

Задачи по Теории вероятностей и математической статистике

Артамонов Н.В.

29 ноября 2024 г.

Содержание

1 Дискретные случайные величины	1
1.1 Одномерные распределения	1
1.2 Двумерные распределения	2
2 Непрерывные распределения	2

1 Дискретные случайные величины

1.1 Одномерные распределения

№1. В урне содержится 3 белых и 3 черных шара. Случайным образом извлекаются 2 шара. Пусть случайная величина X – число белых шаров среди выбранных.

1. Найдите таблицу распределения X
2. Вычислите $E(X)$, $\text{Var}(X)$, $\sigma(X)$ и моду распределения
3. Вычислите вероятности

$$P(X < 2) \qquad P(X \geq 1) \qquad P(0 < X < 3)$$

4. Нарисуйте график функции распределения F .

Замечание: $X \sim \text{Hypergeom}(6, 3, 2)$

№2. В урне содержится 4 белых и 2 черных шара. Случайным образом извлекаются 3 шара. Пусть случайная величина X – число белых шаров среди выбранных.

1. Найдите таблицу распределения X
2. Вычислите $E(X)$, $\text{Var}(X)$, $\sigma(X)$ и моду распределения
3. Вычислите вероятности

$$P(X < 3) \qquad P(X > 1) \qquad P(1 < X < 3)$$

4. Нарисуйте график функции распределения F .

Замечание: $X \sim \text{Hypergeom}(6, 4, 2)$

№3. В урне содержится 3 белых и 4 черных шара. Случайным образом извлекаются 4 шара. Пусть случайная величина X – число белых шаров среди выбранных.

1. Найдите таблицу распределения X
2. Вычислите $E(X)$, $\text{Var}(X)$, $\sigma(X)$ и моду распределения
3. Вычислите вероятности

$$P(X < 3) \qquad P(X > 0) \qquad P(0 < X < 3)$$

4. Нарисуйте график функции распределения F .

Замечание: $X \sim \text{Hypergeom}(7, 2, 4)$

1.2 Двумерные распределения

2 Непрерывные распределения

№1. Пусть случайная величина X имеет плотность

$$f(x) = \begin{cases} cx, & x \in [0, 1] \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

1. Найдите нормировочный множитель c и нарисуйте график плотности
2. Вычислите вероятности

$$P(X > 0.5) \quad P(0.25 < X < 0.75) \quad P(-1 < X < 0.5)$$

3. Вычислите $E(X)$ и $\text{Var}(X)$
4. Найдите функцию распределения $F(x)$ и нарисуйте её график

№2. Пусть случайная величина X имеет плотность

$$f(x) = \begin{cases} cx^{\lambda-1}, & x \in [0, 1] \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

($\lambda > 0$ – параметр распределения)

1. Найдите нормировочный множитель c и нарисуйте график плотности f
2. Вычислите вероятности

$$P(X > 0.5) \quad P(0.25 < X < 0.75) \quad P(-1 < X < 0.5)$$

3. Вычислите $E(X)$ и $\text{Var}(X)$
4. Найдите функцию распределения F и нарисуйте её график

Замечание: графики f и F нарисуйте при $0 < \lambda < 1$ и при $\lambda \geq 1$

№3. Пусть случайная величина X имеет плотность

$$f(x) = \begin{cases} cx(1-x), & x \in [0, 1] \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

1. Найдите нормировочный множитель c и нарисуйте график плотности
2. Вычислите вероятности

$$P(X < 0.5) \quad P(0.25 < X < 0.75) \quad P(-5 < X < 0.25)$$

3. Вычислите $E(X)$ и $\text{Var}(X)$
4. Найдите функцию распределения $F(x)$ и нарисуйте её график