Tutorato Algebra Lineare e Geometria (A.A. 2023/24)

Lezione 5

04/04/2024

Esercizio 1

Calcolare il rango e l'inversa della matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

Esercizio 2

Studiare l'esistenza e il numero di soluzioni del seguente sistema:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 2 \end{cases}$$

Esercizio 3

Determinare i valori del parametro $a \in \mathbb{R}$ per cui il seguente sistema ammette soluzioni. Per tale/i valori di a, si scrivano esplicitamente le soluzioni.

$$\begin{cases} ax + y - z = 0 \\ x + ay - z = 2 \\ (a+1)x + 3y - 2z = 2 \end{cases}$$

Esercizio 4

Data la matrice $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} h & 1 \\ 4 & h \end{pmatrix}$ e il vettore $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} h \\ 2h \end{pmatrix}$, stabilire per quali valori di $h \in \mathbb{R}$ il sistema $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ ammette soluzioni, e determinarle.

Esercizio 5 (solo se rimane del tempo)

Consideriamo la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & t & 7 \end{pmatrix}$$

1. Calcolare il rango di A al variare di $t \in \mathbb{R}$ mediante l'algoritmo di eliminazione di Gauss.
2. Sia $t = 5$ e sia $u = (-1, \alpha, 0)$. Determinare per quale valore di α il sistema $Ax = u$ ammette soluzioni.
3. Sia $t = 5$. Determinare tutte le soluzioni del sistema $Ax = v$, con $v = (1, 1, 2)$.
4. Esiste un valore di t tale che il sistema $AX = \vec{0}$ abbia come unica soluzione $X = \vec{0}$?