

Esercizi di Fondamenti di Automatica - 2
Corso di Laurea in Ingegneria Elettronica
A.A. 2020/2021

Esercizio 1. Tracciare il diagramma di Bode delle seguenti funzioni di trasferimento:

1. $W(s) = \frac{s}{s+1}$;

2. $W(s) = \frac{s-1}{s+1}$;

3. $W(s) = \frac{5}{(s+1)(s+5)}$;

4. $W(s) = \frac{s+10}{(s+0.1)(s+1)}$;

5. $W(s) = \frac{s-1}{s(s+10)}$;

6. $W(s) = \frac{s-1}{s^2}$;

7. $W(s) = 10 \frac{s+0.1}{(s-1)(s+1)}$;

8. $W(s) = 10^3 \frac{s(s+10)}{(s+10^2)^2}$;

9. $W(s) = 10 \frac{s(s-10^{-1})}{(s+10)^2(s^2-1)}$;

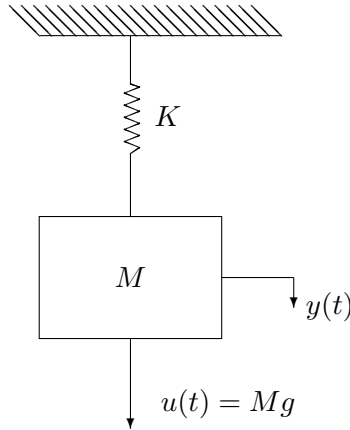
10. $W(s) = \frac{(s-10)}{s^2(s+10)^2}$.

Esercizio 2. Si consideri il sistema dinamico SISO a tempo continuo descritto dalla seguente equazione differenziale:

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 100 \frac{dy(t)}{dt} = \frac{du(t)}{dt} + u(t), \quad t \in \mathbb{R}_+,$$

dove y è l'uscita e u l'ingresso. Si determini la risposta in frequenza del sistema e se ne tracci il diagramma di Bode.

Esercizio 3. Si consideri il seguente sistema meccanico



dove M rappresenta la massa del corpo sospeso, K la costante elastica della molla e indichiamo con ν il coefficiente di attrito che avversa il moto del corpo.

- i) Determinare la risposta in frequenza $W(j\omega)$ del sistema;
- ii) supponendo $M = 1Kg$, $K = 0.2N/m$ e $\nu = 0.01N \cdot s/m$, si tracci il diagramma di Bode di $W(j\omega)$.

Esercizio 4. Si consideri il sistema dinamico SISO a tempo continuo descritto dalla seguente equazione differenziale:

$$\frac{d^3 y(t)}{dt^3} + 11 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 10 \frac{dy(t)}{dt} = 100 \frac{du(t)}{dt} - u(t), \quad t \in \mathbb{R}_+.$$

- i) Si determini la risposta in frequenza del sistema e
- ii) se ne tracci il diagramma di Bode.

Esercizio 5. Tracciare il diagramma di Bode delle seguenti funzioni di trasferimento:

1. $W(s) = \frac{s}{s^2 + 1}$;
2. $W(s) = \frac{s + 1}{s^2 + 2s + 2}$;
3. $W(s) = \frac{s + 10}{(s + 0.1)(s^2 + 1)}$;
4. $W(s) = \frac{s - 1}{s(s^2 + 6s + 25)}$;
5. $W(s) = \frac{s + 1}{s^2 + 2s + 9}$;

$$6. W(s) = 10 \frac{s + 0.1}{(s - 1)^2(s^2 + 1)}.$$

$$7. W(s) = 20 \frac{s(s + 0.1)}{(s^2 + 2s + 9)^2};$$

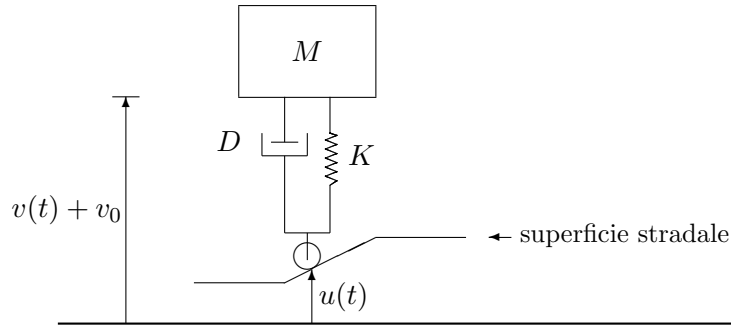
$$8. W(s) = \frac{s + 0.1}{s^2(s^2 + 1)(s - 10)};$$

$$9. W(s) = 100 \frac{s + 1}{s(s^2 + 1)(s - 10)^2};$$

$$10. W(s) = \frac{s^2 + 2s + 100}{s(s^2 + 1)(s - 10)};$$

$$11. W(s) = 0.1 \frac{s - 100}{s^2(s^2 - 0.5s + 1)(s + 10)}.$$

Esercizio 6. [Sospensioni di un'automobile] Nel Capitolo 1 del libro abbiamo introdotto il sistema massa-molla-smorzatore e abbiamo elencato, tra le sue possibili applicazioni, la descrizione approssimata delle sospensioni di un'automobile. Vogliamo ora prendere in considerazione con maggior dettaglio questo problema. L'obiettivo delle sospensioni di un'automobile è quello di filtrare le brusche variazioni nell'andamento dell'automobile dovute alle irregolarità del terreno. In tal senso il sistema si comporta come un filtro passa-basso.



Nella figura precedente, y_0 rappresenta la distanza tra la massa M (dello chassis) dell'auto e la superficie stradale in condizioni di riposo, $y(t) + y_0$ la posizione dell'auto rispetto al riferimento di quota (indipendentemente dalle irregolarità del fondo stradale), mentre $u(t)$ rappresenta lo scostamento della posizione del fondo stradale rispetto al riferimento di quota. L'equazione descrittiva della dinamica del sistema risulta:

$$M \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + D \frac{dy(t)}{dt} + K y(t) = K u(t) + D \frac{du(t)}{dt},$$

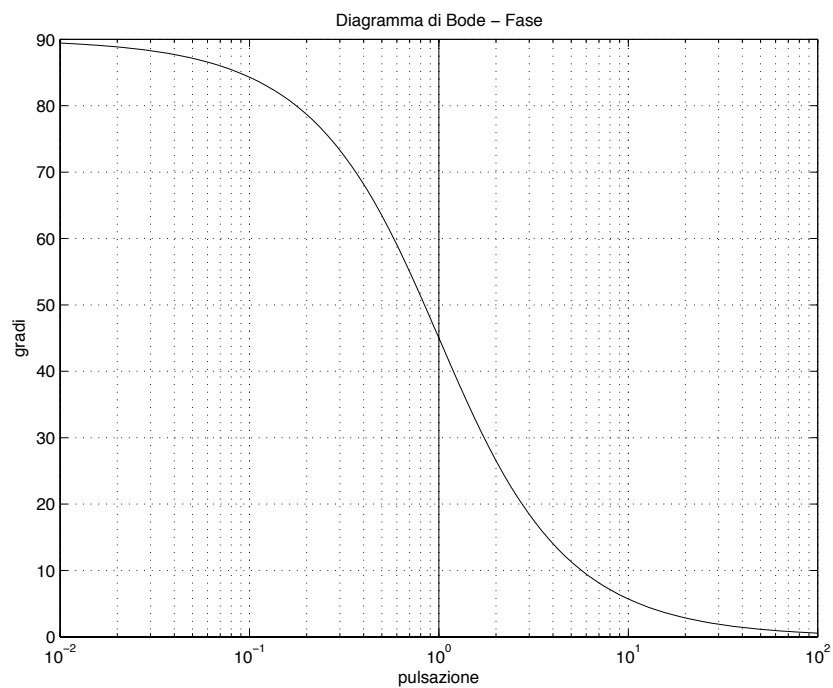
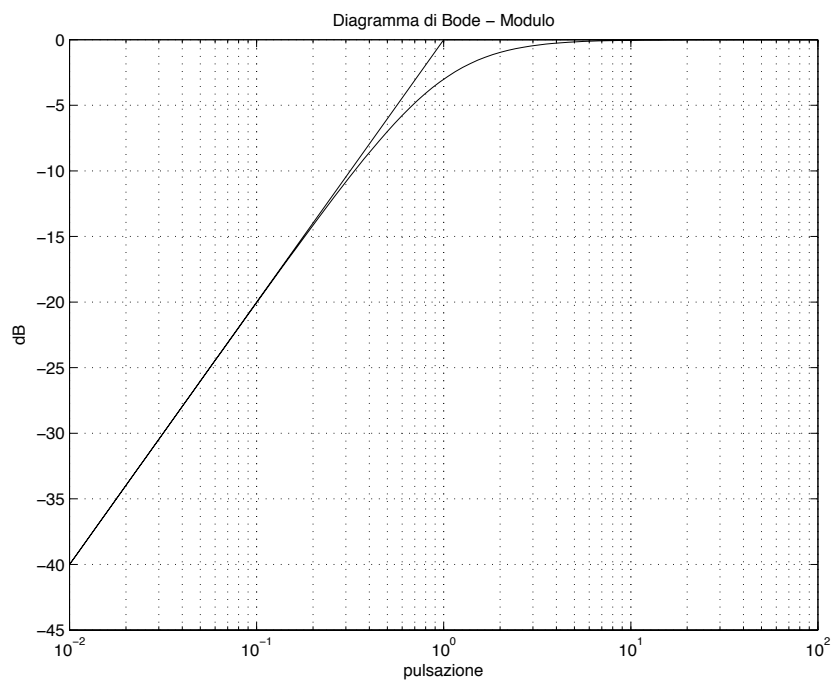
dove M è la massa dell'auto, K e D sono le costanti di molla e smorzatore.

