

# Индексное инвестирование

Артём Бакулин

20 октября 2020 г.

- Рациональные инвесторы и премия за риск.
- Портфельная оптимизация.
- Capital Asset Pricing Model (CAPM).
- Метрики для оценки инвестиций.
- Факторные модели и Arbitrage Pricing Theory (APT).
- Индексное инвестирование и биржевые фонды (ETFs).

Обычно инвесторы любят доходность и не любят риск. Из двух инвестиций с одинаковым риском лучше та, которая даёт большую доходность. Из двух инвестиций с одинаковой доходностью лучше та, которая несёт меньший риск.

Является ли избегание риска (risk aversion) иррациональным поведением слабых духом? Нет! Рациональный инвестор тоже может не любить риск.

Рациональный *homo economicus* максимизирует функцию полезности (utility function). Из двух альтернатив он всегда выбирает ту, которая даёт большую полезность.

Предположим, что функция полезности рационального инвестора — десятичный логарифм количества долларов на счету. Чем больше миллиардов, тем лучше, но каждый следующий миллиард приносит меньше счастья, чем предыдущий. Реалистично? Более чем!

# Сложный выбор

Инвестор имеет на счету \$100 000, которые дают полезность  $lg 100\,000 = 5.0$ . Он должен вложить их в один из двух инструментов: в безрисковые облигации или рискованные акции.

Сценарий	Вер-ть	Облигации		Акции	
		Капитал	Полез-ть	Капитал	Полез-ть
Хороший	50%	\$105 000	5.021	\$125 000	5.097
Плохой	50%	\$105 000	5.021	\$85 000	4.929
Среднее		\$105 000	5.021	\$105 000	5.013

Рациональный инвестор выберет менее рискованную альтернативу! Это верно не только для логарифма, но и для любой выпуклой вверх функции полезности (когда каждый следующий доллар радует меньше предыдущего).

# Премия за риск

Что нужно сделать, чтобы рациональный инвестор выбрал рискованные акции или хотя бы воспринимал альтернативы безразлично? Например, пообещать более высокую доходность в хорошем сценарии и более высокое матожидание!

Сценарий	Вер-ть	Облигации		Акции	
		Капитал	Полез-ть	Капитал	Полез-ть
Хороший	50%	\$105 000	5.021	\$129 706	5.113
Плохой	50%	\$105 000	5.021	\$85 000	4.929
Среднее		\$105 000	5.021	\$107 353	5.021

Дополнительные \$2 353 в мат. ожидании — премия за риск (risk premium), которая компенсирует инвестору дискомфорт от возможных потерь в плохом сценарии.

Пусть  $P_t$  — цена актива (акции, облигации, квартиры) в момент времени  $t$ , а  $D_t$  — денежная выплата (дивиденд, купон, аренда квартиры) в этот же момент времени. Нас интересует полная доходность — рост цены (capital gain) плюс дивиденды. Считаем, что налогов нет.

$$R_{t+1} = \frac{P_{t+1} + D_{t+1}}{P_t} - 1$$

Следствие: ниже цена сегодня — выше будущая доходность, и наоборот. Например, если инвесторы требуют премию за риск, то она будет скорее отражаться в более низкой цене сегодня, чем в будущих выплатах (которые мы не всегда знаем).

Пусть  $X$  и  $Y$  — случайные величины, доходности двух активов.

Мат. ожидание линейно:

$$\mathbb{E}(\alpha X + \beta Y) = \alpha \mathbb{E}X + \beta \mathbb{E}Y$$

Дисперсия и стандартное отклонение:

$$\text{Var}(X) = \sigma_X^2 = \mathbb{E}[(X - \mathbb{E}X)^2]$$

Ковариация и корреляция:

$$\text{Cov}(X, Y) = \mathbb{E}[(X - \mathbb{E}X)(Y - \mathbb{E}Y)] = \rho \sigma_X \sigma_Y$$

Дисперсия линейной комбинации случайных величин:

$$\begin{aligned}\text{Var}(\alpha X + \beta Y) &= \alpha^2 \text{Var}(X) + \beta^2 \text{Var}(Y) + 2\text{Cov}(X, Y) = \\ &= \alpha^2 \sigma_X^2 + \beta^2 \sigma_Y^2 + 2\rho \sigma_X \sigma_Y\end{aligned}$$



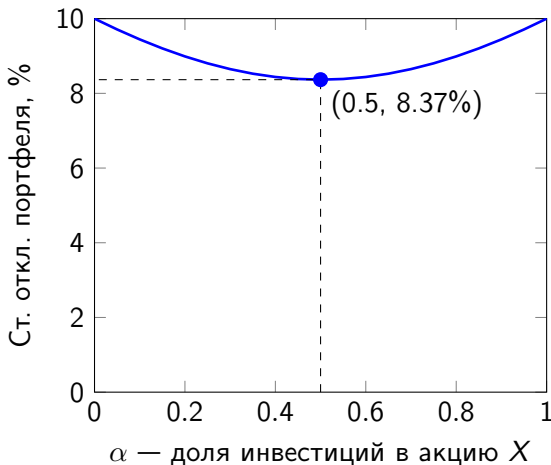
Две акции  $X$  и  $Y$  имеют одинаковые ожидаемые доходности и стандартные отклонения:  $\mu = 5\%$  и  $\sigma = 10\%$ . Корреляция доходностей  $\rho = 0.4$ . Инвестор может вложить долю  $\alpha$  своего богатства в  $X$  и долю  $(1 - \alpha)$  в  $Y$ .

Ожидаемая доходность не зависит от  $\alpha$ :

$$\begin{aligned}\mathbb{E}(\alpha X + (1 - \alpha)Y) &= \alpha \mathbb{E}X + (1 - \alpha)\mathbb{E}Y \\ &= \alpha\mu + (1 - \alpha)\mu = \mu = 5\%\end{aligned}$$

Может ли выбор  $\alpha$  уменьшить стандартное отклонение, т.е. риск?

## О пользе корреляций - 2



Вывод: диверсификация уменьшает риск при той же доходности, если корреляция активов отлична от 1.

# Оптимизация портфеля по Марковицу - 1

Актив	Доходность		Корреляция			
	Сред.	Ст. откл.	Акц.	Обл.	Нед.	Зол.
Акции	10.9%	15.2%	1.00	0.00	0.59	0.04
Облигации	5.2%	3.6%	0.00	1.00	0.19	0.28
Недвижимость	10.8%	19.2%	0.59	0.19	1.00	0.13
Золото	7.0%	15.6%	0.04	0.28	0.13	1.00

Средние годовые доходности, стандартные отклонения и корреляции по данным сайта Portfolio Visualizer (1994-2020).

