Студент: Бобров Артём
Группа: SE
Дата: 25 мая 2020 г.

Задача 1. *Построить однозначную КС грамматику, эквивалетную грамматике*

$$S \rightarrow aSbbbb \mid aaaSbb \mid c$$

Решение. Этой грамматикой пораждается язык, которому принадлежат слова: $acbbbb$, $aaacbb$, $aaaacbbbbbb$ и т. д.

Можно заметить, что этим языком является $a^{n+3m}cb^{4n+2m}$, где $n, m \in Z$ – количество применений первого и второго правила исходного грамматики соответственно. Тогда порядок применения этих правил не важен. И можно преобразовать данную грамматику:

$$S \rightarrow aSbbbb \mid K$$

$$K \rightarrow aaaSbb \mid c$$

Теперь для того, чтобы показать, что грамматика однозначная, необходимо показать, что можно по слову однозначно восстановить последовательность примененных правил.

Пусть в некотором слове u символов a, и v символов b. Тогда можно записать систему:

$$\begin{cases} n + 3m = u, \\ 4n + 2m = v \end{cases}$$

Такая система имеет единственное решение: $n = \frac{3v-2u}{10}$, $m = \frac{4u-v}{10}$, соответственно можем однозначано определить дерево вывода $\square$

Задача 2. *Описать язык, порождаемый грамматикой*

$$F \rightarrow \varepsilon \mid aFaFbF$$

Решение.

Примеры слов, порожденные грамматикой: $\{\varepsilon, aab, aaaabb, aaabab, aabaab, aabaaabab, aaabaaabb\}$.

Данная грамматика порождает язык, любой слово которого состоит из символов $\{a, b\}$.

Заметим, что правилами порождается только то слово, в котором количество символов 'a' в 2 раза больше, чем 'b'. Также, каждый раз мы добавляем 2 'a' и 'b', тогда количество символов 'b' в слове – треть его длины.

Также, каждый раз при применении второй альтернативы, слева от 'b' порождается 2 символа 'a', таким образом на любом префиксе слова (количество 'a') $\geq$ (2$*$ количество 'b'). $\square$

Задача 3. *Определить, является ли следующий язык контекстно-свободным. Если является – привести КС грамматику, если нет - доказать.*

1. $\{a^n b^m c^n d^m | n > 0, m > 0\}$
2. $\{ww | w \in \{a, b\}*\}$
3. $\{a^k b^m b^{k+l} a^m | n \geq 0, k \geq 0, l \geq 0\}$

Решение.

1. $\{a^n b^m c^n d^m \mid n > 0, m > 0\}$

   Рассмотрим слово $w = a^n b^n c^n d^n$, то есть $m = n$. Тогда можно сослаться на практику, к которой были разобраны варианты разбиения слова на $xyzuv$, которые показали не что существует такого корректного разбиения.

2. $\{ww | w \in \{a, b\}*\}$

3. $\{a^k b^m b^{k+l} a^m \mid n \geq 0, k \geq 0, l \geq 0\}$

Запишем язык по-другому

$$\{a^k b^m b^{k+l} a^m \mid n \geq 0, k \geq 0, l \geq 0\} \rightarrow \{a^k b^{m+k+l} a^m \mid n \geq 0, k \geq 0, l \geq 0\} \rightarrow \{a^k b^k b^l b^m a^m \mid n \geq 0, k \geq 0, l \geq 0\}$$

Тогда грамматика:

$$S \rightarrow AB\ B\ BA$$

$$AB \rightarrow a\ AB\ b \mid \varepsilon$$

$$B \rightarrow b\ B \mid \varepsilon$$

$$BA \rightarrow b\ BA\ a \mid \varepsilon$$

$\square$