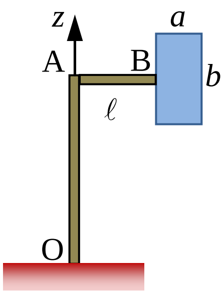
Corsi di Laurea in Ingegneria Biomedica, dell'Informazione, Elettronica e Informatica
Canale 3 (Prof. G. Naletto)
Seconda Prova in Itinere di Fisica Generale 1 - Padova, 18 Giugno 2015

Cognome .... Nome .... Matricola ....

Problema 1



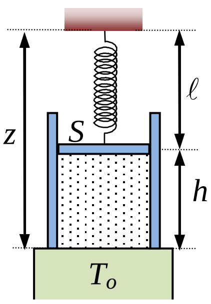
Un semaforo "a braccio" è schematizzato come in figura a lato. Esso è costituito da una sbarra omogenea sottile verticale OA, con O punto di appoggio al suolo, cui è collegata rigidamente un'altra sbarra sottile omogenea verticale di lunghezza AB = $\ell = 3a = 2.4$ m e massa $m_{AB} = 6m$, con $m = 10$ kg. Una lastra rettangolare omogenea di massa $m_L = 3m$ con lati orizzontale $a = 0.8$ m e verticale $b = 1.5$ m, complanare ad AB, è fissata in B nel punto medio del lato verticale b. E' definito un sistema di riferimento avente origine in O con l'asse z verticale. Determinare:

a) il modulo M_O del momento vincolare in O necessario per mantenere fermo il semaforo;
b) il momento d'inerzia I_z del semaforo rispetto all'asse z.

Una raffica di vento con direzione perpendicolare alla lastra soffia con velocità costante per un tempo $\Delta t = 0.5$ s. In A agisce un momento di attrito che si oppone al moto di rotazione del "braccio": il modulo del momento di attrito dinamico è $M_{ad} = 3000$ Nm, e quello del massimo momento di attrito statico è $M_{as,\max} = 5M_{ad}/4$. Determinare:

c) il valore $p_{\max}$ della massima pressione che il vento può esercitare sulla lastra senza che il semaforo si metta a ruotare (NB: nel calcolo non si considerino le forze applicate dal vento alle sbarre OA e AB, che hanno sezione trascurabile, e assumere che la forza complessiva del vento sia applicata nel centro della lastra);
d) il modulo della velocità angolare ω del "braccio" quando la raffica smette di soffiare, se la pressione esercitata dal vento è $p = 8p_{\max}/7$ assumendo che la direzione del vento sia praticamente sempre perpendicolare alla piastra.

Problema 2



Due moli di un gas perfetto monoatomico all'equilibrio nello stato A sono racchiuse in un cilindro con parete laterale adiabatica la cui base è in contatto termico con un serbatoio ideale alla temperatura $T_o = 300$ K. Il cilindro è chiuso da un pistone adiabatico mobile senza attrito di superficie $S = 0.08$ m^2, avente spessore e massa trascurabili, collegato ad una molla ideale di costante elastica $k = 10^4$ N/m parallela all'asse e vincolata all'altro estremo ad un supporto mobile. La pressione ambiente è costante e pari a $p_o = 10^5$ Pa. Indichiamo con h la distanza tra la base del cilindro ed il pistone mobile, e con z la distanza tra la base del cilindro ed il supporto mobile cui è attaccata la molla. Inizialmente, $z = z_A = 0.9$ m e la molla ha una lunghezza pari alla sua lunghezza a riposo ℓ_o.

Mantenendo il gas in contatto termico con il serbatoio, si muove in maniera molto lenta e graduale il supporto mobile a cui è collegata la molla, e durante questa trasformazione il gas scambia un calore $Q_{AB} = -1100$ J. Successivamente, si isola adiabaticamente anche la base del cilindro e, sempre muovendo in modo molto lento e graduale il supporto mobile della molla, si porta il gas nello stato C; durante questa trasformazione, il gas compie un lavoro $W_{BC} = 1500$ J. Infine, si rimette il gas in contatto termico con il serbatoio staccando allo stesso istante la molla dal pistone ed il gas ritorna nello stato iniziale. Determinare:

a) la lunghezza a riposo ℓ_o della molla;
b) l'altezza h_B del cilindro nello stato B del gas;
c) la corrispondente distanza z_B;
d) il volume V_C occupato dal gas nello stato C;
e) la variazione ΔS_{CA} di entropia del gas nella trasformazione CA.

