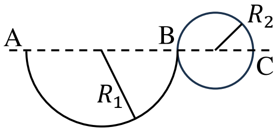
B

Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica - Canale 1 (Prof. G. Naletto)
Prima Prova in Itinere di Fisica Generale 1 - Padova, 17 aprile 2024

Cognome .... **Nome** .... **Matricola** ....

Problema 1



Un corpo di dimensioni trascurabili è fermo nell'estremo A di una guida semicircolare orizzontale $\widehat{AB}$ di raggio $R_1 = 1.2$ m. Ad un certo istante il corpo si mette in movimento con accelerazione tangenziale di modulo costante $a_{1,T}$ e giunge all'altro estremo B con velocità di modulo $v_B = 1.3$ m/s. Determinare:

a) il modulo $a_{1,B}$ dell'accelerazione del corpo in B.

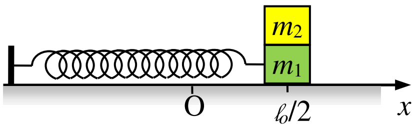
A questo punto il corpo prosegue il suo moto su un'altra guida orizzontale circolare, di raggio $R_2 = 0.5$ m, tangente in B alla precedente, con una accelerazione tangenziale costante di modulo $a_{2,T}$; il corpo arriva in C, diametralmente opposto a B, con velocità nulla. Determinare:

b) il tempo t_{BC} impiegato dal corpo a percorrere il tratto $\widehat{BC}$ della guida circolare.

Poi da C il corpo continua il suo moto soggetto ad una accelerazione tangenziale $a'_{2,T}(t) = kt$ $(k > 0)$. Determinare:

c) il valore della costante k sapendo che la velocità del corpo è pari in modulo a $v_B/3$ all'istante $t^* = 2.5$ s da quando riparte da C.

Problema 2



Una molla ideale di costante elastica $k = 65$ N/m e lunghezza a riposo $\ell_0 = 0.44$ m, vincolata ad un estremo, è collegata all'altro estremo ad un corpo di massa $m_1 = 2.2$ kg e dimensioni trascurabili. Il corpo è appoggiato su un piano orizzontale scabro, con coefficiente di attrito statico $\mu_s = 0.25$; la molla è allungata di $\ell_0/2$ parallela al piano ed è orientata lungo l'asse x; l'origine dell'asse è posta nel punto di lunghezza a riposo della molla (vedi figura). Determinare:

a) il minimo valore $m_{2,min}$ della massa m_2 posta sopra m_1 necessaria a mantenere il sistema in quiete.

Si toglie la massa m_2 e m_1 si mette in movimento. Determinare:

b) il valore μ_d del coefficiente di attrito dinamico, sapendo che m_1 percorre una distanza pari a $|x_f - x_i| = 3\ell_0/4$ prima di fermarsi;

c) la coordinata x^* rispetto all'origine dell'asse in cui m_1 raggiunge la massima velocità (in modulo);

d) se il corpo, dopo che si è fermato, riprende a muoversi oppure no.

Problema 3

Un corpo di dimensioni trascurabili e massa $m = 1.6$ kg, è tenuto fermo su una rampa (fissa) liscia ad altezza h rispetto al piano orizzontale. Ad un certo istante il corpo viene sbloccato e si mette in moto. Quando raggiunge il piano orizzontale, ha una velocità pari in modulo a $v_0 = 2.3$ m/s. Poi il corpo risale un'altra rampa liscia di massa $M = 11$ kg e che può scorrere senza attrito sul piano orizzontale, inizialmente ferma; il corpo arriva alla massima quota h' rispetto al piano orizzontale e poi ridiscende. Determinare:

a) l'altezza h di partenza del corpo sulla rampa fissa;

b) il modulo V della velocità della rampa mobile quando il corpo arriva alla massima altezza h';

c) la massima altezza h' cui arriva il corpo sulla rampa mobile rispetto al piano orizzontale;

d) (facoltativo) il modulo v_f della velocità del corpo quando è ridisceso sul piano orizzontale.

Soluzioni

Problema 1

a) $v_B^2 = 2a_{1,T}\pi R_1 \;\Rightarrow\; a_{1,T} = \frac{v_B^2}{2\pi R_1}; \quad a_{1,B} = \sqrt{a_{1,T}^2 + a_{1,N,B}^2} = \sqrt{\left(\frac{v_B^2}{2\pi R_1}\right)^2 + \left(\frac{v_B^2}{R_1}\right)^2} = \frac{v_B^2}{R_1}\sqrt{\frac{1}{4\pi^2}+1} =$

