

Problema 1

DATI: $R_1 = 300\text{k}\Omega$, $R_2 = 200\text{k}\Omega$, $R_4 = 16\text{k}\Omega$, $R_5 = 1.5\text{k}\Omega$, $R_i = 40\text{k}\Omega$, $R_L = 1.2\text{k}\Omega$, $V_{DD} = 5\text{V}$

Parametri dei MOS: M_1 : $k_{n1} = 2\text{mA/V}^2$, $V_{TN1} = 0.5\text{V}$, $\lambda_{n1} = 0$

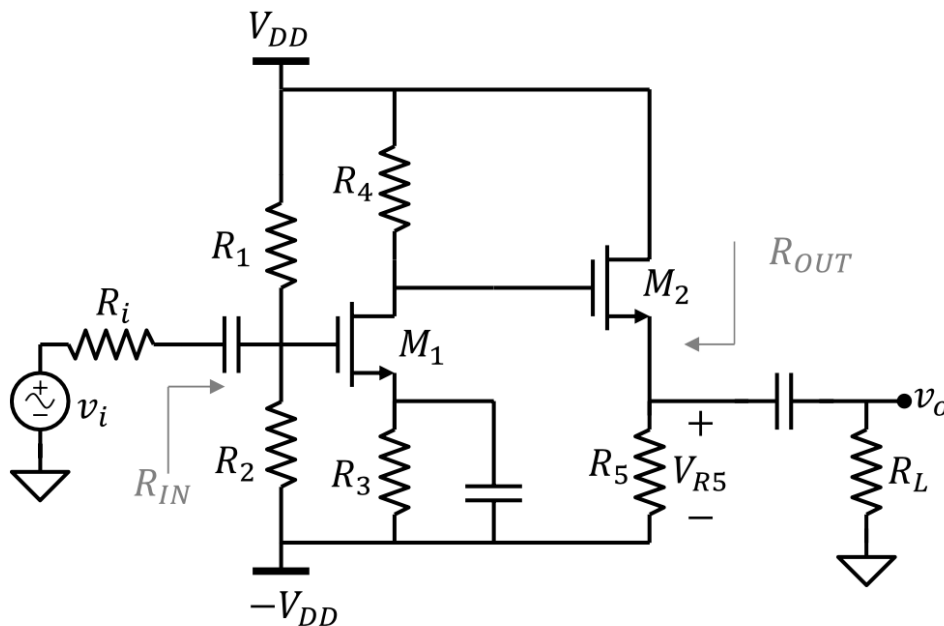
M_2 : $k_{n2} = 6\text{mA/V}^2$, $V_{TN2} = 0.5\text{V}$, $\lambda_{n2} = 0$

Dato il circuito in figura, calcolare:

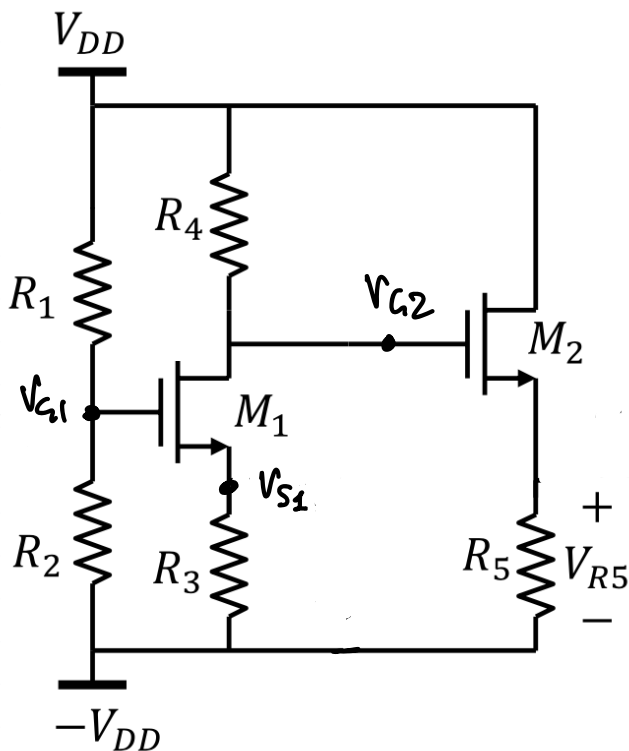
1. Il valore delle resistenze R_3 sapendo che la corrente attraverso il MOSFET M_1 è $I_{DS1} = 0.25\text{mA}$.
2. La polarizzazione di tutti i transistor identificando la regione di funzionamento e i valori delle tensioni V_{GS} e V_{DS} e della corrente I_{DS} .
3. Disegnare il modello ai piccoli segnali e calcolare la transconduttanza g_{m1} e g_{m2} di M_1 e M_2 .

