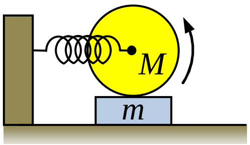
Corsi di Laurea in Ingegneria Biomedica, dell'Informazione, Elettronica e Informatica
Canale 3 (Prof. G. Naletto)
Prova scritta di Fisica Generale 1 - Padova, 6 Luglio 2015

Cognome .... Nome .... Matricola ....

Problema 1



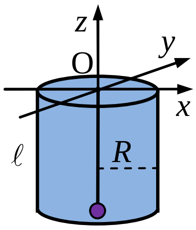
Un disco sottile di massa $M = 15$ kg sta ruotando attorno al suo asse posto orizzontale (in verso antiorario in figura); l'asse di rotazione è attaccato all'estremo di una molla orizzontale di costante elastica $k = 250$ N/m vincolata all'altro estremo ad una parete rigida (vedi figura). Il disco è appoggiato sopra ad un blocchetto di sezione rettangolare di massa $m = 2$ kg e tra disco e blocchetto c'è attrito con coefficiente di attrito dinamico $\mu_{DB} = 0.15$. Il blocchetto è appoggiato ad un piano orizzontale e tra blocchetto e piano c'è attrito, con coefficiente di attrito statico e dinamico uguali e pari a μ_{BP}. Nelle condizioni iniziali, l'accelerazione del centro di massa del disco è nulla ed il blocchetto è fermo sul piano. Determinare:

a) la variazione Δx della lunghezza della molla rispetto alla sua lunghezza a riposo, dicendo se si tratta di compressione o allungamento;
b) il minimo valore $\mu_{BP,min}$ che deve avere il coefficiente di attrito statico tra blocchetto e piano affinché il blocchetto non si muova.

Nell'ipotesi che $\mu_{BP} = \mu_{BP,min}/2$, e supponendo che il disco rimanga in contatto con il blocchetto per un tempo $\Delta t = 0.1$ s, determinare:

c) la distanza d percorsa dal blocchetto sul piano da quando si è staccato dal disco.

Problema 2



Una campana è schematizzata da un guscio cilindrico di raggio $R = 0.25$ m e altezza $\ell = 2R$ con asse z verticale e chiuso alla base superiore (in pratica, è un bicchiere rovesciato). Si assume che lo spessore sia trascurabile e che tutto il corpo sia omogeneo con densità superficiale $\rho = 100$ kg/m^2. E' definito un sistema di riferimento cartesiano ortogonale con origine O nel centro della base chiusa della campana e assi x e y che giacciono nel piano della base stessa. Nel punto O è fissato senza attrito un estremo di un filo ideale di massa trascurabile e lunghezza ℓ al cui altro estremo è attaccato un corpo di dimensioni trascurabili e massa $m = 5$ kg che funge da batacchio. Ad un certo istante, un motore mette in rotazione la campana attorno all'asse x, applicando un momento costante $M = 55$ Nm. Durante questa rotazione, il batacchio non si muove dalla sua posizione iniziale. Nell'istante in cui la campana è ruotata di $\theta = \pi/6$ il batacchio urta elasticamente la parete laterale della campana. Sapendo che il momento di inerzia della campana (senza batacchio) rispetto all'asse x è $I_x = 9.306$ kgm^2, determinare:

a) la coordinata z_{CM} del centro di massa della campana (non includere il batacchio nel calcolo) nel sistema di riferimento indicato prima di accendere il motore;
b) il modulo della velocità angolare ω della campana un istante prima dell'urto con il batacchio;
c) il modulo v della velocità istantanea del batacchio un istante dopo l'urto.
d) (Facoltativo) Dimostrare che il momento di inerzia della campana (senza batacchio) rispetto all'asse x è $I_x = 91\pi R^4\rho/12$.

Problema 3

Un cilindro con pistone mobile ideale privo di attrito contiene tre moli di un gas perfetto monoatomico inizialmente all'equilibrio nello stato A in contatto termico con un serbatoio alla temperatura $T_A = 400$ K, che occupano il volume $V_A = 0.075$ m^3. Mantenendo il contatto termico con il serbatoio, il gas viene espanso in modo molto lento e graduale fino allo stato B, alla pressione $p_B = 10^5$ Pa. Per mezzo di un opportuno sistema esterno agente sul pistone che mantiene costante la pressione del gas, questo viene poi compresso sempre in modo molto lento e graduale fino allo stato C alla temperatura T_C, e durante questa trasformazione il gas cede un calore $Q_{BC} = -11765$ J. Successivamente, messo in contatto termico con un serbatoio alla temperatura T_C, il gas viene nuovamente espanso in modo molto lento e graduale fino a raggiungere lo stato D, in cui occupa lo stesso volume che aveva nello stato A. Infine, il gas è messo in contatto termico con il serbatoio a temperatura T_A, e ritorna nello stato iniziale. Determinare:

a) il volume V_C occupato dal gas nello stato C;
b) il calore Q_{ASS} assorbito dal gas nel ciclo;
c) il rendimento η del ciclo;
d) la variazione ΔS_{amb} di entropia dell'ambiente nel ciclo.