i) Si studi la stabilità BIBO del sistema.

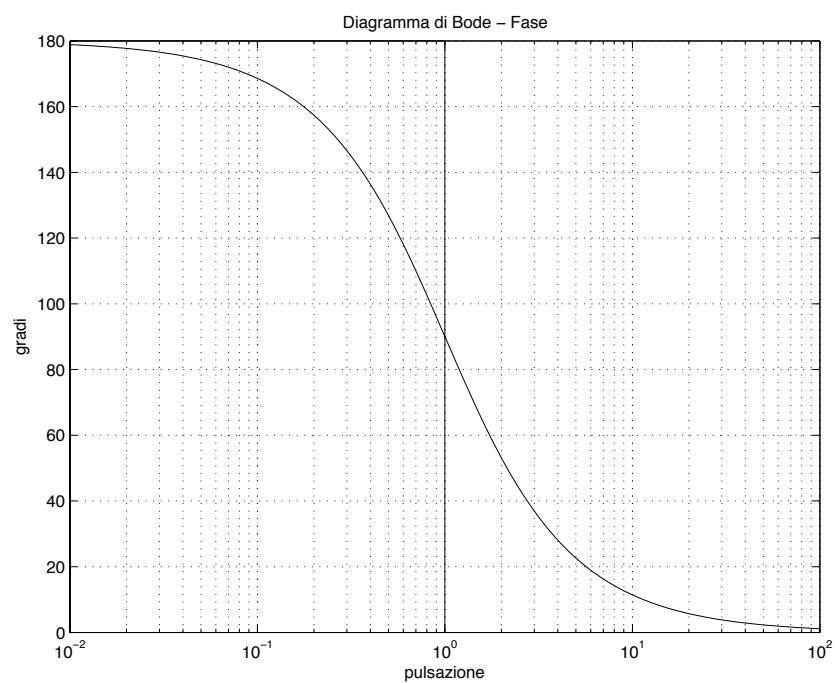
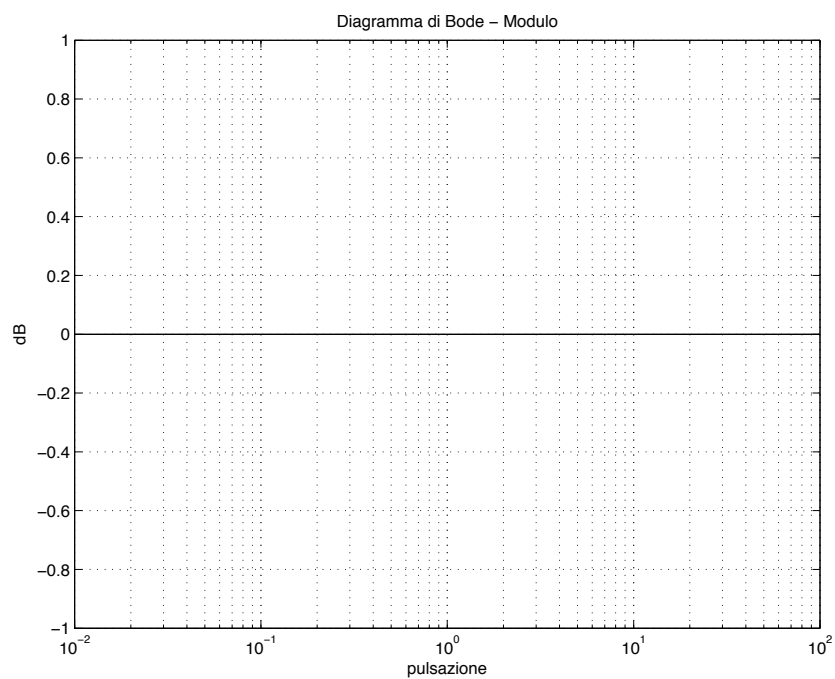
- ii) Si determini la risposta in frequenza del sistema.
- iii) Assumendo $D^2 < 4KM$, situazione tipica per i valori delle costanti in gioco in un sistema fisico, si tracci il diagramma di Bode della risposta in frequenza precedentemente determinata.
- iv) Si determini la risposta al gradino $u(t) = \delta_{-1}(t)$ del sistema in esame.

Soluzioni numeriche di alcuni esercizi

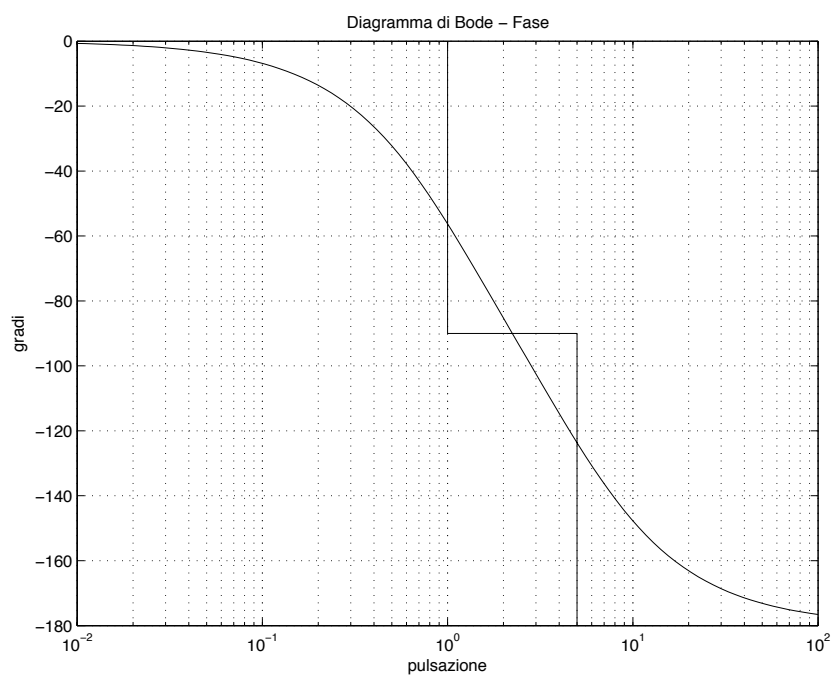
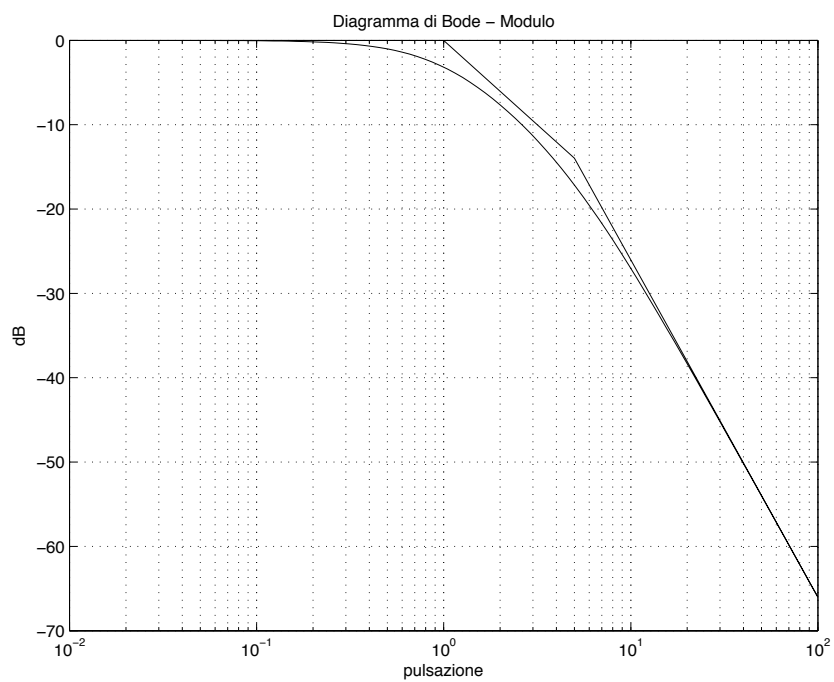
Esercizio 1. 1)



