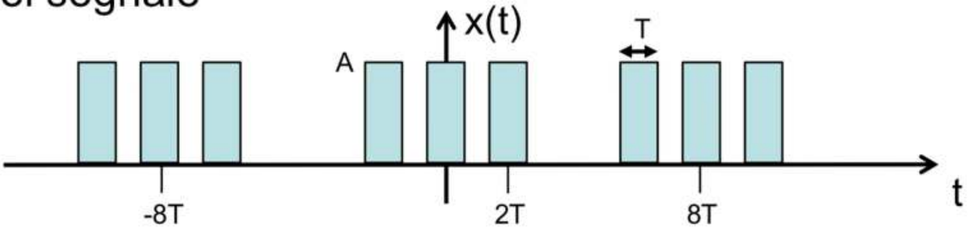
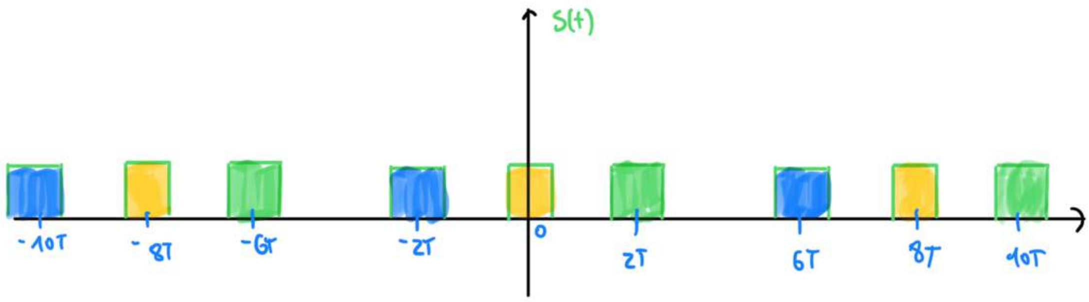
Lezione 14 - 11/04/2023

Es 2

Calcolare i coefficienti della serie di Fourier, valor medio e potenza del segnale





CALCOLARE I COEFFICIENTI DELLA SDF DEL SEGNALE s(t)

Sol. ESPRIMIAMO IL SEGNALE COME SOMMA DI 3 COMPONENTI:

$$s(t) = \underbrace{rep_{8T}\, rect\left(\frac{t}{T}\right)}_{\downarrow} + \underbrace{rep_{8T}\, rect\left(\frac{t-2T}{T}\right)}_{\downarrow} + \underbrace{rep_{8T}\, rect\left(\frac{t+2T}{T}\right)}_{\downarrow}$$

$v(t)$: ONDA QUADRA CON DUTY CICLE $d = \frac{T}{8T} = \frac{1}{8}$ — $v(t-2T)$ — $v(t+2T)$

$$V_K = d\, \text{sinc}(Kd) = \frac{1}{8}\text{sinc}\left(\frac{K}{8}\right)$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_p} = \frac{2\pi}{8T} = \frac{\pi}{4T}$$

SE $s(t) = v(t) + v(t-2T) + v(t+2T)$

$\downarrow \mathfrak{F}$

REGOLA: TRASLAZIONE NEL TEMPO

$\downarrow$

MODULAZIONE IN FREQUENZA

$$S_K = V_K + V_K \underbrace{e^{-jK\omega_0 \cdot 2T} + V_K e^{-jK\omega_0(-2T)}}_{\downarrow \text{ FORMULA DI EULERO}}$$

$$= V_K\left(1 + 2\cos(K\omega_0 \cdot 2T)\right)$$

$$= V_K\left(1 + 2\cos\left(K\frac{\pi}{4T}2T\right)\right)$$

$$= V_K\left(1 + 2\cos\left(K\frac{\pi}{2}\right)\right)$$

$$= \frac{1}{8}\text{sinc}\left(\frac{K}{8}\right)\left(1 + 2\cos\left(\frac{K\pi}{2}\right)\right)$$

→ E' REALE E PARI? SI ✓

Es 1

Calcolare i coefficienti della serie di Fourier, valor medio e potenza per i seguenti segnali

- **l'impulso** periodico $\text{comb}_{T_p}(t)$
- il segnale **costante** $s(t)=1$
- la **sinusoide** $s(t) = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ con $\omega_0=2\pi/T_p$

ESERCIZIO 1c (lo rifacciamo con un altro metodo/trucco)

$$s(t) = \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

USIAMO LA REGOLA DELLA TRASLAZIONE

$$= \underbrace{\frac{e^{j\varphi_0}}{2}}_{\text{SEGNALE COSTANTE}} \underbrace{e^{j\omega_0 t}}_{\text{MODULAZIONE}} + \frac{e^{-j\varphi_0}}{2} \underbrace{e^{-j\omega_0 t}}_{e^{jm\omega_0 t},\ m=-1}$$

