



temi_esame (2)

Meccanica Dei Fluidi
Università degli Studi di Padova
20 pag.

Francesca M. Susin

DINAMICA DEI FLUIDI

per il Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica

Temì d'esame con suggerimenti per la soluzione e risultati

a.a. 2005-2006

IDROSTATICA

ESERCIZIO 1

Suggerimenti e risultati:

- Sapendo che alla quota del menisco nel piezometro la pressione relativa è nulla, applicare la legge fondamentale dell'idrostatica; attenzione al fatto che 'si passa' attraverso due diversi fluidi e che 'ci si muove' verso l'alto. [$p_t = -3565,935 \text{ Pa}$].
- Per il calcolo della spinta su AB, osservare che si tratta di una superficie piana sollecitata da una distribuzione di pressioni di tipo idrostatico. [$S = -106,978 \text{ N}$, verticale e diretta verso il basso (dato il segno negativo della pressione baricentrica)].
- Stabilita la posizione del centro di spinta (osservare in proposito che la superficie AB è orizzontale, e che pertanto il centro di spinta coincide con il baricentro), il momento esterno necessario per mantenere chiusa AB è uguale in modulo ed opposto in verso di rotazione al momento esercitato dalla spinta idrostatica rispetto alla cerniera in A. [$M_{\text{ext}} = 5,349 \text{ Nm}$, antiorario].

ESERCIZIO 2

Suggerimenti e risultati:

- La superficie di traccia AB è una superficie curva riempita di fluido omogeneo e incompressibile: fare dunque riferimento al metodo dell'equilibrio globale 'con la forza peso', a partire dal quale è possibile determinare la componente orizzontale di S (si conoscono S e il peso G). Osservare poi che detta componente è una spinta su una superficie piana (il cerchio di raggio R!) sollecitata da una distribuzione di pressioni idrostatica [$H=0,296$ m].
- Ricordare che la spinta idrostatica su di una superficie a curvatura costante passa per il centro di curvatura C e, pensando S applicata in C, scomporla nelle componenti orizzontale e verticale. Osservare poi che il momento della risultante è pari alla risultante dei momenti esercitati dalle componenti. [$M=72,941$ Nm, orario].

ESERCIZIO 3

Suggerimenti e risultati:

- La superficie di traccia AB è una superficie curva conformata in modo tale da 'entrare' nel fluido che la bagna: fare dunque riferimento al metodo dell'equilibrio globale 'con la spinta di Archimede'. [$S=3,089\text{ N}$, inclinata di $\beta=53,78^\circ$ rispetto all'orizzontale e diretta da sx verso dx].
- Osservare che il momento di S rispetto ad A è antiorario, e che l'appoggio offerto da B è in grado di contrastare i momenti antiorari (e solo quelli). [la valvola rimane in posizione].

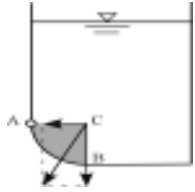
ESERCIZIO 4

Suggerimenti e risultati:

- La superficie di traccia AB è una superficie curva riempita di fluido omogeneo e incompressibile: fare dunque riferimento al metodo dell'equilibrio globale 'con la forza peso'. La pressione nel baricentro della proiezione verticale di AB (che è un cerchio di diametro D!) può essere calcolata a partire dalla lettura del piezometro. [$S=279,641$ N, inclinata di $\beta=8,25^\circ$ rispetto all'orizzontale e diretta da sx verso dx].
- A partire dalla lettura del piezometro, ovvero della pressione baricentrica prima calcolata, ricavare la pressione dell'aria ricordando che il suo peso può essere trascurato. [$p_a=1471,5$ Pa].

ESERCIZIO 5

Suggerimenti e risultati:



La superficie di traccia AB è una superficie curva riempita di fluido omogeneo e incompressibile (acqua): fare dunque riferimento al metodo dell'equilibrio globale 'con la forza peso', ed applicarlo al volume grigio di figura. Applicare la spinta idrostatica nel centro di curvatura C (superficie a curvatura costante!), e scomporla nelle componenti orizzontale e verticale: solo la componente verticale, applicata in C, dà momento, quindi detta componente è uguale ed opposta alla forza esterna F. Esprimere quindi la componente verticale in funzione dell'incognita h. [$h=0,23$ m].