Dal modello ai piccoli segnali calcolare:

4. La resistenza di ingresso R_{IN}
5. La resistenza di uscita R_{OUT}
6. Il guadagno di tensione da v_i a v_o .



1) POLARIZZAZIONE



$$V_{D1} = V_{G2} = V_{DD} - R_4 I_{D1} = 1\text{V}$$

$$V_{G1} = V_{DD} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} - V_{DD} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = +5\text{V} \cdot \frac{2}{5} - 5\text{V} \cdot \frac{3}{5} = -1\text{V}$$

$$V_{GS1} = V_{TN1} + \sqrt{\frac{2I_{D1}}{k_{n1}}} = 0.5\text{V} + 0.5\text{V} = 1\text{V}$$

$$\Rightarrow V_{S1} = V_{G1} - V_{GS1} = -2V$$

$$V_{R3} = V_{S1} - (-V_{DD}) = 3V$$

$$\Rightarrow R_3 = \frac{V_{R3}}{I_{D1}} = \frac{3V}{0,25mA} = 12k\Omega$$

$$V_{DS1} = V_{D1} - V_{S1} = 1V - (-2V) = 3V$$

$$V_{DS1} > V_{GS1} - V_{TN1} = 0,5V$$

OK M1 SATURATIONE

$$\begin{cases} V_{G2} = V_{GS2} + R_S I_{D2} - V_{DD} \\ I_{D2} = \frac{K_{M2}}{2} (V_{GS2} - V_{TN2})^2 \end{cases}$$

$$I_{D2} = \frac{V_{G2} + V_{DD}}{R_S} - \frac{V_{GS2}}{R_S}$$

$$\Rightarrow \frac{2(V_{G2} + V_{DD})}{R_S K_{M2}} - \frac{2V_{GS2}}{R_S K_{M2}} = V_{GS2}^2 + V_{TN2}^2 - 2V_{GS2} V_{TN2}$$

$$V_{GS2}^2 + V_{GS2} \left(\frac{2}{R_S K_{M2}} - 2V_{TN2} \right) + V_{TN2}^2 - \frac{2(V_{G2} + V_{DD})}{R_S K_{M2}} = 0$$