# Оптимизация портфеля по Марковицу - 2

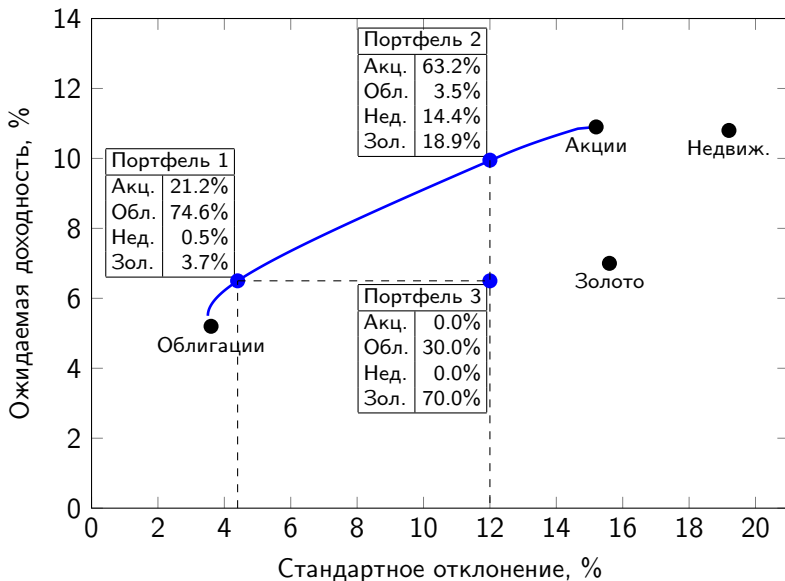
Пусть у нас есть  $n$  активов с ожидаемыми доходностями  $\mu_i$ , стандартными отклонениями  $\sigma_i$ , корреляциями  $\rho_{i,j}$ . Инвестиционный портфель задан весами  $x_j$ . Какие веса активов в портфеле минимизируют риск при фиксированной ожидаемой доходности  $r$ ?

$$x = \begin{bmatrix} x_1, \\ x_2, \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \mu = \begin{bmatrix} \mu_1, \\ \mu_2, \\ \vdots \\ \mu_n \end{bmatrix}, S = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \rho_{1,2}\sigma_1\sigma_2 & \cdots & \rho_{1,n}\sigma_1\sigma_n \\ \rho_{2,1}\sigma_2\sigma_1 & \sigma_2^2 & \cdots & \rho_{2,n}\sigma_2\sigma_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{n,1}\sigma_n\sigma_1 & \rho_{n,2}\sigma_n\sigma_2 & \cdots & \sigma_n^2 \end{bmatrix}$$

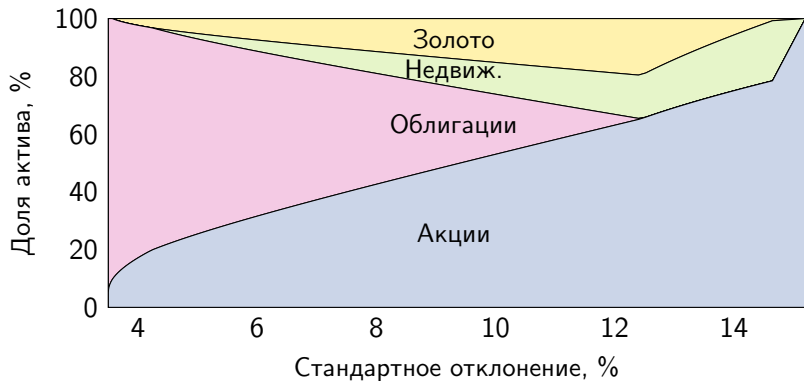
Задача квадратичного программирования (quadratic programming):

$$\begin{cases} x^T S x \rightarrow \min \\ \mu^T x = r \\ \sum x_i = 1 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

# Граница эффективности - 1



## Граница эффективности - 2



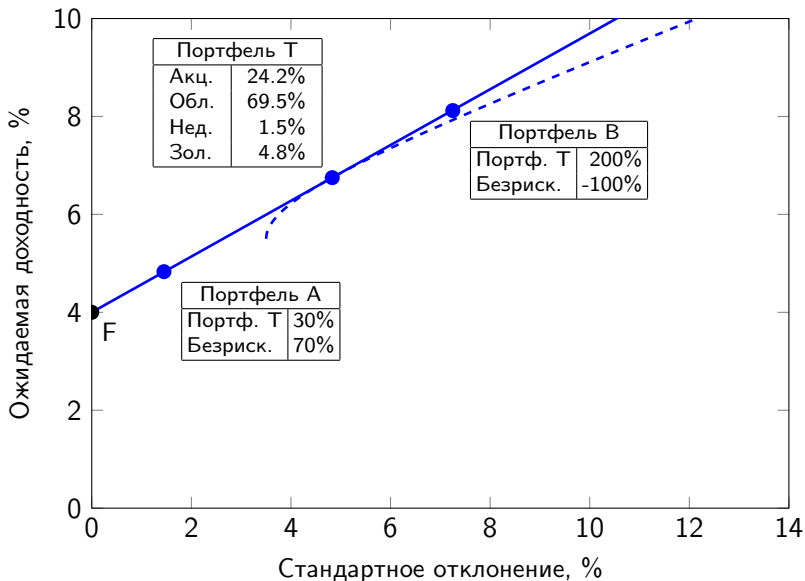
Граница эффективности (efficient frontier) — линия, на которой лежат портфели, имеющие минимальный риск при заданном уровне доходности. Обычно портфели на границе содержат комбинацию базовых активов, а не какой-то один из них.

# Оптимизация с безрисковым активом - 1

Предположим, что на рынке есть безрисковый (risk-free)  $F$ , который имеет стандартное отклонение 0%. Пример: короткие Treasury Bills (ни единого разрыва за 230 лет).

Предположим также, что инвесторы могут занимать деньги под безрисковую процентную ставку.

## Оптимизация с безрисковым активом - 2





# Оптимизация с безрисковым активом - 3

Теорема о двух фондах: любой портфель на новой границе эффективности можно представить как линейную комбинацию безрискового актива  $F$  и касательного (tangent) портфеля рискованных активов  $T$ .

В зависимости от предпочтительного баланса риска и доходности, все инвесторы будут держать разные количества  $F$  и  $T$ . Однако никто не будет держать отличную от  $T$  комбинацию рискованных активов, потому что такая комбинация будет заведомо хуже (меньше доход при том же риске или больший риск при той же доходности).

Вывод: портфель  $T$  — это весь рынок рискованных активов (market portfolio)!

