

Санкт-Петербургский государственный университет

Кафедра системного программирования

Группа ТП.22Б07-мм

Экспериментальное исследование
производительности алгоритма обхода
графа в ширину

БУРАШНИКОВ Артем Максимович

Отчёт по учебной практике
в форме «Эксперимент»

Научный руководитель:
доцент кафедры информатики, к. ф.-м. н., С. В. Григорьев

Санкт-Петербург
2023

Оглавление

Введение	3
1. Постановка задачи	4
2. Сопутствующие исследования	5
3. Детали реализации	6
3.1. GraphBlas	6
3.2. Концепция алгоритма	6
3.3. Параллелизм	7
3.4. Реализация алгоритма на языке F#	9
4. Эксперимент	10
4.1. Характеристики оборудования	10
4.2. Исследовательские вопросы	11
4.3. Используемые метрики	11
4.4. Набор данных	12
4.5. Постановка эксперимента	12
4.6. Анализ результатов	12
Заключение	13
Список литературы	14

Введение

Использование такой абстракции как *граф* для анализа и изучения различных форм реляционных данных имеет большое значение. Теоретические проблемы, существующие в областях применения, включают в себя определение и выявление значащих объектов, обнаружение аномалий, закономерностей или внезапных изменений, кластеризацию тесно связанных сущностей. Поиск в ширину (англ. — *Breadth-First Search, BFS*) и поиск в глубину (англ. — *Depth-First Search, DFS*) являются двумя основными алгоритмами для систематического исследования графов.

Для удовлетворения задач теоретического анализа в современных приложениях важна скорость вычислений. Одним из способов получить ускорение выступают *параллельные вычисления*, дающие выигрыш в производительности на современных многоядерных системах. Благодаря природе своей работы, алгоритм обхода в ширину естественным образом позволяет внедрять в свою реализацию использование дополнительных потоков и ядер процессора. Таким образом, простота реализации, широкая область применения и возможность использования параллельных вычислений делают BFS популярным инструментом и объектом исследований.

Нужно отметить, что внедрение дополнительных потоков не всегда может давать существенный прирост производительности, а в каких-то случаях — значительно замедлить работу алгоритма. Поэтому интерес данной работы представляет параллельная реализации BFS и характеристики графов, для которых она оказывается эффективнее последовательной.

1. Постановка задачи

Целью работы является провести экспериментальное исследование производительности обхода в ширину и ответить на следующие вопросы.

1. При каких параметрах графа выгоднее использовать параллельную версию алгоритма, а при каких последовательную?
2. Использование какого количества потоков даёт наибольший выигрыш в производительности и почему?

Для её выполнения были поставлены перечисленные ниже задачи.

- Реализовать параллельную и последовательную версии алгоритма обхода в ширину с использованием структур, подходящих для хранения в памяти компьютера разреженных матриц и векторов.
- Оценить влияние конкретных характеристик графа и количества используемых потоков на итоговую производительность BFS и найти критические величины этих параметров.

Выполнение поставленных задач позволит определить какая версия алгоритма (последовательная или параллельная) предпочтительнее к использованию при том или ином сценарии.

2. Сопутствующие исследования

Алгоритм обхода графа в ширину ввиду своей прикладной значимости был проанализирован в различном контексте в ряде исследовательских работ.

В [5] отмечается, что производительность BFS в значительной мере зависит от топологии подаваемого на вход графа. Авторы показали, что в случае большого количества итераций алгоритма при малых количествах вершин/ребер между итерациями (то есть малом количестве вершин во фронте на каждой итерации) параллельная версия терпит существенное снижение производительности из-за накладных расходов.

Кроме того, в [3] продемонстрировано, что последовательная версия алгоритма во многих ситуациях оказывается предпочтительнее не оптимизированной параллельной ввиду большой задержки работы с памятью и высокой вычислительной стоимостью её синхронизации.

Многие авторы находят решение упомянутых проблем в тонкой настройке взаимодействия с общей памятью в используемой архитектуре или применении адаптивных алгоритмов, способных динамически контролировать количество используемых потоков во время исполнения.

Обширный список проведенных исследований позволяет с высокой точностью прогнозировать зависимости между параметрами входных данных, выбранной архитектурой и ожидаемой производительностью используемой реализации обхода в ширину. Данная работа будет посвящена выявлению таких зависимостей для алгоритма BFS, реализованного с применением методов линейной алгебры, что существенным образом влияет не только на сам алгоритм, но и на внутреннее представление графа в памяти компьютера, в связи с чем полученные результаты могут представлять особый интерес.

3. Детали реализации

3.1. GraphBlas

Обход в ширину был реализован на языке F# с использованием идей, заложенных GraphBlas [2]. GraphBlas — это инициатива, нацеленная на создание стандартизованного интерфейса для разработки графовых алгоритмов. Целью этой инициативы является обеспечение высокой производительности и переносимости для широкого спектра алгоритмов, работающих с различными графовыми структурами.

