

Одеський національний університет імені І. І. Мечникова  
Факультет математики, фізики та інформаційних технологій  
Кафедра оптимального керування та економічної кібернетики

Дипломна робота

магістра

на тему: «Побудова дерева рішень у багатокрокових іграх з  
неповною інформацією»

«Decision tree creation in multistage games with incomplete information»

Виконав: студент денної форми навчання  
спеціальності 113 Прикладна математика  
Вдовін Кирило Юрійович

Керівник: канд. фіз.-мат. наук, доц. Кічма-  
ренко О. В.

Рецензент: доц. Трофімова А. В.

Рекомендовано до захисту:  
Протокол засідання кафедри  
№ \_\_\_\_ від «\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ р.  
Завідувач кафедри

Захищено на засіданні ЕК № \_\_\_\_\_  
Протокол № \_\_\_\_ від «\_\_\_\_» \_\_\_\_ р.  
Оцінка \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_  
Голова ЕК

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Одеса — 2022 р.

## ЗМІСТ

|  |   |
|--|---|
| Вступ  | 3 |
| 1 Безкоаліційні динамічні ігри з неповною інформацією  | 4 |
| 1.1 Методи зведення динамічних ігор з неповною інформацією<br>до ігор повної недосконалої інформації . . . . . | 5 |
| 2 Створення фреймворку для побудови дерева рішень для довільної<br>динамічної гри                              | 6 |
| 3 Стратегії вибору оптимального рішення щодо збудованого дерева  | 7 |
| 3.1 Принцип максимального гарантованого результату . . . . .   | 7 |
| Висновки   | 8 |
| Список літератури  | 9 |

## ВСТУП

Актуальність обраної теми зумовлена широтою сфер застосування. Теорія ігор грає центральну роль теорії галузевої організації, теорії контрактів, теорії корпоративних фінансів та багатьох інших областях.

Гра з неповною інформацією - це гра, в якій беруть участь гравці, які не мають точних знань про гру, у яку грають. Вони виникають в основному в економічних та політичних ситуаціях, де особливості середовища можуть не бути загальновідомими. Слід враховувати, що будь-яка дія в постійно мінливому середовищі спричиняє за собою реакцію протилежних гравців, залежно від їх стану та інформації, якою вони володіють про інших гравців. Таким чином, розглядаються багатостадійні ігрові стратегії за умови, що стани гравців можуть змінюватися з певною ймовірністю протягом гри.

## РОЗДІЛ 1

# БЕЗКОАЛІЦІЙНІ ДИНАМІЧНІ ІГРИ З НЕПОВНОЮ ІНФОРМАЦІЄЮ

Динамічною називається гра, в якій кожен гравець може зробити кілька ходів і принаймні один з гравців, роблячи хід, знає, який хід зробив інший гравець (можливо, він сам). У цій ситуації він стоїть перед фактами (уже зробленими раніше і відомими йому ходами) і повинен враховувати їх при виборі своїх дій. Такі ігри називають іграми з неповною інформацією або байесовськими. Їх ввів Дж. Харшанї у своїй статті 1968 року. Концепція ігор з неповною інформацією виявляється дуже плідною оскільки дозволяє моделювати різні ситуації, в яких гравці різною мірою інформовані або, іншими словами, асиметрично інформовані.

Гру в певний момент часу можна формалізувати таким чином

$$G = \langle N, \Omega, \langle A_i, u_i, T_i, \tau_i, \rho_i, C_i \rangle_{i \in N} \rangle \quad (1.1)$$

де:

- $N$  — множина гравців
- $\Omega$  - множина можливих станів природи
- $A_i$  — множина можливих дій гравця  $i$
- $u_i : \Omega \times A \rightarrow R$  — функція вигравів гравця  $i$ . Якщо гравець обирає дію  $a_i$ , то функцію можна формалізувати як  $L = \{(\omega, a_1, \dots, a_N) | \omega \in \Omega, \forall i, (a_i, \tau_i(\omega)) \in C_i\}$ , та  $u_i : L \rightarrow R$
- $T_i$  — множина типів гравця  $i$ . Тип в даний момент часу можна визначити за правилом  $\tau_i : \Omega \rightarrow T_i$
- $C_i \subseteq A_i \times T_i$  — множина можливих дій гравця  $i$ , який має тип  $T_i$
- $A_i$  — множина можливих дій гравця  $i$

## Методи зведення динамічних ігор з неповною інформацією до ігор повної недосконалої інформації

Важлива ідея, що належить Дж. Харасані, полягає в тому, що байесівські ігри можна представити як динамічні ігри з недосконалою інформацією, якщо ввести додаткового гравця - природу, що робить випадкові ходи. Те, що гравець не знає типи інших гравців, проявляється просто в тому, що він не повністю володіє інформацією про ходи, зроблені раніше природою. Це відбивається за допомогою відповідного завдання інформаційних множин. Таким чином, аналіз ігор з неповною інформацією можна завжди звести до аналізу ігор з повною, але недосконалою інформацією.