Обозначим  $R_{free}$  и  $R_{mkt}$  доходности безрискового актива и рыночного портфеля, а  $\sigma_{mkt}$  — стандартное отклонение рыночного портфеля. Инвестор вложил долю  $\beta$  своего богатства в рыночный портфель, а долю  $1 - \beta$  — в безрисковый актив. Какую среднюю доходность  $\mathbb{E}(R)$  он получит?

$$\begin{aligned}\mathbb{E}(R) &= \mathbb{E}[\beta R_{mkt} + (1 - \beta)R_{free}] \Leftrightarrow \\ \mathbb{E}(R) - R_{free} &= \beta(\mathbb{E}(R_{mkt}) - R_{free})\end{aligned}$$

Избыточная доходность (excess return) составного портфеля зависит от  $\beta$  — чувствительности к рыночному риску (market risk). Это верно для портфелей на границе эффективности. Но вдруг это верно для любого актива в экономике?

# Capital Asset Pricing Model

Можно доказать, что ожидаемая доходность  $\mathbb{E}(R_{asset})$  любого актива на рынке равна

$$\mathbb{E}(R_{asset}) = R_{free} + \frac{Cov(R_{asset}, R_{mkt})}{Var(R_{mkt})} (\mathbb{E}(R_{mkt}) - R_{free})$$

Обозначим

$$\beta_{asset} = \frac{Cov(R_{asset}, R_{mkt})}{Var(R_{mkt})} = \rho_{asset, mkt} \frac{\sigma_{asset}}{\sigma_{mkt}}$$

Тогда:

$$\mathbb{E}(R_{asset}) - R_{free} = \beta_{asset} \underbrace{(\mathbb{E}(R_{mkt}) - R_{free})}_{\text{премия за риск}}$$

Это формулировка Capital Asset Pricing Model (CAPM).

$$\mathbb{E}(R_{asset}) - R_{free} = \beta_{asset}(\mathbb{E}(R_{mkt}) - R_{free})$$
$$\beta_{asset} = \frac{\text{Cov}(R_{asset}, R_{mkt})}{\text{Var}(R_{mkt})} = \rho_{asset, mkt} \frac{\sigma_{asset}}{\sigma_{mkt}}$$

Доходность любого актива зависит от его «беты». «Бета» 1.5 означает, что если рынок растёт (падает) на 1%, то актив в среднем растёт (падает) на 1.5%. Придумайте примеры акций с  $\beta < 1$  и  $\beta > 1$ ?

Можно сказать, что «бета» отражает чувствительность актива к некому глобальному рыночному риску (market risk) или систематическому риску (systematic risk). Насколько актив растёт вместе с рынком в хорошие времена, и насколько он падает вместе с рынком в плохие.

# Идиосинкратический риск

Каждый актив (каждая акция) несёт свой собственный специфический риск. Самолёт авиакомпании может упасть, завод корпорации может сгореть. Этот идиосинкратический (idiosyncratic) риск можно уменьшить до нуля диверсификацией (diversify away). Рациональный инвестор держит в портфеле тысячи активов, поэтому не страдает от этого риска.

Вывод: идиосинкратический риск не входит в цену активов! Вы не зарабатываете дополнительную премию за риск, если держите в портфеле всего одну (пусть даже самую любимую) акцию. Все остальные инвесторы диверсифицировали этот риск и поэтому не требуют премию за риск (т.е. скидку в цене).

Систематический риск нельзя диверсифицировать. Инвесторы должны с ним мириться, поэтому требуют и получают компенсацию.

Какую из двух акций выбрать?

Состояние мира	Вероятность	Акция 1	Акция 2
Состояние 1	50%	\$1 000	\$500
Состояние 2	50%	\$500	\$1 000
Мат. ожидание		\$750	\$750

Какую из двух акций выбрать?

Состояние мира	Вероятность	Акция 1	Акция 2
Потеря работы	50%	\$1 000	\$500
Премия \$10 000	50%	\$500	\$1 000
Мат. ожидание		\$750	\$750

Какую из двух акций выбрать?

Состояние мира	Вероятность	Акция 1	Акция 2
Потеря работы	50%	\$1 000	\$500
Премия \$10 000	50%	\$500	\$1 000
Мат. ожидание		\$750	\$750

Инвестор с выпуклой вверх функцией полезности ценит активы, которые приносят доход в плохие времена, когда остальные активы падают. Такой актив сглаживает удар по потреблению и поэтому стоит дорого.

Если актив приносит доход в хорошие времена, когда каждый дополнительный доллар не так ценен, то инвестор требует премию за риск.



В рамках CAPM в рыночный портфель входят не только акции, а вообще все активы в экономике, включая недвижимость, самолёты и пароходы. Далеко не все эти активы являются торгуемыми. Для практического применения CAPM нужно выбрать «прокси» — портфель торгуемых активов. Обычно это фондовый индекс.

- Standard and Poor's 500 — 500 крупнейших компаний США.
- Russel 2000 — 2000 крупнейших компаний США.
- STOXX 600 — 600 крупнейших компаний Европы.
- ММВБ (рубли) и РТС (доллары) — 42 крупнейшие компании России.
- MSCI World — 1600 крупнейших компаний мира.

Фондовый индекс — индикатор состояния рынка, отражающий изменение цены заданной корзины ценных бумаг. Самый распространённый тип индекса — индекс, взвешенный по капитализации (cap-weighted).

$$Index = \frac{\sum P_i Q_i}{D}$$

Здесь  $P_i$  — цена бумаги  $i$ ,  $Q_i$  — число бумаг  $i$  в свободном обращении (free-float).

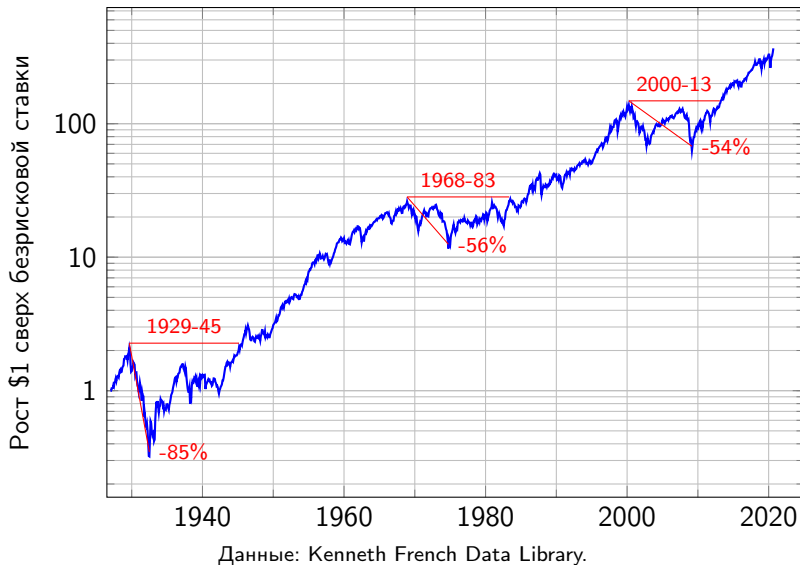
Делитель  $D$  обычно подбирают так, чтобы в момент самого первого расчёта индекс был круглым числом (например, 100). Впоследствии его подправляют при изменении состава индекса, разделении акций, и т.п.