Problema 1

a) $\vec{M}_O + \vec{r}_{AB} \times m_{AB}\vec{g} + \vec{r}_L \times m_L\vec{g} = 0 \quad \Rightarrow \quad -M_O + \frac{\ell}{2}6mg + \left(\ell + \frac{a}{2}\right)3mg = 0 \quad \Rightarrow \quad M_O = \frac{39}{2}amg = 1529\ \text{Nm}$

b) $I_z = \frac{1}{3}m_{AB}\ell^2 + \left[\frac{1}{12}m_L a^2 + m_L\left(\ell + \frac{a}{2}\right)^2\right] = \frac{1}{3}6m \cdot 9a^2 + \left(\frac{1}{12}3ma^2 + 3m\frac{49}{4}a^2\right) = 55ma^2 = 352\ \text{kgm}^2$

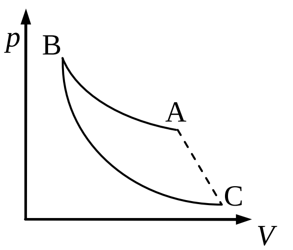
c) Considerando la sola componente z del momento delle forze, si ottiene che:

$$F = p \cdot ab; \quad \left(\ell + \frac{a}{2}\right)F - M_{as} = 0 \Rightarrow M_{as} = \frac{7}{2}pa^2b \le M_{as,\max} = \frac{5}{4}M_{ad} \quad \Rightarrow \quad p \le \frac{5M_{ad}}{14a^2b} = p_{\max} = 1120\ \text{Pa}$$

d) $\left(\ell + \frac{a}{2}\right)F - M_{ad} = I_z\alpha \quad \Rightarrow \quad \alpha = \dfrac{\frac{7}{2}a \cdot pab - M_{ad}}{I_z} = \dfrac{\frac{7}{2}\frac{8}{7}p_{\max}a^2b - M_{ad}}{I_z} = \dfrac{4 \cdot \frac{5M_{ad}}{14a^2b} \cdot a^2b - M_{ad}}{I_z} = \dfrac{3M_{ad}}{7I_z}$

$$\omega = \alpha\Delta t = \frac{3M_{ad}}{7I_z}\Delta t = 1.83\ \text{rad/s}$$

Problema 2



a) $V_A = \frac{nRT_A}{p_A} = \frac{nRT_o}{p_o} = 0.05\ \text{m}^3; \quad h_A = \frac{V_A}{S} = z_A - \ell_o \quad \Rightarrow \quad \ell_o = z_A - \frac{V_A}{S} = 0.276\ \text{m}$

b) AB è isoterma reversibile:

$$Q_{AB} = nRT_A \ln\frac{V_B}{V_A} \quad \Rightarrow \quad V_B = V_A e^{Q_{AB}/(nRT_o)} = 0.04\ \text{m}^3; \quad h_B = \frac{V_B}{S} = 0.5\ \text{m}$$

c) Il volume è diminuito nella trasformazione AB, quindi la molla è compressa ($\Delta\ell < 0$):

$$p_B = \frac{nRT_B}{V_B} = p_o + \frac{k|\Delta\ell|}{S} \quad \Rightarrow \quad \Delta\ell = -\frac{S}{k}\left(\frac{nRT_o}{V_B} - p_o\right) = -0.197\ \text{m} \quad \Rightarrow \quad z_B = h_B + (\ell_o + \Delta\ell) = 0.579\ \text{m}$$

d) BC è adiabatica reversibile: $W_{BC} = -\Delta U_{BC} = -nc_V(T_C - T_B) \quad \Rightarrow \quad T_C = T_o - \frac{W_{BC}}{nc_V} = 240\ \text{K};$

$$T_C V_C^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1} \quad \Rightarrow \quad V_C = V_B\left(\frac{T_B}{T_C}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = 0.056\ \text{m}^3$$

e) $\Delta S_{ciclo} = \Delta S_{AB} + \Delta S_{BC} + \Delta S_{CA} = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta S_{CA} = -\Delta S_{AB} - \Delta S_{BC} = -\Delta S_{AB} = -\frac{Q_{AB}}{T_A} = -nR\ln\frac{V_B}{V_A} = 3.67\ \text{J/K}$

oppure $\Delta S_{CA} = nR\ln\frac{V_A}{V_C} + nc_V\ln\frac{T_A}{T_C} = nc_V\ln\frac{V_A^{\gamma-1}T_A}{V_C^{\gamma-1}T_C}$