

Esercizi di Fondamenti di Automatica - 4
Corso di Laurea in Ingegneria Elettronica
A.A. 2020/2021

Esercizio 1. Con riferimento a ciascuno dei seguenti modelli ingresso/uscita

1. $\frac{d^2 y(t)}{dt^2} - y(t) = 3 \frac{du}{dt} - 3u(t);$
2. $0.01 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 1.01 \frac{dy}{dt} + y(t) = 0.1 \frac{du}{dt} + u(t);$
3. $0.01 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 1.01 \frac{dy}{dt} + y(t) = -\frac{du}{dt} + u(t);$
4. $\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 20 \frac{dy}{dt} + 100y(t) = \frac{du}{dt} + 100u(t);$
5. $\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 6 \frac{dy}{dt} + 5y(t) = -\frac{du}{dt} + u(t);$
6. $\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2 \frac{dy}{dt} + 2y(t) = u(t);$
7. $\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2 \frac{dy}{dt} + 2y(t) = 2 \frac{du}{dt} + 2u(t),$

validi per $t \geq 0$, si determini:

- i) la risposta al gradino, evidenziandone tempo di salita, tempo di assestamento e sovraelongazione (se esistono);
- ii) la risposta in frequenza, evidenziandone banda passante (a 3 dB), pulsazione di risonanza e picco di risonanza relativo (se esistono).

Inoltre

- iii) si determini il tipo del sistema e
- iv) si traccino l'andamento (approssimativo) della risposta al gradino e il diagramma di Bode delle ampiezze della risposta in frequenza.

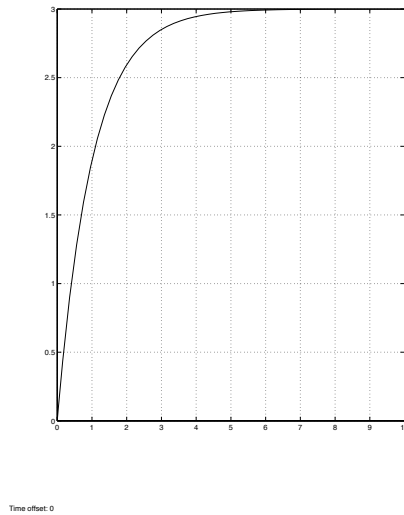
Esercizio 2. Con riferimento alle seguenti funzioni di trasferimento

1. $W(s) = \frac{s-1}{(1+s)^2};$
2. $W(s) = \frac{s+1}{s^2+0.2s+1};$
3. $W(s) = \frac{0.2s+1}{s^2+0.2s+1};$
4. $W(s) = \frac{1}{(s+1)^2};$
5. $W(s) = \frac{1-s}{(1+s)(1+0.1s)},$

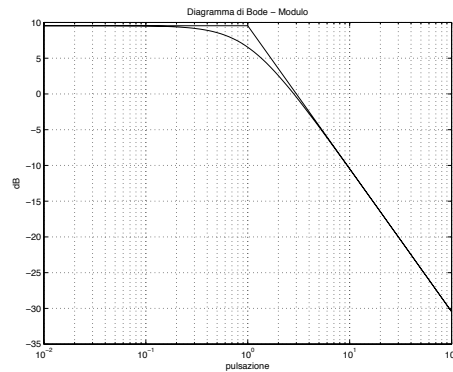
se ne determini il tipo k e l'errore di regime permanente $e_{rp}^{(k+1)} := \lim_{t \rightarrow +\infty} [\delta_{-(k+1)}(t) - w_{-(k+1)}(t)]$, in corrispondenza al segnale canonico $\delta_{-(k+1)}(t) := \frac{t^k}{k!} \delta_{-1}(t)$.

Soluzioni numeriche di alcuni esercizi

Esercizio 1. 1. La risposta al gradino è $w_{-1}(t) = 3[1 - e^{-t}]\delta_{-1}(t)$, ed ha tempo di salita $t_r = \ln 10 \approx 2.3$ sec. $t_s = t_r$, mentre la sovraelongazione non è definita. Il grafico della risposta al gradino è il seguente:

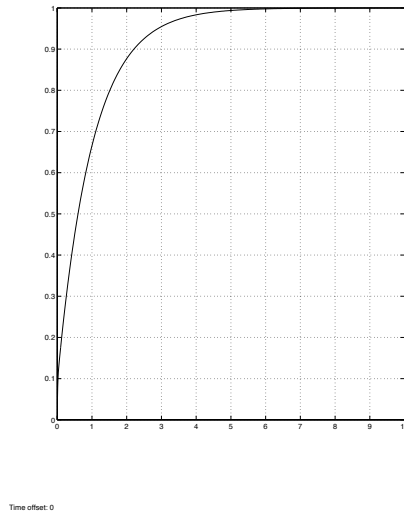


La risposta in frequenza del sistema è descritta dal seguente diagramma di Bode:

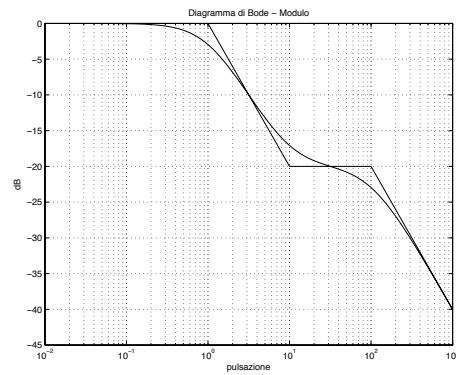


non ha pulsazione né picco di risonanza, mentre la banda passante è $B_p = 1$ rad/s. Il tipo del sistema è 0.

2. La risposta al gradino è $w_{-1}(t) = [1 - (10/11)e^{-t} - (1/11)e^{-100t}]\delta_{-1}(t)$, ed ha tempo di salita $t_r \approx 2.3$ sec. $t_s = t_r$, mentre la sovraelongazione non è definita. Il grafico della risposta al gradino è il seguente:



La risposta in frequenza del sistema è descritta dal seguente diagramma di Bode:



non ha pulsazione né picco di risonanza, mentre la banda passante è $B_p = 1$ rad/s. Il tipo del sistema è 1.

- Esercizio 2.**
1. Tipo 0 ed $e_{rp}(1) = 2$.
 2. Tipo 1 ed $e_{rp}(2) = -0.8$.
 3. Tipo 2 ed $e_{rp}(3) = 1$.