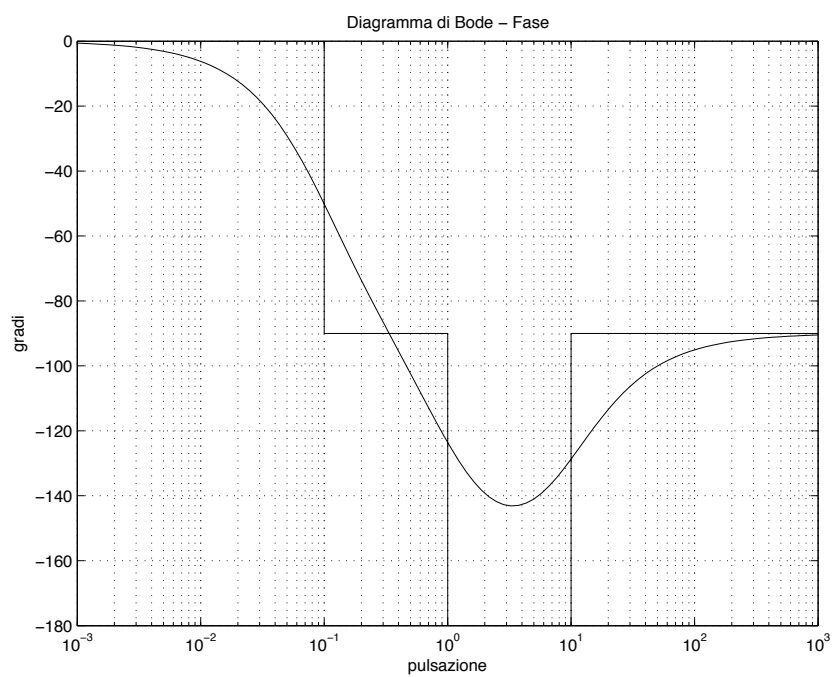
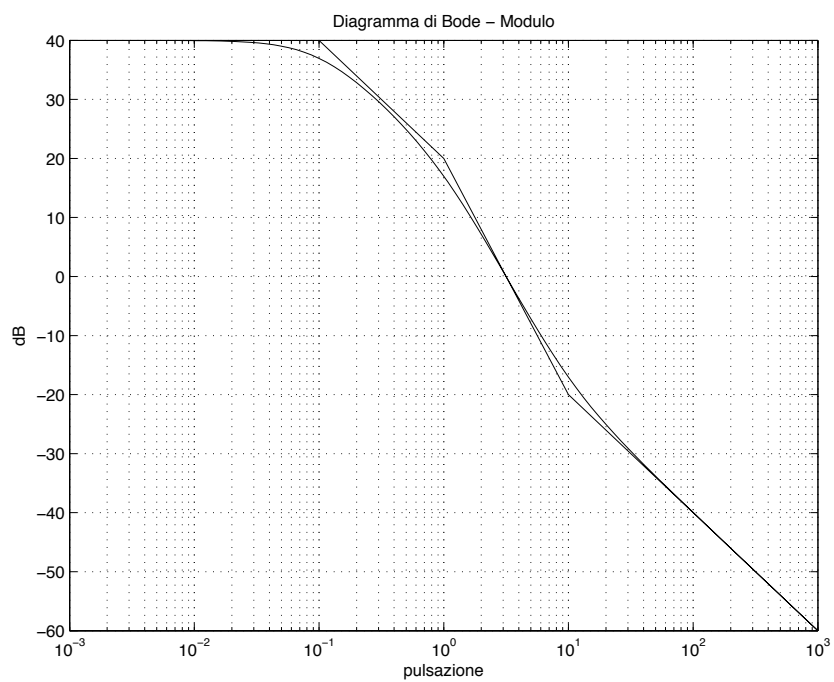
2)



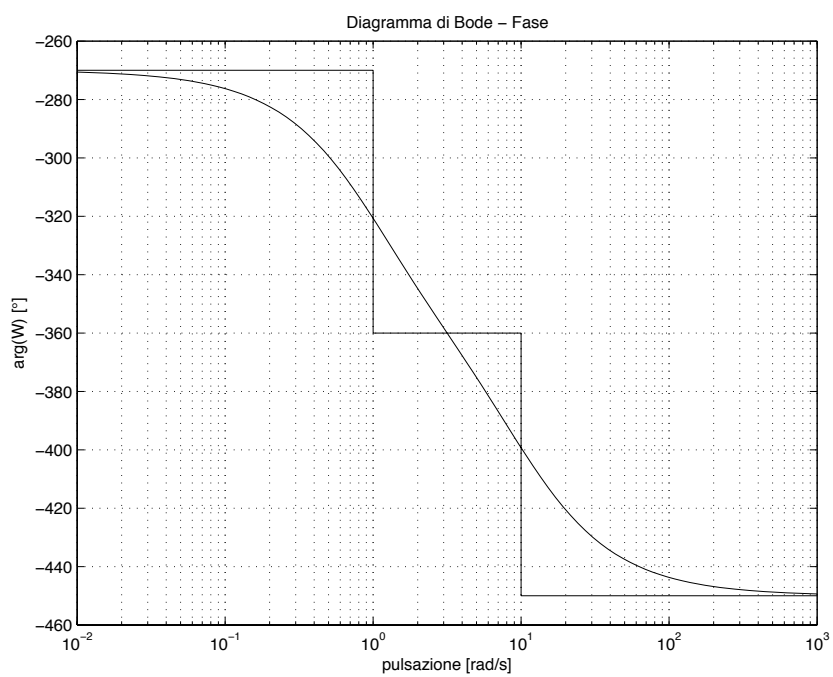
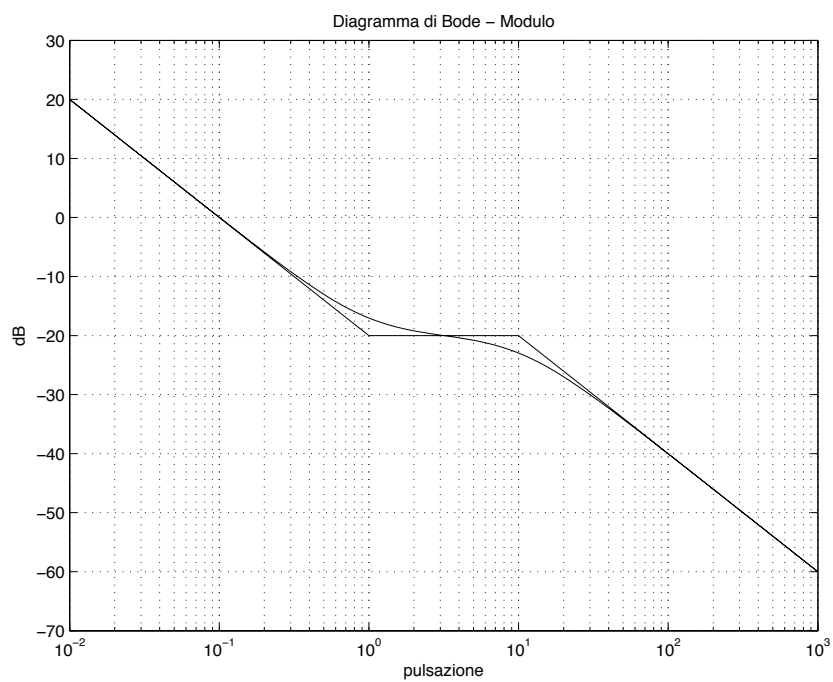
3)