Пользователю предоставляется спецификация, определяющая набор абстрактных операций линейной алгебры: умножение матрицы на вектор, сложение векторов и умножение матрицы на матрицу. Описанная семантика и требования для интерфейса позволяют создавать собственные реализации на различных языках программирования и для различных аппаратных платформ.

3.2. Концепция алгоритма

Основной принцип состоит в том, что применение операции умножения вектора на матрицу, определенной в GraphBlas, является переходом от одних вершин графа к другим по инцидентным этим вершинам рёбрам. В свою очередь вектора представлены в виде двоичного дерева, а матрицы — в виде дерева квадрантов. Такое представление удобно не только для хранения разреженных структур в памяти, но и для внедрения параллелизма. Рассмотрим конкретные шаги алгоритма.

- **Шаг 1.** Создается матрица смежности, соответствующая данному графу. В нашем случае по матрице смежности, представленной как список координат, строится дерево квадрантов, причем использование F# позволяет естественно выражать отсутствующие рёбра и отсутствующие метки через тип `Option`. Значения в ячейках матрицы заполняются значениями на соответствующих рёбрах графа.

- **Шаг 2.** Задаются два вектора.

1. Фронт: вектор, в котором каждый индекс соответствует вершине графа, а значения указывают на текущие просматриваемые вершины. Отсутствие вершины в текущем фронте обозначается как `Option None`.
2. Результирующий вектор, который при инициализации совпадает с фронтом а в процессе работы алгоритма аккумулирует промежуточные результаты (например, длину минимального пути).

- **Шаг 3.** Выполняется умножение вектора состояний на матрицу смежности. В качестве поэлементных операций сложения и умножения используются логические ИЛИ и И. После каждого умножения на результирующий вектор применяется маска, чтобы алгоритм не обрабатывал уже посещенные вершины. Результатом итерации является новый фронт и обновленный результирующий вектор.

Шаг 3 повторяется до тех пор, пока не будут достигнуты требуемые условия остановки. Например, все вершины станут исследованы или произойдет выполнение определенного условия.

3.3. Параллелизм

Благодаря рекуррентной природе деревьев, являющихся в нашем случае внутренним представлением векторов и матриц, реализованный алгоритм естественным образом поддается распараллеливанию. В листинге 1 представлен псевдокод с использованием абстрактных операций линейной алгебры. *Минимальными единицами* такой операции являются вектор размера 1×2 и матрица размера 2×2 , что на каждой итерации позволяет использовать до четырех потоков для разделения вычислений между ними.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} \times b_{11} + a_{12} \times b_{21} \\ a_{11} \times b_{12} + a_{12} \times b_{22} \end{bmatrix}$$

Листинг 1 Псевдокод параллельного алгоритма обхода в ширину с использованием методов линейной алгебры

```
1 function BFS (parallelLevel, startingVertices, adjacencyMatrix):
2
3     matrix := makeSparseMatrix from adjacencyMatrix
4
5     frontier := makeSparseVector from startVertices
6
7     result := frontier
8
9     def recursive function inner (frontier, result, counter):
10         if frontier.IsEmpty then
11             return result
12         else
13             newFrontier :=
14                 call multiplyVectorByMatrix (parallelLevel, frontier, matrix)
15
16             newFrontier :=
17                 call applyMask (result, newFrontier)
18
19             newResult :=
20                 call updateResult (count, result, newFrontier)
21
22             newCounter := counter + 1
23
24             call inner (newFrontier, newResult, newCounter)
25
26     call inner (frontier, result, 1)
27 end function
```

Элементы матрицы — поддеревья, поэтому вычисление элемента $a_{is} \times b_{sj}$ является рекурсивным вызовом на соответствующем поддереве. В представленной работе операция умножения над *минимальными единицами* разбивается на два потока: один из потоков отвечает за вычисление значения в первой строке результирующего вектора, а другой поток — за вычисление во второй. Такой подход выбран потому, что использовавшееся для постановки экспериментов оборудование имеет небольшое количество физических и виртуальных ядер процессора. Кроме того, при необходимости увеличить количество потоков на вход в BFS передаётся целый положительный параметр *parallelLevel*, величина которого уменьшается с каждым вызовом тела функции, в результате чего производятся дополнительные асинхронные вычисления на следу-

ющем уровне рекурсии. Этот передаваемый аргумент позволяет точно контролировать степень распараллеливания.

3.4. Реализация алгоритма на языке F#

Ниже приведены ссылки на варианты исполнения обозначенных алгоритмов.

- Обход в ширину на языке F#¹.
- Умножения вектора на матрицу как абстракция над операциями над деревьями².

Отметим, что обе функции поддерживают как последовательное, так и параллельное исполнение.

