Università Degli Studi di Padova
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione (DEI)
Corsi di laurea in Ingegneria

Studente: Federico Simioni
Email: federico.simioni@studenti.unipd.it
Disciplina: Fisica Generale 1

Lezione 1

1. Da lontano un automobilista vede scattare il verde del semaforo e decide di tentare di passare prima che torni il rosso. Egli stima che la sua distanza dal semaforo sia 600 m e sa che il verde ha una durata di 45.0 s. La sua velocità è di 30 km/h. Riuscirà a passare in tempo? Di quanto deve accelerare per riuscirci?

2. Per poter decollare un aereo a reazione deve raggiungere la velocità minima v_0=85.0 m/s (velocità minima di sostentamento) dopo un moto uniformemente accelerato con a_0=4.00 m/s^2. Nel caso in cui il pilota dovesse abortire il decollo, può farlo con una decelerazione di modulo a_1=5.00 m/s^2 al massimo. Determinare la minima lunghezza che la pista dovrebbe avere affinchè l'aereo abbia spazio sufficiente per fermarsi anche nel caso in cui il pilota decidesse di interrompere il decollo nel momento in cui l'aereo raggiunge la minima velocità di sostentamento.

3. Durante la posa di un traliccio dell'alta tensione, un bullone mal fissato cade da un'altezza h rispetto al suolo. Sapendo che nell'ultimo secondo del suo moto, prima di toccare terra, esso percorre una altezza pari a h/2, determinare il valore di h.

4. Un'automobile da corsa si muove in un tratto rettilineo di pista con velocità di modulo v_0. All'istante t = 0 inizia a frenare, arrestandosi completamente dopo aver percorso una distanza l. Si supponga che la frenata avvenga con accelerazione variabile nel tempo secondo la legge a_x(t)=αt con α<0 (parametro incognito). Si calcolino il tempo di frenata e l'accelerazione media.

5. Un corpo puntiforme viene lanciato con velocità iniziale di modulo v_0 = 2.0 m/s lungo la parete interna di un tubo orizzontale pieno di olio. Per effetto dell'attrito viscoso con l'olio (trascurando l'attrito radente con le pareti del tubo), l'accelerazione del corpo risulta dipendere linearmente dalla velocità, ossia a = -bv dove b = 0.8 s^{-1}. Scegliendo come asse x la retta orizzontale lungo cui avviene il moto, e ponendo l'origine nel punto di partenza, si determini:
   (a) Dopo quanto tempo il corpo si ferma;
   (b) Quale distanza percorre prima di fermarsi;
   (c) L'espressione della sua velocità in funzione della coordinata x.

6. Un punto materiale è in moto unidimensionale secondo la legge
$$x(t) = Acos(\omega t + \phi) + l$$
dove $\omega = 2\pi \cdot 10^{-1}$ rad/s, l=1 m e A e ϕ sono costanti da determinare. All'istante t=0 esso occupa la posizione x_0=1.5 m e ha velocità v_0=0 m/s. Calcolare:
   (a) Il valore delle costanti A e ϕ;
   (b) Il massimo del modulo della velocità e l'istante in cui viene raggiunto per la prima volta;
   (c) Il massimo del modulo dell'accelerazione e l'istante in cui viene raggiunto per la prima volta.

7. Un punto che descrive un moto armonico di periodo T = 0.90 s si trova al tempo t = 0 s nella posizione x(0) = 0.292 m con velocità v(0) = 0.945 m/s. Calcolare l'ampiezza del moto, la velocità massima e l'accelerazione massima.
[*Si assuma che l'oscillazione avvenga attorno al punto di coordinata x = 0 m*]

(8) Due auto procedono in autostrada alla stessa velocità $v_0 = 130$ km/h e a una distanza d l'una dall'altra. A un certo istante la prima auto, frenando all'improvviso, inizia a decelerare con un'accelerazione costante di modulo $a = 1.00$ m/s^2 fino a fermarsi completamente. Sapendo che il tempo di reazione dell'autista dell'auto che segue è $t_r = 1.00$ s e che quando anch'esso rallenta, la sua auto decelera con un'accelerazione (in modulo) sempre parti ad a, determinare qual è la distanza di sicurezza d_s che egli deve tenere per evitare di tamponare l'auto che lo precede.
[*Il tempo di reazione t_r corrisponde al tempo in cui l'autista reagisce alla variazione di moto dell'auto che lo precede.*]