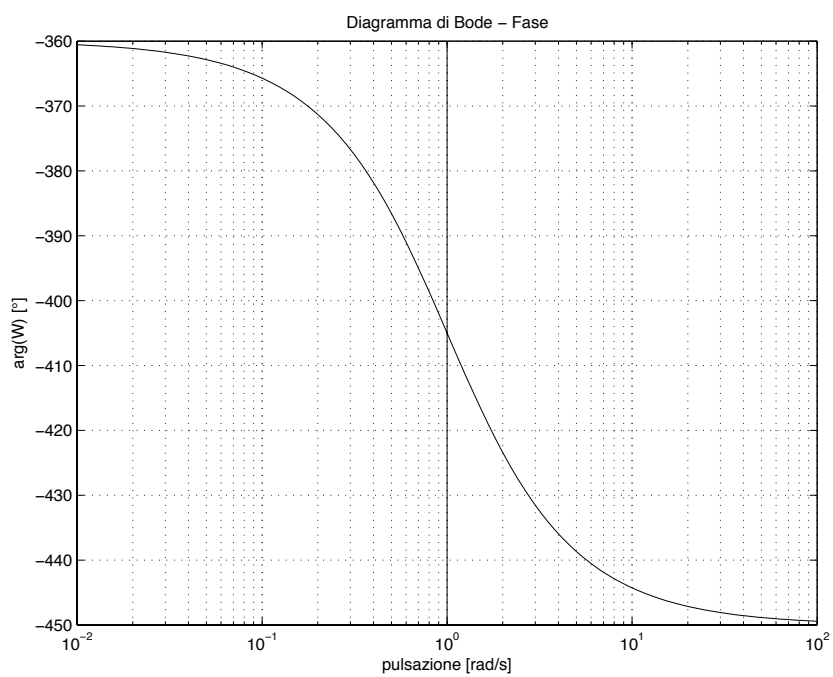
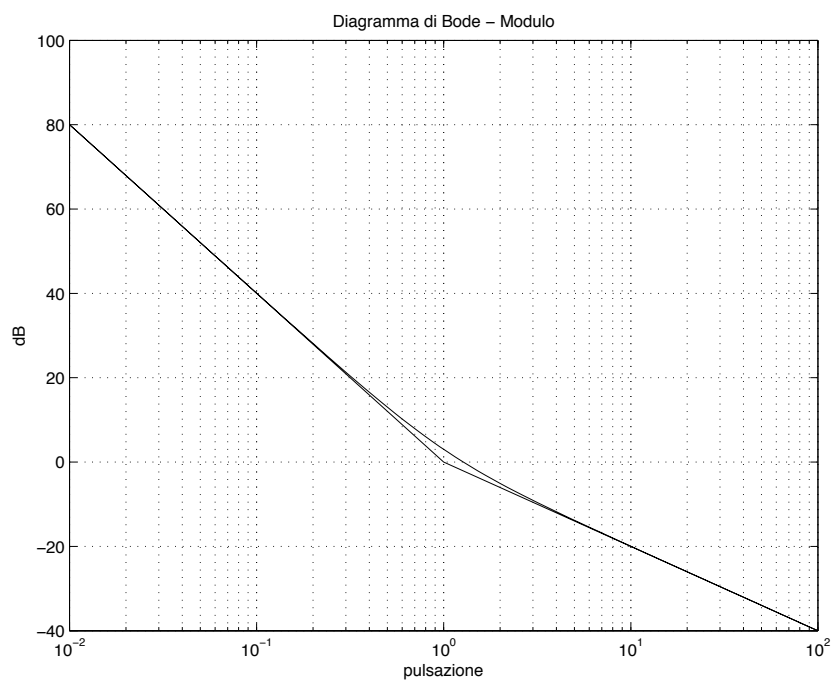
4)



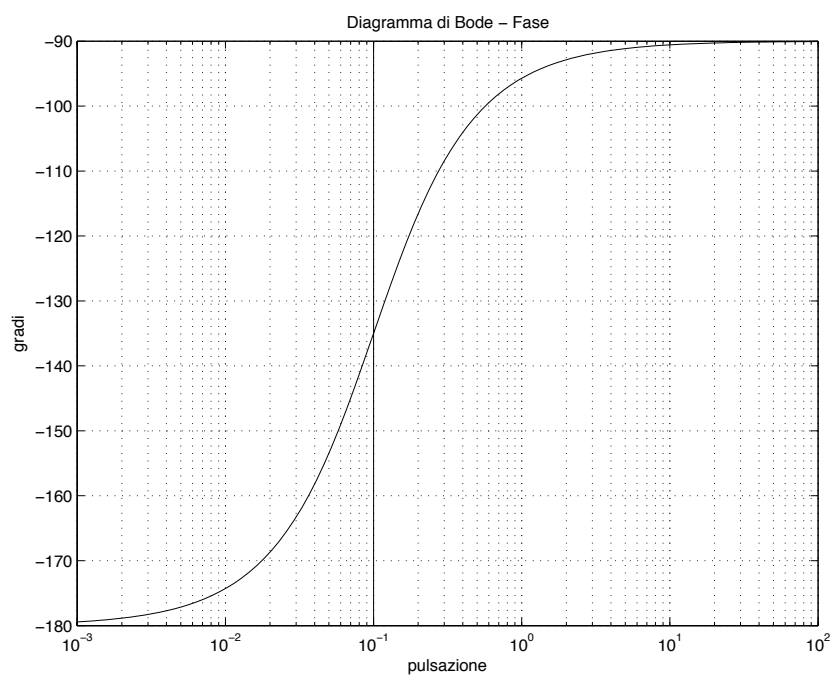
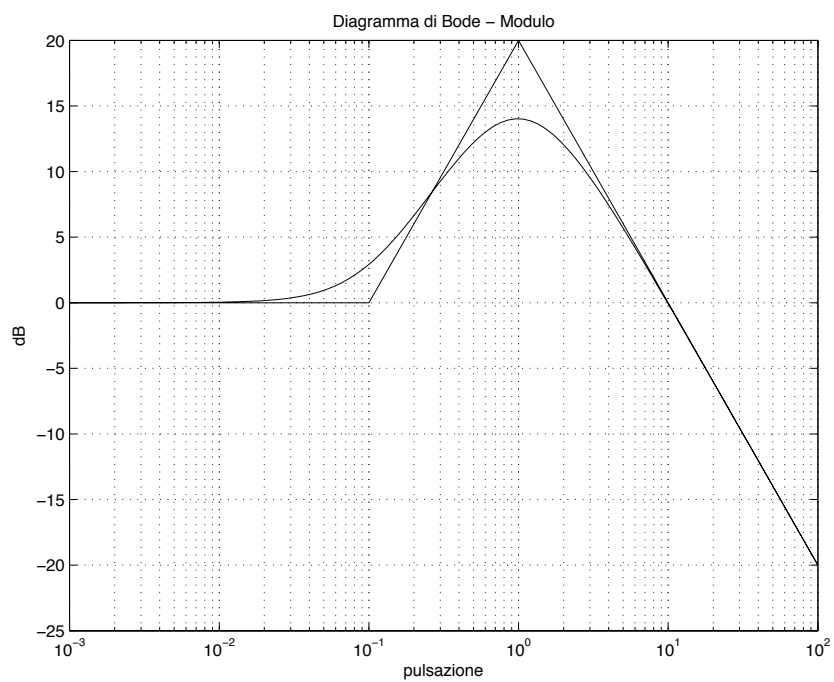
5)



