Elaborazione di segnali biomedici - LABORATORIO

Filtri nel dominio della frequenza

Tutor: Dr. Giulia Vallini

Prof. Mattia Veronese

Email: <u>mattia.veronese@unipd.it</u> Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

Progettazione filtri digitali

La progettazione di un filtro si può fare:

- Tramite allocazione zeri e poli della funzione di trasferimento H(z) nel piano complesso z, verificando sempre STABILITA' (poli nel cerchio di raggio unitario) e REALIZZABILITA' FISICA (causalita' e coefficienti reali)
- Tramite metodi di sintesi al calcolatore con funzioni build- in di MATLAB

Progettazione filtri digitali

REALIZZABILITÀ FISICA

Causalità della sequenza h(n) IMPLICA che

- la regione di convergenza di H(z) corrisponde all'esterno di un cerchio di raggio > del polo di H(z) di valore assoluto massimo
- Il numero di poli è sempre maggiore o uguale al numero di zeri

Coefficienti reali di h(n) IMPLICA che

- per ogni polo e zero complesso, deve essere presente anche il rispettivo complesso coniugato
- poli e zeri sull'asse reale possono essere singoli (hanno parte immaginaria nulla quindi coincidono con i propri complessi coniugati).

STABILITÀ

 tutti i polidel filtro devono cadere nel cerchio unitario, mentre gli zeri possono essere posizionati in qualunque punto del piano z

Calcolo di H(z) a partire dai suoi poli e zeri

Per calcolare H(z):

- 1) si definiscono i vettori z vettore degli zeri e p vettore dei poli
- 2) tramite la funzione matlab **poly** si ricavano b ed a (coefficienti del numeratore e denominatore di H(z))

3) si calcola H(z) con la funzione matlab freqz

<u>N.B.</u> Se è nota H(z) si hanno il vettore dei coefficienti del numeratore (b) e quello dei coefficienti del denominatore (a). Si possono quindi calcolare zeri e poli tramite la funzione roots:

```
z=roots(b) → zeri di H
p=roots(a) → poli di H (N.B. per stabilità abs(p)< 1)
```

Calcolo di H(z) a partire dai suoi poli e zeri

Per disegnare il diagramma di Bode:

freqz(b,a,Np,Fc)

Oppure:

Per disegnare zeri e poli:

```
zplane(z,p) con z e p vettori colonna
zplane(b,a) con b e a vettori riga
```

Progettazione filtro: guadagno

Nella progettazione di un filtro, una volta stabiliti i poli (sempre dentro al cerchio unitario) e gli zeri, si deve imporre che il guadagno sia unitario per le frequenze da far passare inalterate.

Per fare cio' si usa la funzione:

polyval(b,x) valuta il polinomio b in x

Per garantire che la frequenza resti inalterata, si calcola H(z) nel punto z_0 , corrispondente appunto a ω_0 , e si pone:

```
G= polyval(b,z<sub>0</sub>)/polyval(a,z<sub>0</sub>); % Valore di H(z) in z<sub>0</sub>
b= b*(1/G);
[H, F] = freqz(b,a,2048,Fc); \rightarrow |H(z<sub>0</sub>)|=1
```

Esercizio 1

Progettare un filtro con uno zero in -1, un polo in 0.9, una coppia di zeri e poli complessi coniugati a 30 Hz e un'altra a 60 Hz. Gli zeri siano sul cerchio di raggio unitario e i poli all'interno del cerchio unitario (ad es. modulo 0.9). Imporre che il guadagno sia unitario per $z_0=1$.

QUESITI:

- Visualizzare la risposta in frequenza del filtro, in modulo e fase, e il diagramma zeri-poli.
- Applicare tale filtro al segnale campionato a 1000 Hz contenuto nel file segnale_bioelettrico.mat, e plottare il segnale originale e quello filtrato.

Esercizi

Esercizio 2

Progettare un filtro in modo che la funzione di trasferimento H(z) del segnale campionato con frequenza di 1000 Hz abbia:

- 1. Uno zero in z=0 e un polo in p=0.8
- 2. Uno zero in 0.5 e una coppia di poli complessi coniugati in $-0.6\pm j0.3$
- 3. Uno zero in 0.5 e una coppia di poli complessi coniugati a 60Hz dentro al cerchio unitario

Esercizio 3

Si consideri il filtro dato dalla seguente equazione alle differenze, frequenza di campionamento 1000 Hz:

$$y(n) + 0.81y(n-1) = x(n) - x(n-2)$$

- 1. Determinare la funzione di trasferimento del filtro
- 2. Determinare poli e zeri della funzione di trasferimento
- 3. Visualizzare la risposta in frequenza del filtro, in modulo e fase, e il diagramma zeri-poli

Esercizio 4

Progettare un filtro passa-basso con 2 poli reali coincidenti in 0.8 e 2 zeri nell'origine, frequenza di campionamento di 1000 Hz, in modo che abbia guadagno unitario per ω =0 [$H(\omega$ =0)|= |H(1)|= 1].

Visualizzare la risposta in frequenza del filtro, in modulo e fase, e il diagramma zeri-poli.