ES. 1 (GIORDANI 1.10)

Considerando la velocità di 30 km/h $\equiv \frac{30}{3.6}$ m/s = 8.33 m/s, l'automobilista percorre in 45 s uno spazio pari a

$$8.33 \cdot 45 \cong 375 \, m \rightarrow \text{Non passerà in tempo}$$

Assumiamo che acceleri, passando ad un moto rettilineo uniformemente accelerato

→ Per passare il semaforo con il verde, l'accelerazione minima dovrà essere pari a quella che gli permetterebbe di percorrere 600 m in 45 s

$$\Rightarrow \quad x = 600\,m = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$\frac{1}{2} a t^2 = x - v_0 t$$

$$a = \frac{2(x - v_0 t)}{t^2} = 0.222 \; m/s^2$$

Se il problema richiedesse di calcolare la velocità dell'automobilista al passaggio del semaforo (assumendo l'accelerazione "a" appena stimata), questa si potrebbe ottenere come

$$v = v_0 + at = 18.3 \; m/s \equiv 66 \; Km/h \quad (18.3 \cdot 3.6)$$

ES. 2 (GIORDANI 1.3)

Considerando che l'aereo parte da fermo accelerando uniformemente con accelerazione a_0, questo raggiunge la velocità v_0 in un tempo

$$t_0 = \frac{v_0}{a_0}$$

Lo spazio percorso dall'aereo in tale fase è pari a

$$s_0 = \frac{1}{2} a_0 t_0^2 = \frac{v_0^2}{2a_0} = 903 \, m$$

Se un istante dopo il raggiungimento della velocità v_0 il pilota decide di abortire il decollo e inizia a frenare decelerando con un'accelerazione in modulo pari ad a_1, il tempo e lo spazio in cui l'aereo si fermerà saranno dati dalle seguenti

$$t_1 = \frac{v_0}{a_1} \Rightarrow s_1 = v_0 t_1 - \frac{1}{2} a_1 t_1^2 = \frac{v_0^2}{a_1} - \frac{v_0^2}{2a_1} = \frac{v_0^2}{2a_1} = 723\ m$$

Di conseguenza, la minima lunghezza della pista dovrà essere

$$L = s_0 + s_1 = 1626\ m$$

$\boxed{\text{ES. 3}}$ (DAGHELO 1.2)

Consideriamo con z l'asse verticale rivolto verso l'alto, con origine al suolo, e $t_0 = 0\,s$ l'istante in cui il ballone si stacca, di modo che

$$z(t_0) = h$$
$$v_z(t_0) = 0$$

Sia t_1 l'istante in cui il ballone si trova a $h/2$ dal suolo e t_2 l'istante in cui tocca il suolo: sappiamo che $t_2 - t_1 = \Delta t = 1\,s$. Essendo il moto di caduta uniformemente accelerato $(a_z = -g)$ si ha che

$$z(t_1) = \frac{h}{2} = h - \frac{1}{2} g t_1^2 \rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{h}{g}}$$

$$z(t_2) = 0 = h - \frac{1}{2} g t_2^2 \rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Da cui si ottiene che

$$\Delta t = \sqrt{\frac{2h}{g}} - \sqrt{\frac{h}{g}}$$

$$\Delta t^2 = \frac{2h}{g} + \frac{h}{g} - 2\sqrt{\frac{2h}{g}}\sqrt{\frac{h}{g}} = \frac{3h}{g} - 2\frac{h}{g}\sqrt{2} = \frac{h}{g}\left(3 - 2\sqrt{2}\right)$$

$$\rightarrow h = \frac{g\,\Delta t^2}{3 - 2\sqrt{2}} \simeq 57.18\ m$$

$\boxed{ES.4}$ (DAGHERO 1.14)

