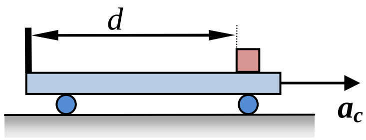
Corsi di Laurea in Ingegneria Biomedica, dell'Informazione, Elettronica e Informatica
Canale 3 (Prof. G. Naletto)
Prova scritta di Fisica Generale 1 - Padova, 10 Luglio 2014

Cognome .... Nome .... Matricola ....

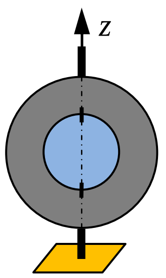
Problema 1



Un corpo di massa m e dimensioni trascurabili è appoggiato sul piano orizzontale di un carrello di massa $M >> m$, inizialmente fermo su un piano orizzontale; tra corpo e carrello c'è attrito con coefficiente di attrito dinamico $\mu_d = 0.12$ ($<\mu_s$). Ad un certo istante il carrello si mette in movimento sul piano con un'accelerazione costante $a_c = 1.5$ m/s^2, ed il corpo inizia a muoversi relativamente al carrello. Dopo aver percorso una distanza sul carrello pari a $d = 0.8$ m, il corpo urta elasticamente una parete rigida di "sponda" del carrello stesso e rimbalza. Determinare:

a) il modulo a' dell'accelerazione del corpo relativamente al carrello prima dell'urto;
b) il modulo v'_i della velocità del corpo relativamente al carrello un istante prima di urtare la parete di sponda;
c) il modulo v_f della velocità del corpo rispetto al suolo un istante dopo aver urtato la parete di sponda;
d) la distanza ℓ percorsa dal corpo sul carrello dal rimbalzo fino a quando si ferma istantaneamente sul carrello stesso.

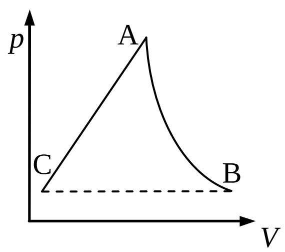
Problema 2

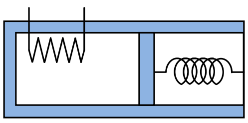


Il dispositivo mostrato in figura è costituito da un disco sottile di raggio $R = 0.25$ m ed una corona circolare sottile di raggio interno $R_{int} = R$ e raggio esterno $R_{ext} = 2R$. Il disco può ruotare attorno ad un asse z verticale scabro passante per un suo diametro e vincolato su due punti della circonferenza interna della corona; la corona può ruotare attorno ad un asse liscio coassiale a z passante per un diametro della sua circonferenza interna. Entrambi i corpi, inizialmente fermi, sono omogenei e hanno la stessa densità superficiale di massa $\rho = 5$ kg/m^2. Per mezzo di un motore posto alla base dell'asse, la corona circolare è messa in rotazione con un momento complessivo (inclusivo di tutti gli attriti, compreso quello con l'asse di rotazione del disco) $M = 0.5$ Nm, mentre il disco è mantenuto fermo. Dopo aver ruotato di un angolo $\theta = 15\pi$, il motore viene spento ed il disco viene sbloccato. A causa del momento di attrito presente tra disco e corona, il disco inizia a ruotare finché ad un certo istante i due corpi ruotano con la stessa velocità angolare. Determinare:

a) il modulo ω della velocità angolare della corona circolare nell'istante in cui si spegne il motore, sapendo che il suo momento d'inerzia rispetto all'asse di rotazione z è dato da $I_{cor} = \frac{1}{4}\pi\rho\left(R_{ext}^4 - R_{int}^4\right)$;
b) il modulo ω' della velocità angolare di rotazione sincrona dei due corpi (si ricordi che l'espressione del momento d'inerzia di un disco di raggio R che ruota rispetto ad un suo diametro è $I_{disco} = \frac{1}{4}mR^2 = \frac{1}{4}\pi\rho R^4$);
c) il lavoro W fatto dalle forze di attrito da quando si spegne il motore a quando i due corpi ruotano sincroni.

