

# Задачи по Математическим основам анализа данных

Артамонов Н.В.

4 марта 2025 г.

## Содержание

<b>1</b>	<b>Работа с массивами (матричный анализ)</b>	<b>1</b>
1.1	Операции с матрицами . . . . .	1
1.1.1	Скалярное умножение и сложение . . . . .	1
1.1.2	Умножение матриц . . . . .	2
1.1.3	Обратная матрица . . . . .	5
1.1.4	Матричные уравнения . . . . .	6

## 1 Работа с массивами (матричный анализ)

### 1.1 Операции с матрицами

#### 1.1.1 Скалярное умножение и сложение

№1. Рассмотрим матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -1 & -2 & 2 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix}$$

Вычислите

$$2A + B \quad A - 2C \quad 4B - A - C \quad C - 2A + 4B$$

**№2.** Рассмотрим матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 3 & 4 & 3 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 4 & 3 & 2 \\ 3 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Вычислите

$$A + 3B \quad 3B - 2C \quad 2B - C + 3A \quad 2C + 3A - 5B$$

**№3.** Рассмотрим матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$
$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 3 & 2 \\ -1 & 0 & 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$
$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

Вычислите

$$3A - B \quad 2A - C \quad 2B - C + 3A \quad B - 2A + C$$

### 1.1.2 Умножение матриц

**Замечание:** через  $\odot$  будем обозначать *произведение Адамара* для матриц

**№4.** Для следующим матриц вычислите  $A \odot B$ , если операция определена

1.  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$
2.  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$
3.  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$

$$4. A = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

**№5.** Для матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  вычислите

$$A \odot A \quad A^T \odot A \quad A \odot A \odot A \quad A \odot A^T \odot A \quad A \odot A^T \odot A^T$$

**№6.** Для матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$  вычислите

$$A \odot A \quad A^T \odot A \quad A \odot A \odot A \quad A \odot A^T \odot A \quad A \odot A^T \odot A^T$$

**№7.** Рассмотрим матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -1 & -2 & 2 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix}$$

Вычислите

$$A \odot B \odot C \quad A \odot B - C \quad 2B \odot C - A \quad 2A \odot B - 3B \odot C$$

**№8.** Рассмотрим матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 3 & 4 & 3 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 4 & 3 & 2 \\ 3 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Вычислите

$$A \odot B \odot C \quad 2A \odot B - C \quad B \odot C + 2A \quad 3A \odot B - 2B \odot C$$

**№9.** Рассмотрим матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 3 & 2 \\ -1 & 0 & 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

Вычислите

$$A \odot B \odot C \quad 2A \odot C - B \quad B \odot C - 2B \quad 3A \odot C - 2A \odot C$$

**№10.** Для следующим матриц вычислите произведении  $AB$  и  $BA$ , если операции определены

1.  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$
2.  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$
3.  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$
4.  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$
5.  $A = (1 \quad -1 \quad 1) \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

**№11.** Для следующим матриц вычислите произведении  $A^\top B$ ,  $AB^\top$ ,  $B^\top A$  и  $BA^\top$ , если операции определены

1.  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$

$$2. A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

**№12.** Рассмотрим матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Вычислите

$$AC - B \quad BA + C \quad (B + C)A \quad C(A - B) \quad AB - BC \quad ABC$$

**№13.** Рассмотрим матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Вычислите

$$AB - C \quad BC + A \quad A(B + C) \quad (2A - 3B)C \quad AB + BC \quad ABC$$

**№14.** Для матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$  вычислите  $A^2, A^3, A^4$

**№15.** Для матрицы  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$  вычислите  $A^2, A^3, A^4$

### 1.1.3 Обратная матрица

**№16.** Найдите обратную к следующим матрицам или покажите, что обратная не существует

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$$

**№17.** Найдите обратную к следующим матрицам или покажите, что обратная не существует

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 5 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

#### 1.1.4 Матричные уравнения

**№18.** Решите матричное уравнение  $AX = B$  для следующих матриц

1.  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
2.  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
3.  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$