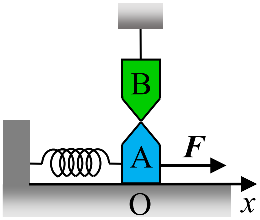
Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica - Canale 2 (Prof. G. Naletto)
Prova scritta di Fisica Generale 1 - Padova, 17 giugno 2021

Cognome .... Nome .... Matricola ....

Aula .... Posto # ....

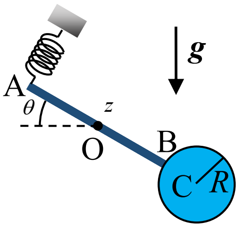
Problema 1



Un corpo A di massa $m_A = 4$ kg e dimensioni trascurabili è appoggiato fermo nell'origine di un asse orizzontale x scabro, con coefficienti di attrito statico e dinamico rispettivamente pari a $\mu_s = 0.6$ e $\mu_d = 0.4$. Il corpo è collegato ad una molla parallela all'asse x di costante elastica $k = 350$ N/m, il cui altro estremo è vincolato ad una parete fissa; la molla inizialmente si trova alla sua lunghezza di riposo. Ad A è anche applicata una forza $\boldsymbol{F}$ parallela a x variabile nel tempo; il verso della forza è tale da tendere ad allungare la molla (vedi figura). Sopra A si trova un corpo B di massa $m_B = 1.5$ kg, in equilibrio instabile, il cui peso grava completamente su A; il sistema dei corpi A e B è tale per cui se A si sposta leggermente dalla sua posizione iniziale, B non grava più su A (vedi figura). Posto $t_o = 0$ l'istante iniziale e t^* l'istante in cui A inizia a muoversi, il modulo di $\boldsymbol{F}$ è pari a $F(t) = ct$, con $c = 12$ N/s e t il tempo in secondi, per $0 \le t \le t^*$, dopo di che rimane costante $F^* = ct^*$ per $t > t^*$. Determinare:

a) l'istante t^* in cui A inizia a muoversi;
b) il massimo allungamento Δx_{max} della molla;
c) l'accelerazione a di A (con segno) nell'istante in cui la molla ha raggiunto il massimo allungamento.

Problema 2



Un pendolo composto è costituito da una sbarretta rigida AB di lunghezza $d = 4R$ e massa trascurabile che può ruotare senza attrito attorno ad un asse orizzontale z passante per il suo centro O con attaccato all'estremo B un disco omogeneo di massa $m = 1.8$ kg e raggio R; il disco è attaccato alla sbarretta in un punto della sua circonferenza e il suo asse è parallelo a z. Inizialmente il pendolo è mantenuto fermo con la sbarretta AB inclinata di un angolo $\theta = 30°$ rispetto all'orizzontale dall'azione di una molla ideale compressa di $\Delta x = 0.08$ m orientata perpendicolarmente alla sbarretta fissata in A (vedi figura). Poi si stacca la molla, ed il pendolo inizia a muoversi. Quando la sbarretta è verticale, il pendolo ha una velocità angolare di modulo $\omega = 5$ rad/s; in quell'istante il disco viene urtato nel suo centro C in modo completamente anelastico da un proiettile di massa $m_P = m/2$ e velocità $\vec{v} = 2.2\,\vec{u}_z$ m/s. Determinare:

a) la costante elastica k della molla;
b) il raggio R del disco;
c) il modulo ω' della velocità angolare del pendolo subito dopo l'urto;
d) il modulo J dell'impulso fornito dal vincolo sull'asse di rotazione durante l'urto.

Problema 3

Cinque moli di un gas ideale biatomico, in equilibrio nello stato A, vengono portate nello stato B tramite una trasformazione isoterma reversibile nella quale la variazione di entropia del gas è pari a $\Delta S_{gas,AB} = 27$ J/K. Il gas viene poi portato nello stato C, in cui occupa un volume $V_C = \frac{9}{5}V_B$ e si trova alla temperatura $T_C = \frac{4}{5}T_B$, per mezzo di una trasformazione adiabatica irreversibile. Il gas poi viene portato nello stato D tramite una trasformazione isoterma reversibile nella quale la variazione di entropia del gas è pari a $\Delta S_{gas,CD} = -31.8$ J/K. Infine il gas torna nello stato iniziale A per mezzo di una trasformazione adiabatica irreversibile. Determinare:

a) il rendimento η del ciclo compiuto dal gas;
b) la variazione di entropia $\Delta S_{UN,DA}$ dell'universo nella trasformazione DA;
c) la temperatura T_A iniziale del gas, sapendo che il lavoro fatto dal gas nel ciclo è $W_{ciclo} = 600$ J.