$$a = 1$$

$$b = -0,778$$

$$c = -1,083$$

$$K_{M2} R_S = 6mA/V^2 \cdot 1,5k\Omega = 9V^{-1}$$

$$V_{GS2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = 1,5V$$

$$I_{D2} = \frac{K_{M2}}{2} (V_{GS2} - V_{TN2})^2 = 3mA$$

$$V_{DS2} = V_{DD} - (-V_{DD} + V_{R5}) = 10V - 4,5V = 5,5V$$

$$V_{DS2} > V_{GS2} - V_{TN2} = 2V$$

OK M2 SATURATIONE

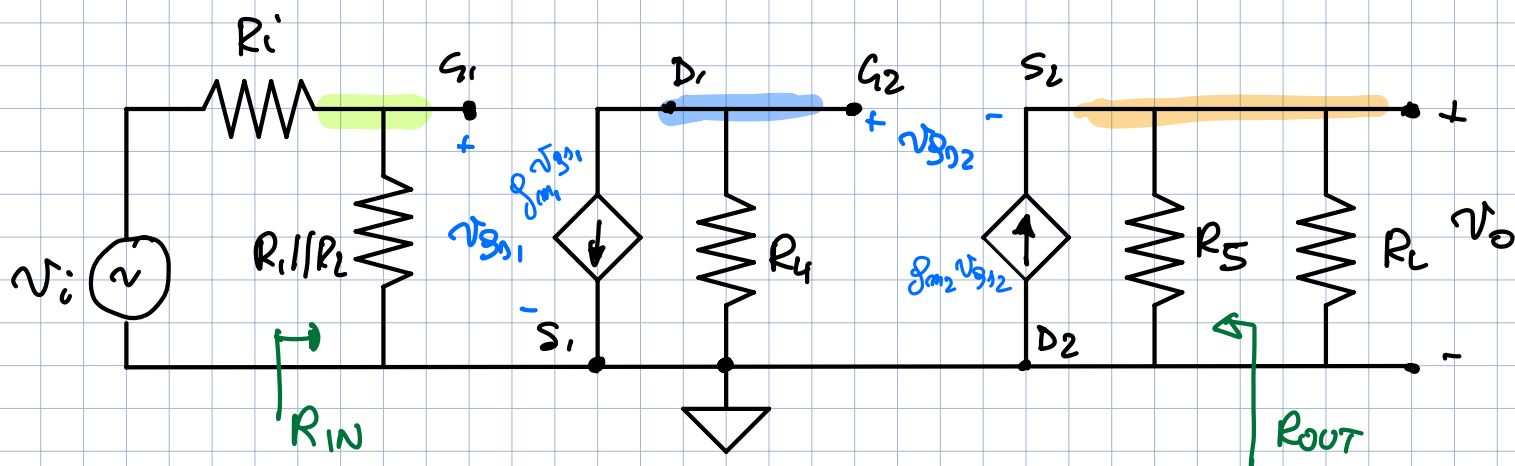
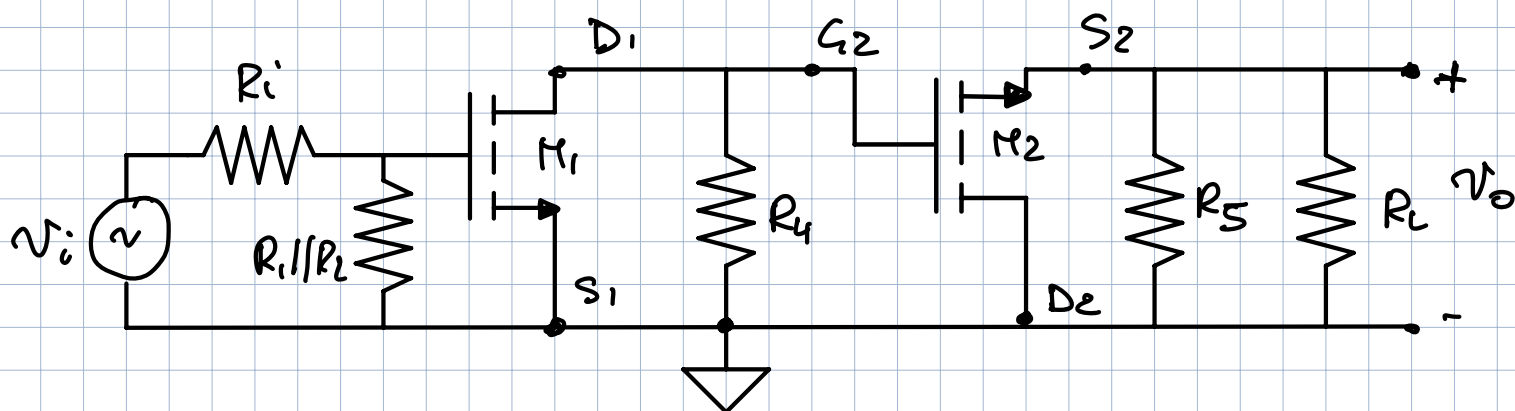
$$\left[\begin{array}{l} M_1: I_{D1} = 0,25 \text{ mA}, V_{DS1} = 3 \text{ V}, V_{GS1} = 1 \text{ V} \\ M_2: I_{D2} = 3 \text{ mA}, V_{DS2} = 5,5 \text{ V}, V_{GS2} = 1,5 \text{ V} \end{array} \right]$$

PARAMETRI AL PICCOLO SEGNALE

$$g_{m1} = \frac{2I_{D1}}{V_{GS1} - V_{TN1}} = \frac{0,5 \text{ mA}}{0,5 \text{ V}} = 1 \text{ mS} \quad r_{o1} = \infty$$

$$g_{m2} = \frac{2I_{D2}}{V_{GS2} - V_{TN2}} = \frac{6 \text{ mA}}{1 \text{ V}} = 6 \text{ mS} \quad r_{o2} = \infty$$

