Teoria Dinamica dei Fluidi

Domande Ricorrenti:

-Correnti monodimensionali:- se ne dia la definizione e se ne espongano le proprietà - si scriva l'equazione di conservazione dell'energia specifica in forma locale e si illustri il significato dei termini che vi compaiono - si ricavi l'equazione in forma globale tra la sezione 1 e la sezione 2, nell'ipotesi di moto permanente e si illustri il significato dei termini che vi compaiono

SPINTA SU SUPERFICI PIANE:

Data la definizione di Spinta Idrostatica: Forza che un Fluido in Quiete trasmette ad una superficie di contatto in virtù dello stato di pressione presente sui punti della superficie stessa.
Data la spinta elementare $d\vec{S} = p \cdot \vec{n} dA$
Si passa alla Definizione di Spinta Globale su una superficie, che vale su ogni superficie e fluido.
$$\vec{S} = \int_A d\vec{S} = \int_A p \cdot \vec{n} dA$$
L'obiettivo é quello di trovare Modulo, Direzione, Verso e Centro della Spinta.
Per una superficie piana si hanno due ipotesi di lavoro:
Fluido Pesante Incomprimibile in Quiete: $p = p_o + \gamma z$
Superficie A piana.
Sviluppiamo l'integrale del Modulo tramite le due ipotesi di lavoro, sapendo che la direzione di S é pari a quella di n, vettore unitario normale alla superficie:
$$S = \int_A p dA = \int_A (p_0 + \gamma z) dA = \int_A p_o dA + \int_A \gamma z dA$$
sapendo che $\int_A z dA = z_G A$ dove z_G indica l'altezza del baricentro, otteniamo quindi:
$$\vec{S} = p_G A \cdot \vec{n}$$
Il verso di S dipende dalla pressione baricentrica Relativa, se p_G é Positiva la spinta si considera dal fluido alla superficie, se p_G é Negativa allora si considera la spinta dalla superficie al fluido.
Per trovare il centro della spinta si pone in equilibrio il sistema inerziale di forze tramite la seguente equazione $y_G - y_C = \dfrac{\gamma I_X \sin \alpha}{p_G A}$, con I_X momento di inerzia della superficie A secondo l'asse X, ed α é l'angolo d'inclinazione della superficie rispetto al terreno. Il risultato di questa equazione dipende dal segno di p_G, se quest'ultimo é positivo y_C si trova più in profondità rispetto al baricentro, se invece é negativo, y_C si trova più in alto rispetto al baricentro.

METODO DELL'EQUILIBRIO GLOBALE MEG:

Serve per le Spinte Idrostatiche su superfici curve, essa riduce il calcolo di S al calcolo di un volume ed una o più spinte idrostatiche su superfici piane.
Data l'ipotesi di Fluido Pesante Incomprimibile in Quiete: $p = p_o + \gamma z$
La definizione di Spinta Idrostatica rimane la stessa: $\vec{S} = \int_A d\vec{S} = \int_A p \cdot \vec{n} dA$ ma non possiamo determinare facilmente la direzione della spinta perché essa dipende da "n" che dipende esso stesso dalla frazione infinitesima "dA".

Ci sono due conformazioni per le superfici curve:

- Superficie con concavità verso il fluido («superficie riempita di fluido»)
  L'idea di base del MEG, in questo caso, è di ISOLARE UN OPPORTUNO VOLUME FLUIDO e APPLICARE la CONDIZIONE DI EQUILIBRIO delle forze che sollecitano il volume stesso.
  Si sceglie il volume in modo tale da isolare completamente la superficie riempita dal fluido; le forze che agiscono su un volume di fluido isolato in quiete sono forze di Volume $\overrightarrow{G}$ (Forza Peso) e forze di Superficie $\overrightarrow{P}$ (Spinta di superficie dell'Intero Contorno). La Condizione di Equilibrio é $\overrightarrow{P} + \overrightarrow{G} = 0$.
  Si divide il calcolo in due:
  $\overrightarrow{G} = \gamma V \vec{k}$ Volume di liquido per costante di gravitazione lungo la direzione verso il basso.
  $\overrightarrow{P} = \int_{A\hat{B}A} p\vec{n}dA = \int_{A\hat{B}} p\vec{n}dA + \int_{A\bar{B}} p\vec{n}dA$ con il primo integrale che indica la componente della spinta data dalla superficie Curva, e il secondo dalla superficie Piana.
  L'integrale indica però la Spinta dalla Superficie al Fluido, quindi abbiamo $\vec{S}_{A\hat{B}} = -\int_{A\hat{B}} p\vec{n}dA$
  Il secondo integrale invece rappresenta la spinta Idrostatica del fluido sulla superficie AB piana, quindi mantiene il segno di essa: $\vec{S}_{A\bar{B}} = \int_{A\bar{B}} p\vec{n}dA$
  Otteniamo infine dall'equazione di Equilibrio Generale la Formula per la spinta sulla superficie curva: $\overrightarrow{S_{A\hat{B}}} = \overrightarrow{G} + \overrightarrow{S_{A\bar{B}}}$.
  Il Centro di Spinta in generale non é calcolabile manualmente, nel caso invece di una superficie a Curvatura Costante, la retta della Spinta Idrostatica passa per il centro di curvatura della superficie, quindi facile da calcolare essendo un'equazione Vettoriale e quindi scomponendo le forze secondo le direzioni Principali X e Y.

