

Schemat działania algorytmu CYK

Algorytm zaczyna działanie od gramatyki $G = (V_N, V_T, P, S)$ dla języka L .

Uwaga – gramatyka musi być w postaci normalnej Chomsky'ego

Wejście: $w = a_1 a_2 \dots a_n \in V_T^*$, $a_i \in V_T$, $1 \leq i \leq n$.

W czasie $O(n^3)$ CYK tworzy tablicę, na podstawie której rozstrzyga, czy $w \in L$.

Przy obliczaniu czasu działania sama G uważana jest za ustaloną, a jej wielkość wchodzi do czasu wykonywania, mierzonego względem długości w , którego należenie do L testujemy, tylko jako czynnik stały.

Tablica konstruowana przez CYK

$$G = (V_N, V_T, P, S)$$

Niech $w = a_1 a_2 a_3 a_4 a_5$, $|w| = n = 5$.

Idea: $X_{ij} = \{A \in V_N : A \Rightarrow^* a_i a_{i+1} \dots a_j\}$

X_{15}				
X_{14}	X_{25}			
X_{13}	X_{24}	X_{35}		
X_{12}	X_{23}	X_{34}	X_{45}	
X_{11}	X_{22}	X_{33}	X_{44}	X_{55}
a_1	a_2	a_3	a_4	a_5

$$w \in L(G) \Leftrightarrow S \in X_{1n}$$

Tablicę wypełniamy rzędami idąc od dołu. Rząd 1 odpowiada pod słowom o długości 1, kolejny – pod słowom o długości 2 itd.; ostatni, jednoelementowy – odpowiada całemu słowu, o długości n .

Obliczenie każdej komórki zajmuje $O(n)$, a komórek jest $O(n^2)$, zatem całkowity czas to $O(n^3)$

Algorytm obliczania X_{ij} w tablicy CYK

X_{11}	X_{22}	X_{33}	X_{44}	X_{55}
a_1	a_2	a_3	a_4	a_5

Pierwszy rząd. Skoro G jest w CNF, a $X_{ii} \Rightarrow^* a_i$, to $X_{ii} = \{A \in V_N: A \rightarrow a_i \in P\}$.

Obliczanie dowolnego X_{ij} w rzędzie $j - i + 1$.

Zakładamy, że obliczyliśmy już niższe rzędy.

$A \Rightarrow^* a_i a_{i+1} \dots a_j$ musi się zacząć od jakiejś $A \rightarrow BC$ gdzie $B \Rightarrow^* a_i \dots a_k$, $C \Rightarrow a_{k+1} \dots a_j$.

●				
●	●			
●		●		
●			●	
a_1	a_2	a_3	a_4	a_5

Więc aby $A \in X_{ij}$, trzeba znaleźć k oraz B, C t., że:

1) $i \leq k < j$. 2) $B \in X_{ik}$. 3) $C \in X_{k+1,j}$. 4) $A \rightarrow BC \in P$

Znalezienie takich A wymaga porównania co najwyżej n par poprzednio obliczonych zbiorów

$(X_{ii}, X_{i+1,j}), (X_{i,i+1}, X_{i+2,j}), \dots, (X_{i,j-1}, X_{jj})$.

Algorytm obliczania X_{ij} w tablicy CYK

X_{11}	X_{22}	X_{33}	X_{44}	X_{55}
a_1	a_2	a_3	a_4	a_5

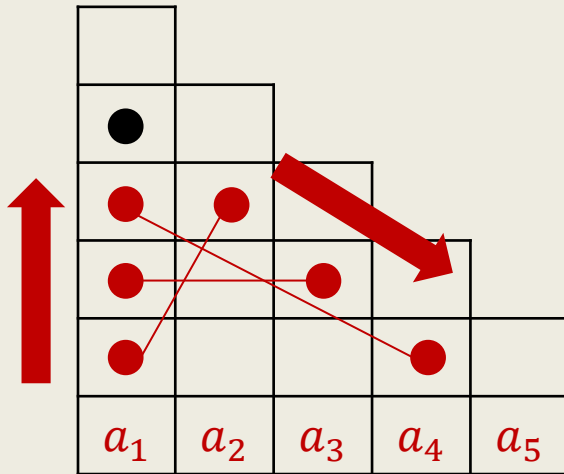
Formalnie:

$$X_{ii} = \{A \in V_N : A \rightarrow a_i \in P\}$$

Dla $1 \leq i < j \leq n$:

$$X_{ij} = \bigcup_{k=i}^j \{A \in V_N : A \rightarrow BC \in P, B \in X_{ik}, C \in X_{k+1,j}\}$$

$$w = a_1 a_2 \dots a_n \in L \Leftrightarrow S \in X_{1n}$$



Algorytm CYK – przykład

B	A, C	A, C	B	A, C
b	a	a	b	a

$$S \rightarrow AB \mid BC$$

$$A \rightarrow BA \mid a$$

$$B \rightarrow CC \mid b$$

$$C \rightarrow AB \mid a$$

Testowane słowo: $w = baaba$

Algorytm CYK – przykład

S, A				
B	A, C	A, C	B	A, C
b	a	a	b	a

$$S \rightarrow AB \mid BC$$

$$A \rightarrow BA \mid a$$

$$B \rightarrow CC \mid b$$

$$C \rightarrow AB \mid a$$

Testowane słowo: $w = baaba$

Algorytm CYK – przykład

S, A	B			
B	A, C	A, C	B	A, C
b	a	a	b	a

$$S \rightarrow AB \mid BC$$

$$A \rightarrow BA \mid a$$

$$B \rightarrow CC \mid b$$

$$C \rightarrow AB \mid a$$

Testowane słowo: $w = baaba$

Algorytm CYK – przykład

S, A	B	S, C		
B	A, C	A, C	B	A, C
b	a	a	b	a

$$S \rightarrow AB \mid BC$$

$$A \rightarrow BA \mid a$$

$$B \rightarrow CC \mid b$$

$$C \rightarrow AB \mid a$$

Testowane słowo: $w = baaba$

Algorytm CYK – przykład

S, A	B	S, C	S, A	
B	A, C	A, C	B	A, C
b	a	a	b	a

$$S \rightarrow AB \mid BC$$

$$A \rightarrow BA \mid a$$

$$B \rightarrow CC \mid b$$

$$C \rightarrow AB \mid a$$

Testowane słowo: $w = baaba$

Algorytm CYK – przykład

S, A	B	S, C	S, A	
B	A, C	A, C	B	A, C
b	a	a	b	a

$$S \rightarrow AB \mid BC$$

$$A \rightarrow BA \mid a$$

$$B \rightarrow CC \mid b$$

$$C \rightarrow AB \mid a$$

Testowane słowo: $w = baaba$

Algorytm CYK – przykład

\emptyset				
S, A	B	S, C	S, A	
B	A, C	A, C	B	A, C
b	a	a	b	a

$$S \rightarrow AB \mid BC$$

$$A \rightarrow BA \mid a$$

$$B \rightarrow CC \mid b$$

$$C \rightarrow AB \mid a$$

Testowane słowo: $w = baaba$

Algorytm CYK – przykład

\emptyset	B			
S, A	B	S, C	S, A	
B	A, C	A, C	B	A, C
b	a	a	b	a

$$S \rightarrow AB \mid BC$$

$$A \rightarrow BA \mid a$$

$$\textcolor{red}{B} \rightarrow \textcolor{red}{C} \textcolor{red}{C} \mid b$$

$$C \rightarrow AB \mid a$$

Testowane słowo: $w = baaba$

Algorytm CYK – przykład

\emptyset	B			
S, A	B	S, C	S, A	
B	A, C	A, C	B	A, C
b	a	a	b	a

$$S \rightarrow AB \mid BC$$

$$A \rightarrow BA \mid a$$

$$B \rightarrow CC \mid b$$

$$C \rightarrow AB \mid a$$

Testowane słowo: $w = baaba$

Algorytm CYK – przykład

\emptyset	B			
S, A	B	S, C	S, A	
B	A, C	A, C	B	A, C
b	a	a	b	a

$$S \rightarrow AB \mid BC$$

$$A \rightarrow BA \mid a$$

$$B \rightarrow CC \mid b$$

$$C \rightarrow AB \mid a$$

Testowane słowo: $w = baaba$

Algorytm CYK – przykład

\emptyset	B	B		
S, A	B	S, C	S, A	
B	A, C	A, C	B	A, C
b	a	a	b	a

$$S \rightarrow AB \mid BC$$

$$A \rightarrow BA \mid a$$

$$B \rightarrow CC \mid b$$

$$C \rightarrow AB \mid a$$

Testowane słowo: $w = baaba$

Algorytm CYK – przykład

\emptyset	B	B		
S, A	B	S, C	S, A	
B	A, C	A, C	B	A, C