$= 1.43\ \mathrm{m/s^2}$

b) $0 = v_B^2 + 2a_{2,T}\pi R_2 \;\Rightarrow\; a_{2,T} = -\frac{v_B^2}{2\pi R_2}; \quad v_C = 0 = v_B + a_{2,T}t_{BC} \;\Rightarrow\; t_{BC} = -\frac{v_B}{a_{2,T}} = \frac{2\pi R_2}{v_B} = 2.42\ \mathrm{s}$

c) $a'_{2,T}(t) = kt = \frac{dv}{dt} \;\Rightarrow\; \int_0^{\frac{v_B}{3}} dv = \int_0^{t^*} ktdt \;\Rightarrow\; \frac{v_B}{3} = \frac{1}{2}kt^{*2} \;\Rightarrow\; k = \frac{2v_B}{3t^{*2}} = 0.14\ \mathrm{m/s^3}$

Problema 2

a) $\begin{cases} -k\frac{\ell_0}{2} + f_{as} = 0 \\ N_1 - (m_1+m_2)g = 0 \end{cases} \;\Rightarrow\; f_{as} = k\frac{\ell_0}{2} \le f_{as,max} = \mu_s N_1 = \mu_s(m_1+m_2)g \;\Rightarrow$

$\Rightarrow\; m_2 \ge k\frac{\ell_0}{2\mu_s g} - m_1 = m_{2,min} = 3.63\ \mathrm{kg}$

b) $W_{nc} = \Delta E_m \;\Rightarrow\; -\mu_d m_1 g\frac{3}{4}\ell_0 = \frac{1}{2}k\left(\frac{\ell_0}{4}\right)^2 - \frac{1}{2}k\left(\frac{\ell_0}{2}\right)^2 \;\Rightarrow\; \mu_d = \frac{k\ell_0}{8m_1 g} = 0.17$

c) La massima velocità si ha quando l'accelerazione è nulla, quindi nel punto di equilibrio delle forze:

$-kx^* + \mu_d m_1 g = 0 \;\Rightarrow\; x^* = \frac{\mu_d m_1 g}{k} = \frac{\ell_0}{8} = 0.055\ \mathrm{m}$

Oppure quando è massima l'energia cinetica:

$W_{nc} = \Delta E_m \;\Rightarrow\; -\mu_d m_1 g\left(\frac{\ell_0}{2} - x\right) = \frac{1}{2}kx^2 + E_k(x) - \frac{1}{2}k\left(\frac{\ell_0}{2}\right)^2$

$\Rightarrow\; E_k(x) = -\mu_d m_1 g\left(\frac{\ell_0}{2} - x\right) - \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}k\left(\frac{\ell_0}{2}\right)^2; \quad \frac{dE_k}{dx} = \mu_d m_1 g - kx^* = 0 \;\Rightarrow\; x^* = \frac{\mu_d m_1 g}{k}$

d) Sul corpo agiscono la forza elastica e la forza di attrito radente. Quindi il corpo riprende a muoversi se:

$|f'_{el}| > |f'_{as,max}|; \quad f'_{el} = k\frac{\ell_0}{4} = 7.15\ \mathrm{N}; \quad f'_{as,max} = \mu_s m_1 g = 5.4\ \mathrm{N}.$ Il corpo si muove.

Problema 3

a) $E_m = \mathrm{cost} \;\Rightarrow\; mgh = \frac{1}{2}mv_0^2 \;\Rightarrow\; h = \frac{v_0^2}{2g} = 0.27\ \mathrm{m}$

b) Nel punto di massima altezza, la velocità del corpo relativa alla rampa mobile è nulla: $\vec{v}' = 0$. Inoltre, posto x come asse orizzontale nella direzione del moto, $\vec{R}^E = m\vec{g} \;\Rightarrow\; R_x^E = 0 \;\Rightarrow\; P_x = \mathrm{cost}$.

$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{V} \;\Rightarrow\; \vec{v} = \vec{V}; \quad P_x = mv_0 = mv_x + MV_x \;\Rightarrow\; mv_0 = (m+M)V_x \;\Rightarrow\; V_x = \frac{m}{m+M}v_0$

$V = V_x = \frac{m}{m+M}v_0 = 0.29\ \mathrm{m/s}$

c) $E_m = \mathrm{cost} \;\Rightarrow\; \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}(m+M)v^2 + mgh' \;\Rightarrow\; h' = \frac{v_0^2}{2g}\frac{M}{m+M} = 0.235\ \mathrm{m}$

d) $\begin{cases} mv_0 = mv_f + MV_f \\ \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_f^2 + \frac{1}{2}MV_f^2 \end{cases} \;\Rightarrow\; \begin{cases} V_f = \frac{m}{M}(v_0 - v_f) \\ m(v_0^2 - v_f^2) = \frac{m^2}{M}(v_0 - v_f)^2 \end{cases} \;\Rightarrow\; v_f = \left|\frac{m-M}{m+M}\right|v_0 = 1.72\ \mathrm{m/s}$