- Superficie con convessità verso il fluido («superficie che entra nel fluido»)
  L'idea per trovare la Spinta Idrostatica per questa casistica é quella di creare un sistema equivalente a quello iniziale dove il volume non riempito di fluido viene considerato come un corpo in equilibrio immerso completamente nel fluido.
  La componente volumetrica $\overrightarrow{F}$ viene calcolata tramite la Spinta di Archimede tramite la seguente formula: $\overrightarrow{F_A} = \gamma V \vec{k}$ che é una forza che spinge verso l'alto.
  Tramite la formula di Equilibrio Globale eguagliamo la Forza di Archimede con le Spinte Idrostatiche della superficie Curva e quella Piatta.
  $\overrightarrow{F_A} = \int_{A\hat{B}A} p\vec{n}dA = \int_{A\hat{B}} p\vec{n}dA + \int_{A\bar{B}} p\vec{n}dA$. Il Primo integrale della somma é quello che cerchiamo noi, la spinta idrostatica dal fluido al corpo attraverso la superficie curva $\overrightarrow{S_{A\hat{B}}}$, il secondo invece rappresenta la spinta del fluido al corpo attraverso la superficie piana $\overrightarrow{S_{A\bar{B}}}$.
  Si ottiene quindi $\overrightarrow{S_{A\hat{B}}} = \overrightarrow{F_A} - \overrightarrow{S_{A\bar{B}}}$.

CORRENTI MONODIMENSIONALI:

Si definisce corrente monodimensionale (o lineare) un moto fluido che si svolge secondo una direzione rettilinea (asse della corrente) e che presenta limitata estensione trasversale rispetto alla lunghezza su cui il moto stesso si svolge; é caratterizzata da una velocità che é uguale per ogni punto alla stessa altezza é uguale.
La proprietà fondamentale delle correnti idrostatiche é che lungo la normale alle linee di corrente la pressione é distribuita idrostaticamente, perciò la quota piezometrica h* ha valore costante lungo tutta la sezione.

Equazione di Conservazione dell'Energia Specifica in forma Locale per una corrente 1D:
$\frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{1}{g}\beta\frac{\partial V}{\partial t} - j$ con $\frac{1}{g}\beta\frac{\partial V}{\partial t}$ si indica l'inerzia Temporale del Moto con β fattore di correlazione adimensionale che per un condotto circolare e moto uniforme vale 1.33 per moto laminare e circa 1 per un moto turbolento; j indica la dissipazione di energia per unità di lunghezza (Adimensionale) che viene considerata positiva per definizione.
Per determinare la dissipazione di energia totale tra due punti di un condotto si effettua l'integrale:
$\int_1^2 \frac{\partial E}{\partial x}dx = \int_1^2 (-\frac{1}{g}\beta\frac{\partial V}{\partial t} - j)dx$ sviluppando l'integrale si ottiene
$E_2 - E_1 = -\frac{\beta}{g}\int_1^2 \frac{\partial V}{\partial t}dx - \int_1^2 jdx$ Ottenendo l'equazione dell'energia in forma globale
$E_2 - E_1 = -\frac{\beta}{g}\int_1^2 \frac{\partial V}{\partial t}dx - \Delta E_{1\to2}$ con $\Delta E_{1\to2}$ che indica la dissipazione totale di energia dalla sezione 1 alla sezione 2. Nell'ipotesi di moto stazionario si elide l'integrale ottenendo:
$E_1 - E_2 = \Delta E_{1\to2}$ L'energia di dissipazione di monte meno l'energia di dissipazione di valle equivale alla dissipazione totale di energia che si produce tra le due sezioni lungo il percorso.
Se il fluido é ideale non si hanno perdite di energia $\Delta E_{1\to2} = 0$ per il principio di Bernoulli.
$\Delta E_{1\to2}$ viene suddiviso come somma di due componenti, un che indica le perdite continue ed una che indica le perdite localizzate;
$\Delta E_{1\to2} = \Delta E^{cont}_{1\to2} + \Delta E^{loc}_{1\to2}$

