\pi t), 1 + t^4)$ ,  $t \in [0, 1]$ .

**Risposta 3:** a)  $5/4 - 4/5$       b)  $\frac{25}{6}$       c)  $-8/3$       d)  $5/7$       e)  $\frac{13}{20}$

**A SCELTA UNO SOLO tra gli esercizi 5 o 4**

4. Sia  $y$  soluzione del problema di Cauchy  $ye^{2t} + (1 + e^{2t})y' = 0$ ,  $y(0) = -5$ . Determinare  $y\left(\frac{\log 24}{2}\right)$ .

**Risposta 4:** a)  $2/\sqrt{3}$       b)  $3\sqrt{2}$       c)  $-3\sqrt{2}$       d) 0      e)  $-\sqrt{2}$

5. Sia  $\Sigma$  la superficie cartesiana  $z = x^2 + y^2$ , con  $x^2 + y^2 - 4y \leq 0, x \leq 0$ . Calcolare  $\int_{\Sigma} \frac{x}{4\sqrt{4z+1}} d\sigma$ .

**Risposta 5:** a)  $\frac{3}{11}$       b)  $\frac{8}{3}$       c)  $-\frac{4}{3}$       d)  $\frac{\pi}{4}$       e) 0

**Risposte: OBBLIGATORIO barrare con una X in corrispondenza delle risposte trovate**

	a)	b)	c)	d)	e)	altro
1						
2						
3						
4						
5						