ESERCIZIO 6



Il recipiente di figura contiene un fluido incompressibile, di peso specifico $\gamma = 1,06\gamma_{\text{acqua}}$. In una parete verticale del recipiente è praticato un foro circolare di raggio R , chiuso dalla valvola piana AB . La valvola è incernierata in corrispondenza del proprio baricentro G . Sapendo che la valvola viene mantenuta in posizione grazie all'applicazione in G del momento esterno $M_{\text{ext}} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ Nm}$,

determinare il raggio R della valvola stessa.

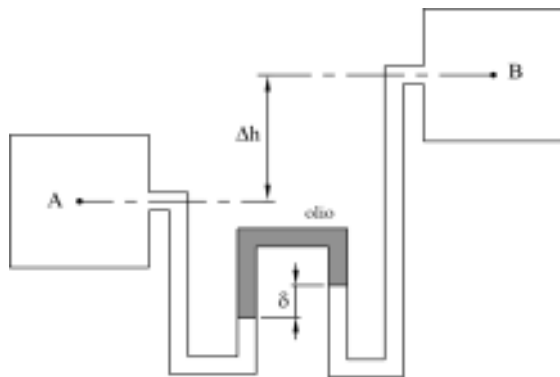
Sapendo poi che la pressione p_G nel baricentro della valvola è negativa, **rappresentare graficamente** la spinta idrostatica esercitata dal fluido sulla valvola (direzione, verso e punto di applicazione) e **stabilire** se è possibile che la pressione sul tetto del recipiente sia positiva, motivando opportunamente la risposta.

N.B. Il momento di inerzia del cerchio rispetto ad un asse baricentrico è: $I_x = \pi R^4/4$

Suggerimenti e risultati:

- Osservare che la valvola di traccia AB è una superficie piana sollecitata da una distribuzione di pressioni idrostatica. Il momento che la spinta idrostatica esercita rispetto alla cerniera in G è dunque dato da $M = S \cdot (y_C - y_G) = \dots$. Detto momento inoltre è in modulo certamente uguale a M_{ext} . [$R = 1,488 \text{ cm}$].
- La spinta è certamente orizzontale, data la verticalità della superficie piana; dedurre il verso e la posizione del centro di spinta dal fatto che la pressione in G è negativa.
- La pressione sul tetto del recipiente è certamente negativa, dato che è sicuramente minore della pressione in G .

ESERCIZIO 7

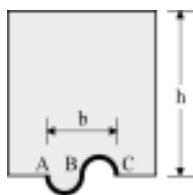


I recipienti A e B di figura, che contengono acqua, sono collegati da un piezometro differenziale che in parte contiene olio, di peso specifico $\gamma_o = 0.8\gamma_{H_2O}$. Sapendo che la differenza di pressione tra i centri dei due recipienti è $(p_A - p_B) = 1200$ Pa, e che il dislivello tra i menischi acqua-olio nel piezometro è $\delta = 0.1$ m, determinare la differenza Δh tra le quote dei centri di B e di A.

Suggerimenti e risultati:

- Indicare con x il dislivello tra il centro del recipiente A ed il menisco acqua-olio di sinistra e chiamare C e D i punti sui menischi acqua-olio di sx e di dx rispettivamente. Applicare la legge fondamentale dell'idrostatica tra le coppie di punti A-C, C-D, D-B. [$\Delta h = 0,142$ m].

ESERCIZIO 8

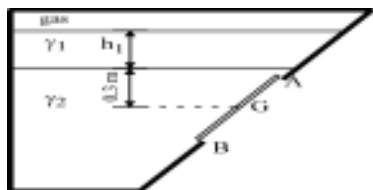


Sul fondo del recipiente di figura, completamente riempito di un fluido incompressibile, è praticato un foro quadrato di lato $b=10$ cm. Il foro è chiuso dalla superficie di traccia ABC, le cui porzioni AB e BC sono tra loro identiche. La pressione sul tetto del recipiente vale $p_t=1000$ Pa, e l'altezza del recipiente è $h=30$ cm. Sapendo che la spinta che il fluido esercita sulla superficie ABC ha modulo $S=35$ N, determinare il peso specifico γ del fluido.