Problema 3





Mezza mole di un gas ideale biatomico contenuta in un cilindro dotato di pistone mobile privo di attriti di sezione $S = 0.01$ m^2 compie il ciclo mostrato in figura. La trasformazione AB è una espansione adiabatica reversibile, in cui il gas raddoppia il suo volume e si porta alla pressione ambiente $p_B = 10^5$ Pa e alla temperatura $T_B = 300$ K. Il gas viene poi messo in contatto termico con un serbatoio alla temperatura $T_C = 120$ K, e si porta allo stato C mantendo l'equilibrio con la pressione ambiente. Con il gas in questo stato, si fissa al pistone una molla ideale nel lato esterno al gas, orientata parallelamente alla direzione di spostamento del pistone, e vincolata all'altro estremo; la molla è inizialmente alla sua lunghezza di riposo (vedi figura). Poi, isolato il gas dall'ambiente, e per mezzo di una resistenza che lo riscalda in modo molto lento e graduale, si riporta il gas nello stato iniziale A. Determinare:

a) volume V_A e pressione p_A del gas nello stato iniziale A;
b) l'espressione $p_{CA}(V)$ della pressione del gas in corrispondenza di un generico volume V della trasformazione CA (si verifichi che si tratta dell'equazione di una retta nel diagramma pV) e il valore k della costante elastica della molla;
c) il lavoro W_{CA} fatto dal gas nella trasformazione CA.

Soluzioni

Problema 1
Si assume un asse *x* orizzontale orientato verso destra nel sistema di riferimento fisso, ed un asse *x'* parallelo ed equiverso nel sistema di riferimento del carrello.

a) $\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_c \quad \Rightarrow \quad \mu_d g \vec{u}_x = \vec{a}' + \vec{a}_c \quad \Rightarrow \quad a' = |\vec{a}'| = |\mu_d g \vec{u}_x - \vec{a}_c| = |\mu_d g - a_c| = 0.324 \text{ m/s}^2$

b) $v'^2 = v'^2_o + 2a'd \quad \Rightarrow \quad v' = \sqrt{2a'd} = 0.72 \text{ m/s}$ [NB: orientata nel verso negativo dell'asse (verso sinistra in figura)]

oppure $\quad d = \frac{1}{2}a't^2 \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2d}{a'}}; \quad v' = v'_o + a't = a'\sqrt{\frac{2d}{a'}} = \sqrt{2a'd}$

c) Dalle equazioni per l'urto elastico, assumendo $M >> m$:

$$v_f = \frac{(m-M)v_i + 2Mv_{c,i}}{m+M} \cong -v_i + 2v_{c,i} = -\mu_d gt + 2a_c t = (2a_c - \mu_d g)\sqrt{\frac{2d}{|a'|}} = 4.05 \text{ m/s}$$

oppure $\quad v'_f = \frac{(m-M)v'_i + 2Mv'_{c,i}}{m+M} \cong -v'_i \quad \Rightarrow \quad v_f = v'_f + v_{c,f} = -a't + a_c t = (2a_c - \mu_d g)\sqrt{\frac{2d}{|a'|}}$

[NB: qui *a'* è la componente dell'accelerazione, quindi con segno, non il modulo trovato al punto a)]

d) Il corpo sul carrello risente adesso di una accelerazione $\vec{A} = -\mu_d g \vec{u}_x$ nel sistema di riferimento fisso, quindi rivolta nel verso opposto a quella prima dell'urto. Nel sistema di riferimento mobile l'accelerazione è $\vec{A}' = \vec{A} - \vec{a}_c$.