NUMERO DI REYNOLDS:

IPOTESI: Fluido Pesante, Incomprimibile, con risposta reologica Newtoniana.
$$Re = \frac{\rho U_0 L}{\mu} = \frac{U_0 L}{\nu}$$
Il Numero di Reynolds é un valore Adimensionale che rappresenta il rapporto tra le forze convettive di inerzia con le forze viscose con U_0 che rappresenta la velocità media nel condotto, L il diametro del condotto ed infine ρ, μ e ν che rappresentano densità, viscosità dinamica e viscosità cinematica del fluido in movimento secondo l'equazione di Navier-Stokes.
Nel caso di un condotto circolare con V velocità media e D diametro del condotto si ha:
$Re = \frac{VD}{\nu}$, potendo analizzare che a parità di V e D il numero di Reynolds varia a seconda della viscosità del fluido.
L'esperimento di Reynolds si sviluppa tramite il seguente modo: cercando di minimizzare il più possibile gli agenti esterni, un condotto circolare é riempito d'acqua tramite un serbatoio, il flusso viene regolato tramite una valvola esterna, all'interno di questo condotto viene inserito un tracciante colorato per analizzare le linee di corrente nel moto, l'esperimento mostra come all'aumentare del Flusso le linee di corrente passano da essere laminari ad un moto oscillatorio fino ad ottenere un moto turbolento confusionario.
$$Re = \frac{VD}{\nu} = \frac{4Q}{\pi D \nu}$$
Nel caso di un moto uniforme all'interno di un condotto circolare vengono identificati questi casi:
Re < 2000/2500 Si ha un regime laminare
Re > 4000 Si ha regime turbolento
Per valori intermedi di Re tra i due moti é difficile classificare il moto.

CARATTERIZZAZIONE CINEMATICA DI UN CORPO FLUIDO:

Caratterizzare cinematicamente un corpo fluido in movimento equivale a determinare per ogni punto di campo del moto la velocità vettoriale $\vec{v}$. La velocità vettoriale dipende sia dalla posizione di essa nello spazio sia dal tempo e le sue componenti sono:

$v_x = v_x(x, y, z, t)$

$v_y = v_y(x, y, z, t)$

$v_z = v_z(x, y, z, t)$

Se la velocità in qualsiasi punto del campo fluido é indipendente da t, ovvero non compare nelle equazioni, il moto si dice Permanente o Stazionario, in caso opposto, quindi se la velocità dipende dal tempo, il moto si dice Vario.

I due approcci per ottenere questi risultati sono:

L'approccio Lagrangiano, si determina il comportamento tramite una cella elementare che compie una traiettoria, da questa si possono ottenere la velocità, l'accelerazione ed altre caratteristiche del moto, può essere valida per "stimare" i comportamenti, perché nella realtà bisogna usare il secondo metodo.

Approccio Euleriano, al posto di considerare una singola particella, si considera un'intera regione dello spazio percorsa dal fluido e successivamente viene suddivisa tramite una griglia in diverse posizioni. Per ognuna delle nuove sezioni viene determinata la caratteristica del moto ottenendo i profili di velocità, linee di corrente per ognuna di esse per un generico istante di tempo.

L'accelerazione viene suddivisa in una componente Locale (temporale) e spaziale (Grad Velocità)

MOTO ALLA POISEULLE:

IPOTESI

Fluido incomprimibile in moto permanente e laminare, condotto circolare a sezione costante.

Data l'equazione di Navier-Stokes per fluido incomprimibile, pesante con risposta reologica newtoniana:

$$\nabla p + \gamma \nabla h = -\rho \frac{d\vec{v}}{dt} + \mu \nabla^2 \vec{v}$$

L'unica componente del vettore velocità non nulla è quella parallela al vettore superficie "s" del condotto "e" data una distanza dal centro "r".