Suggerimenti e risultati:

- Osservare che S può essere espressa (vettorialmente!) come somma della spinta sulla superficie curva AB e della spinta sulla superficie curva BC, ciascuna delle quali può essere espressa mediante il metodo dell'equilibrio globale (attenzione alla formulazione corretta per ciascuna delle due spinte suddette). In questo modo si eliminano reciprocamente i contributi del peso in AB della forza di Archimede in BC e si sommano i contributi delle spinte sulle superfici piane. [$\gamma=8333,333$ N/m³].

ESERCIZIO 9



Nel recipiente chiuso di figura sono contenuti un gas, a pressione $p_{\text{gas}} = -5 \text{ kPa}$, un fluido di peso specifico $\gamma_1 = 8 \text{ kN/m}^3$ ed un fluido di peso specifico $\gamma_2 = 10 \text{ kN/m}^3$. La superficie piana di traccia AB, di peso trascurabile, è semplicemente appoggiata alla parete del recipiente. Calcolare il minimo valore da assegnare alla profondità h_1

affinché la superficie AB rimanga in posizione e rappresentare, in detta condizione, l'andamento delle pressioni all'interno del recipiente.

Suggerimenti e risultati:

- Osservare che l'appoggio semplice in A e in B è in grado di opporsi unicamente ad una forza diretta dal fluido verso la superficie, condizione che si verifica quando il segno della pressione in G è positivo. La condizione limite di equilibrio corrisponde quindi a $p_G = 0$. [$h_{1 \text{ min}} = 0,25 \text{ m}$].
- Prestare attenzione al fatto che nel gas la pressione (negativa!) è costante, e che i due liquidi hanno peso specifico diverso, con $\gamma_1 < \gamma_2$.

DINAMICA

ESERCIZIO 1

Suggerimenti e risultati:

- Stabilire il regime di moto nel condotto 1. Scrivere il bilancio di energia tra il serbatoio A (attenzione alla definizione di energia specifica nel serbatoio!) e il nodo N, ricordando la presenza della pompa e il suggerimento dato nel testo circa le dissipazioni localizzate. [$H_p=0,678$ m; $P_u=1,396$ W].
- Imporre l'equazione di continuità nel nodo N. [$Q_2=0,3$ l/s].
- Stabilire il regime di moto nel condotto 2. Scrivere il bilancio di energia tra il nodo N e il serbatoio a superficie libera B, ricordando il suggerimento dato nel testo circa le dissipazioni localizzate. [$L_2=1,284$ m].

ESERCIZIO 2

Suggerimenti e risultati:

- Calcolare la potenza utile della pompa ed esprimere la prevalenza in funzione della portata. Scrivere il bilancio di energia lungo l'intero circuito, ricordando il suggerimento nel testo circa le dissipazioni localizzate (rubinetto e gomiti). [$Q=0,0959 \text{ m}^3/\text{s}$; $H_P=0,452 \text{ m}$].
- Scrivere il bilancio di energia lungo l'intero circuito, ricordando la dissipazione provocata dal rubinetto. [$H'_P=1,878 \text{ m}$; $P'_{\text{ass}}=2078,947 \text{ W}$].
- Applicare il teorema della quantità di moto al volume di controllo compreso tra A e B, trascurando la forza peso. Per il calcolo della pressione nella sezione A scrivere un bilancio di energia tra la sezione 1 e la sezione A. Per il calcolo della pressione nella sezione B scrivere un bilancio di energia tra la sezione A e la sezione B. Porre attenzione ai suggerimenti dati nel testo! [$S=751,51 \text{ N}$, inclinata di $\beta=45^\circ$ rispetto all'orizzontale, da dx verso sx].

