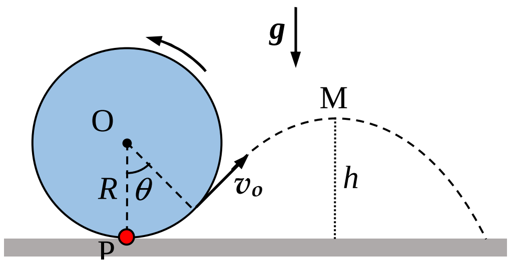
Corsi di Laurea in Ingegneria Biomedica, dell'Informazione, Elettronica e Informatica
Canale 3 (Prof. G. Naletto)
Prima Prova in Itinere di Fisica Generale 1 - Padova, 22 Aprile 2017

Cognome .... Nome .... Matricola ....

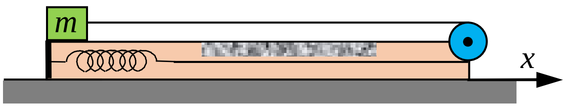
Problema 1



Una ruota di raggio $R = 0.45$ m, posta verticale e inizialmente ferma con il suo punto più basso P appoggiato ad un piano orizzontale (liscio), viene messa in rotazione attorno al suo asse O tramite un motorino che fornisce una accelerazione angolare costante di modulo $\alpha = 1.8$ rad/s^2. Un corpo di dimensioni trascurabili è attaccato in P tramite un adesivo. All'istante $t_o = 0$, quando il raggio OP è inclinato di un angolo $\theta = \pi/4$ rispetto alla verticale dopo che la ruota ha compiuto un giro completo, la forza complessivamente agente sul corpo supera la massima forza $\boldsymbol{F}_{ad,max}$ di adesione dell'adesivo; il corpo si stacca dalla ruota con una velocità istantanea di modulo v_o ed inizia un moto soggetto alla sola accelerazione di gravità. Determinare:

a) il modulo a dell'accelerazione del corpo un istante prima del distacco;
b) il modulo $F_{ad,N}$ della componente centripeta della massima forza di adesione dell'adesivo, nell'ipotesi che la massa del corpo sia $m = 0.05$ kg;
c) la massima altezza h raggiunta dal corpo rispetto al piano orizzontale;
d) l'istante t in cui il corpo tocca il suolo;
e) modulo direzione e verso della velocità di impatto $\boldsymbol{v}_{fin}$ del corpo con il suolo.

Problema 2



Un corpo di massa $m = 1.4$ kg è appoggiato sul piano orizzontale di un carrello di massa $M = 12$ kg che giace su un piano liscio orizzontale. Il corpo è attaccato ad una fune ideale tesa orizzontale collegata all'altra estremità ad una molla di costante elastica $k = 80$ N/m per mezzo di una carrucola ideale di massa trascurabile (vedi figura); la molla è vincolata al carrello ed è tenuta allungata di una quantità $\Delta x = 0.11$ m per mezzo di un opportuno sistema di bloccaggio. Tutto il sistema è fermo, e dopo aver sbloccato la molla si mette in movimento. Il corpo scorre inizialmente su un tratto liscio del piano del carrello, di lunghezza maggiore di Δx, poi entra in un tratto scabro con coefficiente di attrito dinamico $\mu = 0.13$ (NB durante il moto del corpo, il filo non più teso non crea intralcio). Determinare:

a) il modulo a_m dell'accelerazione del corpo nell'istante in cui l'allungamento della molla è metà di quello iniziale;
b) il modulo ed il verso V della velocità del carrello un istante prima che il corpo entri nel tratto scabro del piano;
c) il modulo v' della velocità del corpo relativamente al carrello un istante dopo che è entrato nel tratto scabro;
d) la forza $\boldsymbol{F'}$ (modulo, direzione e verso) relativamente al carrello complessivamente sentita dal corpo mentre si trova sul tratto scabro;
e) (facoltativa) la lunghezza L' del tratto scabro, sapendo che quando il corpo ne esce il carello ha una velocità $V_{fin} = 0.02$ m/s.