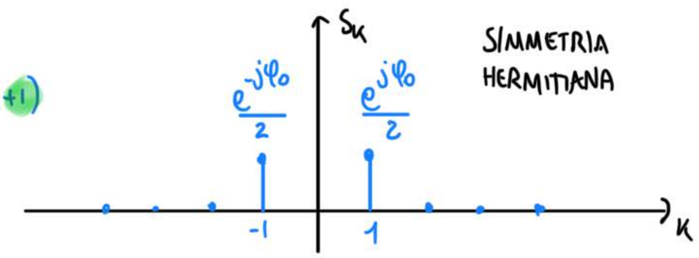
$e^{jm\omega_0 t}$, $m = 1$

I COEFFICIENTI DELLA SDF DI UNA COSTANTE SONO UNA δ

$$\frac{e^{j\varphi_0}}{2}\delta(k) \qquad \frac{e^{-j\varphi_0}}{2}\delta(k)$$

$\mathcal{F}$ $\qquad$ $\mathcal{F}$

$$S_k = \frac{e^{j\varphi_0}}{2}\delta(k-1) + \frac{e^{-j\varphi_0}}{2}\delta(k+1)$$

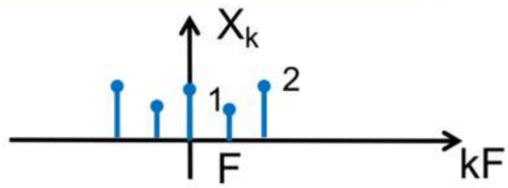


SIMMETRIA HERMITIANA

Es 1

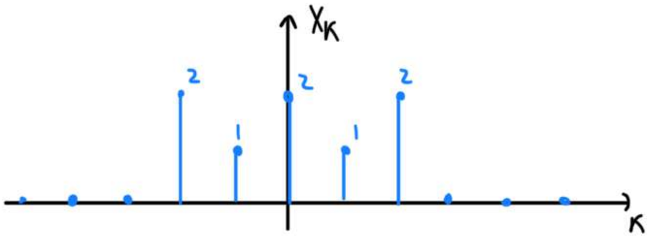
Calcolare i coefficienti della serie di Fourier, valor medio e potenza per i seguenti segnali

- **l'impulso** periodico $comb_{Tp}(t)$
- il segnale **costante** $s(t)=1$
- la **sinusoide** $s(t) = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ con $\omega_0=2\pi/T_p$
- il **segnale** $s(t) = x(t)\cos(10\omega_0 t)$ con $\omega_0=2\pi F$, $F=1/T_p$ e T_p la periodicità del segnale $x(t)$ avente coefficienti di Fourier



ESERCIZIO 1d

$$s(t) = x(t)\cos(10\,w_0 t) \qquad w_0 = \frac{2\pi}{T_p}$$



VOGLIAMO CONOSCERE: - $x(t)$
- $S(K)$

SOL. DAL GRAFICO NOTO CHE $s(t)$ HA SIMMETRIA REALE E PARI

PER RICOSTRUIRE LA SERIE USO LA SERIE DI FOURIER:

$$x(t) = \sum_K X_K e^{jKw_0 t}$$

$$= 2 + e^{jw_0 t} + e^{-jw_0 t} + 2e^{j2w_0 t} + 2e^{-2jw_0 t}$$

$$= 2 + 2\cos(w_0 t) + 4\cos(2w_0 t)$$

COME CALCOLIAMO GLI $s(t)$?

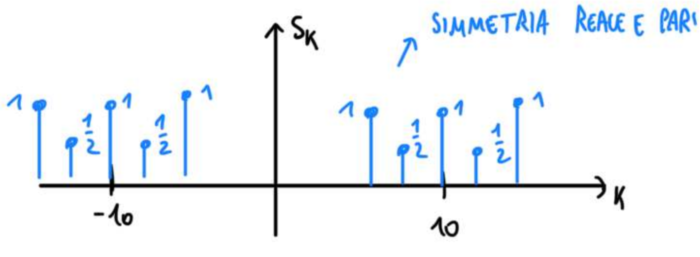
$$s(t) = x(t)\cos(10\,w_0 t)$$

$$= \frac{1}{2}x(t)\,\underbrace{e^{j10 w_0 t}}_{\substack{\text{MODULAZIONE} \\ e^{jm w_0 t} \\ m=10}} + \frac{1}{2}x(t)\,\underbrace{e^{-j10 w_0 t}}_{m=-10}$$

