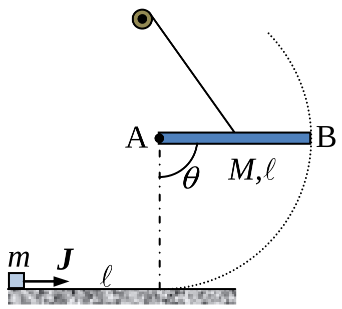
Corsi di Laurea in Ingegneria Biomedica, dell'Informazione, Elettronica e Informatica
Prova scritta di Fisica Generale 1 - Padova, 10 Febbraio 2016

Cognome .... Nome .... Matricola ....

Problema 1



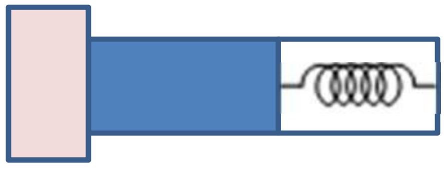
Una sbarra sottile AB di lunghezza ℓ = 0.8 m e massa M = 15 kg può ruotare senza attrito nel piano verticale attorno ad un perno fisso in A. La posizione della sbarra è definita tramite l'angolo θ formato dalla stessa con l'asse verticale (vedi figura). Inizialmente la sbarra è mantenuta ferma all'angolo $\theta = 90°$ per mezzo di una fune ideale collegata ad un motore privo di attriti; poi, azionando il motore e quindi agendo sulla fune, la sbarra viene sollevata e bloccata all'angolo $\theta = 135°$. Successivamente si taglia la fune; quando la sbarra raggiunge l'angolo $\theta = 0°$ il suo estremo B urta in modo completamente anelastico un corpo di dimensioni trascurabili e massa $m = M/2$. Questo corpo è stato messo in moto prima dell'urto tramite l'applicazione di un impulso orizzontale $\boldsymbol{J}$ tale per cui, dopo aver percorso un tratto orizzontale scabro di lunghezza ℓ e coefficiente di attrito $\mu = 0.15$, urta la sbarra con velocità v = 0.6 m/s orientata nel verso opposto rispetto alla velocità della sbarra stessa. Determinare:

a) il lavoro W compiuto dal motore per sollevare la sbarra;
b) il modulo ω della velocità angolare della sbarra per $\theta = 0°$;
c) il modulo dell'impulso J fornito inizialmente al corpo che urta la sbarra;
d) modulo ω' e verso della velocità angolare del sistema sbarra+corpo subito dopo l'urto;
e) (facoltativo) l'energia E_{diss} dissipata nell'urto nel caso in cui sul corpo sia applicato un diverso impulso J', tale per cui il sistema sbarra+corpo non si muova dopo l'urto.

Problema 2

Un recipiente cilindrico di sezione $S = 10^{-2}$ m^2 è diviso in due parti da un pistone libero di scorrere senza attriti. Nella parte sinistra (vedi figura) vi sono n = 0.6 moli di gas ideale biatomico. Nella parte destra è stato fatto il vuoto, ed è inserita una molla di costante elastica k = 2000 N/m. Inizialmente il gas è alla temperatura ambiente T_A = 300 K, e la molla è compressa rispetto alla sua lunghezza di riposo della quantità Δx_A = 0.4 m. Il gas viene riscaldato ponendolo a contatto termico, attraverso la parete diatermica a sinistra del cilindro, con un serbatoio alla temperatura T_B (tutte le altre pareti del cilindro sono adiabatiche). Il gas si espande fino allo stato di equilibrio B in cui la molla è compressa di Δx_B = 0.9 m. Il serbatoio viene quindi rimosso, si blocca il pistone e si attende che si ristabilisca l'equilibrio termico con l'ambiente (stato C). Infine, rimossa la molla e sbloccato nuovamente il pistone, si riporta il gas allo stato iniziale A con una compressione isoterma reversibile. Si disegni il ciclo descritto nel piano di Clapeyron e si determinino:

a) il volume iniziale V_A del gas ed il lavoro W_{AB} compiuto dal gas nella trasformazione AB;
b) la temperatura T_B del serbatoio ed il calore Q_{AB} scambiato dal gas nella trasformazione AB;
c) il calore Q_{ced} ceduto nel ciclo ed il rendimento η del ciclo;
d) la variazione di entropia dell'universo ΔS_{UN}^{AB} nella trasformazione AB.