# Рыночная премия за риск - 1

$$\mathbb{E}(R_{asset}) - R_{free} = \beta_{asset}(\mathbb{E}(R_{mkt}) - R_{free})$$

Ожидаемая избыточная доходность инвестиций пропорциональна мере систематического риска  $\beta_{asset}$  и рыночной премии за риск (market risk premium)  $\mathbb{E}(R_{mkt}) - R_{free}$ . О какого порядка премии мы говорим?

# Рыночная премия за риск - 2



## Рыночная премия за риск - 3

Период	Сред. (ст. откл.)	<i>t</i> -тест	<i>p</i> -знач.	99% дов. инт.
1927–1959	11.2% (24.9%)	2.61	1.3%	[2.5%, 20.1%]
1960–1989	5.2% (16.9%)	1.69	10.3%	[-1.1%, 11.5%]
1990–2020	9.0% (17.7%)	2.81	0.9%	[2.5%, 15.5%]
1960–2020	7.1% (17.3%)	3.21	0.2%	[2.7%, 11.5%]
1927–2020	8.6% (20.2%)	4.11	<0.1%	[4.4%, 12.7%]

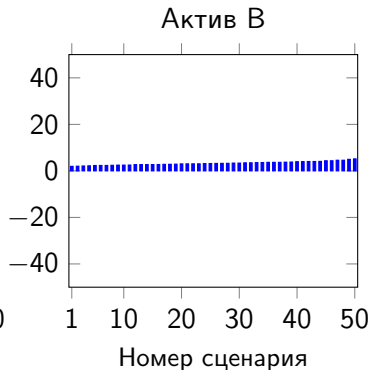
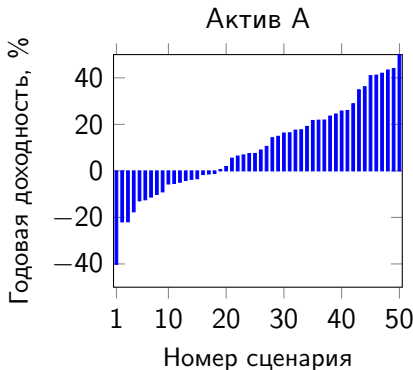
Годовые доходности сверх безрисковой процентной ставки.

Данные: Kenneth French Data Library.

Внимание! Есть точка зрения, что историческая доходность рынка США слишком высока и является загадкой (equity risk premium puzzle). Инвесторы должны очень-очень не любить риск, чтобы спрос и предложение уравнились на такой премии за риск. Не имеем ли мы дело с эффектом выжившего (survivorship bias)?

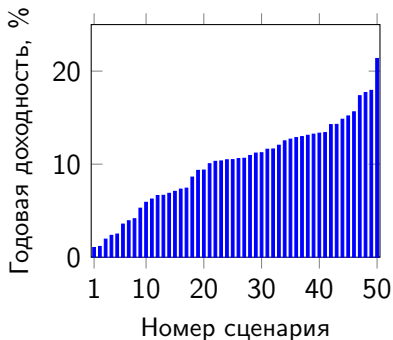
# Избегание риска - 1

Вы должны вложить весь свой капитал на срок 15 лет. Какой актив выбрать: А или В?

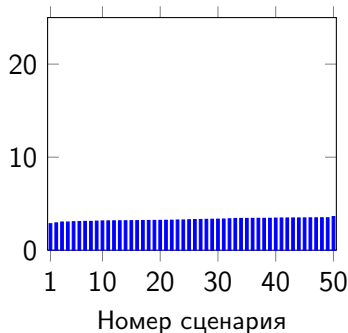


Вы должны вложить весь свой капитал на срок 15 лет. Какой актив выбрать: С или D?

Актив С



Актив D



Активы А и С — рынок акций США. Активы В и D — безрисковые облигации. Графики А и В показывают доходность за один наудачу выбранный год. Графики С и D показывают доходность за наудачу выбранные 15 лет подряд.

Ричард Талер считает, что существует эффект «близорукого избегания риска». Мы не можем сложить в уме 15 случайных годовых доходностей и оценить распределение суммы. Инвесторы интуитивно умножают годовые колебания на 15 и переоценивают риск. На деле шанс получить отрицательную доходность на горизонте 15 лет не так велик, потому что центральная предельная теорема усредняет краткосрочные колебания.

Следствие. Чем реже вы проверяете состояние счёта, тем более рискованный (и более доходный) портфель вы можете себе позволить.



Отношение Шарпа (Sharpe ratio) — отношение средней избыточной доходности к её стандартному отклонению.

$$\overline{R_{excess}} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (R_{portfolio,t} - R_{free,t})$$
$$Sharpe = \frac{\overline{R_{excess}}}{\sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n (R_{portfolio,t} - R_{free,t} - \overline{R_{excess}})^2}}$$

Хозяйке на заметку: касательный (tangent) портфель имеет максимальное отношение Шарпа среди всех портфелей, составленных из рискованных активов.

# Отношение Сортино

Отношение Сортино (Sortino information ratio) — отношение доходности сверх минимально допустимой  $R_{min}$  (minimum acceptable return) к волатильности «вниз».

$$\overline{R_{excess}} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (R_{portfolio,t} - R_{min,t})$$

$$Sortino = \frac{\overline{R_{excess}}}{\sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n (\min[0, R_{portfolio,t} - R_{min,t}])^2}}$$

В качестве минимально допустимой доходности можно использовать как константу (например, 0), так и переменную величину (например, безрисковую доходность).

# Геометрическое среднее

Арифметическое среднее доходностей — лучшая оценка того, что случится с вашими инвестициями в следующий период (месяц, год). Если вы оцениваете инвестиции на несколько периодов, то используйте геометрическое среднее.

$$GeomMean = \left( \prod_{t=1}^n (1 + R_{portfolio,t} - R_{free,t}) \right)^{\frac{1}{n}} - 1$$

Период	Арифм. сред. (ст. откл.)	Геом. сред.	Отнош. Шарпа	Отнош. Сортино
1927–1959	11.2% (24.9%)	8.3%	0.45	1.00
1960–1989	5.2% (16.9%)	3.8%	0.31	0.58
1990–2020	9.0% (17.7%)	7.4%	0.51	1.02
1960–2020	7.1% (17.3%)	5.6%	0.41	0.80
1927–2020	8.6% (20.2%)	6.5%	0.42	0.88

Годовые доходности сверх безрисковой процентной ставки.