Il profilo di velocità che si ottiene é:

$v(r) = \dfrac{\gamma i}{4\mu}\left(r_0^2 - r^2\right)$ dove r_0 é il raggio del condotto e "i" é la cadente piezometrica definita da:

$i = -\dfrac{\partial}{\partial s}\left(\dfrac{p}{\gamma} + h\right)$ nel quale la seconda componente rappresenta la quota piezometrica (h*).

h* rappresenta la forza motrice del sistema, ed essa fissata la sezione 's' é indipendente da 'r'.

Il segno negativo indica che la quota piezometrica diminuisce lungo 's'.

Nella sezione si ha una distribuzione idrostatica della pressione.

Dal profilo di velocità si esamina che la velocità massima si ha al centro del condotto.

Data la definizione di portata si ricava quella in un moto alla poiseuille:

$$Q = \int_{r=0}^{r=r_0} v \cdot 2\pi r dr = \int_{r=0}^{r=r_0} \frac{\gamma i}{4\mu}\left(r_0^2 - r^2\right) \cdot 2\pi r dr = \frac{\gamma i \pi r_0^4}{\mu 8}$$

Ricordando che Q=V*A con V velocità media, si può ricavare la velocità media, che risulta essere pari a metà velocità massima.

Per i profili tangenziali ricordando che da ipotesi si tratta di un fluido newtoniano, si ottiene:

$\tau = \dfrac{\gamma i}{2} r$ lo sforzo tangenziale varia linearmente con una minima di zero al centro e massima ai limiti.

Si consideri poi un tratto di condotto percorso dal fluido, la pressione in esso risulta variare lungo la direzione x del moto di corrente.

$v(x) = \frac{p_1 - p_2}{L} \frac{r_0^2 - r^2}{4\mu}$, per poi trovare la portata Q integrando rispetto alla superficie A.

$Q = \frac{\Delta p}{L} \frac{r_0^4}{\mu 8} = \frac{\Delta p}{R}$ con R resistenza del condotto. Essa aumenta minore é il raggio del condotto.

Domande a crocette ricorrenti:

- Peso specifico
- Spinte su superficie curva
- Tronco di corrente
- Resistenza F di Reynolds (Formula)
- Plasma sanguigno fluido omogeneo?
- Resistenze di Vasi in parallelo
- Sforzi tangenziali fluidi in quiete
- Correnti si Imbocco e Sbocco
- Cadente Piezometrica
- Tracciati sanguigni
- Profilo di velocità fluido newtoniano
- Densità fluido
- Punto applicazione spinta idrostatica
- Gradiente di velocità
- Espressione di J con condizione di moto
- Coefficiente per la dissipazione di energia
- Comportamento del sangue come fluido newtoniano
- Conversioni Pa in mmHg
- Portata con Contorno Deformabile
- Sforzi Tangenziali e Pressioni
- Legge fondamentale idrostatica
- Moto permanente e uniforme
- Contorno bagnato
- Fluido di Bingham
- Pressione Assoluta e Relativa
- Serbatoio
- Moto Turbolento
- Pompa potenza utile e rendimento
- Spinte diastoliche

DENSITÀ

$$\rho = \lim_{\delta V \to 0} \frac{\delta m}{\delta V} \quad \left[\frac{kg}{m^3}\right]$$

PESO SPECIFICO

$$\gamma = \lim_{\delta V \to 0} \frac{\delta G}{\delta V} \quad [\frac{N}{m^3}]$$

L’incomprimibilità rende la densità del Fluido costante nel tempo e nello spazio.
L’omogeneità rende il fluido indipendente dalla posizione.

RISPOSTA REOLOGICA
Risposta del Fluido a sforzi Tangenziali

$\tau = \mu \frac{\delta v}{\delta y}$ con τ sforzo di taglio e μ viscosità cinematica in $\left[\frac{kg}{ms}\right]$
Fluidi Newtoniani: Vale la formula sopra della relazione tra sforzo e velocità.
Fluidi Non Newtoniani Dilatanti: All'aumentare del taglio scorre più difficilmente il fluido.
Fluidi Non Newtoniani Plastificanti: Diventano meno viscosi se aumento la sollecitazione.
Fluidi di Bingham: Hanno uno sforzo critico prima di scorrere, il fluido prima si deforma poi scorre linearmente.
Fluidi Perfetti: Non hanno resistenza allo scorrimento taglio sempre uguale a zero.