ANALISI AL PICCOLO SEGNALE



$$R_{IN} = R_1 // R_2 = 120 \text{ k}\Omega$$

$$R_{OUT} = R_5 // \frac{1}{g_{m2}} = 150 \Omega$$

$$R_5 // R_L = 0,667 \text{ k}\Omega$$

$$A_v = \frac{V_o}{V_i} = \frac{V_o}{V_{a2}} \cdot \frac{V_{a2}}{V_{a1}} \cdot \frac{V_{a1}}{V_i}$$

$$\frac{V_{a1}}{V_i} = \frac{R_W}{R_W + R_i} = \frac{120}{160} = 0,75$$

$$\frac{V_{a2}}{V_{a1}} = g_{m1} R_c = 1 \text{ mS} \cdot 16 \text{ k}\Omega = 16$$

$$\frac{V_o}{V_{a2}} = \frac{g_{m2} R_{S||R_L}}{1 + g_{m2} R_{S||R_L}} = \frac{6 \text{ mS} \times 0,667}{1 + 6 \text{ mS} \times 0,667} = \frac{4}{5} = 0,8$$

$$\Rightarrow \boxed{A_v = 9,6}$$

non richiesto ma le calcoliamo

$$A_i = \frac{i_o}{i_i} = \frac{\frac{V_o}{R_L}}{\frac{V_i}{R_i + R_W}} = A_v \cdot \frac{R_i + R_W}{R_L} = \frac{40 \text{ k}\Omega + 120 \text{ k}\Omega}{1,2 \text{ k}\Omega} A_v$$

$$= \frac{160}{1,2} \cdot A_v$$

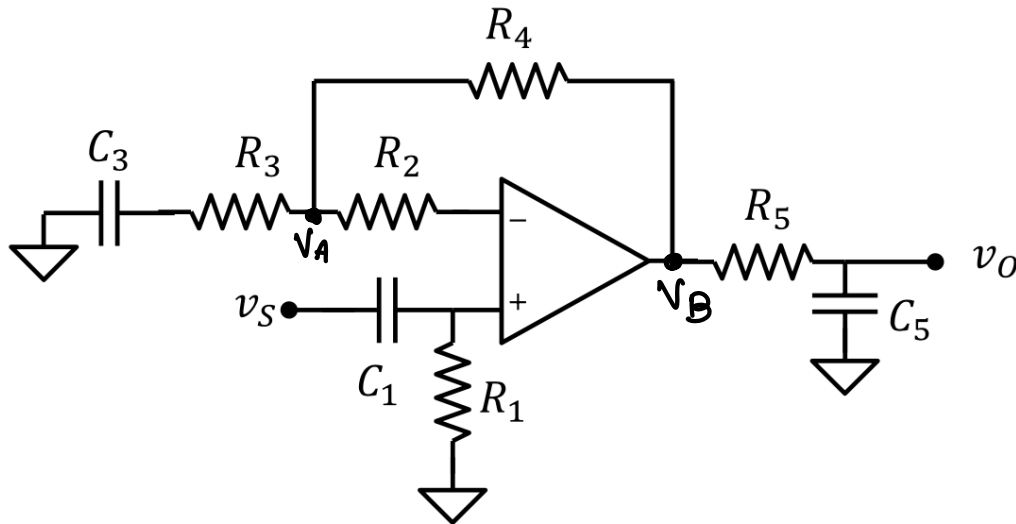
$$= \underline{\underline{1280}}$$

Problema 2

DATI: $R_1 = 100\text{k}\Omega$, $C_1 = 1\mu\text{F}$, $R_2 = 90\text{k}\Omega$, $R_3 = 10\text{k}\Omega$, $C_3 = 1\text{nF}$, $R_4 = 990\text{k}\Omega$, $R_5 = 1\text{k}\Omega$, $C_5 = 1\text{nF}$

Dato il filtro in figura realizzato con un amplificatore operazionale ideale:

1. Trovare la funzione di trasferimento del filtro $W(\omega) = v_O / v_S$.
2. Tracciare il diagramma asintotico di Bode del modulo e della fase
3. Stimare modulo e fase della funzione di trasferimento dal diagramma asintotico di bode per $\omega=0$ e $\omega=10^5\text{rad/s}$