Soluzioni

Problema 1

a) $W = \Delta E_{p,sbarra} = Mgh = Mg\frac{\ell}{2}\cos 45° = Mg\frac{\ell\sqrt{2}}{4} = 41.6$ J

b) $E_m = \text{cost} \Rightarrow \frac{1}{2}I\omega^2 = Mg\frac{\ell}{2}\left(1+\cos 45°\right) \Rightarrow \frac{1}{2}\frac{1}{3}M\ell^2\omega^2 = Mg\frac{\ell}{4}\left(2+\sqrt{2}\right) \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{3g}{2\ell}\left(2+\sqrt{2}\right)} = 7.9$ rad/s

c) $v^2 = v_o^2 + 2a\ell = v_o^2 - 2\mu g\ell \Rightarrow v_o = \sqrt{v^2 + 2\mu g\ell} \Rightarrow J = mv_o = \frac{M}{2}\sqrt{v^2 + 2\mu g\ell} = 12.4$ Ns

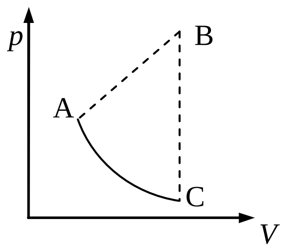
d) $L_A = \text{cost} \Rightarrow I\omega - mv\ell = I'\omega' \Rightarrow \frac{1}{3}M\ell^2\omega - \frac{M}{2}v\ell = \left(\frac{1}{3}M\ell^2 + m\ell^2\right)\omega' \Rightarrow \omega' = \frac{2\ell\omega - 3v}{5\ell} = 2.72$ rad/s

in verso orario (concorde con la velocità angolare della sbarra prima dell'urto).

e) $L'_A = \text{cost} = 0 \Rightarrow I\omega - mv'\ell = 0 \Rightarrow \frac{1}{3}M\ell^2\omega - \frac{M}{2}v'\ell = 0 \Rightarrow v' = \frac{2}{3}\ell\omega = 4.22$ m/s

$E_{diss} = \left|\Delta E_k\right| = \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}mv'^2 = \frac{1}{2}\frac{1}{3}M\ell^2\omega^2 + \frac{1}{2}\frac{M}{2}\frac{4}{9}\ell^2\omega^2 = \frac{5}{18}M\ell^2\omega^2 = 167$ J

Problema 2



a) $V_A = nRT_A/p_A = 0.0187$ m^3, con $p_A = k\Delta X_A/S = 0.8\ 10^5$ Pa
$W_{AB} = (1/2)k(\Delta X_B^2 - \Delta X_A^2) = 650$ J

b) $T_B = p_BV_B/nR = 855.4$ K, con $V_B = V_A + S(\Delta X_B - \Delta X_A) = 0.0237$ m^3 e
$p_B = k\Delta X_B/S = 1.8\ 10^5$ Pa
$Q_{AB} = \Delta U_{AB} + W_{AB} = nc_V(T_B - T_A) + W_{AB} = 7577$ J, con $c_V = (5/2)R$.

c) $Q_{ced} = Q_{BC} + Q_{CA} = nc_V(T_C - T_B) + nRT_A\ln(V_A/V_C) = -7281$ J, con $T_C = T_A$ e $V_C = V_B$.
$\eta = 1 + Q_{ced}/Q_{AB} = 0.039$.

d) $\Delta S_{AB}^{UN} = \Delta S_{AB}^{gas} + \Delta S_{AB}^{serb} = nc_V\ln(T_B/T_A) + nR\ln(V_B/V_A) - Q_{AB}/T_B = 5.39$ J/K