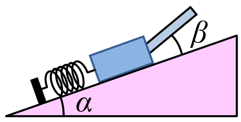
Corsi di Laurea in Ingegneria Biomedica, dell'Informazione, Elettronica e Informatica
Canale 3 (Prof. G. Naletto)
Prova scritta di Fisica Generale 1 - Padova, 18 Giugno 2015

Cognome .... Nome .... Matricola ....

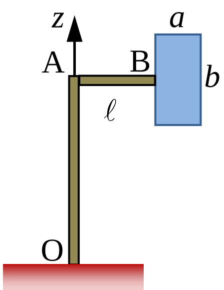
Problema 1



Un cannone di massa $M = 1000$ kg è posto su un piano liscio inclinato di $\alpha = 20°$ rispetto all'orizzontale. La canna è orientata verso l'alto, con un angolo di alzo $\beta = 30°$ rispetto al piano, pronta a sparare un proiettile di massa $m = 20$ kg. Il sistema cannone+proiettile poggia su un sistema di ammortizzatori che possiamo schematizzare come una molla vincolata e parallela al piano inclinato stesso, di costante elastica $k = 10^4$ N/m, che lo mantiene fermo. Ad un certo istante il proiettile viene sparato con velocità iniziale di modulo $v_o = 50$ m/s. Determinare:

a) la compressione Δx_o della molla prima dello sparo;
b) il modulo V della velocità di rinculo del cannone lungo il piano inclinato nell'istante dello sparo;
c) la massima compressione $\Delta x_{\max}$ della molla.

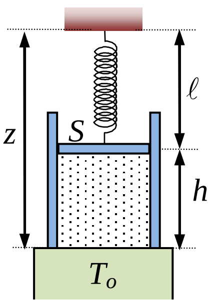
Problema 1



Un semaforo "a braccio" è schematizzato come in figura a lato. Esso è costituito da una sbarra omogenea sottile verticale OA, con O punto di appoggio al suolo, cui è collegata rigidamente un'altra sbarra sottile omogenea verticale di lunghezza AB = $\ell = 3a = 2.4$ m e massa $m_{AB} = 6m$, con $m = 10$ kg. Una lastra rettangolare omogenea di massa $m_L = 3m$ con lati orizzontale $a = 0.8$ m e verticale $b = 1.5$ m, complanare ad AB, è fissata in B nel punto medio del lato verticale b. E' definito un sistema di riferimento avente origine in O con l'asse z verticale.
Una raffica di vento con direzione perpendicolare alla lastra soffia con velocità costante per un tempo $\Delta t = 0.5$ s. In A agisce un momento di attrito che si oppone al moto di rotazione del "braccio": il modulo del momento di attrito dinamico è $M_{ad} = 3000$ Nm, e quello del massimo momento di attrito statico è $M_{as,\max} = 5M_{ad}/4$. Determinare:

a) il momento d'inerzia I_z del semaforo rispetto all'asse z.
b) il valore $p_{\max}$ della massima pressione che il vento può esercitare sulla lastra senza che il semaforo si metta a ruotare (NB: nel calcolo non si considerino le forze applicate dal vento alle sbarre OA e AB, che hanno sezione trascurabile, e assumere che la forza complessiva del vento sia applicata nel centro della lastra);
c) il modulo della velocità angolare ω del "braccio" quando la raffica smette di soffiare, se la pressione esercitata dal vento è $p = 8p_{\max}/7$ assumendo che la direzione del vento sia praticamente sempre perpendicolare alla piastra.

Problema 2



Due moli di un gas perfetto monoatomico all'equilibrio nello stato A sono racchiuse in un cilindro con parete laterale adiabatica la cui base è in contatto termico con un serbatoio ideale alla temperatura $T_o = 300$ K. Il cilindro è chiuso da un pistone adiabatico mobile senza attrito di superficie $S = 0.08$ m^2, avente spessore e massa trascurabili, collegato ad una molla ideale di costante elastica $k = 10^4$ N/m parallela all'asse e vincolata all'altro estremo ad un supporto mobile. La pressione ambiente è costante e pari a $p_o = 10^5$ Pa. Indichiamo con h la distanza tra la base del cilindro ed il pistone mobile, e con z la distanza tra la base del cilindro ed il supporto mobile cui è attaccata la molla. Inizialmente la molla ha una lunghezza pari alla sua lunghezza a riposo $\ell_o = 0.276$ m.
Mantenendo il gas in contatto termico con il serbatoio, si muove in maniera molto lenta e graduale il supporto mobile a cui è collegata la molla, e durante questa trasformazione il gas scambia un calore $Q_{AB} = -1100$ J. Successivamente, si isola adiabaticamente anche la base del cilindro e, sempre muovendo in modo molto lento e graduale il supporto mobile della molla, si porta il gas nello stato C; durante questa trasformazione, il gas compie un lavoro $W_{BC} = 1500$ J. Infine, si rimette il gas in contatto termico con il serbatoio staccando allo stesso istante la molla dal pistone ed il gas ritorna nello stato iniziale. Determinare:

a) l'altezza h_B del cilindro nello stato B del gas;
b) la corrispondente distanza z_B;
c) il volume V_C occupato dal gas nello stato C;
d) la variazione ΔS_{CA} di entropia del gas nella trasformazione CA.