IDROSTATICA
La legge fondamentale implica un Fluido Pesante, Incomprimibile in quiete $p + \gamma h = cost$

SPINTA IDROSTATICA SUPERFICI PIANE:
Ipotesi di Lavoro: Fluido in quiete, Pesante, Incomprimibile e Superficie Piana.
$\vec{S} = \int_{A_{sup}} p\vec{n}dA = p_G A$ per quanto riguarda la direzione, verso e punto di applicazione, essi dipendono da p_G, se relativa maggiore di Zero, la spinta ha direzione dal fluido alla superficie e il punto di applicazione ha una quota geodetica maggiore, se minore di Zero, la spinta va dalla superficie al fluido con punto di applicazione a quota geodetica inferiore al baricentro.
Per trovare il punto di applicazione esatto si fa un equivalenza dei momenti tramite inerzia.

COLONNA FLUIDA
Dalla legge fondamentale dell'idrostatica abbiamo che $p + \gamma h = cost$.
Posso considerare l'altezza di liquido per generare una pressione con la formula $h = \frac{p}{\gamma}$.
L'unità fondamentale sono i mm_{Hg} che si ottengono da $h\frac{\gamma \cdot 1000}{\gamma_{Hg}}$.
CINEMATICA CORPI FLUIDI
Approccio Lagrangiano seguiamo ogni singola particella nel tempo e nello spazio per determinare velocità e accelerazione istante per istante.
Approccio Euleriano poniamo l'attenzione sulla regione dello spazio occupata dal fluido.

VETTORE ACCELERAZIONE Derivata del vettore velocità rispetto al tempo, é formato da una componente temporale legata al tempo ed una legata alla posizione, quindi anche un moto stazionario presenta un vettore accelerazione.
CONSERVAZIONE DELLA MASSA
In un sistema inalterato la massa si conserva sempre.
$\frac{\delta \rho Q}{\delta s} + \frac{\delta \rho A}{\delta t} = 0$ Per un Tronco di Corrente.
1. Fluido Incomprimibile e Moto Stazionario (con contorno Deformabile) o Moto vario con contorno Rigido
   La portata rimane costante.
2. Fluido Comprimibile e moto stazionario
   Portata Massica costante $\rho Q = cost$
3. Fluido Comprimibile e Moto Vario $Q_{in}(t) - Q_{out}(t) = \Omega(h)\frac{\delta h}{\delta t}$

EQUAZIONE DI CONTINUITÀ IN UN NODO
Ipotesi di Fluido Incomprimibile e Moto stazionario (contorno deformabile) o Vario con contorno indeformabile. La portata entrante é uguale a quella uscente.

Per un fluido Incomprimibile si ha $\nabla\vec{v} = 0$ il volume dell'elemento non cambia nel tempo espresso dalla conservazione di massa in forma locale.

DINAMICA DEI FLUIDI REALI
Newtoniani Incomprimibili e pesanti.
L'equazione di Navier-Stokes esprime l'equilibrio delle forze per unità di volume.

REYNOLDS
Rapporto delle forze di inerzia convettive rispetto a quelle viscose.

MOTO DI POISEUILLE
Fluido Newtoniano, Incomprimibile, Moto Permanente e Laminare.
Cadente Piezometrica " i " Forza motrice del sistema, perdita di energia del moto.

TIPOLOGIE DI MOTO
PERMANENTE/STAZIONARIO
Il modulo del vettore velocità rimane costante nel tempo
VARIO
Il modulo del vettore velocità varia nel tempo

SANGUE COME FLUIDO NEWTONIANO
Il sangue é composto da una parte Newtoniana che consiste nel plasma, in una parte non newtoniana che sono i globuli rossi, il sangue puo essere considerato un fluido newtoniano nei grandi vasi, con un peso specifico di circa 1.05 gamma H2O

COSE DA RIVEDERE

-Schema con pressione del sangue da fare in mmHG
-Casistiche del tronco di Corrente
-Equazioni per sbocco imbocco generali
-Equazione sforzi tangenziali
-Equazioni per trovare F con casistiche delle pareti e Re
-Pressione del sangue SCHEMA
-Fluidi Perfetti
-Equazioni con i gradienti
-Moto uniforme
-Contorno bagnato
-Moto pulsatile