N.B. SU R_2 NON PASSA CORRENTE $\Rightarrow V_{R_2} = 0$
 $\Rightarrow \boxed{V_- = V_A}$

$$V_+ = v_S \cdot \frac{R_1}{R_1 + \frac{1}{sC_1}} = \frac{sC_1 R_1}{1 + sC_1 R_1} v_S$$

$$Z_3 = \frac{1}{sC_3} + R_3 = \frac{1 + sC_3 R_3}{sC_3}$$

$$V_B = V_+ \left(1 + \frac{R_4}{Z_3} \right) = \frac{sC_1 R_1}{1 + sC_1 R_1} \cdot \left(1 + \frac{sC_3 R_4}{1 + sC_3 R_3} \right) v_S$$

$$= \frac{sC_1 R_1}{1 + sC_1 R_1} \cdot \left[\frac{1 + sC_3 (R_3 + R_4)}{1 + sC_3 R_3} \right] v_S$$

$$v_O = V_B \cdot \frac{\frac{1}{sC_5}}{\frac{1}{sC_5} + R_5} = V_B \cdot \frac{1}{1 + sC_5 R_5}$$

$$\Rightarrow W(s) = \frac{V_0}{V_S} = \frac{S C_1 R_1 [1 + S C_3 (R_3 + R_4)]}{(1 + S C_1 R_1) (1 + S C_3 R_3) (1 + S C_5 R_5)}$$

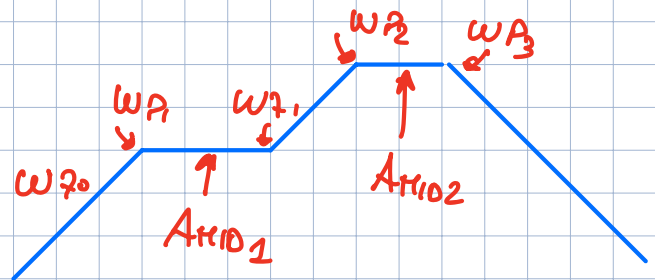
$$\omega_{p0} = \frac{1}{C_1 R_1} = 10 \text{ rad/sec}$$

$$\omega_{z1} = \frac{1}{C_3 (R_3 + R_4)} = 10^3 \text{ rad/sec}$$

$$\omega_{p1} = \frac{1}{C_1 R_1} = 10 \text{ rad/sec}$$

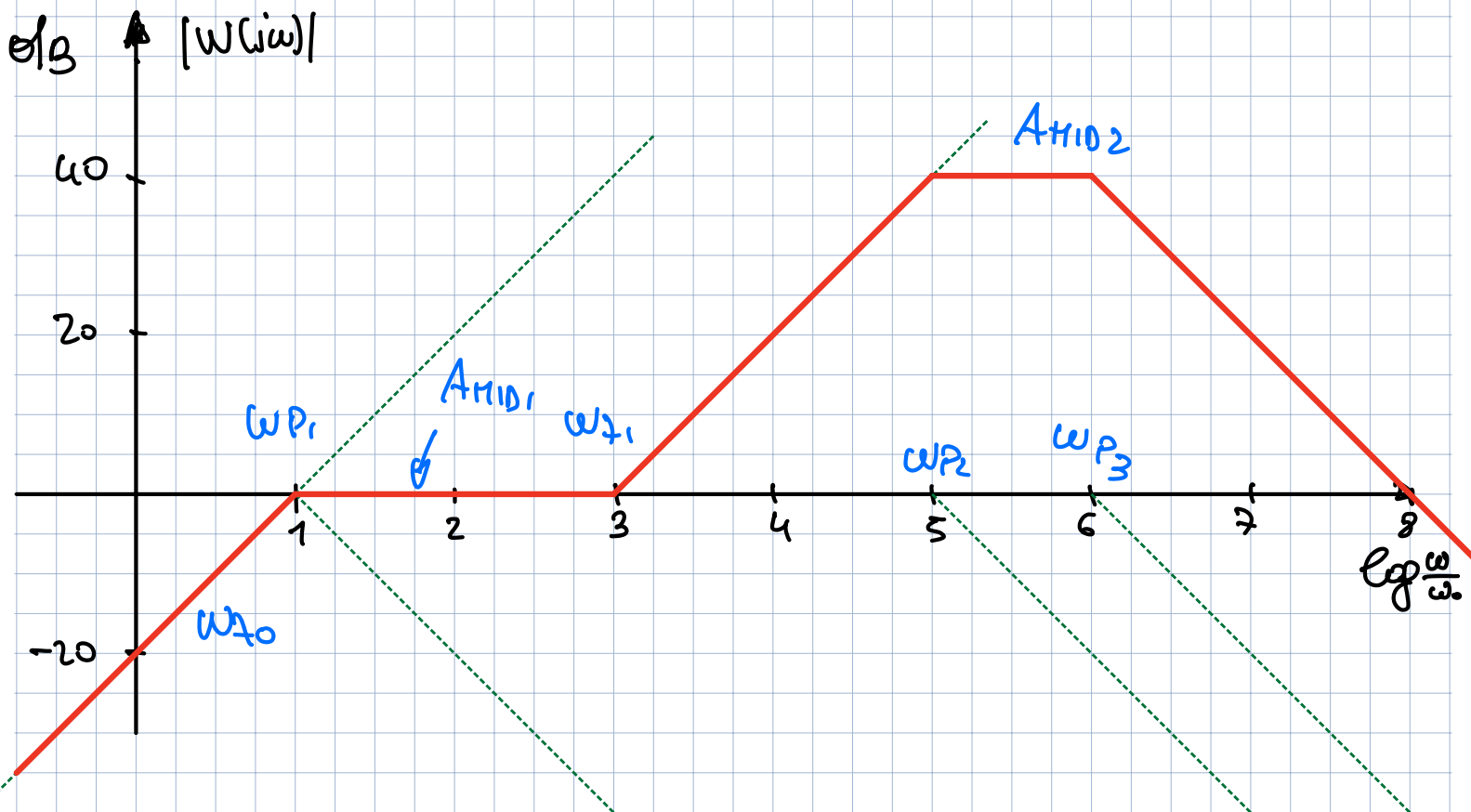
$$\omega_{p2} = \frac{1}{C_3 R_3} = 10^5 \text{ rad/sec}$$