Данные: Kenneth French Data Library.



Можно ли предсказать, какой будет equity risk premium в следующем году, чтобы если она будет отрицательной, то пересидеть год в безрисковом активе? Скорее нет, чем да.

Welch, Goyal (2008): отношения P/E (цена акции к прибыли), D/P (дивиденды к цене акции) и другие не предсказывают рыночную доходность out of sample. То есть они не лучше предсказания «в следующем году доходность будет равна средней доходности в прошлом».

В 2015–2019 годах многие аналитики строили графики дробей «что-то на что-то» и предсказывали обвал рынка. Пришёл март 2020 г. и обвал на 35% случился. Случился ли он из-за «перегретости рынка» или из-за пандемии?

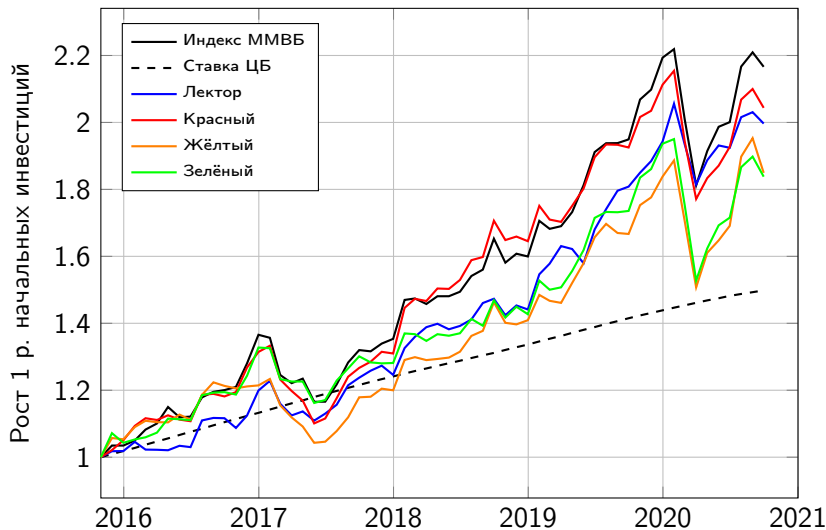
Лектор составил портфель акций на Московской бирже в ноябре 2015 г. За 5 лет он заработал 100%. Три паевых фонда, красный, жёлтый и зелёный, заработали 104%, 85% и 84%. Молодцы ли лектор и управляющие фондами?

Лектор составил портфель акций на Московской бирже в ноябре 2015 г. За 5 лет он заработал 100%. Три паевых фонда, красный, жёлтый и зелёный, заработали 104%, 85% и 84%. Молодцы ли лектор и управляющие фондами?

Безрисковая процентная ставка (ключевая ставка ЦБ) за тот же период дала бы 50%. Индекс ММВБ полной доходности (включая дивиденды минус налоги) вырос на 117%.

Какой риск взяли на себя лектор и управляющие, и получили ли они компенсацию за этот риск?

## Оценка успеха управляющих - 2



CAPM говорит, что избыточная доходность портфеля прямо пропорциональна рыночному риску:

$$\mathbb{E}(R_{fund}) - R_{free} = \beta_{portfolio}(\mathbb{E}(R_{mkt}) - R_{free})$$

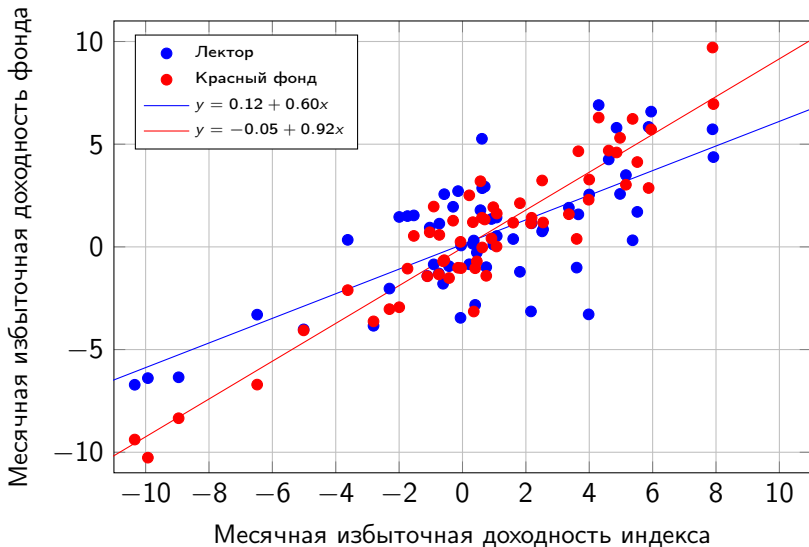
Посчитаем ежемесячные доходности рынка, портфеля и безрискового актива, а затем оценим линейную регрессию:

$$R_{fund,t} - R_{free,t} = \alpha + \beta(R_{mkt,t} - R_{free,t}) + \epsilon_t, \epsilon_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\epsilon^2)$$

По CAPM,  $\alpha = 0$ . Если управляющий имеет положительную «альфу», то он зарабатывает больше, чем можно было бы ожидать при данном уровне систематического риска.



## Регрессия для оценки результатов - 2



## Регрессия для оценки результатов - 3

Фонд	$\hat{\alpha}$ (ст. откл.)	$\hat{\beta}$ (ст. откл.)	$R^2$	Отнош. Шарпа	Отнош. Сортино
Лектор	0.12% (0.29%)	0.60 (0.07)	0.54	0.60	1.08
Красный	-0.05% (0.18%)	0.92 (0.05)	0.87	0.55	0.90
Жёлтый	-0.20% (0.26%)	0.91 (0.07)	0.75	0.38	0.62
Зелёный	-0.28% (0.16%)	1.00 (0.04)	0.91	0.37	0.58
Индекс	0.00% (0.00%)	1.00 (0.00)	1.00	0.64	1.02

(59 месячных доходностей 11.2015–09.2020. Значения  $\hat{\alpha}$  и  $\hat{\beta}$  для месячных доходностей. Отношения Шарпа и Сортино сконвертированы в годовое выражение умножением на  $\sqrt{12}$ .)

Вывод: инвесторы фондов зарабатывают меньше, чем могли бы при том же уровне систематического риска.

Кстати, лучшее отношение Шарпа — у индекса. Совпадение?

# Дополнительные факторы риска

Согласно CAPM, единственный риск, за который можно заработать премию — это систематический рыночный риск. Так ли это на самом деле? Вдруг лектор с положительной «альфой» (забудем на минуту, что она не статистически значимая) на самом деле заработал на другом риске?