Soluzioni

Problema 1

a) Indicando verso il basso il verso positivo dell'asse x parallelo al piano, si ottiene:

$$-k\Delta x_o + (m+M)g\sin\alpha = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta x_o = \frac{(m+M)g\sin\alpha}{k} = 0.342\text{ m}$$

b) Si conserva la componente della quantità di moto parallela al piano (ma non quella perpendicolare):

$$P_x = \text{cost} = 0 \quad \Rightarrow \quad M\vec{V} + m\vec{v}_{ox} = 0 \quad \Rightarrow \quad MV - mv_o\cos\beta = 0 \quad \Rightarrow \quad V = \frac{m}{M}v_o\cos\beta = 0.866\text{ m/s}$$

c) Conservazione dell'energia meccanica del cannone (attenzione al segno dell'energia potenziale della forza peso):

$$E_{m,f} = E_{m,i} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}k\Delta x_{\max}^2 = \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}k\Delta x_o^2 + Mg\left(\Delta x_{\max} - \Delta x_o\right)\sin\alpha \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \Delta x_{\max}^2 - \frac{2Mg\sin\alpha}{k}\Delta x_{\max} + \frac{1}{k}\left(2Mg\Delta x_o\sin\alpha - MV^2 - k\Delta x_o^2\right) = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \Delta x_{\max} = \frac{Mg\sin\alpha}{k} + \sqrt{\left(\frac{Mg\sin\alpha}{k}\right)^2 - \left(\frac{2Mg\Delta x_o\sin\alpha - MV^2}{k} - \Delta x_o^2\right)} = 0.609\text{ m}$$

Problema 2

a) $$I_z = \frac{1}{3}m_{AB}\ell^2 + \left[\frac{1}{12}m_L a^2 + m_L\left(\ell + \frac{a}{2}\right)^2\right] = \frac{1}{3}6m\cdot 9a^2 + \left(\frac{1}{12}3ma^2 + 3m\frac{49}{4}a^2\right) = 55ma^2 = 352\text{ kgm}^2$$

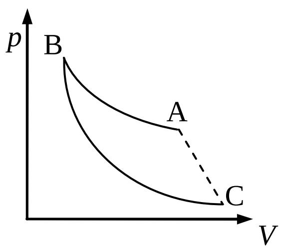
b) Considerando la sola componente z del momento delle forze, si ottiene che:

$$F = p\cdot ab; \quad \left(\ell + \frac{a}{2}\right)F - M_{as} = 0 \;\Rightarrow\; M_{as} = \frac{7}{2}pa^2b \le M_{as,\max} = \frac{5}{4}M_{ad} \quad \Rightarrow \quad p \le \frac{5M_{ad}}{14a^2b} = p_{\max} = 1116\text{ Pa}$$

c) $$\left(\ell + \frac{a}{2}\right)F - M_{ad} = I_z\alpha \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{\frac{7}{2}a\cdot pab - M_{ad}}{I_z} = \frac{\frac{7}{2}\frac{8}{7}p_{\max}a^2b - M_{ad}}{I_z} = \frac{4\cdot\frac{5M_{ad}}{14a^2b}\cdot a^2b - M_{ad}}{I_z} = \frac{3M_{ad}}{7I_z}$$

$$\omega = \alpha\Delta t = \frac{3M_{ad}}{7I_z}\Delta t = 1.83\text{ rad/s}$$

Problema 3



a) AB è isoterma reversibile: $V_A = \frac{nRT_A}{p_A} = \frac{nRT_o}{p_o} = 0.05\text{ m}^3$;

$$Q_{AB} = nRT_A\ln\frac{V_B}{V_A} \quad \Rightarrow \quad V_B = V_A e^{Q_{AB}/(nRT_o)} = 0.04\text{ m}^3; \quad h_B = \frac{V_B}{S} = 0.5\text{ m}$$

b) Il volume è diminuito nella trasformazione AB, quindi la molla è compressa ($\Delta\ell < 0$):

$$p_B = \frac{nRT_B}{V_B} = p_o + \frac{k|\Delta\ell|}{S} \quad \Rightarrow \quad \Delta\ell = -\frac{S}{k}\left(\frac{nRT_o}{V_B} - p_o\right) = -0.197\text{ m} \quad \Rightarrow \quad z_B = h_B + \left(\ell_o + \Delta\ell\right) = 0.579\text{ m}$$

c) BC è adiabatica reversibile: $W_{BC} = -\Delta U_{BC} = -nc_V\left(T_C - T_B\right) \quad \Rightarrow \quad T_C = T_o - \frac{W_{BC}}{nc_V} = 240\text{ K}$;

$$T_C V_C^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1} \quad \Rightarrow \quad V_C = V_B\left(\frac{T_B}{T_C}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = 0.056\text{ m}^3$$

d) $$\Delta S_{ciclo} = \Delta S_{AB} + \Delta S_{BC} + \Delta S_{CA} = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta S_{CA} = -\Delta S_{AB} - \Delta S_{BC} = -\Delta S_{AB} = -\frac{Q_{AB}}{T_A} = -nR\ln\frac{V_B}{V_A} = 3.67\text{ J/K}$$

oppure $\Delta S_{CA} = nR\ln\frac{V_A}{V_C} + nc_V\ln\frac{T_A}{T_C}$