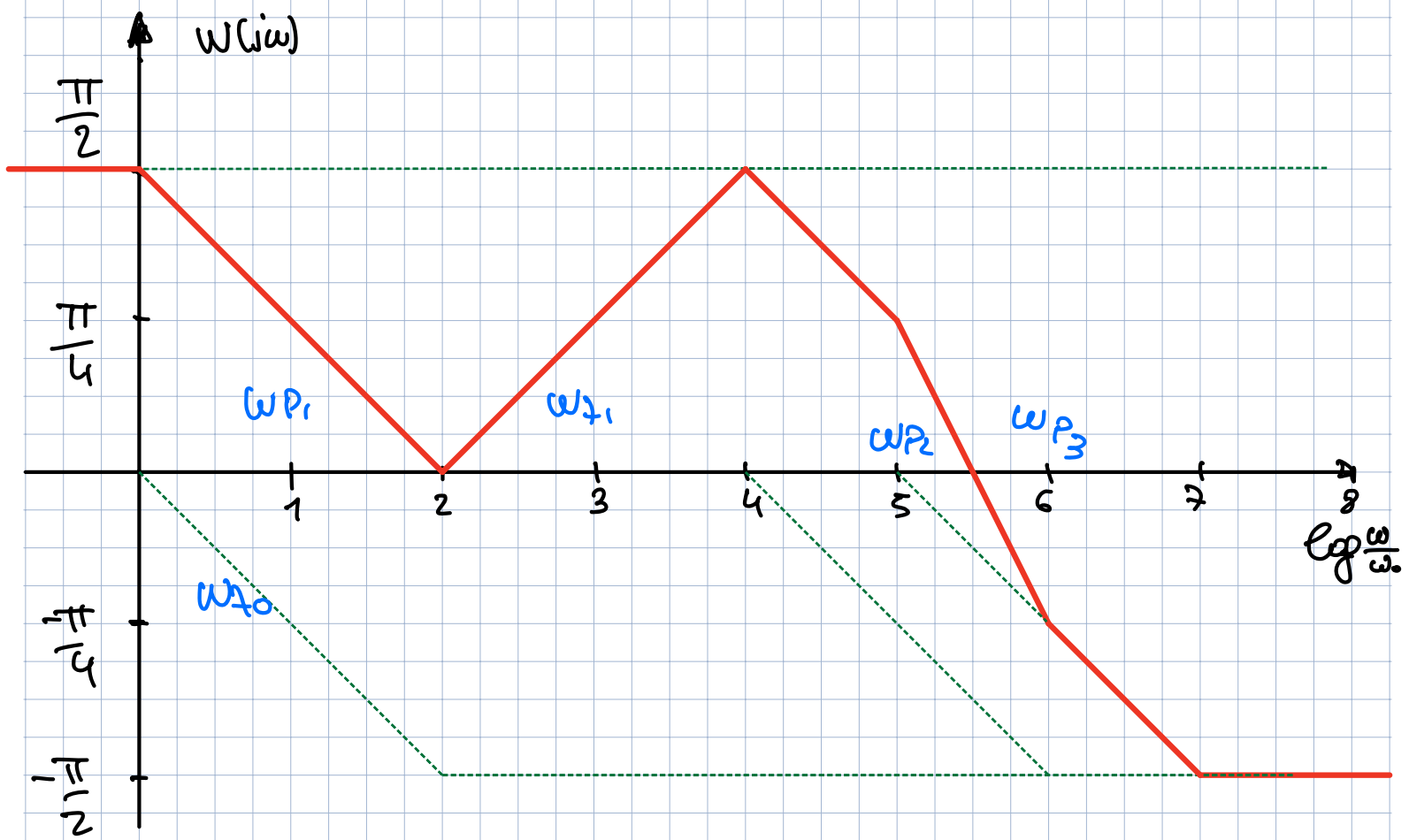
$$\omega_{p3} = \frac{1}{C_5 R_5} = 10^6 \text{ rad/sec}$$



