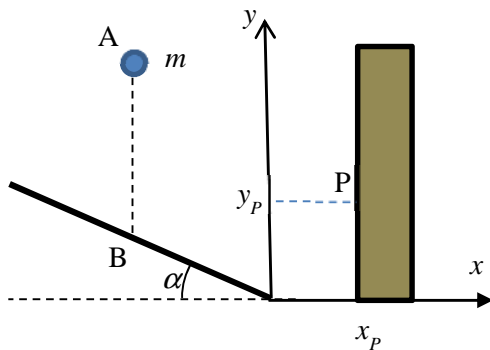


Cognome Nome Matricola

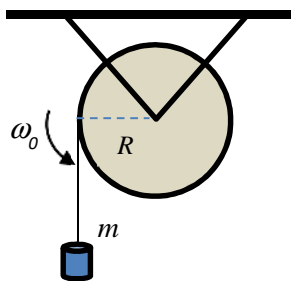
Problema 1



Una biglia di dimensioni trascurabili e massa $m = 0.05$ kg, inizialmente ferma, viene lasciata cadere sotto l'azione della forza peso dal punto A di coordinata verticale $y_A = 2.5$ m (vedi figura). Essa urta elasticamente la superficie liscia di un piano, avente inclinazione $\alpha = 35^\circ$ rispetto alla direzione orizzontale, nel punto B di coordinata verticale $y_B = 0.5$ m. Nel moto successivo all'urto, la pallina subisce un secondo urto completamente anelastico contro una parete verticale di coordinata x_P , rimanendovi attaccata. L'urto avviene nel punto P di massima altezza della traiettoria della pallina. Determinare:

- il modulo v_B della velocità della biglia subito dopo il primo urto e la sua componente verticale v_{By} (suggerimento: si osservi che la superficie del piano inclinato esercita forze impulsive unicamente in direzione normale al piano stesso);
- le coordinate (x_P, y_P) del punto d'impatto P, nel sistema di riferimento (Oxy) indicato in figura;
- le componenti J_x e J_y dell'impulso esercitato dalla parete sulla pallina, e l'energia E_{diss} dissipata nel secondo urto.

Problema 2



Un oggetto puntiforme di massa $m = 0.15$ kg è appeso ad un filo inestensibile, avvolto intorno ad una carrucola di raggio $R = 0.3$ m e momento d'inerzia $I = 0.045$ kgm² rispetto all'asse di rotazione orizzontale passante per il suo centro fisso. Sull'asse di rotazione si sviluppa un momento d'attrito costante M_{attr} . La carrucola ha inizialmente una velocità angolare istantanea $\omega_0 = 5$ rad/s in senso antiorario (vedi figura); si osserva che il sistema si ferma dopo un tempo $t = 4$ s. Determinare:

- i moduli α dell'accelerazione angolare della carrucola e M_{attr} del momento di attrito agente;
- il modulo T della tensione del filo;
- il lavoro W_{attr} fatto dalle forze di attrito.

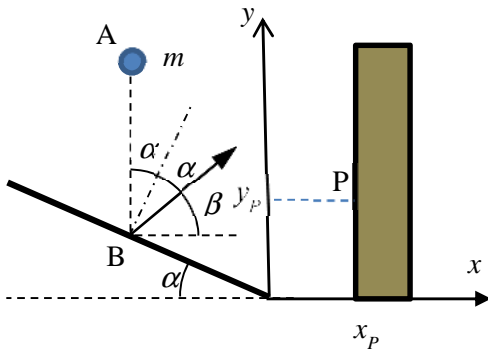
Problema 3

Una macchina termica ideale di Carnot lavora tra un serbatoio a temperatura superiore T_2 ed un serbatoio contenente ghiaccio fondente alla temperatura $T_1 = 273.15$ K. Ad ogni ciclo della macchina viene fusa la massa $m_{gh} = 0.02$ kg di ghiaccio e viene prodotto il lavoro $W = 3000$ J. Sapendo che il calore latente di fusione del ghiaccio è $\lambda = 3.33 \cdot 10^5$ J/kg, determinare:

- il calore Q_{ass} assorbito ad ogni ciclo dalla macchina termica;
- la temperatura T_2 del serbatoio caldo;
- la variazione ΔS_{gas} di entropia del gas ideale della macchina di Carnot nella trasformazione isoterma alla temperatura T_1 .

