Corsi di Laurea in Ingegneria dell'Informazione, Elettronica e Informatica
Canale 3 (Prof. G. Naletto)
Prima Prova in Itinere di Fisica Generale 1 - Padova, 21 aprile 2018

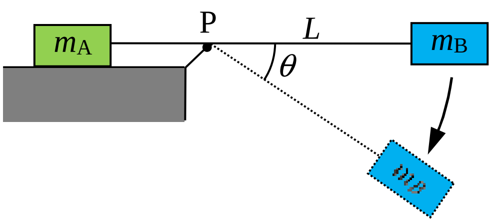
Cognome .... Nome .... Matricola ....

Problema 1

Sono date due piste orizzontali affiancate parallele all'asse (orientato) x. All'istante $t = 0$, il punto materiale A si trova fermo su una delle due piste, nel punto di coordinata $x_{oA} = 0$, mentre il punto materiale B si trova sulla pista a fianco nel punto di coordinata $x_{Bo} = d$ con velocità iniziale $v_{Bo} = 10$ m/s. Il punto A è soggetto ad una accelerazione $a_A(t) = a_{Ao} + bt$, con $b = 0.25$ m/s^3; il punto B risente di una accelerazione dovuta all'attrito dinamico con la pista, con coefficiente di attrito dinamico $\mu = 0.13$. Determinare:

a) il valore di a_{Ao} sapendo che la velocità di A all'istante $t' = 2$ s è $v_A(t') = 1.1$ m/s
b) l'istante t'' in cui A e B hanno la stessa velocità;
c) la posizione iniziale di B, $x_{Bo} = d$, sapendo che i due corpi si affiancano all'istante $t^* = 9$ s;

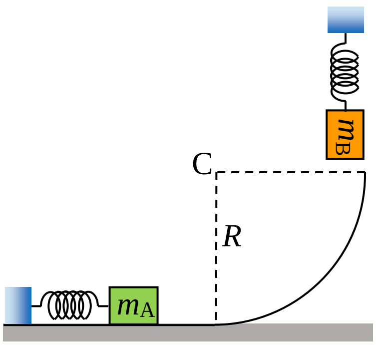
Problema 2



Un corpo A di massa $m_A = 15$ kg è appoggiato su un piano orizzontale scabro, con coefficiente di attrito statico $\mu_s = 0.27$. Al corpo è collegata una fune ideale attaccata all'altro estremo ad un corpo B di dimensioni trascurabili e massa $m_B = 1.5$ kg. Inizialmente la fune è tesa parallela al piano con tensione nulla, e B è tenuto sollevato e fermo. A distanza L da B, la fune è a contatto con un perno P. All'istante $t = 0$ si libera B che inizia a cadere soggetto all'accelerazione di gravità, con la fune che, facendo perno su P, forma un angolo $\theta(t)$ con l'orizzontale (vedi figura). Sapendo che A si muove in corrispondenza di un angolo $\theta^* > \pi/6$, determinare:

a) la lunghezza L del tratto di fune tra il perno P e B, sapendo che il modulo della velocità di B per $\theta(t) = \theta_1 = \pi/12$ è $v_B = 2.5$ m/s;
b) il modulo T della tensione della fune quando $\theta(t) = \theta_2 = \pi/6$;
c) modulo, direzione e verso della reazione vincolare $\boldsymbol{R_V}$ esercitata dal perno P sulla fune quando $\theta = \theta_2$;
d) il modulo v_B^* della velocità di B nell'istante in cui il corpo A inizia a muoversi.

Problema 3



Un corpo A di dimensioni trascurabili e massa $m_A = 0.42$ kg è appoggiato su una guida liscia a contatto con una molla ideale compressa di costante elastica $k_A = 250$ N/m parallela alla guida. La guida è orizzontale nel primo tratto, poi inizia a salire nel piano verticale formando un arco di circonferenza di raggio $R = 0.35$ m e lunghezza $\pi R/2$. Ad un certo istante la molla viene sbloccata e il corpo A si mette in movimento. Nel punto in cui termina la guida, A ha velocità $v_A = 1.6$ m/s e in quel preciso istante urta in modo completamente anelastico un corpo B di dimensioni trascurabili tenuto sospeso sopra la guida da una molla ideale verticale di costante elastica $k_B = 10$ N/m allungata di $\Delta y_B = 0.08$ m. Determinare:

a) la massa m_B di B;
b) la compressione iniziale Δx_A della molla in contatto con A;
c) il modulo a_A dell'accelerazione di A un istante prima di staccarsi dalla guida;
d) (facoltativa) lo spostamento $\Delta y_B'$ dalla sua posizione di riposo della molla che regge B quando il sistema dei due corpi A+B raggiunge il punto più alto dopo l'urto, specificando se si tratta di compressione o allungamento.