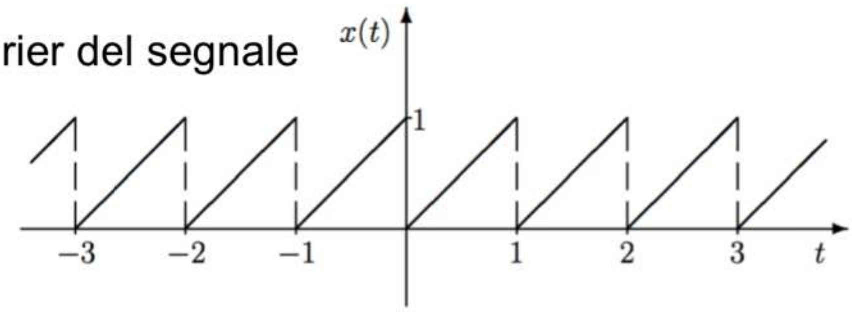
$m = -10 \rightarrow$ REGOLA TRASLAZIONE

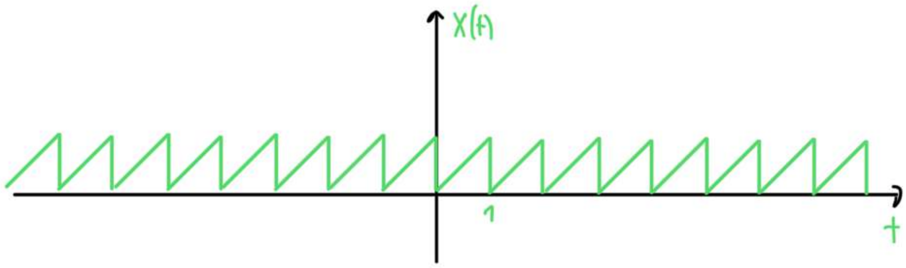
$\mathcal{F}$ $\mathcal{F}$ $\mathcal{F}$

$$S_K = \frac{1}{2}X_{K-10} + \frac{1}{2}X_{K+10}$$



Es 7 (dente di sega)
Calcolare la serie di Fourier del segnale

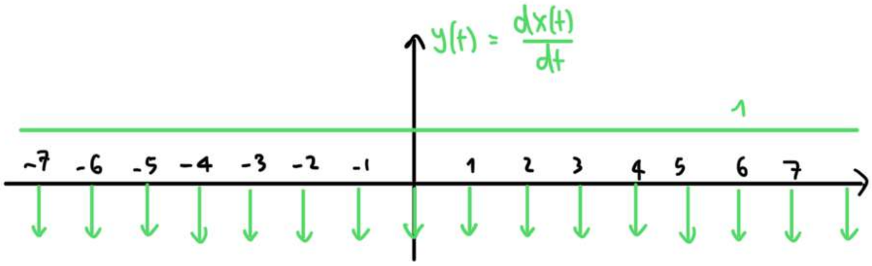




$X_K = ?$

SOL. POTREI PENSARE DI FARE L'INTEGRALE: $X_K = \int_0^1 t e^{-jKw_0 t}\, dt$, $\quad w_0 = \frac{2\pi}{T_p} = 2\pi$

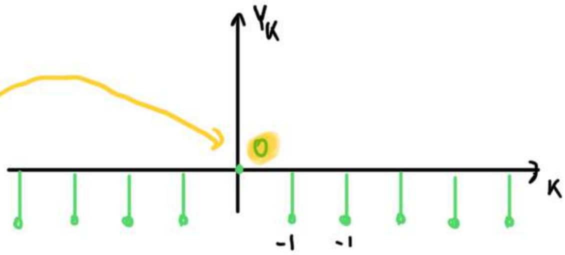
PER I SEGNALI LINEARI A TRATTI, LA VIA PIÙ SEMPLICE È USARE LA REGOLA DI DERIVAZIONE



$y(t) = x'(t) = 1 - \text{rep}_1\, \delta(t)$ $\quad T_p = 1$

$\downarrow \mathcal{F} \quad \downarrow \mathcal{F} \quad \downarrow \mathcal{F}$

$Y_K = X_K\, jK2\pi = \delta(K) - 1$



$X_K = \frac{Y_K}{jw_0 K} = \frac{Y_K}{j2\pi K} = \frac{\delta(K) - 1}{j2\pi K}$ $\leftarrow$ PER TROVARE X_K DIVIDO PER $j2\pi K$

$K \neq 0$

SE $y(t) = x'(t) \longrightarrow Y_K = X_K\, jw_0 K$

$$X_K = \begin{cases} \frac{Y_K}{jw_0 K} & K \neq 0 \\ m_x & K = 0 \end{cases} = \frac{1}{2}$$

X IN 0 È IL VALORE MEDIO DI X

TRAMITE LA REGOLA DELLA DERIVATA TROVO TUTTI I COEFFICIENTI TRANNE QUELLO IN 0.
PER TROVARE QUELLO IN 0 SO CHE X_K PER $K=0$ È IL VALORE MEDIO DI X

$A_x(T_P) = \frac{1}{2}$, $T_P = 1$, $m_x = \frac{1}{2}$

area di un triangolino

$$X_K = \frac{\delta(K)-1}{jK2\pi} = -\frac{1}{j2\pi K} = \frac{j}{2\pi K} \quad K \neq 0$$

$$m_x = \frac{1}{2}$$