$$0 = v'^2_f + 2A'\ell \quad \Rightarrow \quad 0 = v'^2_i + 2(-\mu_d g - a_c)\ell \quad \Rightarrow \quad \ell = \frac{v'^2_i}{2(\mu_d g + a_c)} = 0.097 \text{ m}$$

oppure $\quad W' = \Delta E'_k \quad \Rightarrow \quad mA'\ell = -\frac{1}{2}mv'^2_i \quad \Rightarrow \quad \ell = -\frac{v'^2_i}{2A'} = \frac{v'^2_i}{2(\mu_d g + a_c)}$

Problema 2

a) $M = I_{cor}\alpha = \frac{1}{4}\pi\rho\left((2R)^4 - R^4\right)\alpha \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{4M}{15\pi\rho R^4}; \quad \omega^2 = 2\alpha\Delta\theta \quad \Rightarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{8M}{\rho R^4}} = 14.3 \text{ rad/s}$

oppure $\quad W = \Delta E_k \quad \Rightarrow \quad M\Delta\theta = \frac{1}{2}I_{cor}\omega^2 \quad \Rightarrow \quad 15M\pi = \frac{15}{8}\pi\rho R^4 \quad \Rightarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{8M}{\rho R^4}}$

b) $L_{in} = L_{fin} \quad \Rightarrow \quad I_{cor}\omega = (I_{cor} + I_{disco})\omega' \quad \Rightarrow \quad \omega' = \frac{I_{cor}}{I_{cor} + I_{disco}}\omega = \frac{\frac{15}{4}\pi\rho R^4}{\frac{15}{4}\pi\rho R^4 + \frac{1}{4}\pi\rho R^4}\omega = \frac{15}{16}\omega = 13.4 \text{ rad/s}$

c) $W = \Delta E_k = \frac{1}{2}I_{tot}\omega'^2 - \frac{1}{2}I_{cor}\omega^2 = \frac{1}{2}\left[4\pi\rho R^4\left(\frac{15}{16}\right)^2 - \frac{15}{4}\pi\rho R^4\right]\omega^2 = \frac{15}{8}\pi\rho R^4\omega^2\left(\frac{15}{16} - 1\right) = -\frac{15}{128}\pi\rho R^4\omega^2 = -1.47 \text{ J}$

Problema 3

a) $V_A = \frac{1}{2}V_B = \frac{nRT_B}{2p_B} = 6.2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3; \quad p_A V_A^\gamma = p_B V_B^\gamma \quad \Rightarrow \quad p_A = p_B\left(\frac{V_B}{V_A}\right)^\gamma = 2.64 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

b) $p_{CA}(V)S = p_{amb}S + k\Delta x \quad \Rightarrow \quad p_{CA}(V) = p_{amb} + \frac{k}{S}\Delta x = p_B + \frac{k}{S^2}(V - V_C) = p_B - \frac{kV_C}{S^2} + \frac{k}{S^2}V$

$$V_C = \frac{nRT_C}{p_C} = \frac{nRT_C}{p_B} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3; \quad p_A = p_B + \frac{k}{S^2}(V_A - V_C) \quad \Rightarrow \quad k = S^2\frac{p_A - p_B}{V_A - V_C} = 1.31 \cdot 10^4 \text{ N/m}$$

c) $W_{CA} = -W_{CA.ext} = -(p_{amb}\Delta V_{amb} + W_{molla}) = p_B(V_A - V_C) + \frac{1}{2}k\Delta x^2 = p_B(V_A - V_C) + \frac{1}{2}k\frac{(V_A - V_C)^2}{S^2} = 227 \text{ J}$

oppure $\quad W_{CA} = \int_{V_C}^{V_A} p_{CA}(V)dV = \int_{V_C}^{V_A}\left(p_B - \frac{kV_C}{S^2} + \frac{k}{S^2}V\right)dV = \left(p_B - \frac{kV_C}{S^2}\right)(V_A - V_C) + \frac{k}{2S^2}\left(V_A^2 - V_C^2\right)$

oppure $\quad W_{CA} = \frac{1}{2}(p_A - p_C)(V_A - V_C) + p_C(V_A - V_C) = \frac{1}{2}(p_A + p_C)(V_A - V_C)$