Si tratta di un moto unidimensionale, per cui scegliamo un sistema di riferimento e un asse cartesiano avente origine nella posizione occupata dall'auto quando inizia la frenata, e orientato nel verso del moto.
Sia $x(t)$ la posizione dell'auto, $v_x = dx/dt$ la sua velocità e $a_x = d^2x/dt^2$ la sua accelerazione. Durante la frenata, l'accelerazione è variabile, secondo la legge

$$a_x(t) = \alpha t$$

Per determinare la funzione $v_x(t)$, consideriamo:

$$v_x(t) = v_x(t_0) + \int_{t_0}^{t} a_x(t')\, dt'$$

Da cui si ottiene: $v_x(t) = v_0 + \alpha \frac{t^2}{2}$

In maniera simile, per determinare $x(t)$:

$$x(t) = x(t_0) + \int_{t_0}^{t} v_x(t')\, dt'$$

Da cui, essendo $x(t_0) = 0$

$$x(t) = v_0 t + \alpha \frac{t^3}{6}$$

Per determinare lo spazio di frenata, calcoliamo prima il tempo di frenata t_f imponendo $v_x(t_f) = 0$

$$v_x(t_f) = v_0 + \alpha \frac{t_f^2}{2} = 0 \rightarrow t_f = \sqrt{-\frac{2v_0}{\alpha}}$$

Dato che $\alpha < 0$, la radice è ben definita

Andando a sostituire questo t_f nella legge oraria $x(t)$ determinata prima

$$x(t_f) = v_0 \sqrt{-\frac{2v_0}{\alpha}} + \frac{1}{6}\alpha \left(\sqrt{-\frac{2v_0}{\alpha}}\right)^3 = \sqrt{-\frac{2v_0^3}{\alpha}} - \frac{1}{6} \cdot 2 \sqrt{-\frac{2v_0^3}{\alpha}} = \frac{2}{3}\sqrt{-\frac{2v_0^3}{\alpha}}$$

$\hookrightarrow \alpha < 0$ QUINDI $\alpha = -\sqrt{\alpha^2}$

Imponendo che $x(t_f) = \ell$, otteniamo

$$\alpha = -\frac{8}{9}\frac{v_0^3}{\ell^2}$$

Da cui: $t_f = \frac{3}{2}\frac{\ell}{v_0}$

Per ottenere l'accelerazione media basterà considerare

$$a_{x,m} = \frac{v_{x,f} - v_{x,0}}{t_f - t_0} = \frac{-v_0}{t_f} = -\frac{2}{3}\frac{v_0^2}{\ell}$$

$\boxed{\text{ES. 5}}$ (DAGHERO 1.6)

Questo è il caso di un moto rettilineo esponenzialmente smorzato

a) Affinché il corpo si fermi, bisogna che la velocità sia nulla. Per la scelta del sistema di riferimento, bisogna che

$$\vec{v}(t) = v_x(t)\,\vec{u}_x$$

$$\vec{a}(t) = a_x(t)\,\vec{u}_x$$

e sussiste la seguente relazione tra le componenti x dell'accelerazione e della velocità

$$a_x(t) = \frac{dv_x}{dt}$$

Per effetto dell'attrito viscoso, si ha che $a_x(t) = -b v_x(t)$, da cui l'equazione precedente diventa

$$-b v_x(t) = \frac{dv_x}{dt}$$

Cioè un'equazione differenziale del primo ordine a variabili separabili la cui soluzione analitica è, imponendo la condizione al contorno $v_x(t=0) = v_0$,

$$\Rightarrow -b\,dt = \frac{dv_x}{v_x} \rightarrow \int -b\,dt = \int \frac{dv_x}{v_x} \rightarrow -bt + \overset{\ln(c)}{K} = \ln(v_x)$$

$$\rightarrow v_x(t) = e^{-bt+\overset{\rightarrow \ln(c)}{K}} \rightarrow v_x(t) = e^{\overset{\rightarrow \ln(c)}{K}} e^{-bt} = c\, e^{-bt}$$

$$(v_x(0) = v_0) \rightarrow v_0 = C \rightarrow v_x(t) = v_0 e^{-bt}$$

La velocità ha quindi un andamento esponenziale decrescente nel tempo e si annulla solo per $t \rightarrow \infty$