Несколько наблюдений об американском рынке акций:

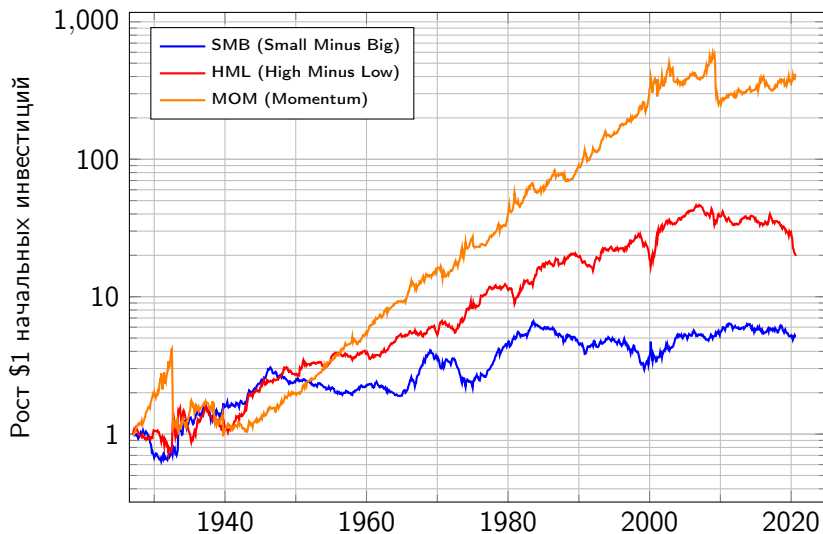
- Эффект размера (size effect). Акции небольших компаний растут лучше, чем акции крупных.
- Эффект стоимости (value effect). Акции компаний с высоким отношением бухгалтерского капитала (book value) к рыночной капитализации (market cap) растут лучше, чем акции компаний с низким отношением.
- Инерция (momentum). Акции, которые выросли в прошлом году, растут лучше, чем акции, упавшие в прошлом году.

Составим синтетические портфели, которые будут зарабатывать деньги за счёт эффектов размера, стоимости и инерции.

- SMB (Small Minus Big): покупаем 50% самых маленьких акций, продаём 50% самых больших.
- HML (High book/market Minus Low book/market): покупаем 33% акций с высоким отношением book/market, продаём 33% акций с низким отношением.
- MOM (MOMentum): покупаем 30% лучших акций прошлого года, продаём 30% худших.

Оказывается, что все три портфеля имеют положительную историческую доходность. При этом сами стратегии довольно простые, скорее даже механические!

# Доходности факторных портфелей - 1



Данные: Kenneth French Data Library.

## Доходности факторных портфелей - 2

Фактор	Период	Сред. (ст. откл.)	<i>t</i>	<i>p</i>	99% дов. инт.
SMB	1927–59	3.4% (13.6%)	1.41	16.7%	[-1.5%, 8.2%]
	1960–89	3.3% (13.9%)	1.29	20.9%	[-1.9%, 8.4%]
	1990–20	0.8% (9.2%)	0.49	62.7%	[-2.6%, 4.2%]
	1960–20	2.0% (11.7%)	1.34	18.4%	[-1.0%, 5.0%]
	1927–20	2.5% (12.4%)	1.95	5.4%	[-0.0%, 5.0%]
HML	1927–59	5.1% (14.1%)	2.07	4.7%	[0.1%, 10.0%]
	1960–89	6.1% (11.1%)	3.03	0.5%	[2.0%, 10.3%]
	1990–20	1.2% (15.3%)	0.42	67.7%	[-4.5%, 6.8%]
	1960–20	3.6% (13.5%)	2.08	4.1%	[0.1%, 7.1%]
	1927–20	4.1% (13.7%)	2.92	0.4%	[1.3%, 6.9%]
MOM	1927–59	7.4% (17.8%)	2.40	2.3%	[1.1%, 13.7%]
	1960–89	10.5% (12.8%)	4.49	0.0%	[5.7%, 15.2%]
	1990–20	6.6% (16.4%)	2.24	3.3%	[0.6%, 12.6%]
	1960–20	8.5% (14.7%)	4.50	<0.1%	[4.7%, 12.3%]
	1927–20	8.1% (15.8%)	4.98	<0.1%	[4.9%, 11.4%]

Годовые доходности 1927–2020. Данные: Kenneth French Data Library

Вернёмся к анализу успеха управляющих и дополним регрессию новыми факторами.

$$R_{fund,t} - R_{free,t} = \alpha + \beta_{mkt}(R_{mkt,t} - R_{free,t}) + \\ + \beta_{smb}R_{smb,t} + \beta_{hml}R_{hml,t} + \beta_{mom}R_{mom,t} + \epsilon_t$$

Если регрессия покажет, что  $\beta_{smb} > 0$ , то это означает, что управляющий сделал ставку на эффект размера и заработал (или не заработал) премию за риск.

Fama and French (2010): средняя четырёхфакторная «альфа» ПИФов акций на рынке США -1.1% в год с учётом комиссий.

## Другие факторы риска

Факторный анализ позволяет понять, на какой риск делает ставку ваш управляющий (или вы сами). «Нет альфы, есть только скрытые беты».

Примеры объясняющих факторов, не связанных с акциями:

- Форма кривой процентных ставок (доходность 10Y облигаций минус доходность 1Y облигаций).
- Кредитный спред (доходность облигаций с рейтингом BBB минус доходность Treasury).
- Валютный кэрри-трейд (валюты с высокими процентными ставками минус валюты с низкими процентными ставками).
- Проданные опционы (доходность стрэддла или пут-опциона на индекс).

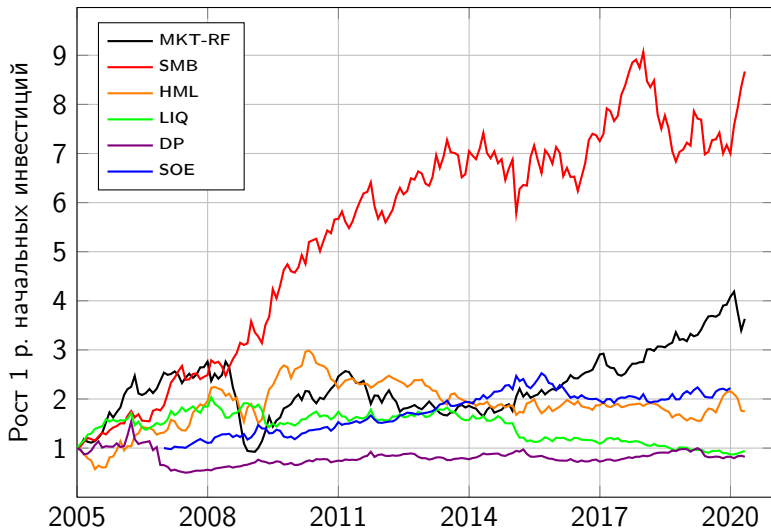


# Факторы риска на рынке России - 1

На сайте ИПЭИ РАНХиГС (<https://ipei.ranepa.ru/ru/capm-ru>) собраны временные ряды факторных портфелей, составленных из российских акций.

