

Задачи по Математическим основам анализа данных

Артамонов Н.В.

16 марта 2025 г.

Содержание

1 Работа с массивами (матричный анализ)	1
1.1 Операции с матрицами	1
1.1.1 Скалярное умножение и сложение	1
1.1.2 Умножение матриц	2
1.1.3 Обратная матрица	5
1.1.4 Матричные уравнения	6
1.1.5 Определитель	8
1.2 Системы линейных уравнений	8

1 Работа с массивами (матричный анализ)

1.1 Операции с матрицами

1.1.1 Скалярное умножение и сложение

№1. Рассмотрим матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -1 & -2 & 2 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix}$$

Вычислите

$$2A + B$$

$$A - 2C$$

$$4B - A - C$$

$$C - 2A + 4B$$

№2. Рассмотрим матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 3 & 4 & 3 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 4 & 3 & 2 \\ 3 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Вычислите

$$A + 3B \quad 3B - 2C \quad 2B - C + 3A \quad 2C + 3A - 5B$$

№3. Рассмотрим матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$
$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 3 & 2 \\ -1 & 0 & 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$
$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

Вычислите

$$3A - B \quad 2A - C \quad 2B - C + 3A \quad B - 2A + C$$

1.1.2 Умножение матриц

Замечание: через \odot будем обозначать *произведение Адамара* для матриц

№4. Для следующим матриц вычислите $A \odot B$, если операция определена

1. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$
2. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$
3. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$

$$4. A = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

№5. Для матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ вычислите

$$A \odot A \quad A^T \odot A \quad A \odot A \odot A \quad A \odot A^T \odot A \quad A \odot A^T \odot A^T$$

№6. Для матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ вычислите

$$A \odot A \quad A^T \odot A \quad A \odot A \odot A \quad A \odot A^T \odot A \quad A \odot A^T \odot A^T$$

№7. Рассмотрим матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -1 & -2 & 2 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix}$$

Вычислите

$$A \odot B \odot C \quad A \odot B - C \quad 2B \odot C - A \quad 2A \odot B - 3B \odot C$$

№8. Рассмотрим матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 3 & 4 & 3 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 4 & 3 & 2 \\ 3 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Вычислите

$$A \odot B \odot C \quad 2A \odot B - C \quad B \odot C + 2A \quad 3A \odot B - 2B \odot C$$

№9. Рассмотрим матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 3 & 2 \\ -1 & 0 & 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

Вычислите

$$A \odot B \odot C \quad 2A \odot C - B \quad B \odot C - 2B \quad 3A \odot C - 2A \odot C$$

№10. Для следующим матриц вычислите произведении AB и BA , если операции определены

$$1. A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$2. A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$3. A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$4. A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$5. A = (1 \quad -1 \quad 1) B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

№11. Для следующим матриц вычислите произведении $A^\top B$, AB^\top , $B^\top A$ и BA^\top , если операции определены

$$1. A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$2. A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

№12. Рассмотрим матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Вычислите

$$AC - B \quad BA + C \quad (B + C)A \quad C(A - B) \quad AB - BC \quad ABC$$

№13. Рассмотрим матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Вычислите

$$AB - C \quad BC + A \quad A(B + C) \quad (2A - 3B)C \quad AB + BC \quad ABC$$

№14. Для матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ вычислите A^2, A^3, A^4

№15. Для матрицы $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ вычислите A^2, A^3, A^4

1.1.3 Обратная матрица

№16. Найдите обратную к следующим матрицам или покажите, что обратная не существует

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$$

№17. Найдите обратную к следующим матрицам или покажите, что обратная не существует

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 5 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

1.1.4 Матричные уравнения

№18. Решите матричное уравнение $AX = B$ для следующих матриц

1. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
2. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
3. $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
4. $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

№19. Решите матричное уравнение $AX = B$ для следующих матриц

1. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
2. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$
3. $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

№20. Решите матричное уравнение $XA = B$ для следующих матриц

$$1. A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$2. A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$3. A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$4. A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

№21. Решите матричное уравнение $A_1 X A_2 = B$ для следующих матриц

$$1. A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$2. A_1 = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}, A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$3. A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$4. A_1 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$5. A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

1.1.5 Определитель

№22. Вычислите определитель следующих матриц

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

№23. Вычислите определитель следующих матриц

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

№24. Вычислите определитель следующих матриц

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

№25. Какие из следующих матриц обратимы?

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 10 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 6 & 9 \\ 4 & 6 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$$

№26. Какие из следующих матриц обратимы?

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 6 & 9 & 3 \\ 4 & 6 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

1.2 Системы линейных уравнений

№1. Рассмотрим систему линейных уравнений в матричном виде $Ax = b$.

Для следующих матриц запишите систему линейных уравнений и решите её используя обратную матрицу

$$A, b = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} \quad A, b = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} \quad A, b = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

№2. Рассмотрим систему линейных уравнений в матричном виде $Ax = b$. Для следующих матриц запишите систему линейных уравнений и решите её используя обратную матрицу

$$\begin{array}{ll} A, b = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} & A, b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \\ A, b = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix} & A, b = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 0 \\ 5 & 7 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \end{array}$$

№3. Решите систему линейных уравнений используя формулы Крамера

$$\begin{array}{ll} \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 = 2 \end{cases} & \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - 4x_3 = 2 \end{cases} \\ \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 = 2 \end{cases} & \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 2 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 5 \end{cases} \end{array}$$

№4. Какие из следующих систем $Ax = b$ имеют единственное решение?

$$\begin{array}{ll} 1) A, b = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} & 2) A, b = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \\ 3) A, b = \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} & 4) A, b = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 5 & 7 & -2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \end{array}$$