ESERCIZIO 3

Suggerimenti e risultati:

- Osservare che l'energia nella sezione di monte (sezione A) e l'energia nella sezione di valle (sezione B) lungo il percorso seguito da Q_2 sono le medesime di quelle lungo il percorso seguito da Q_1 . [$\Delta E_2 = 1,5 \text{ cm}$].
- Scrivere il bilancio di energia lungo il percorso AB seguito da Q_1 (condotto 1) nell'ipotesi di moto laminare, ricordando il suggerimento circa le dissipazioni localizzate. Verificare la laminarità del moto nel condotto 1 calcolando il numero di Reynolds. [$Q_1 = 0,141 \text{ l/s}$; $Re_1 = 897,766$].
- Applicare l'equazione di continuità al nodo B. Stabilire il regime di moto nel condotto BA. Scrivere il bilancio di energia da B ad A, ricordando la presenza della pompa ed il suggerimento circa le dissipazioni localizzate. [$Q = 0,282 \text{ l/s}$; $H_p = 0,03 \text{ m}$].

ESERCIZIO 4

Suggerimenti e risultati:

- Stabilire il regime di moto nel condotto AN. Scrivere il bilancio di energia dal serbatoio A al nodo N, ricordando la dissipazione localizzata di imbocco. [$E_N=1,315$ m].
- Applicare l'equazione di continuità al nodo N. [$Q_3=0,8$ l/s].
- Stabilire il regime di moto nel condotto NB. Calcolare l'energia specifica nella sezione **a**, osservando che, in base al disegno, il piano di riferimento prescelto coincide con l'asse della condotta orizzontale. Scrivere il bilancio di energia da N ad **a**. [$L_a=1,033$ m].
- Scrivere il bilancio di energia dal nodo N al serbatoio a pressione B, ricordando la dissipazione localizzata di sbocco. [$p_{gas}=1483,6$ Pa].

ESERCIZIO 5

Suggerimenti e risultati:

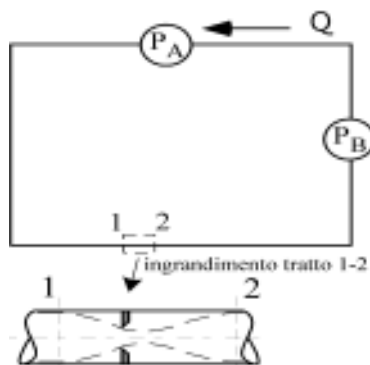
- Applicare la formula di Poiseuille per il calcolo della portata. Applicare la definizione di velocità media. [$Q=1,5 \text{ m}^3/\text{s}$; $V=0,41 \text{ m/s}$].
- Applicare la relazione che intercorre tra velocità media e velocità massima nel moto alla Poiseuille. [$v_{\text{max}}=0,82 \text{ m/s}$, sull'asse del condotto].
- Applicare la relazione che esprime il numero di resistenza in condizioni di moto laminare. [$f=0,058$].
- Scrivere il bilancio di energia dalla sezione 1 alla sezione 2, osservando che l'unica incognita che vi compare è proprio la differenza di pressione cercata. [$\Delta p_{12}=157,5 \text{ Pa}$].

ESERCIZIO 6

Suggerimenti e risultati:

- Applicare le relazioni che legano la potenza assoluta alla potenza utile, e la potenza utile alla prevalenza. [per ciascuna pompa, $H_p = 0,217$ m].
- Scrivere il bilancio di energia lungo l'intero circuito, ricordando la presenza di due pompe in serie. [$\Delta E = 0,434$ m].
- Osservando che, dato il suggerimento nel testo circa le dissipazioni localizzate, la dissipazione di energia nel circuito è solo di tipo continuo, esprimere la ΔE sopra ricavata mediante la formula di Darcy-Weisbach. Calcolare il numero di Reynolds nel condotto e, verificato che si tratta di moto turbolento, applicare l'equazione di Colebrook-White (risolvibile in questo caso in modo diretto). [$f = 0,01679$; $e/d = 0,0004$].