¹<https://github.com/artem-burashnikov/2022-Programming-Technologies-F-sharp-course/blob/fb0ba5a5acf9ab045d4e52da22681a9264ad5b32/src/spbu-fsharp/BreadthFirstSearch.fs>

²<https://github.com/artem-burashnikov/2022-Programming-Technologies-F-sharp-course/blob/fb0ba5a5acf9ab045d4e52da22681a9264ad5b32/src/spbu-fsharp/MatrixAlgebra.fs>

4. Эксперимент

4.1. Характеристики оборудования

Оборудование, на котором были поставлены описанные далее эксперименты, обладает следующими характеристиками:

OS and Kernel

Operating System: Ubuntu 22.04.2 LTS

Kernel: Linux 5.19.0-41-generic

CPU

Architecture: x86_64
Model name: AMD Ryzen 5 4500U with Radeon Graphics
Thread(s) per core: 1
Core(s) per socket: 6
Socket(s): 1
CPU max MHz: 2375,0000
CPU min MHz: 1400,0000
L1d cache: 192 KiB (6 instances)
L1i cache: 192 KiB (6 instances)
L2 cache: 3 MiB (6 instances)
L3 cache: 8 MiB (2 instances)

GPU

Device: [AMD/ATI] Renoir (rev c3)
Memory: 256M

RAM

Memory: 7304
Swap memory: 2047
Total: 9351

4.2. Исследовательские вопросы

Анализ поставленных задач позволил выдвинуть следующие гипотезы:

RQ1

Ожидается, что в параллельной версии алгоритма обхода в ширину производительность будет значительно превышать последовательную версию на сильно разреженных неориентированных графах, потому что в таких графах большинство вершин имеют небольшую степень, что позволит эффективно распределить работу между потоками и уменьшить накладные расходы на синхронизацию. Таким образом, параллельная версия должна продемонстрировать ощутимое ускорение.

RQ2

Предполагается существование оптимального количества потоков в параллельной версии алгоритма, которое приведет к наибольшему выигрышу в производительности за счет эффективного использования доступных ресурсов вычислительной системы.

4.3. Использованные метрики

Для исследования RQ1 решено замерять ускорение (Speedup) параллельной версии алгоритма относительно последовательной со следующим набором контролируемых параметров:

- количество вершин в графе;
- плотность графа;
- количество используемых потоков.

Для поиска оптимального значения, обозначенного в RQ2, будет проанализировано среднее время работы параллельной версии алгоритма на сильно разреженных графах с использованием разного количества

потоков: 1, 2, 4, 8, 16. Кроме того, зафиксируем распределение памяти и нагрузку на потоки во время исполнения. Все замеры будут выполнены с использованием библиотеки для измерения производительности BenchmarkDotNet [1], разрабатываемой и поддерживаемой для платформы .NET.

4.4. Набор данных

Для фиксации исследуемых величин были выбраны TODO различных разреженных квадратных матриц из коллекции университета Флориды [4]. Плотные матрицы было решено генерировать. Необходимо учесть, чтобы матрица смежности графа заполнялась значениями меток равномерно по всей площади двумерной сетки, потому как группировка ребёр вокруг определенного квадранта матрицы может привести к нежелательным последствиям из-за особенности внутреннего представления матриц в виде деревьев. Для генерации матрицы смежности создавалась двумерная таблица, необходимое количество случайно выбранных ячеек которой заполнялось различными значениями. Функция выбирала ячейки с равномерным распределением.

Информация о выбранных данных представлена в таблице 1. Для обозначения числа ненулевых элементов используется аббревиатура *Nnz*. В таблице приведено название матрицы (при наличии — официальное), количество строк, количество ненулевых элементов, отношение ненулевых элементов к числу всех возможных элементов (разреженность).

Таблица 1: Разреженные матричные данные

Матрица	Количество строк R	Nnz M	Nnz/R^2
---------	----------------------	-----------	-----------

4.5. Постановка эксперимента

4.6. Анализ результатов

Заключение

Список литературы

- [1] BenchmarkDotNet. — 0.13.4. URL: <https://benchmarkdotnet.org/> (дата обращения: 15.05.2023).
- [2] GraphBLAS Graph Linear Algebra API. — 2020. — URL: <https://graphblas.github.io/> (дата обращения: 15.05.2023).
- [3] Scalable Graph Exploration on Multicore Processors / Virat Agarwal, Fabrizio Petrini, Davide Pasetto, David A. Bader. — 2010.
- [4] T. Davis. The SuiteSparse Matrix Collection (the University of Florida Sparse Matrix Collection). — 2020. — URL: <https://sparse.tamu.edu> (дата обращения: 15.05.2023).
- [5] Xia Yinglong, Prasanna Viktor K. Topologically adaptive parallel breadth-first search on multicore processors. — 2009.