Soluzioni

Problema 1 N

a) $\Delta\theta = 2\pi + \theta = \frac{9}{4}\pi; \quad \omega^2 = 2\alpha\Delta\theta; \quad a = \sqrt{a_T^2 + a_N^2} = \sqrt{(\alpha R)^2 + (\omega^2 R)^2} = \alpha R\sqrt{1+4\Delta\theta^2} = 11.5 \text{ m/s}^2$

b) $\vec{F}_{ad} + m\vec{g} = m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad F_{ad,N} - mg\cos\theta = ma_N \quad \Rightarrow \quad F_{ad,N} = mg\cos\theta + m\omega^2 R = 0.92 \text{ N}$

c) $0 = v_{oy}^2 - 2g\Delta y = v_o^2\sin^2\theta - 2g\Delta y; \quad h = y_o + \Delta y = (R - R\cos\theta) + \frac{\omega^2 R^2 \sin^2\theta}{2g} = 0.263 \text{ m}$

d) $0 = y_o + v_{oy}t - \frac{1}{2}gt^2 \quad \Rightarrow \quad t^2 - \frac{2v_{oy}}{g}t - \frac{2y_o}{g} = 0 \quad \Rightarrow \quad t = \frac{v_{oy}}{g} + \sqrt{\left(\frac{v_{oy}}{g}\right)^2 + \frac{2y_o}{g}} = 0.395 \text{ s}$

e) $v_{fin} = \sqrt{v_{fin,x}^2 + v_{fin,y}^2} = \sqrt{v_o^2\cos^2\theta + (v_o\sin\theta - gt)^2} = 2.78 \text{ m/s}$

oppure $\quad \frac{1}{2}mv_o^2 + mgy_o = \frac{1}{2}mv_{fin}^2 \quad \Rightarrow \quad v_{fin} = \sqrt{v_o^2 + 2gy_o} = 2.78 \text{ m/s}$

$\tan\phi = \frac{v_{fin,y}}{v_{fin,x}}; \quad \phi = \tan^{-1}\left(\frac{v_o\sin\theta - gt}{v_o\cos\theta}\right) = -54.8°$

Problema 2

a) $T = ma_m; \quad T = k\frac{\Delta x}{2} \quad \Rightarrow \quad a_m = \frac{k\Delta x}{2m} = 3.14 \text{ m/s}^2$

b) Il corpo è spinto verso destra, il carrello verso sinistra.

$mv + MV = 0 \quad \Rightarrow \quad v = -\frac{M}{m}V; \quad \frac{1}{2}k\Delta x^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2 \quad \Rightarrow$

$\Rightarrow \quad k\Delta x^2 = m\left(\frac{M}{m}V\right)^2 + MV^2 = \left(\frac{M+m}{m}\right)MV^2 \quad \Rightarrow \quad V = -\Delta x\sqrt{\frac{mk}{M(m+M)}} = -0.09 \text{ m/s}$

c) Nell’istante successivo all’entrata nel tratto scabro, la velocità è la stessa di prima di entrare.

$v' = v - V = -\frac{M}{m}V - V = -\left(\frac{M}{m} + 1\right)V = 0.88 \text{ m/s}$

d) Sul corpo agiscono la forza peso e la reazione normale che si annullano, e la forza di attrito.

$-\mu mg = ma_{2,m} \quad \Rightarrow \quad a_{2,m} = -\mu g; \quad \mu mg = Ma_{2,M} \quad \Rightarrow \quad a_{2,M} = \frac{m}{M}\mu g;$

$F' = ma'_{2,m} = m(a_{2,m} - a_{2,M}) = -\left(1 + \frac{m}{M}\right)\mu mg = -1.99 \text{ N}$ parallela a x, orientata nel verso opposto

e) $v'_f = v_f - V_f = -\frac{M}{m}V_f - V = -\left(1 + \frac{M}{m}\right)V_f; \quad v'^2_f = v'^2 + 2a'_{2,m}L' \quad \Rightarrow \quad L' = \frac{v'^2_f - v'^2}{2a'_{2,m}} = 0.26 \text{ m}$

Oppure:
Il corpo si sposta verso destra in figura, mentre il carrello si sposta verso sinistra. Quindi, nel sistema di riferimento inerziale, il corpo percorre sul tratto scabro una distanza $L < L'$; il carrello quindi nello stesso intervallo di tempo percorre la distanza (in modulo) pari a $L' - L$.

$W_{nc} = W_{att,corpo} + W_{att,carrello} = -\mu mgL - \mu mg(L' - L) = -\mu mgL'$

$\Delta E_m = \frac{1}{2}mv_{fin}^2 + \frac{1}{2}MV_{fin}^2 - \frac{1}{2}k\Delta x^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{M}{m}V_{fin}\right)^2 + \frac{1}{2}MV_{fin}^2 - \frac{1}{2}k\Delta x^2 = \frac{1}{2}MV_{fin}^2\left(1 + \frac{M}{m}\right) - \frac{1}{2}k\Delta x^2$

$W_{nc} = \Delta E_m \quad \Rightarrow \quad -\mu mgL' = \frac{1}{2}MV_{fin}^2\left(1 + \frac{M}{m}\right) - \frac{1}{2}k\Delta x^2 \quad \Rightarrow \quad L' = \frac{mk\Delta x^2 - MV_{fin}^2(m+M)}{2\mu m^2 g} = 0.26 \text{ m}$