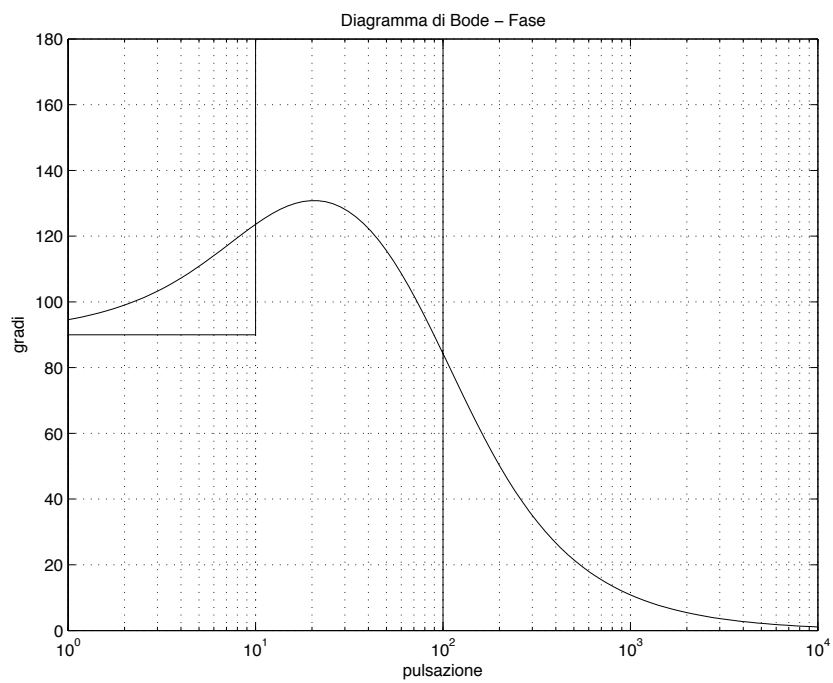
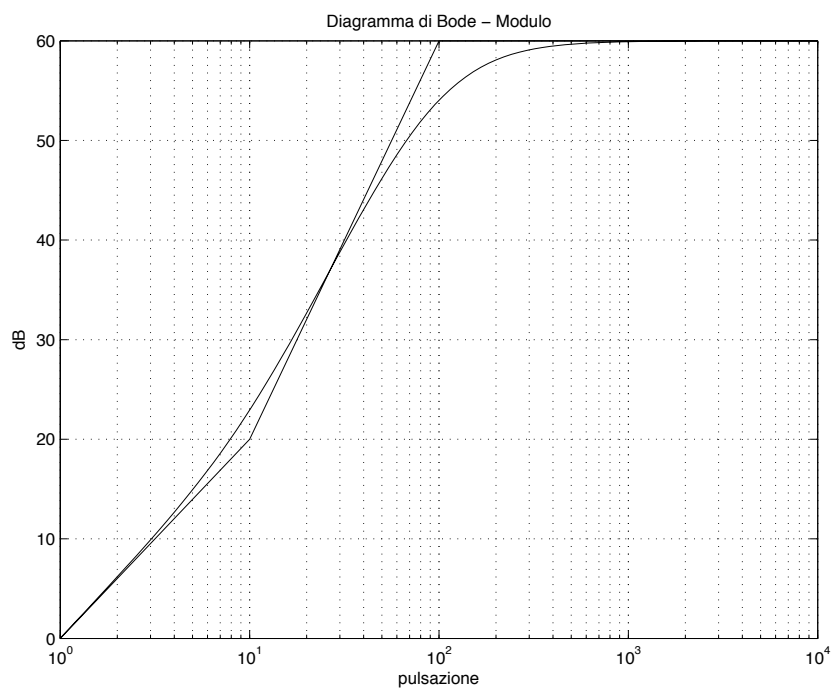
6)



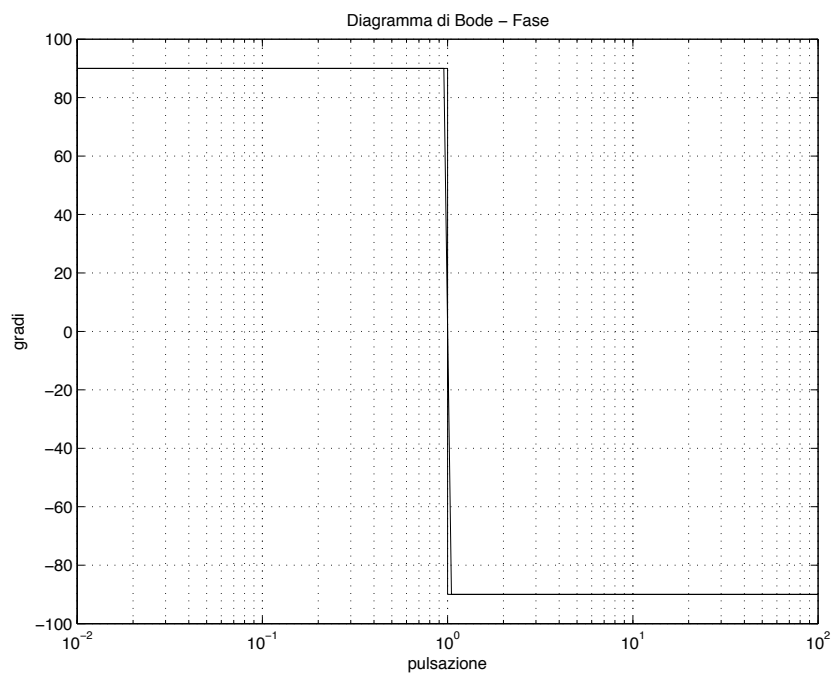
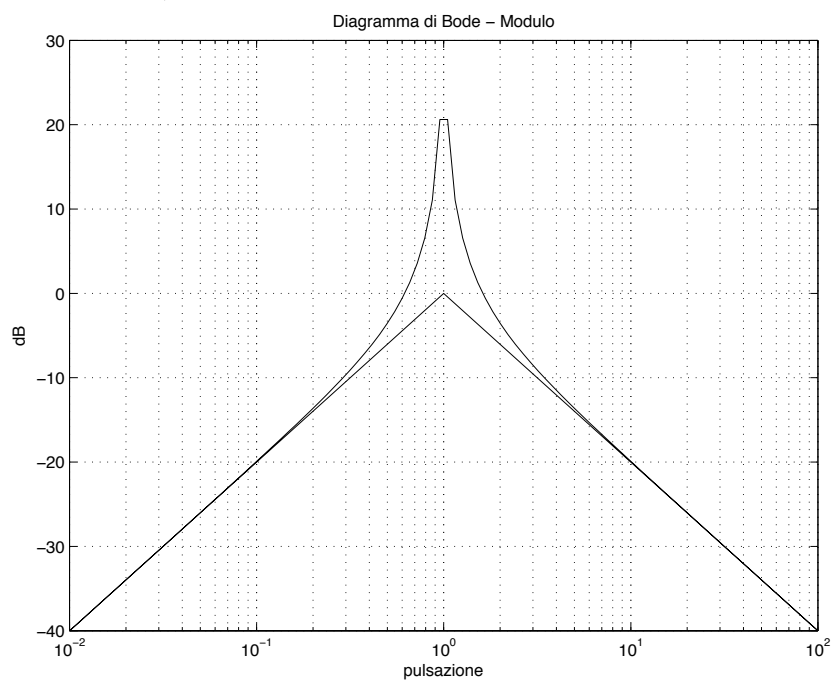
7)