Soluzioni

Problema 1



a) $mg(y_A - y_B) = \frac{1}{2}mv_B'^2 \Rightarrow v_B' = \sqrt{2g(y_A - y_B)} = 6.26 \text{ m/s}$. Siccome l'urto è elastico e l'energia si conserva, il modulo della velocità non cambia durante l'urto: $v_B' = v_B$.

Per la conservazione della quantità di moto, la componente della velocità parallela al piano si conserva: $v_{B,\parallel}' = v_{B,\parallel}$. Siccome $v_B^2 = v_{B,\parallel}^2 + v_{B,\perp}^2$, si conserva anche il modulo della componente normale, che però cambia segno.

Quindi, l'angolo β che il vettore \mathbf{v}_B dopo l'urto forma con la direzione orizzontale x è $\beta = 90^\circ - 2\alpha = 20^\circ$.

Quindi, $v_{B,y} = v_B \sin \beta = 2.14 \text{ m/s}$

b) $x_P = x_B + \frac{v_B^2}{g} \sin \beta \cos \beta = -y_B \cot \alpha + \frac{v_B^2}{g} \sin \beta \cos \beta = 0.569 \text{ m}$; $y_P = y_B + \frac{v_B^2}{2g} \sin^2 \beta = 0.734 \text{ m}$

c) $J_x = \Delta p_x = -mv_{P,x} = -mv_{B,x} = -mv_B \cos \beta = -0.294 \text{ Ns}$; $J_y = \Delta p_y = 0$

$$E_{diss} = |\Delta E_k| = \frac{1}{2}mv_P^2 = \frac{1}{2}mv_{P,x}^2 = \frac{1}{2}mv_B^2 \cos^2 \beta = 0.865 \text{ J}$$

Problema 2

a) $\omega(t) = \omega_o + \alpha t = 0 \Rightarrow \alpha = -\frac{\omega_o}{t} = -1.25 \text{ rad/s}^2$

$$\begin{cases} RT - M_{att} = I\alpha \\ mg - T = ma = m\alpha R \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R(mg - m\alpha R) - M_{att} = I\alpha \\ T = m(g - \alpha R) \end{cases} \Rightarrow$$

$$M_{att} = mR(g - \alpha R) - I\alpha = 0.514 \text{ Nm}$$

b) $T = m(g - \alpha R) = 1.53 \text{ N}$

c) $\theta(t) = \omega_o t + \frac{1}{2}\alpha t^2 = 10 \text{ rad}$; $W_{att} = -M_{att}\theta(t) = 5.14 \text{ J}$ oppure

$$W_{att} = \Delta E_m = \Delta E_k + \Delta E_p = \left(-\frac{1}{2}mv_o^2 - \frac{1}{2}I\omega_o^2\right) + (-mgh) = -\left(\frac{1}{2}m\omega_o^2 R^2 + \frac{1}{2}I\omega_o^2 + mg\theta R\right)$$

Problema 3

a) $Q_{ced} = -Q_{gh} = -m_{gh}\lambda = -6600 \text{ J}$; $Q_{ass} = W - Q_{ced} = 9660 \text{ J}$

b) $\frac{Q_{ced}}{T_1} + \frac{Q_{ass}}{T_2} = 0 \Rightarrow T_2 = -T_1 \frac{Q_{ass}}{Q_{ced}} = 396 \text{ K}$

c) $\Delta S_{gas} + \Delta S_{amb} = 0 \Rightarrow \Delta S_{gas} = -\Delta S_{amb} = -\frac{Q_{gh}}{T_1} = \frac{Q_{ced}}{T_1} = -24.38 \text{ J/K}$