b) Per trovare la distanza percorsa dal corpo, occorre partire dalla relazione tra velocità e posizione

$$v_x(t) = \frac{dx}{dt}$$

$$\rightarrow dx = v_x(t)\, dt = v_0 e^{-bt} dt$$

Andiamo a integrare tra l'istante $t=0$ e t generico ricordando che $x(t=0)=0$, ottenendo

$$x(t) - \cancel{x(0)} = \frac{v_0}{b}\left(1 - e^{-bt}\right)$$

Per $t \rightarrow \infty$ (condizione di arresto) si ha

$$x_{max} = \frac{v_0}{b} = 2.5\,m \rightarrow \text{distanza finita in un tempo infinito}$$

c) Per trovare la velocità in funzione della posizione occorre ripartire dalla relazione $a_x = \frac{dv_x}{dt}$ e immaginare che v_x dipenda dal tempo attraverso la posizione, ossia che si possa scrivere $v_x = v_x[x(t)]$. In tal modo la derivata rispetto al tempo diventa

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{dv_x}{dx}\frac{dx}{dt} = \underbrace{-b v_x}_{\rightarrow a_x = -b v_x}$$

Dato che $\frac{dx}{dt} = v_x$, ed escludendo l'istante $t = \infty$ in cui la velocità è nulla, si può semplificare v_x ottenendo

$$\frac{dv_x}{dx} = -b \longrightarrow dv_x = -b\,dx$$

La cui soluzione è ottenibile integrando tra $x=0$ e con x generico

$$v_x(x) - v_x(0) = -bx$$

Usando la condizione iniziale $v_x(0) = v_0$ si ottiene che la velocità decresce linearmente con la posizione x:

$$v_x(x) = v_0 - bx$$

(Se si pone $x = x_{max}$ si ottiene nuovamente $v_x(x_{max}) = 0$)

(PER I PIÙ CURIOSI, CHE HANNO GIÀ VISTO O RICORDANO QUALCOSA DI EQUAZIONI DIFFERENZIALI, COSA SUCCEDE CON $a = -bv + g$?)

→ ORA ABBIAMO UN' EQ. DIFFERENZIALE NON OMOGENEA

$\boxed{\text{ES. 6}}$ (DAGHERO 1.17)

Si tratta di un moto armonico, con periodo $T = 2\pi/\omega = 10\,s$

La componente della velocità nella direzione del moto è ottenibile a partire dalla derivata della legge oraria, ossia

$$v_x(t) = -\omega A \sin(\omega t + \varphi)$$

a) Per determinare le costanti A e φ imponiamo le condizioni iniziali, ovvero

$$x(t=0) = x_0 \qquad e \qquad v_x(t=0) = 0$$

Ottenendo il sistema di due equazioni

$$\begin{cases} x_0 = A\cos(\varphi) + \ell & (1) \\ 0 = -\omega A \sin\varphi & (2) \end{cases}$$

Corrisponderebbe ad un punto materiale fermo

Da (2) otteniamo che $\varphi = 0$ ($A = 0$ non avrebbe senso)

→ Sostituendo in (1) otteniamo $A = x_0 - \ell = 0.5\,m$

b) Poiché $\varphi = 0$, la componente x della velocità è data da

$$v_x(t) = -\omega A \sin(\omega t) \rightarrow \underline{\text{PERIODICA}}$$

→ Il valore assoluto di $v_x(t)$ sarà massimo per la prima volta quando $\omega t = \pi/2$

$$t = \frac{\pi}{2\omega} = \frac{T}{4} = 2.5\,s$$

E sarà pari a $|v_x|_{max} = \omega A = 0.314\ m/s$

c) La componente x dell'accelerazione è data dalla derivata di $v_x(t)$ rispetto al tempo, ossia da

$$a_x(t) = -\omega^2 A \cos(\omega t)$$

→ Il massimo del valore assoluto sarà $|a_x|_{max} = \omega^2 A = 0.197\ m/s^2$ ed è raggiunto per la prima volta a $t=0$

$\boxed{\text{ES. 7}}$ (MAZZOLDI 1.14)