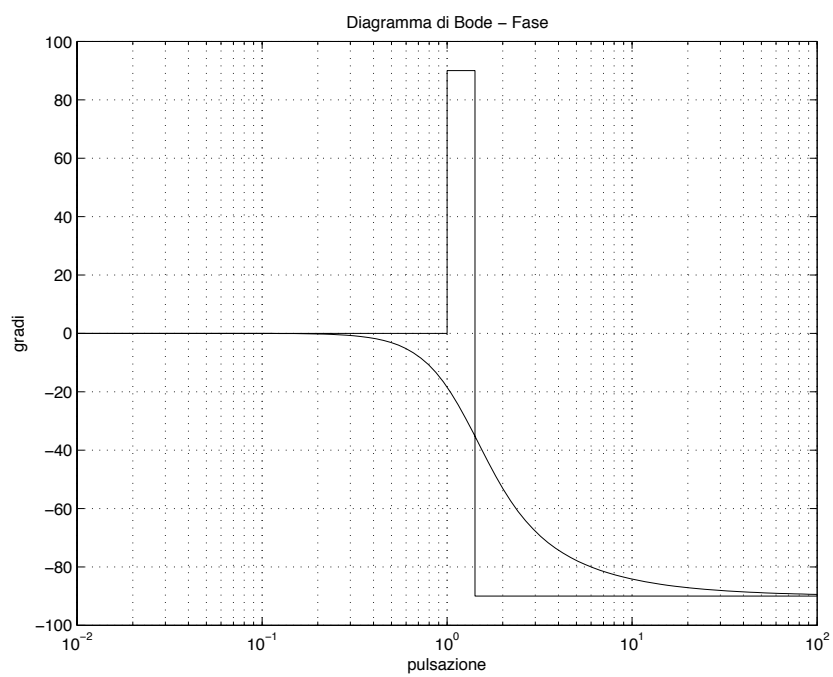
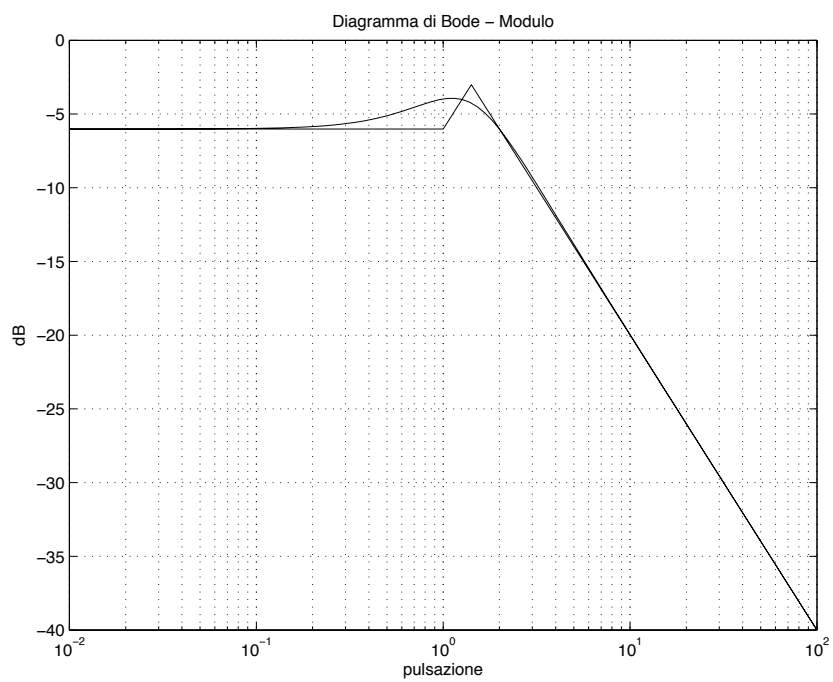
8)



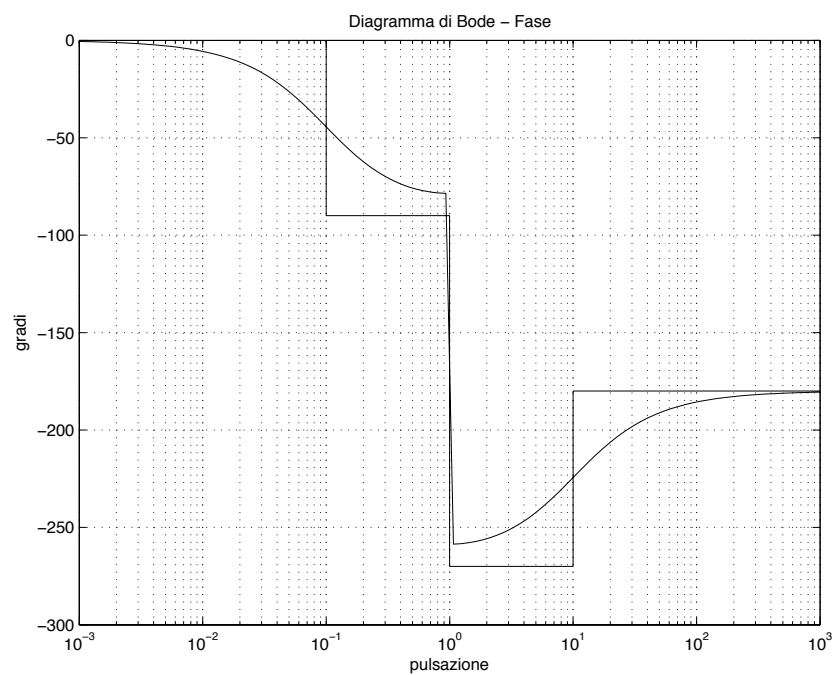
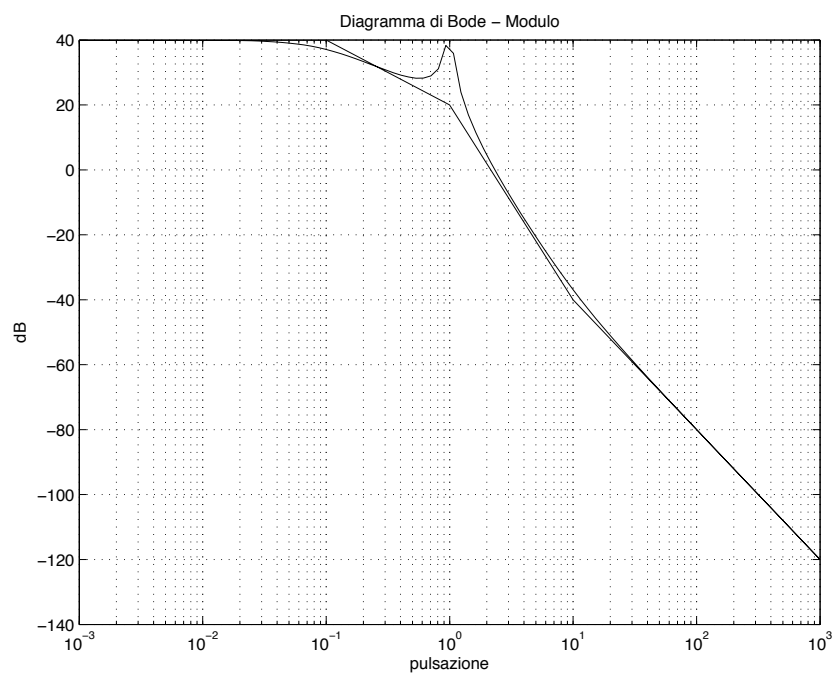
Esercizio 5. 1)



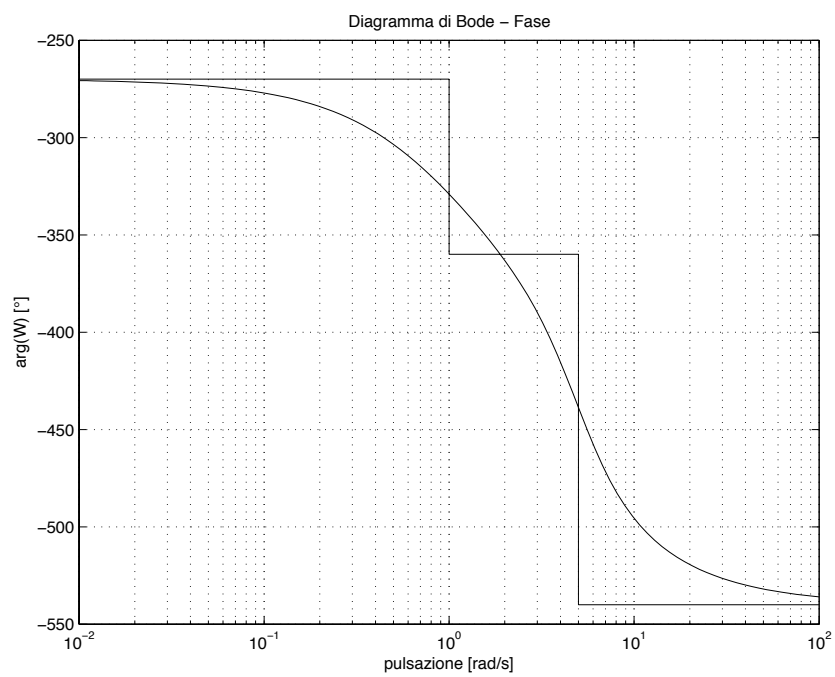
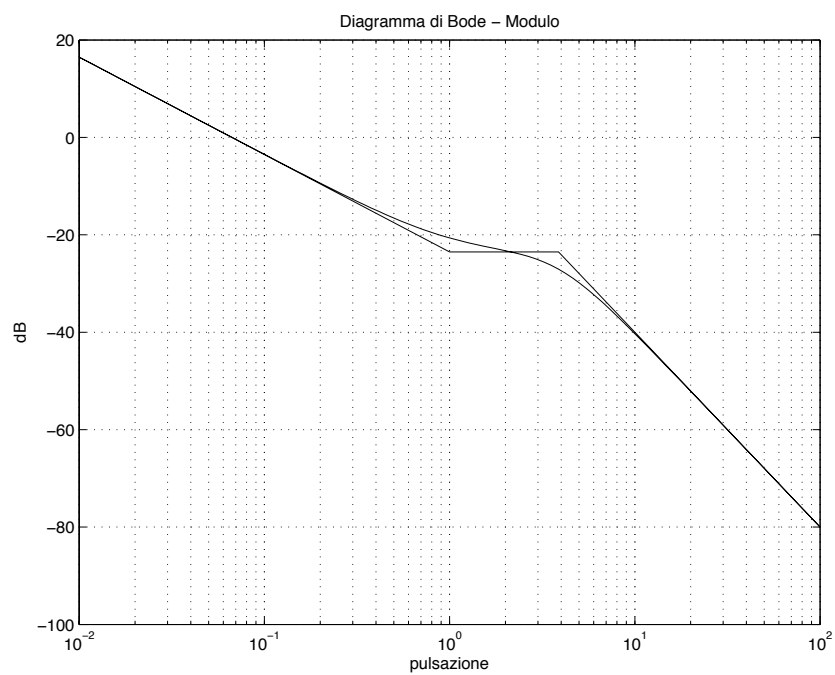
2)