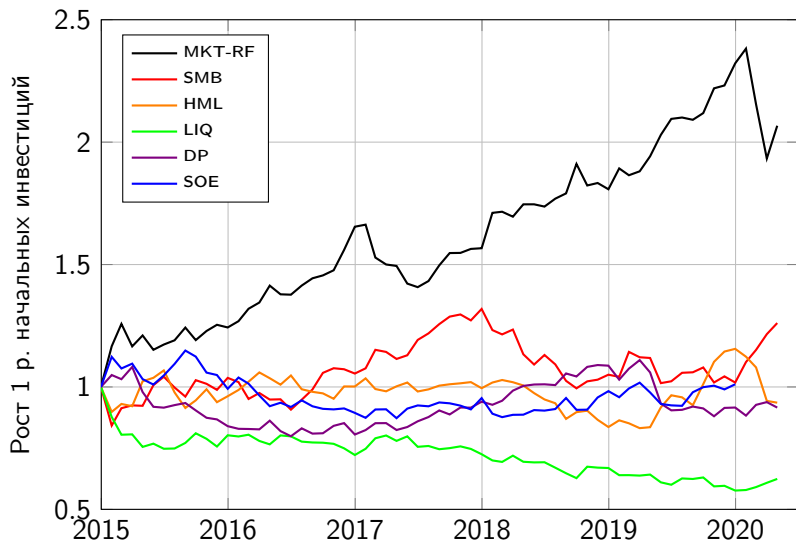
- MKT-RF: рынок минус безрисковая ставка (как в CAPM).
- SMB: как у Фамы-Френча-Кархарта.
- HML: как у Фамы-Френча-Кархарта.
- MOM: как у Фамы-Френча-Кархарта.
- LIQ (LIQuidity): неликвидные акции минус ликвидные.
- DP (Dividend/Price): акции с высокой дивидендной доходностью (низким отношением дивиденд/цена) минус акции с низкой дивидендной доходностью.
- SOE (State-Owned Enterprise): частные компании минус компании с гос. участием.

## Факторы риска на рынке России - 2



Данные: ИПЭИ РАНХиГС.

## Факторы риска на рынке России - 3



Данные: ИПЭИ РАНХиГС.



## Факторы риска на рынке России - 4

Фактор	Сред. (ст. откл.)	$t$	$p$	99% дов. инт.
MKT-RF	0.93% (6.6%)	1.90	5.9%	[-0.0%, 1.9%]
SMB	1.30% (4.9%)	3.58	<0.1%	[0.6%, 2.0%]
HML	0.53% (6.8%)	1.05	29.4%	[-0.5%, 1.5%]
LIQ	0.06% (4.4%)	0.20	84.5%	[-0.6%, 0.7%]
DP	0.07% (5.7%)	0.16	87.3%	[-0.8%, 0.9%]
SOE	0.58% (3.6%)	2.00	4.8%	[0.0%, 1.1%]

Месячные доходности 01.2005–04.2020. SOE: 01.2007–12.2019.

Данные: ИПЭИ РАНХиГС.

Статистически значимый фактор — размер (SMB). С натяжкой — весь рынок (MKT-RF) и частные компании против государственных (SOE). Стоимость (HML), дивидендная доходность (DP) и неликвидность (LIQ), похоже, не дают статистически значимой дополнительной доходности.

# Факторный анализ доходностей

Вернёмся к вопросу положительной «альфы» лектора. Что будет, если мы добавим в регрессию дополнительные факторы? Сравним две регрессии:

$$R_{fund,t} - R_{free,t} = \alpha + \beta_{mkt}(R_{mkt,t} - R_{free,t}) + \epsilon_t$$

$$R_{fund,t} - R_{free,t} = \alpha + \beta_{mkt}(R_{mkt,t} - R_{free,t}) + \beta_{soe}R_{soe,t} + \epsilon_t$$

Параметр	Регрессия 1	Регрессия 2
$\hat{\alpha}$	0.12% (0.32%)	0.04% (0.30%)
$\hat{\beta}_{mkt}$	0.58 (0.096)	0.68 (0.098)
$\hat{\beta}_{soe}$	—	0.28 (0.10)
$R^2$	0.42	0.49

(50 месячных наблюдений 11.2015–12.2019)

«Альфа» уменьшилась в 3 раза. Неужели лектор просто не любит госкомпаний? Остальные факторы не улучшают регрессию.

# Arbitrage Pricing Theory - 1

Предположим, что есть  $k$  торгуемых факторов систематического риска с доходностями  $R_i$ . Тогда ожидаемая избыточная доходность любого актива должна быть равна

$$\mathbb{E}(R_{asset}) - R_{free} = \beta_1 \mathbb{E}(R_1) + \dots + \beta_k \mathbb{E}(R_k)$$

Пусть это не так, и есть актив с положительной  $\alpha$  в регрессии

$$R_{asset,t} - R_{free,t} = \alpha + \beta_1 R_{1,t} + \dots + \beta_k R_{k,t} + \epsilon_t, \epsilon_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\epsilon^2)$$

Инвестор, который стремится совершить арбитраж (заработать деньги из воздуха), купит актив и продаст все факторы в соответствии с весами  $\beta_i$ :

$$R_{asset} - \beta_1 R_1 - \dots - \beta_k R_k = R_{free} + \alpha + \epsilon$$

$$R_{asset} - \beta_1 R_1 - \dots - \beta_k R_k = R_{free} + \alpha + \epsilon$$

Правая часть – случайная величина со средним  $R_{free} + \alpha$  и стандартным отклонением  $\sigma_\epsilon$ . Таким образом, отношение Шарпа равно  $\alpha/\sigma_\epsilon$ .

Если регрессия, из которой мы вычленили  $\alpha$  и  $\beta_i$ , хорошо объясняет доходность актива (имеет высокий  $R^2$ ), то стандартное отклонение ошибки регрессии  $\sigma_\epsilon$  будет достаточно малым.

Чем лучше факторы объясняют актив, тем выше отношение Шарпа, которое заработает арбитражёр, и тем быстрее арбитражёры исправят ошибку рынка.

Активное управление портфелем, выбор акций — игра с нулевой суммой. Чтобы кто-то имел положительную «альфу» относительно индекса, кто-то должен иметь отрицательную «альфу». Немногие управляющие бьют индекс, а успех в прошлом чаще всего не означает успех в будущем.