## РОЗДІЛ 2

# СТВОРЕННЯ ФРЕЙМВОРКУ ДЛЯ ПОБУДОВИ ДЕРЕВА РІШЕНЬ ДЛЯ ДОВІЛЬНОЇ ДИНАМІЧНОЇ ГРИ

## РОЗДІЛ 3

### СТРАТЕГІЇ ВИБОРУ ОПТИМАЛЬНОГО РІШЕННЯ ЩОДО ЗБУДОВАНОГО ДЕРЕВА

#### Принцип максимального гарантованого результату

Принцип максимального гарантованого результату – це один із найзагальніших принципів прийняття рішень за умов інтервальної невизначеності. Відповідно до принципу МГР невизначеність усувається запровадженням припущення, що невизначені параметри приймають найгірші для ЛПР значення. Отже, в збудованому дереві гарантуючою стратегію

Гарантуюча стратегія  $i$ -го гравця – це стратегія, яка при варіюванні змінних буду давати максимум с мінімальних значень функції виграшу. Таку стратегію можна визначити наступною формулою:

$$a_i^*(\theta) \in \mathop{Arg \max}_{a_i \in A_i} [\min_{\omega \in \Omega} u_i(A_i, \theta, \omega)] \quad (3.1)$$

Для того, щоб знайти гарантуючу стратегію  $i$ -го гравця, необхідно при фіксованих відомих параметрах  $\theta$  знайти мінімум функції виграшу за невідомими параметрами  $r \in \omega$ , а потім максимізувати результат мінімізації вибором дії  $a_i$ . Стратегія, на якій досягається максимум, і буде гарантуючою. Вектор гарантуючих стратегій гравців, називається максимінною рівновагою.

## ВИСНОВКИ

В рамках цієї роботи були проаналізовані способи побудови дерев рішень для ігр з повною та неповною інформацією. Була створена бібліотека на мові Java, яка дозволяє будувати такі дерева для довільних ігр в розгорнутій формі і був створений фронтенд додаток для візуалізації побудованого дерева.

Під час дослідження та реалізації використовувались методи оптимізації додатків на мові Java та фреймворку Spring, оскільки натівні алгоритми побудови дерева для великих даних через обмеження в обсязі пам'яті не могли бути використані. Ми дійшли висновку, що продуктивність моделі залежить від таких властивостей гри як:

- Кількість раундів гри, які потрібно змодельовати
- Кількість можливих ходів для кожного гравця в кожному раунді

Результати експерименту чітко показали, що при побудові дерева рішень час, який потрібен алгоритмам лінійно залежить від кількості узлів дерева гри. В контексті проблеми, яку ми обрали в своєму дослідженні, на основі отриманих даних, ми можемо зробити наступний висновок.



## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Циплаков А. А. Пособие по теории игр / А. А.Циплаков. — М.: Новосибирский государственный университет, 2008. — 221 с.
2. Абрамов О. В. Параметрический синтез стохастических систем с учетом требований надежности / О. В. Абрамов. — М.: Наука, 1992. — 175 с.
3. Алберт А. Регрессия, псевдоинверсия и рекуррентное оценивание / А. Алберт. — М.: Наука, 1977. — 224 с.
4. Афанасьев В. Н. Математическая теория конструирования систем управления / Афанасьев В. Н., Колмановский В. Б., Носов В. Р. — М.: Высшая школа, 2003. — 614 с.
5. Пантаев М. Ю. Матанализ с человеческим лицом, или Как выжить после предельного перехода: Полный курс математического анализа. Т. 1. / М. Ю. Пантаев. — М.: ЛЕНАНД, 2015. — 368 с.
6. Пантаев М. Ю. Матанализ с человеческим лицом, или Как выжить после предельного перехода: Полный курс математического анализа. Т. 2. / М. Ю. Пантаев. — М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2015. — 416 с.