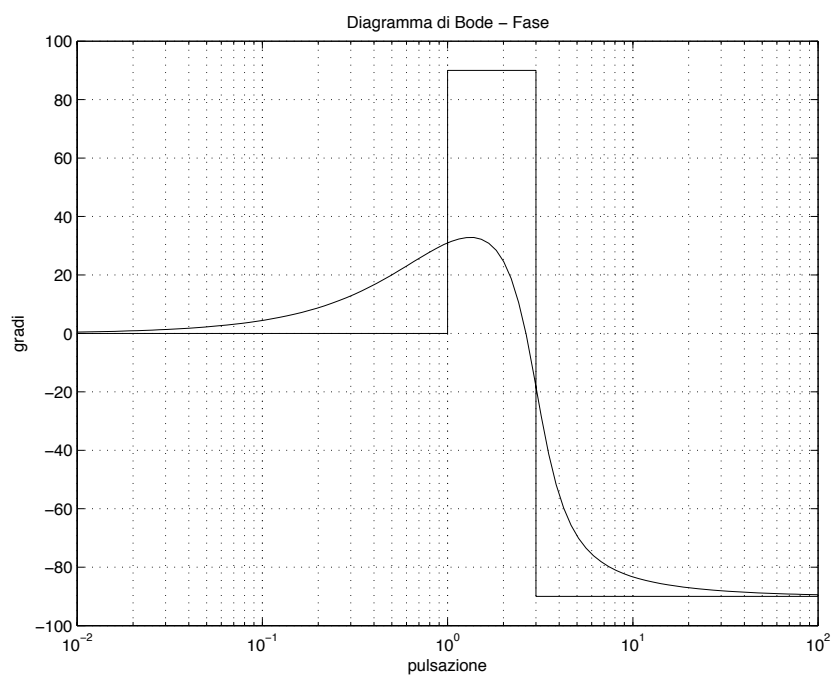
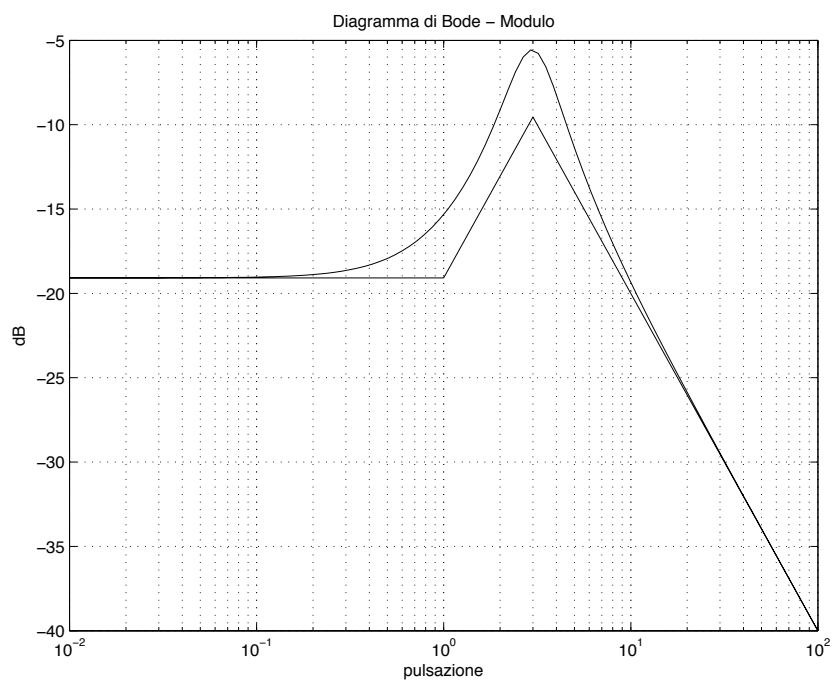
3)



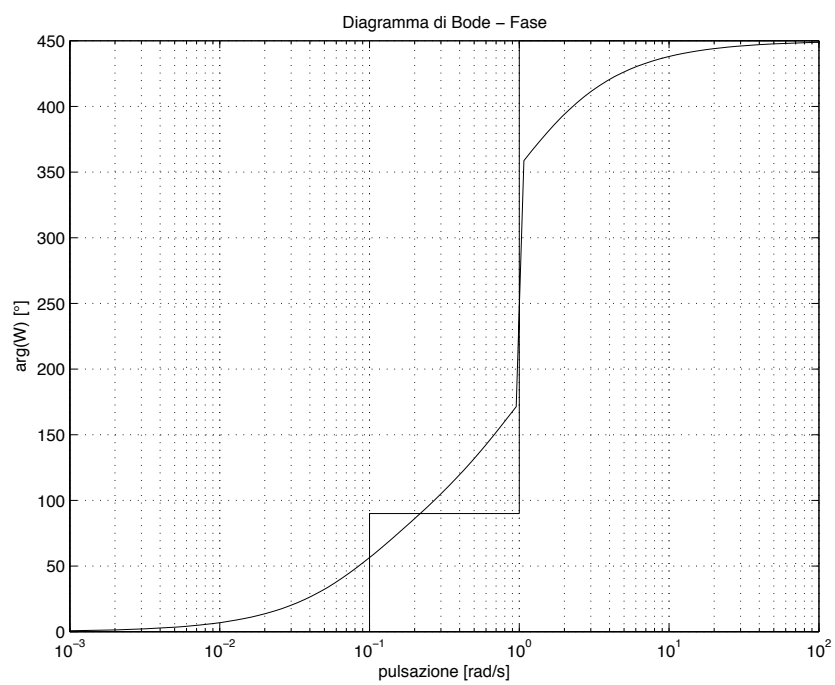
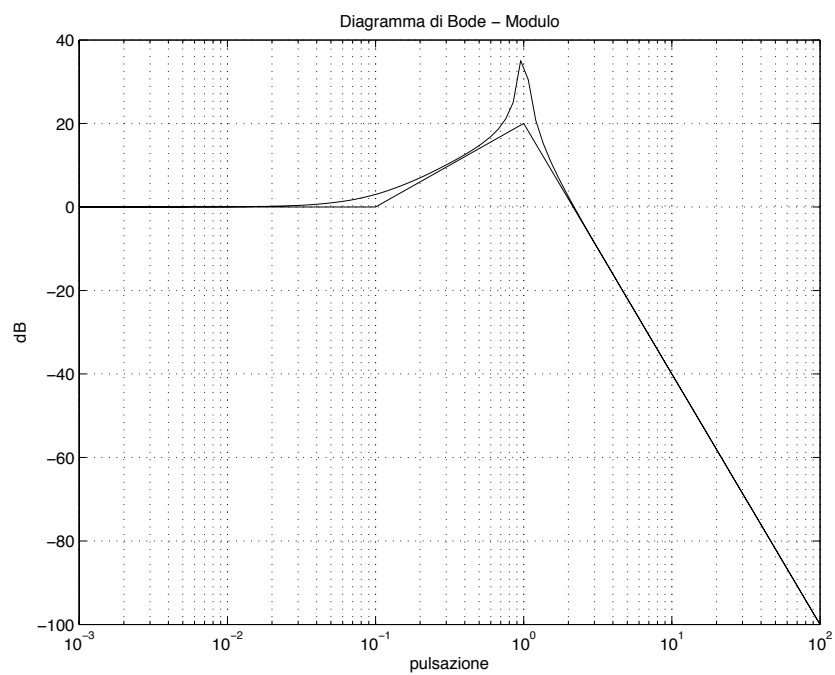
4)