ESERCIZIO 7



Nel circuito chiuso di figura circola, in condizioni permanenti, un fluido incompressibile di peso specifico $\gamma=10,4 \text{ kN/m}^3$ e viscosità dinamica $\mu=0,004 \text{ kg/ms}$. La portata fluente è $Q=1.2 \text{ l/min}$.

Il circuito è alimentato grazie alle pompe P_A e P_B , ciascuna delle quali eroga la medesima potenza utile $P_u=0.07 \text{ W}$. **Determinare** la prevalenza di ciascuna pompa, H_{PA} e H_{PB} .

I condotti che compongono il circuito hanno diametro e lunghezza secondo quanto segnato in tabella. Lungo il condotto AB, inoltre, è presente un brusco e breve restringimento (vedi figura), che provoca una dissipazione localizzata di energia. **Determinare** il coefficiente

ξ di detta dissipazione. **Determinare** infine la differenza di pressione tra le sezioni 1 e 2 di figura, nell'ipotesi di poter trascurare la lunghezza del tratto 1-2. Si esprima il risultato sia in metri di colonna fluida che in Pascal.

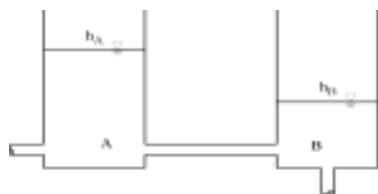
N.B. Trascurare tutte le dissipazioni localizzate, tranne ΔE_r .

condotto	D (cm)	L (cm)
AB	0.5	60
BA	0.75	40

Suggerimenti e risultati:

- Applicare la relazione che lega la potenza utile alla prevalenza. [$H_{PA}=H_{PB}=0.337 \text{ m}$].
- Stabilire il regime di moto nel condotto AB e nel condotto BA. Scrivere il bilancio di energia lungo l'intero circuito, ricordando: la presenza delle due pompe in serie, il fatto che i due condotti hanno caratteristiche diverse, e la presenza della dissipazione localizzata. Si osservi che in detto bilancio l'unica incognita è proprio la dissipazione localizzata. [$\xi=6,312$].
- Scrivere il bilancio di energia dalla sezione 1 alla sezione 2 (senza dissipazioni continue data la lunghezza trascurabile del tratto 1-2) osservando che l'unica incognita che vi compare è proprio la differenza di pressione cercata. [$\Delta p_{12}/\gamma=0,333 \text{ m}$; $\Delta p_{12}=3458,822 \text{ Pa}$].

ESERCIZIO 8



Nel sistema di figura fluisce la portata d'acqua $Q=3.5$ l/s. Nei serbatoi A e B, la superficie libera è posta rispettivamente alla quota $h_A=0.60$ m e $h_B=0.20$ m. Il condotto che collega i due serbatoi ha diametro $d=0.06$ m e lunghezza $L=6.0$ m. Determinare

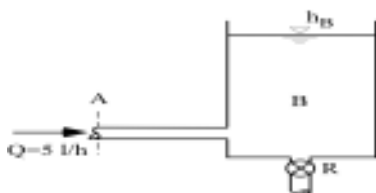
- il numero di resistenza f del moto nel condotto;
- la scabrezza assoluta equivalente e del condotto stesso.

Stabilire inoltre, motivando adeguatamente la risposta, se il moto nel condotto si svolge in condizioni di parete idraulicamente scabra.

Suggerimenti e risultati:

- Stabilire il regime di moto nel condotto AB. Scrivere il bilancio di energia dal serbatoio A al serbatoio B, ricordando le dissipazioni localizzate di imbocco e di sbocco. Applicare la relazione di Darcy-Weisbach [$f=0,03616$].
- Applicare l'equazione di Colebrook-White in forma completa (tenendo cioè conto del numero di Reynolds) [$e/d=0,485$ mm].
- Determinare il valore del numero di resistenza che corrisponde all'ipotesi di moto turbolento su parete idraulicamente scabra (applicare cioè l'equazione di Colebrook-White tenendo conto solo del termine dipendente da e/d) e confrontare detto valore con il valore ricavato nella prima domanda. Dal confronto, dedurre la risposta corretta. [Nell'ipotesi di tubo idraulicamente scabro risulta $f=0,03528$. Detto valore è diverso da $f=0,03616$ che, ricavato per il moto che realmente si realizza nel condotto, risente in particolare anche dell'effetto del numero di Reynolds. Il moto pertanto non è su parete idraulicamente scabra].