Soluzioni

Problema 1

a) $F - f_{as} = 0 \;\Rightarrow\; F = ct = f_{as} \le f_{as,max} = \mu_s(m_A + m_B)g \;\Rightarrow\; t \le \dfrac{\mu_s}{c}(m_A + m_B)g = t^* = 2.7\text{ s}$

b) $W = \Delta E_k \;\Rightarrow\; W_F + W_{ad} + W_{el} = 0 \;\Rightarrow\; F^*\Delta x_{max} - \mu_d m_A g \Delta x_{max} - \dfrac{1}{2}k\Delta x_{max}^2 = 0 \;\Rightarrow$

$\Rightarrow\; \Delta x_{max} = \dfrac{2}{k}(F^* - \mu_d m_A g) = \dfrac{2}{k}(ct^* - \mu_d m_A g) = 0.095\text{ m}$

c) $F^* - \mu_d m_A g - k\Delta x_{max} = m_A a \;\Rightarrow\; a = \dfrac{1}{m_A}(ct^* - k\Delta x_{max}) - \mu_d g = -4.17\text{ m/s}^2$

Problema 2

a) $\Sigma\vec{M}_O = 0 \;\Rightarrow\; \overrightarrow{OA} \times k\Delta\vec{x} + \overrightarrow{OC} \times m\vec{g} = 0 \;\Rightarrow\; 2Rk\Delta x - 3Rmg\sin\left(\dfrac{\pi}{2} - \theta\right) = 0 \;\Rightarrow$

$k = \dfrac{3mg\cos\theta}{2\Delta x} = 287\text{ N/m}$

b) $I_z = \dfrac{1}{2}mR^2 + m(3R)^2 = \dfrac{19}{2}mR^2;\;\; E_m = \text{cost} \;\Rightarrow\; mgh = \dfrac{1}{2}I_z\omega^2 \;\Rightarrow$

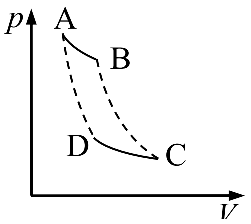
$\Rightarrow\; mg3R(1 - \sin\theta) = \dfrac{19}{4}mR^2\omega^2 \;\Rightarrow\; R = \dfrac{12g}{19\omega^2}(1 - \sin\theta) = 0.12\text{ m}$

c) $L_z = \text{cost} \;\Rightarrow\; I_z\omega = [I_z + m_P(3R)^2]\omega' \;\Rightarrow\; \omega' = \dfrac{19}{28}\omega = 3.39\text{ rad/s}$

d) $\vec{J} = \Delta\vec{P} = \vec{P}_f - \vec{P}_i = (m + m_P)\omega' 3R\vec{u}_\perp - (m\omega 3R\vec{u}_\perp + m_P v\vec{u}_z) = \dfrac{m}{2}\left(\dfrac{3}{28}\omega R\vec{u}_\perp - v\vec{u}_z\right)$

$\Rightarrow\; J = \dfrac{m}{2}\sqrt{\left(\dfrac{3}{28}\omega R\right)^2 + v^2} = 1.98\text{ Ns}$

Problema 3



a) $\Delta S_{gas,AB} = nR\ln\dfrac{V_B}{V_A} \;\Rightarrow\; \dfrac{V_B}{V_A} = e^{\Delta S_{gas,AB}/(nR)} = 1.915$

$\Delta S_{gas,CD} = nR\ln\dfrac{V_D}{V_C} \;\Rightarrow\; \dfrac{V_D}{V_C} = e^{\Delta S_{gas,CD}/(nR)} = 0.465$

$$\eta = 1 + \frac{Q_{CED}}{Q_{ASS}} = 1 + \frac{Q_{CD}}{Q_{AB}} = 1 + \frac{nRT_C\ln\frac{V_D}{V_C}}{nRT_A\ln\frac{V_B}{V_A}} = 1 + \frac{4}{5}\frac{\Delta S_{gas,CD}}{\Delta S_{gas,AB}} = 0.058$$

b) $\Delta S_{UN,DA} = \Delta S_{gas,DA} = -\Delta S_{gas,AB+BC+CD} = -\Delta S_{gas,AB} - \left(nc_V\ln\dfrac{T_C}{T_B} + nR\ln\dfrac{V_C}{V_B}\right) - \Delta S_{gas,CD} = 3.56\text{ J/K}$

oppure

$\dfrac{V_A}{V_D} = \dfrac{V_A}{V_B}\dfrac{V_B}{V_C}\dfrac{V_C}{V_D} = 0.624;\quad \Delta S_{UN,DA} = \Delta S_{gas,DA} = nc_V\ln\dfrac{T_A}{T_D} + nR\ln\dfrac{V_A}{V_D} = 3.56\text{ J/K}$

c) $\eta = \dfrac{W_{ciclo}}{Q_{ASS}} = \dfrac{W_{ciclo}}{T_A\Delta S_{gas,AB}} \;\Rightarrow\; T_A = \dfrac{W_{ciclo}}{\eta\Delta S_{gas,AB}} = 384.6\text{ K}$

oppure

$W_{AB} = nRT_A\ln\dfrac{V_B}{V_A} = T_A\Delta S_{gas,AB};\;\; W_{BC} = -\Delta U_{BC} = -nc_V(T_C - T_B);\;\; W_{CD} = nRT_C\ln\dfrac{V_D}{V_C} = T_C\Delta S_{gas,CD};$

$W_{DA} = -\Delta U_{DA} = -nc_V(T_A - T_D) = -W_{BC} \;\Rightarrow\; W_{ciclo} = W_{AB} + W_{CD} = T_A\Delta S_{gas,AB} + T_C\Delta S_{gas,CD} =$

$= T_A\left(\Delta S_{gas,AB} + \dfrac{4}{5}\Delta S_{gas,CD}\right) \;\Rightarrow\; T_A = \dfrac{W_{ciclo}}{\Delta S_{gas,AB} + \frac{4}{5}\Delta S_{gas,CD}} = 384.6\text{ K}$