Возможно, средний инвестор получит лучший результат (более высокую доходность при том же уровне риска), если купит все акции из индекса и будет зарабатывать рыночную премию за риск. Однако, купить каждую из 500 акций индекса самостоятельно — довольно проблематично.

Индексный паевой фонд (index mutual fund) принимает деньги инвесторов и покупает на них акции, составляющие индекс, в той же пропорции, что и в индексе.



Задача индексного фонда — дать возможность инвестору купить «бету» с минимальными накладными расходами. Меньше расходы на управление (не нужна армия аналитиков) — лучше результат инвестора.

Задача инвестора — не искать управляющего, который обеспечит «альфу», и не пытаться создать «альфу» самостоятельно, а выбрать «бету» (или «беты») и смириться со средней рыночной премией за риск.

Типичная комиссия за управление индексным фондом в США (не в России) — единицы или десятки базисных пунктов (1 б.п. = 0.01%) в год. Например, самый крупный фонд на индекс S&P 500 от Vanguard стоит 0.03% (3 сотых процента) в год.

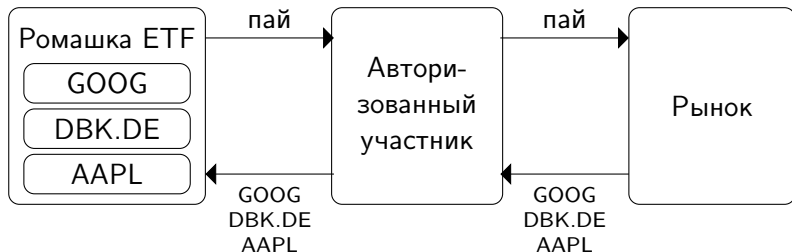
Биржевые фонды (exchange traded funds) — паевые фонды, паи (акции) которых торгуются на бирже. Задача ETF такая же, как у обычного индексного фонда — дать инвестору возможность купить индекс с минимальными расходами.

Цена на пай ETF определяется спросом и предложением на рынке. Гипотетически, на идеальном рынке цена (market price) пая ETF всегда в точности равна цене акций, которыми владеет ETF (net asset value, NAV).

Чтобы помочь невидимой руке рынка уравнивать цену пая с ценой акций из индекса, фонд назначает авторизованных участников (authorized participants). Эти участники имеют право получать и гасить паи фонда в обмен на корзины акций из индекса.

# Роль авторизованных участников - 1

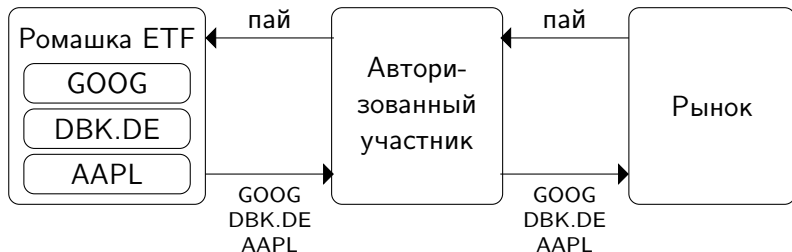
Ситуация 1: пай фонда стоит дороже корзины акций. Авторизованный участник покупает акции с рынка, меняет их на пай фонда, продаёт пай на рынке.



Цена корзины акций растёт, цена пая фонда снижается.

## Роль авторизованных участников - 2

Ситуация 2: пай фонда стоит дешевле корзины акций. Авторизованный участник покупает пай фонда на рынке, меняет его на корзину акций, продаёт акции на рынке.



Цена корзины акций снижается, цена пая фонда растёт.

# Специфические риски биржевых фондов

Механизм авторизованных участников может дать сбой в кризис. Лектор имеет радость владеть ETF-ом облигаций, который просел относительно net asset value на 6% в марте 2020 г. Если бы в этот момент лектору срочно понадобились деньги, было бы очень обидно.

Чтобы заработать что-то большее, чем минимальная комиссия за управление, многие фонды одалживают ценные бумаги желающим продать их в короткую (margin lending). Гипотетически, возможен сценарий, когда фонду не вернут бумаги и он понесёт убытки.

Некоторые фонды (особенно фонды золота и биржевых товаров) являются «синтетическими». Внутри — не корзина товаров, а дериватив, total return swap с крупным банком. У инвестора фонда возникает кредитный риск на банк.

Могут ли все-все-все инвесторы инвестировать только в индекс? Вряд ли. Кто же будет оценивать отдельные акции относительно друг друга, покупать хорошие компании и продавать плохие?

На рынке есть неэффективности (inefficiencies) и несовершенства (imperfections). У вас будет шанс заработать премию за риск, который не могут или не хотят взять другие, если на вас не распространяются некоторые регуляторные ограничения, если у вас другая чувствительность к риску, или есть конкурентное преимущество в технологиях.

Впрочем, затраты на поиск и эксплуатацию несовершенств рынка могут превысить ожидаемую премию за риск.

Подробнее в Pedersen «Efficiently Inefficient» (2015).

- Диверсифицируйтесь! По классам активов, по валютам, по брокерам и банкам, по странам.
- Не вкладывайте всю сумму разом. Регулярные небольшие взносы уменьшают риск просидеть без доходности 15 лет.
- Всегда оценивайте, какой риск вы (или ваш управляющий) берёте на себя, вознаграждается ли этот риск рынком, и почему вы готовы его держать, а продавец актива — нет.
- Если вы не торгуете 8/5, то задумайтесь об индексном инвестировании через дешёвый ПИФ или ETF.
- Выберите такой уровень риска (например, соотношение акции/облигации), при котором вы, с вашей личной чувствительностью к риску, сможете крепко спать по ночам.

Портфель «Сам себе пенсионный фонд»: Vanguard VT (FTSE Global All Cap), FinEx FXUS (MSCI USA), FXCN (MSCI China), FXDE (MSCI Germany). Автоматическое пополнение на 10% от зарплаты и премий (когда они есть).

Портфель «Когда нет индексного фонда»: акции на Московской бирже. AFLT, AKRN, GCHE, GMKN, LKOH, MOEX, MTSS, TATNP, UPRO.

Портфель «Облигации»: инфляционные ОФЗ-ИН 52001.

Портфель «Отток капитала»: iShares IVV (S&P 500), iShares IGSB (1-3Y Corp Bonds), Xtrackers DX2X (STOXX 600), Xtrackers D5BG (EUR Corp Bonds).

Акции/облигации: 35/65. Рубли/доллары/евро: 33/33/33.



- Горяев, Чумаченко. «Финансовая грамота» (2012).
- Pedersen. «Efficiently Inefficient» (2015).
- Cochrane. «Asset Pricing: Revised Edition» (2005).
- Welch. «Investments» (2009).
- Bali, Engle, Murray. «Empirical Asset Pricing» (2016).