b	a	a	b	a

$$S \rightarrow AB \mid BC$$

$$A \rightarrow BA \mid a$$

$$B \rightarrow CC \mid b$$

$$C \rightarrow AB \mid a$$

Testowane słowo: $w = baaba$

Algorytm CYK – przykład

\emptyset	B	B		
S, A	B	S, C	S, A	
B	A, C	A, C	B	A, C
b	a	a	b	a

$$S \rightarrow AB \mid BC$$

$$A \rightarrow BA \mid a$$

$$B \rightarrow CC \mid b$$

$$C \rightarrow AB \mid a$$

Testowane słowo: $w = baaba$

Algorytm CYK – przykład

\emptyset				
\emptyset	B	B		
S, A	B	S, C	S, A	
B	A, C	A, C	B	A, C
b	a	a	b	a

$$S \rightarrow AB \mid BC$$

$$A \rightarrow BA \mid a$$

$$B \rightarrow CC \mid b$$

$$C \rightarrow AB \mid a$$

Testowane słowo: $w = baaba$

Algorytm CYK – przykład

\emptyset	S, C			
\emptyset	B	B		
S, A	B	S, C	S, A	
B	A, C	A, C	B	A, C
b	a	a	b	a

$$S \rightarrow AB \mid BC$$

$$A \rightarrow BA \mid a$$

$$B \rightarrow CC \mid b$$

$$C \rightarrow AB \mid a$$

Testowane słowo: $w = baaba$

Algorytm CYK – przykład

\emptyset	SAC			
\emptyset	B	B		
S, A	B	S, C	S, A	
B	A, C	A, C	B	A, C
b	a	a	b	a

$$S \rightarrow AB \mid BC$$

$$A \rightarrow BA \mid a$$

$$B \rightarrow CC \mid b$$

$$C \rightarrow AB \mid a$$

Testowane słowo: $w = baaba$

Algorytm CYK – przykład

\emptyset	SAC			
\emptyset	B	B		
S, A	B	S, C	S, A	
B	A, C	A, C	B	A, C
b	a	a	b	a

$$S \rightarrow AB \mid BC$$

$$A \rightarrow BA \mid a$$

$$B \rightarrow CC \mid b$$

$$C \rightarrow AB \mid a$$

Testowane słowo: $w = baaba$

Algorytm CYK – przykład

S, A				
\emptyset	SAC			
\emptyset	B	B		
S, A	B	S, C	S, A	
B	A, C	A, C	B	A, C
b	a	a	b	a

$$S \rightarrow AB \mid BC$$

$$A \rightarrow BA \mid a$$

$$B \rightarrow CC \mid b$$

$$C \rightarrow AB \mid a$$

Testowane słowo: $w = baaba$

Algorytm CYK – przykład

SAC				
\emptyset	SAC			
\emptyset	B	B		
S, A	B	S, C	S, A	
B	A, C	A, C	B	A, C
b	a	a	b	a

$$S \rightarrow AB \mid BC$$

$$A \rightarrow BA \mid a$$

$$B \rightarrow CC \mid b$$

$$C \rightarrow AB \mid a$$

Testowane słowo: $w = baaba$

Algorytm CYK – przykład

SAC				
\emptyset	SAC			
\emptyset	B	B		
S, A	B	S, C	S, A	
B	A, C	A, C	B	A, C
b	a	a	b	a

$$S \rightarrow AB \mid BC$$

$$A \rightarrow BA \mid a$$

$$B \rightarrow CC \mid b$$

$$C \rightarrow AB \mid a$$

Testowane słowo: $w = baaba$

Algorytm CYK – przykład

SAC				
\emptyset	SAC			
\emptyset	B	B		
S, A	B	S, C	S, A	
B	A, C	A, C	B	A, C
b	a	a	b	a

$$S \rightarrow AB \mid BC$$

$$A \rightarrow BA \mid a$$

$$B \rightarrow CC \mid b$$

$$C \rightarrow AB \mid a$$

Testowane słowo: $w = baaba$

Algorytm CYK – przykład

SAC				
\emptyset	SAC			
\emptyset	B	B		
S, A	B	S, C	S, A	
B	A, C	A, C	B	A, C
b	a	a	b	a

$$S \rightarrow AB \mid BC$$

$$A \rightarrow BA \mid a$$

$$B \rightarrow CC \mid b$$

$$C \rightarrow AB \mid a$$

Testowane słowo: $w = baaba$

$S \in V_{15}$, zatem $w \in L(G)$