Soluzioni

Problema 1

a) Mettendo il verso positivo dell'asse orizzontale verso destra, il disco risente di una forza di attrito dinamico verso sinistra:

$$-k\Delta x - f_{ad} = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta x = -\frac{f_{ad}}{k} = -\frac{\mu_{DB} Mg}{k} = -0.088 \text{ m; essendo negativa, si tratta di una compressione}$$

b) $$-f_{as} + f_{ad} = 0 \;\Rightarrow\; f_{as} = f_{ad} = \mu_{DB} Mg \le f_{as,\max} = \mu_{BP}(m+M)g \quad \Rightarrow \quad \mu_{BP} \ge \mu_{DB}\frac{M}{m+M} = \mu_{BP,\min} = 0.132$$

c) $$mv_o = J = (f_{ad,DB} - f_{ad,BP})\Delta t \quad \Rightarrow \quad v_o = \frac{\mu_{DB} M - \mu_{BP}(m+M)}{m} g\Delta t = \mu_{DB}\frac{M}{2m} g\Delta t = 0.55 \text{ m/s}$$

$$0 = v_o^2 + 2ad = v_o^2 - 2\mu_{BP} gd \quad \Rightarrow \quad d = \frac{v_o^2}{2\mu_{BP} g} = 0.234 \text{ m}$$

Problema 2

a) $$z_{CM} = \frac{m_G z_{CM,G} + m_B z_{CM,B}}{m_{TOT}} = \frac{m_G(-\ell/2)}{m_G + m_B} = \frac{2\pi R\ell\rho(-\ell/2)}{2\pi R\ell\rho + \pi R^2\rho} = \frac{-4R^3}{5R^2} = -\frac{4}{5}R = -0.2 \text{ m}$$

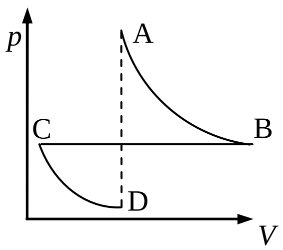
b) $$W = \Delta E_k \quad \Rightarrow \quad M\theta - m_{TOT} g z_{CM}(\cos\theta - 1) = \frac{1}{2} I_x \omega^2 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{2}{I_x}\left[M\theta - m_{TOT} g z_{CM}(\cos\theta - 1)\right]} = \sqrt{\frac{2}{I_x}\left[M\theta + 4\pi R^3 \rho g(\cos\theta - 1)\right]} = 0.81 \text{ rad/s}$$

c) $$\begin{cases} I_x\omega = I_x\omega' + \ell m v \\ \frac{1}{2} I_x \omega^2 = \frac{1}{2} I_x \omega'^2 + \frac{1}{2} m v'^2 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad v = \frac{2\omega}{\frac{m\ell}{I} + \frac{1}{\ell}} = 0.71 \text{ m/s}$$

d) $$I_x = \left[\left(\frac{1}{2} m_G R^2 + \frac{1}{12} m_G \ell^2\right) + m_G\left(\frac{\ell}{2}\right)^2\right] + \frac{1}{4} m_B R^2 = 2\pi R\ell\rho\left(\frac{R^2}{2} + \frac{(2R)^2}{12} + R^2\right) + \frac{1}{4}\pi R^4 \rho = \frac{91}{12}\pi R^4 \rho$$

Problema 3



a) $$Q_{BC} = nc_P(T_C - T_B) \;\Rightarrow\; T_C = T_A + \frac{Q_{BC}}{nc_P} = 211 \text{ K;} \quad V_C = \frac{nRT_C}{p_C} = \frac{nRT_C}{p_B} = 0.053 \text{ m}^3$$

b) $$V_B = \frac{nRT_B}{p_B} = \frac{nRT_A}{p_B} = 0.100 \text{ m}^3\text{;} \quad Q_{AB} = nRT_A \ln\frac{V_B}{V_A} = 2847 \text{ J}$$

$$Q_{CD} = nRT_C \ln\frac{V_D}{V_C} = 1859 \text{ J;} \quad Q_{DA} = nc_V(T_A - T_C) = 7059 \text{ J} \quad \Rightarrow \quad Q_{ASS} = 11765 \text{ J}$$

c) $$W_{TOT} = Q_{TOT} = Q_{ASS} + Q_{BC} = 0 \text{ J} \quad \Rightarrow \quad \eta = \frac{W_{TOT}}{Q_{ASS}} = 0$$

oppure $$W_{AB} = Q_{AB}; \quad W_{BC} = p_B(V_C - V_B) = -4706 \text{ J;} \quad W_{CD} = Q_{CD}; \quad W_{DA} = 0 \quad \Rightarrow \quad W_{TOT} = 0 \text{ J;} \quad \eta = \frac{W_{TOT}}{Q_{ASS}} = 0$$

d) $$\Delta S_{amb} = \Delta S_U - \Delta S_{gas} = \Delta S_{U,ciclo} = \Delta S_{U,DA} = \Delta S_{DA,gas} + \Delta S_{DA,amb} = nc_V \ln\frac{T_A}{T_D} + \frac{-Q_{DA}}{T_A} = 6.2 \text{ J/K}$$

oppure $$\Delta S_{amb} = \Delta S_{AB+BC+CD+DA,amb} = \Delta S_{AB+CD+DA,amb} - \Delta S_{BC,gas} == \frac{-Q_{AB}}{T_A} + \frac{-Q_{CD}}{T_C} + \frac{-Q_{DA}}{T_A} - nc_P \ln\frac{T_C}{T_B}$$