Soluzioni

Problema 1

a) $v_A(t)=\int_0^t a_A(t)dt=a_{Ao}t+\frac{1}{2}bt^2 \quad\Rightarrow\quad a_{Ao}=\frac{1}{t'}\left[v_A(t')-\frac{1}{2}bt'^2\right]=0.30\ \text{m/s}^2$

b) $a_B=-\mu g \quad\Rightarrow\quad v_B(t)=v_{Bo}-\mu g t;\quad v_A(t'')=v_B(t'') \quad\Rightarrow\quad a_{Ao}t''+\frac{1}{2}bt''^2=v_{Bo}-\mu g t'' \quad\Rightarrow$

$\Rightarrow\quad bt''^2+2(\mu g+a_{Ao})t''-2v_{Bo}=0 \quad\Rightarrow\quad t''=\frac{1}{b}\left[-(\mu g+a_{Ao})+\sqrt{(\mu g+a_{Ao})^2+2bv_{Bo}}\right]=4.64\ \text{s}$

c) $x_A(t)=\int_0^t v_A(t)dt=\frac{1}{2}a_{Ao}t^2+\frac{1}{6}bt^3;\quad x_B(t)=d+v_{Bo}t-\frac{1}{2}\mu g t^2 \quad\Rightarrow$

$x_A(t^*)=x_B(t^*) \quad\Rightarrow\quad d=\frac{1}{6}bt^{*3}+\frac{1}{2}(a_{Ao}+\mu g)t^{*2}-v_{Bo}t^*=4.17\ \text{m}$

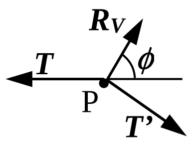
Problema 2

a) $\frac{1}{2}m_Bv_B^2(\theta)=m_BgL\sin\theta \quad\Rightarrow\quad v_B^2(\theta)=2gL\sin\theta \quad\Rightarrow\quad L=\frac{v_B^2}{2g\sin\theta_1}=1.23\ \text{m}$

b) $\vec{T}+m_B\vec{g}=m\vec{a} \quad\Rightarrow\quad T-m_Bg\sin\theta=m_Ba_N;\quad a_N=\frac{v_B^2(\theta)}{L}=2g\sin\theta \quad\Rightarrow\quad T(\theta)=3m_Bg\sin\theta$

$\Rightarrow\quad T(\theta_2)=3m_Bg\sin\theta_2=22.1\ \text{N}$

c) Nel perno P la reazione vincolare deve bilanciare le tensioni esercitate dalla fune che hanno direzioni diverse:



$\vec{T}+\vec{R}_V+\vec{T}'=0 \quad\Rightarrow\quad R_{Vx}=T(1-\cos\theta_2);\quad R_{Vy}=T\sin\theta_2 \quad\Rightarrow$

$\Rightarrow\quad R_V=\sqrt{R_{Vx}^2+R_{Vy}^2}=T\sqrt{2(1-\cos\theta_2)}=11.4\ \text{N};\quad \phi=\tan^{-1}\left(\frac{R_{Vy}}{R_{Vx}}\right)=75°=1.31\ \text{rad}$

d) $T(\theta)\le F_{as,\max}=\mu_s m_A g \quad\Rightarrow\quad \sin\theta_{\max}=\frac{\mu_s m_A}{3m_B} \quad\Rightarrow\quad v_B^*=\sqrt{2gL\sin\theta_{\max}}=\sqrt{2gL\frac{\mu_s m_A}{3m_B}}=4.66\ \text{m/s}$

Problema 3

a) $m_Bg-k_B\Delta y_B=0 \quad\Rightarrow\quad m_B=\frac{k_B\Delta y_B}{g}=0.08\ \text{kg}$

b) $\frac{1}{2}k_A\Delta x_A^2=\frac{1}{2}m_Av_A^2+m_AgR \quad\Rightarrow\quad \Delta x_A=\sqrt{\frac{m_A}{k_A}\left(v_A^2+2gR\right)}=0.13\ \text{m}$

c) Un istante prima di staccarsi dalla guida, A è soggetto alla forza peso (tangente alla traiettoria) e alla reazione normale della guida (perpendicolare alla traiettoria), che fornisce la forza centripeta. Quindi:

$$a_{A,T}=g;\quad a_{A,N}=\frac{v_A^2}{R} \quad\Rightarrow\quad a_A=\sqrt{a_{A,T}^2+a_{A,N}^2}=\sqrt{g^2+\left(\frac{v_A^2}{R}\right)^2}=12.24\ \text{m/s}^2$$

d) $m_Av_A=(m_A+m_B)v' \quad\Rightarrow\quad v'=\frac{m_A}{m_A+m_B}v_A=1.34\ \text{m/s};$

Orientando l'asse y verso l'alto, l'allungamento iniziale della molla è negativo ($-\Delta y_B$, dove Δy_B è il dato del problema). Quindi, ponendo $m_{AB}=m_A+m_B$, e l'origine dell'asse verticale nel punto di riposo della molla:

$E_{m,i}=E_{m,f} \quad\Rightarrow\quad \frac{1}{2}m_{AB}v'^2+\frac{1}{2}k_B\Delta y_B^2-m_{AB}g\Delta y_B=\frac{1}{2}k_B\Delta y_B'^2+m_{AB}g\Delta y_B' \quad\Rightarrow$

$\Rightarrow\quad \Delta y_B'=\frac{1}{k_B}\left[-m_{AB}g+\sqrt{m_{AB}^2g^2-k_B\left[m_{AB}\left(2g\Delta y_B-v'^2\right)-k_B\Delta y_B^2\right]}\right]=0.02\ \text{m}$

Siccome è una quantità positiva, si tratta di una compressione. La soluzione negativa non è accettabile.