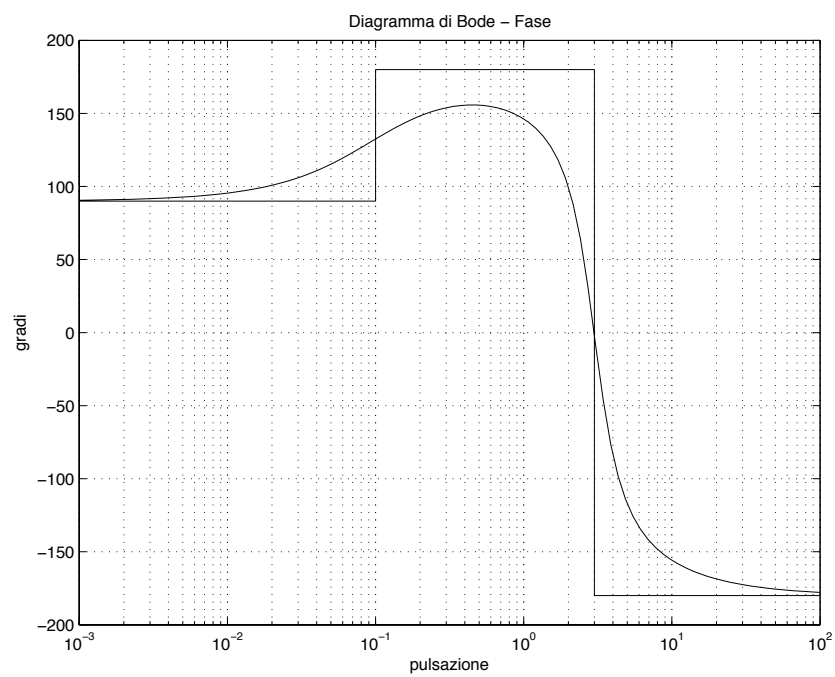
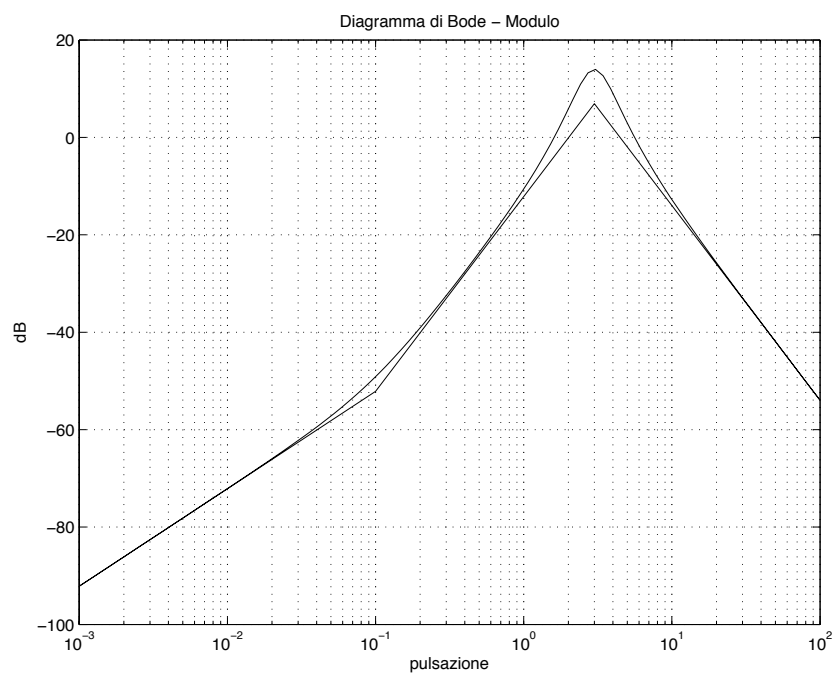
5)



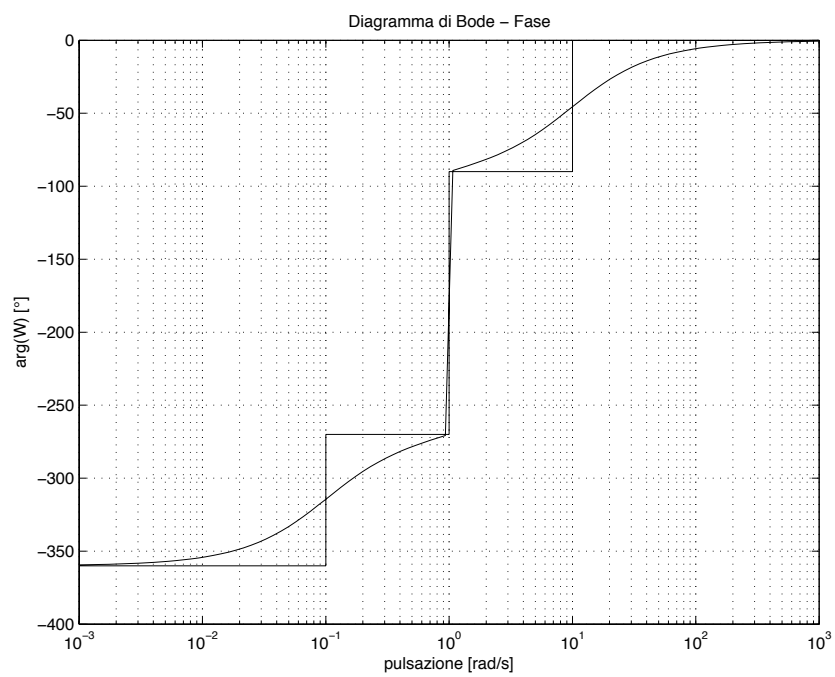
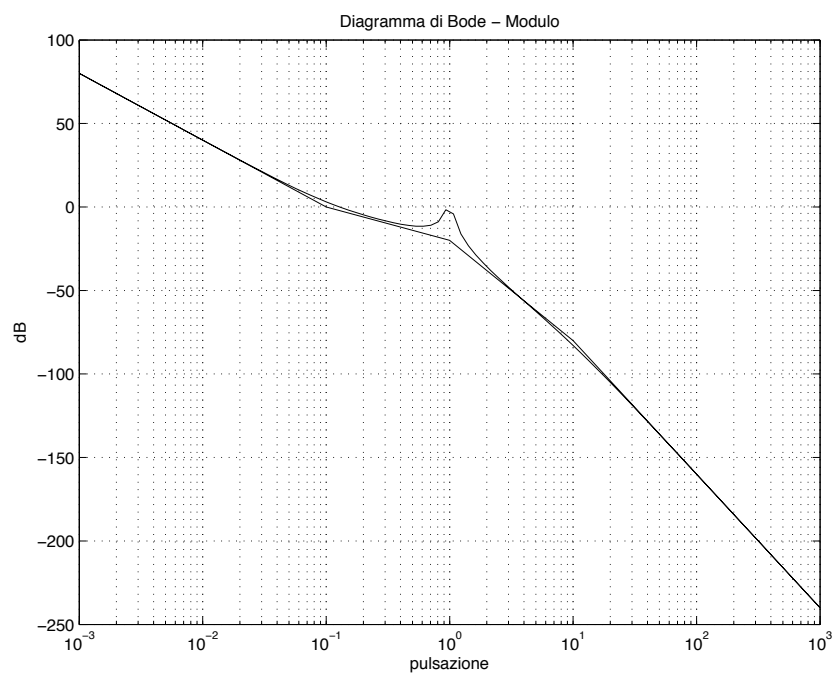
6)



7)



8)



9)