La pulsazione vale $\omega = 2\pi/T = 7\ rad/s$. Per descrivere il moto in esame, è possibile considerare la formula generale

$$x(t) = x_0 \sin(\omega t + \phi)$$

Da cui $v(t) = \omega x_0 \cos(\omega t + \phi)$

Dalle condizioni iniziali otteniamo che:

$$\begin{cases} x(0) = x_0 \sin(\phi) \\ v(0) = \omega x_0 \cos(\phi) \end{cases}$$

Da cui ricaviamo che $\dfrac{x(0)}{v(0)} = \dfrac{tg(\phi)}{\omega} \rightarrow tg(\phi) = \omega \dfrac{x(0)}{v(0)} = 2.163$

$\rightarrow \phi = 65.19° = 1.138$ rad

Di conseguenza $\quad x_0 = \dfrac{x(0)}{\sin(\phi)} = 0.322$ m

$$\omega x_0 = \frac{v(0)}{\cos(\phi)} = v_0 = 2.254 \text{ m/s}$$

E, considerando che $\quad a(t) = -\omega^2 x_0 \sin(\omega t + \phi)$

$\rightarrow$ Con $\quad \omega^2 x_0 = 15.78$ m/s^2

Le espressioni esplicite diventano

$$x(t) = 0.322 \sin(7t + 1.138)$$

$$v(t) = 2.254 \cos(7t + 1.138)$$

$$a(t) = -15.78 \sin(7t + 1.138)$$

($\rightarrow$ IN GENERE QUESTO TIPO DI MOTI SODDISFANO L'EQUAZIONE $a(x) = -\omega^2 x$)

a DIPENDENTE DALLA POSIZIONE x

$\boxed{\text{ES. 8}}$

Dal momento in cui la prima auto inizia a decelerare, possiamo individuare 3 diverse fasi

① In tutto l'intervallo di tempo t_r, la prima macchina decelera, mentre la seconda procede di moto costante

$$s_1 = x_0 + v_0 t_r - \frac{1}{2} a t_r^2$$

$$\rightarrow \Delta s_{①} = s_1 - s_2 = \underbrace{d - \frac{1}{2} a t_r^2}_{\Delta x_{①}}$$

$$s_2 = x_0 - d + v_0 t_r$$

$\Delta x_{①} \rightarrow$ Lunghezza di cui ci si è avvicinati

② Dall'istante t_r in poi, la differenza di velocità tra le due auto è

$$\Delta v = \cancel{v_0} - a(\cancel{t} - t_r) - \cancel{v_0} + at = \boxed{a t_r} \rightarrow \text{COSTANTE}$$

Dunque, la seconda auto accorcia la distanza rispetto alla prima con una velocità pari ad $a t_r$, e la legge oraria che esprime la lunghezza di cui ci si è avvicinati in funzione del tempo, per la fase ②, è:

$$\Delta x_{②} = a t_r \cdot t$$

Il tempo di durata della fase ② è dato dal tempo in cui la prima auto si ferma sottratto di t_r, ovvero

$$\Delta t_2 = \frac{v_0}{a} - t_r$$

In questo intervallo di tempo la seconda auto si sarà avvicinata alla prima di un ulteriore spazio

$$\Delta x_{②} = a t_r \cdot \Delta t_2 = v_0 t_r - a t_r^2$$

③ Con la prima macchina ferma, la seconda si muoverà verso la prima con un moto uniformemente accelerato ancora per un tempo pari a t_r (se le due macchine iniziano a decelerare a distanza temporale t_r, lo stesso vale per gli istanti di arresto).

In questo intervallo di tempo la seconda auto si avvicina alla prima di un ulteriore spazio

$$\Delta x_{③} = \frac{1}{2} a t_r^2$$

Lo spazio complessivo guadagnato dalla seconda auto sarà quindi

$$d_s = \Delta x_{①} + \Delta x_{②} + \Delta x_{③} = \frac{1}{2} a t_r^2 + v_0 t_r - a t_r^2 + \frac{1}{2} a t_r^2 = v_0 t_r = 36.1 \, m$$

Che rappresenta la nostra distanza di sicurezza (notare come aumenti linearmente con la velocità dell'auto e con il tempo di reazione del pilota)