ESERCIZI 1° TUTORATO

1. Scrivere un vettore $w \in \mathbb{R}^3$ linearmente dipendente dal vettore $v = \begin{pmatrix} -1 \\ 9 \\ 0 \end{pmatrix}$.

2. Stabilire se i vettori $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix}$ e $v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ di $\mathbb{R}^3$ sono linearmente dipendenti.

3. Stabilire se i vettori $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \\ 70 \end{pmatrix}$ e $v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ di $\mathbb{R}^3$ sono linearmente dipendenti.

4. Studiare la dipendenza o indipendenza lineare dei seguenti vettori di $\mathbb{R}^3$:
$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 7 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$
Se risultano linearmente dipendenti esprimere, quando 'e possibile:
   - v_1 come combinazione lineare di v_2 e v_3.
   - v_2 come combinazione lineare di v_1 e v_3.
   - v_3 come combinazione lineare di v_2 e v_1.

5. Verificare se il seguente insieme è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^3$:
$$V = \{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \mid x_1 + 2x_2 = 3x_1 + x_3 = 0\}$$
.

6. Verificare se il seguente insieme è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^4$:
$$V = \{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x_1 + x_1x_2 + 3x_4 = 0\}$$
.

7. Sia U il sottospazio di $\mathbb{R}^4$ generato dai vettori $u_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ e $u_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ e sia V il sottospazio di $\mathbb{R}^4$ generato dai vettori $v_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ e $v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$:
   - Si determini la dimensione e una base di $U \cap V$.
   - Si determini la dimensione e una base di $U + V$