$$A_{mid1} = \frac{C_1 R_1}{C_1 R_1} = 1 = 0 \text{ dB}$$

$$A_{mid2} = \frac{C_1 R_1 C_3 (R_3 + R_4)}{C_1 R_1 \cdot C_3 R_3} = \frac{R_3 + R_4}{R_3} = 100 = 40 \text{ dB}$$





$$\omega = 0 \Rightarrow |W(j\omega)| = 0$$

$$\angle W(j\omega) = \frac{\pi}{2}$$

$$\omega = 10^5 \quad |W(j\omega)| = \frac{100}{\sqrt{2}}$$

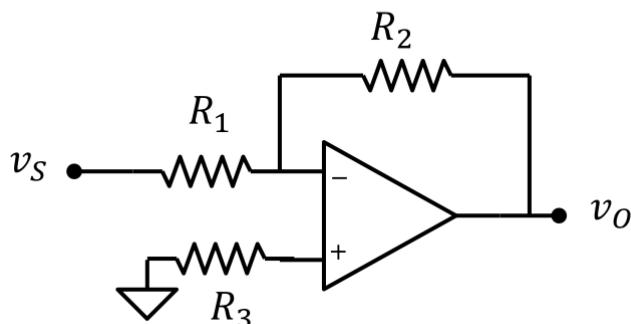
$$\angle W(j\omega) = \frac{\pi}{4}$$

Problema 3

DATI: $R_1 = 30\text{k}\Omega$, $R_2 = 150\text{k}\Omega$

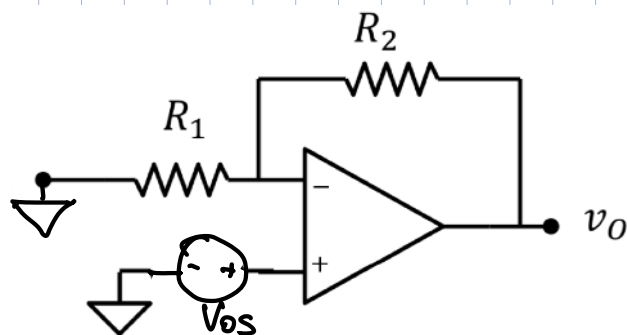
Sia dato il circuito in figura realizzato con un amplificatore operazionale reale con una tensione di offset $V_{OS} = 2\text{mV}$ e correnti di bias $I_{BP} = 100\text{nA}$ e $I_{BN} = 80\text{nA}$.

1. Assumendo $R_3 = 100\text{k}\Omega$ e $v_S = 20\text{mV}$, calcolare la tensione v_O .
2. Quanto deve valere R_3 per annullare l'effetto delle correnti di bias?
3. Esiste un valore di R_3 che permette di annullare sia le correnti di bias che la tensione di offset? Se sì calcolarlo.