ESERCIZIO 9



Nel sistema di figura scorre un fluido newtoniano di viscosità cinematica $\nu=2\nu_{\text{acqua}}$ e peso specifico $\gamma=3\gamma_{\text{acqua}}$. Nel condotto AB il moto è alla Poiseuille, con sforzo tangenziale massimo $\tau_0=10$ Pa. Determinare la cadente piezometrica i del moto nel condotto AB e il raggio r_0 del condotto stesso. Il condotto AB è lungo $L=50$ cm, e

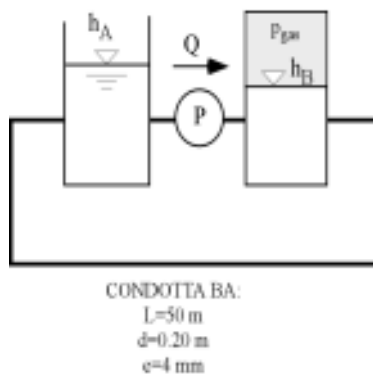
nella sezione A la quota piezometrica è pari a $h_A^*=0.4$ m. Determinare la quota h_B del pelo libero nel recipiente B, trascurando le dissipazioni localizzate di energia.

Si consideri ora una nuova, diversa, condizione dinamica del sistema nella quale il rubinetto R sul fondo del recipiente è completamente chiuso. La portata in ingresso al recipiente è ancora $Q=5$ l/h. Determinare l'intervallo di tempo Δt necessario affinché il pelo libero nel recipiente subisca un incremento di quota $\delta=3$ cm, sapendo che il recipiente stesso è a sezione quadrata, di lato $a=10$ cm.

Suggerimenti e risultati:

- Mettere a sistema la relazione che fornisce lo sforzo tangenziale alla parete in un moto uniforme entro un tubo circolare e l'equazione di Poiseuille per il calcolo della portata. [$i=0,6718$; $r_0=1,012$ mm].
- Calcolare l'energia specifica della corrente nella sezione A. Scrivere il bilancio di energia tra la sezione A e il serbatoio B. [$h_B=0,0825$ m].
- Applicare l'equazione di continuità per un serbatoio. [$\Delta t=216$ sec].

ESERCIZIO 10



Nel circuito di figura scorre acqua. Il moto nel condotto presenta numero di Reynolds $Re=2 \cdot 10^5$. Calcolare la portata Q fluente nel circuito. Il condotto BA ha caratteristiche geometriche e di scabrezza riportate in tabella mentre il condotto AB, lungo il quale è posta la pompa P , ha lunghezza trascurabile. Nel circuito non ci sono dissipazioni di energia localizzate. Calcolare la prevalenza H_p e la potenza utile P_u della pompa. La superficie libera nel serbatoio A è a quota $h_A=1.0\text{ m}$, e il gas contenuto nel serbatoio B è a pressione $p_{\text{gas}}=8\text{ kPa}$. Calcolare la quota h_B della superficie gas-acqua nel serbatoio B.

Suggerimenti e risultati:

- Applicare la definizione di numero di Reynolds in un condotto circolare. [$Q=\text{xxx m}^3/\text{s}$].
- Scrivere il bilancio di energia lungo l'intero circuito. Applicare la relazione che intercorre tra la prevalenza e la potenza utile di una pompa. [$H_p=\text{xxx}$; $P_u=\text{xxx}$].
- Scrivere il bilancio di energia dal serbatoio A al serbatoio B, ricordando la presenza della pompa (attenzione: le dissipazioni sono nulle in questo bilancio, poiché $L_{AB}=0$ per ipotesi). In alternativa: scrivere il bilancio di energia dal serbatoio B al serbatoio A, con le dissipazioni (attenzione: lungo questo percorso la corrente non incontra la pompa). [$h_B=\text{xxx}$].