1a) EFFETTO V_{OS}

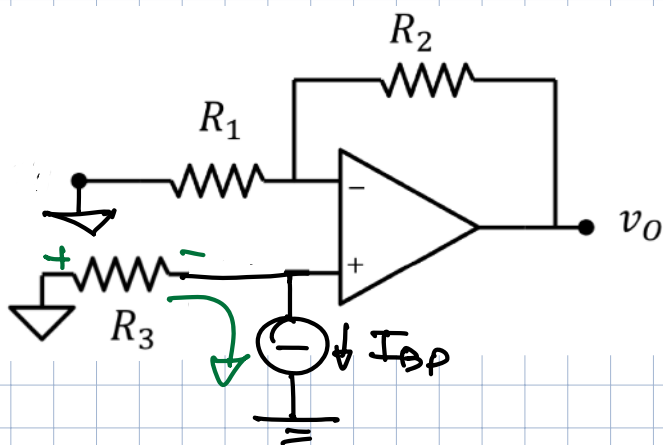
$$v_{O1} = V_{OS} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) = 2\text{mV} \left(1 + \frac{150}{30} \right) = 12\text{mV}$$



1b) EFFETTO I_{BP}

$$v_+ = -I_{BP} R_3 = 100\text{nA} \cdot 100\text{k}\Omega = 10^{-8}\text{A} \cdot 10^5\Omega = 10^{-3}\text{V} = 1\text{mV}$$

$$v_{O2} = v_+ \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) = -60\text{mV}$$

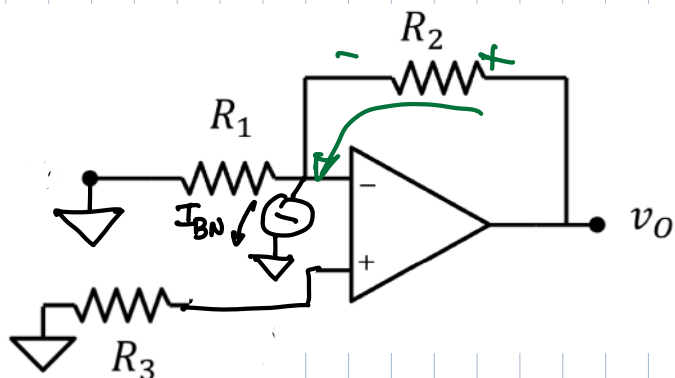


1c) EFFETTO I_{BN}

$$I_{R_1} = 0 \quad v_+ = v_- = 0$$

$$v_{O3} = I_{BN} \cdot R_2 =$$

$$= 80\text{nA} \cdot 150\text{k}\Omega = 12\text{mV}$$



\Rightarrow EFFETTO DI $V_{OS} + I_{BN} + I_{BP}$:

$$V_{O1} + V_{O2} + V_{O3} = -36 \text{ mV}$$

EFFETTO DELLA SDA $V_S = 20 \text{ mV}$

$$V_{O4} = -V_S \left(\frac{R_2}{R_1} \right) = -5V_S = -100 \text{ mV}$$

EFFETTO COMPLESSIVO!

$$\Rightarrow V_O = V_{O1} + V_{O2} + V_{O3} + V_{O4} = -136 \text{ mV}$$

2) PER ANNULARE I_{BIAS} ?

$$I_{BP} \cdot R_3 \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) = I_{BM} R_2$$

$$R_3 = \frac{I_{BM}}{I_{BP}} R_2 \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) = \frac{I_{BM}}{I_{BP}} R_1 \parallel R_2$$
$$= \boxed{20 \text{ K}\Omega}$$

con $V_S = 0$

$$V_O = 12 \text{ mV} \quad (\text{solo effetto } V_{OS})$$

con $V_S = 20 \text{ mV}$

$$V_O = V_{O1} + V_{O4} = -88 \text{ mV}$$

3) POSSO ANNULARE V_{OS} e I_B ? SÌ:

$$V_{OS} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) - I_{BP} R_3 \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) + I_{BN} R_2 = 0$$

$$R_3 I_{BP} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) = V_{OS} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) + I_{BN} R_2$$

$$R_3 = \frac{V_{OS}}{I_{BP}} + \frac{I_{BN}}{I_{BP}} R_1 \parallel R_2$$

$$\Rightarrow \boxed{R_3 = 40 \text{ K}\Omega}$$

$$\frac{V_{OS}}{I_{BP}} = \frac{2 \text{ mV}}{10^{-7} \text{ A}} = 20 \text{ K}\Omega$$