



Для студентов Сириус

Курс *Sensor Fusion*

Задания для выполнения на компьютере

Последовательный метод наименьших 1. квадратов



Для получения информации о положении точечного объекта на плоскости проводится следующий эксперимент: измеряется расстояния от проекции этой точки на прямые, проходящие через начало координат под разными углами. К сожалению, эти измерения возможно сделать лишь с большими ошибками. Информация о измерениях записана в файле в формате CSV.

Каждая строка содержит три значения <угол наклона прямой>, <длина ортогональной проекции наблюдаемой точки на прямую (со знаком) и погрешностью>, <угол наклона прямой с ошибкой>.

Требуется:

- 1) Последовательным методом наименьших квадратов найти положение объекта, используя углы наклона прямой из первой колонки.
- 2) Остановить вычисления, когда среднеквадратическое отклонение по каждой из координат станет меньше 0.2. Сколько потребовалось шагов?
- 3) Проанализируйте, как ведут себя оценки по мере использования новых данных. Используйте все имеющиеся данные.
- 4) Повторите эти шаги, используя неверные данные об углах из третьей колонки. Как изменится поведение метода? Как можно объяснить такое изменение?

Данные измерений

2. Комбинирование наблюдений в линейной модели

В файле содержатся данные измерений координат одного и того же объекта на плоскости. Формат данных <координата x с датчика 1>,<координата y с датчика 1>,<координата x с датчика 2>,<координата y с датчика 2>,<координата x с датчика 3>,<координата y с датчика 3>. Однако количество наблюдений разными датчиками отличается, поэтому некоторые строки содержат меньше значений.

Датчики имеют неизвестные характеристики, но известно, что они возвращают несмещенные значения. Ошибки разных датчиков предполагаются независимыми.

В последней строке файла содержатся наблюдения трех датчиков в том же формате, по которым нужно оценить положение объекта.

Используйте все доступные наблюдения, кроме последнего, чтобы оценить матрицы ковариаций значений, возвращаемых каждым из датчиков. А затем используйте найденные оценки матриц ковариации, чтобы получить оптимальную оценку положения объекта по трем наблюдениям из последней строки.

Сравните результат со средним предыдущих наблюдений, средним трех наблюдений в последней строке и "настоящим" значением (10,10).

Данные измерений.

3. Оценка ковариаций при нелинейных преобразованиях



За точкой с координатами (1,1) (в подходящих единицах измерения, скажем, км) наблюдают 2 радара, каждый из которых возвращает полярные координаты наблюдений с ошибками. Радары расположены в точках с координатами (0,0) и (3,0). Для каждого из радаров известны среднеквадратические отклонения по расстоянию и углу, они одинаковы и составляют $\sigma_r = 0.03\text{км}$ и $\sigma_\varphi = 0.2\text{рад}$, измерения угла и расстояния независимы и имеют нормально распределенные ошибки.

Найдите матрицы ковариаций измерений после перевода их в декартовы координаты. Для этого используйте разные методы: 1) линеаризацию; 2) метод Монте-Карло; 3) сигма-точечное преобразование. Для этих методов нужна точка (назовем ее центральной), в которой искать линеаризацию, для которой проводить симуляцию методом Монте-Карло или которую считать ожиданием до преобразования для выбора сигма-точек. Используйте 2 варианта: либо полярные координаты точки (1,1) относительно каждого из радаров, либо сгенерированные псевдослучайные наблюдения с указанными параметрами. Исследуйте зависимость результатов (матриц ковариации) от используемого метода выбора центральной точки.

Сравните результаты использования полученных каждым из этих методов матриц ковариации для комбинирования результатов наблюдений двух радаров в декартовых координатах. Для этого сгенерируйте несколько пар наблюдений с указанными параметрами двумя радаром, скомбинируйте их с помощью разных найденных матриц ковариации, и постройте картинки, наглядно изображающие результат.

4. Линейный фильтр Калмана

Точечный объект движется по плоскости. Его скорость подвержена случайным изменениям, которые независимы по разным координатам и представляют собой центрированные гауссовские величины со среднеквадратическими отклонениями $\sigma_x = 0.4\text{м/с}$ и $\sigma_y = 0.8\text{м/с}$. С шагом 0.1с производятся измерения координат объекта, возвращаемые с погрешностью, которая представляет собой независимые по координатам нормальные случайные величины со среднеквадратическим отклонением 1м . Требуется

1) По наблюдениям отфильтровать текущее положение объекта и его скорости, которые представляют собой внутреннее состояние объекта.

Данные наблюдений (в каждой строке через запятую 2 координаты, 200 наблюдений).

Для проверки:

Внутренние состояния системы, по которым сгенерированы данные наблюдений (в каждой строке через запятую 2 координаты и 2 скорости, 200 состояний).

2) Проверить, как влияет на поведение фильтра начальное приближение и начальный выбор матрицы ковариаций R_0 .

3) Проверить, как влияет на поведение фильтра неправильная идентификация системы: запустить фильтр с несколькими неправильно выбранными матрицами ковариаций Q и G . Проверить значения статистики критерия на основе χ^2 .

5. Нелинейный фильтр Калмана

1) Линейная модель измерений

Постройте расширенный фильтр Калмана и сигма-точечный фильтр Калмана для следующей модели. Точечный объект движется по плоскости с медленно меняющейся угловой скоростью. Его линейные скорости по координатам подвергаются случайным воздействиям со среднеквадратическим отклонением 0.2 м/с каждая, независимо. Угловая скорость также подвергается случайным воздействиям со среднеквадратическим отклонением 0.001 рад/с. Раз в 0.5 с проводятся измерения декартовых координат объекта, погрешность которых имеет независимые случайные отклонения от реального значения с нулевым средним и среднеквадратическим отклонением 0.8 м.

Данные наблюдений

Для проверки: полная траектория

2) Нелинейная модель измерений

Постройте расширенный фильтр Калмана и сигма-точечный фильтр Калмана для той же модели движения, но с измененной моделью измерений. Раз в 0.5 с проводятся измерения полярных координат объекта (относительно точки (0,0)), среднеквадратические погрешности углов составляют 0.02 рад, погрешности расстояний - 1.0 м, и эти погрешности независимы.

Данные наблюдений (в полярных координатах)

3) Сравните результаты для двух моделей наблюдения.

6. Ошибки в модели

Рассмотрим одномерную модель движения с постоянной скоростью v , но в результате неоднородностей среды реальное перемещение за t секунд будет $vt+g$, где g - ошибка со среднеквадратическим отклонением $0.03t$ метров. Предположим, что в начальный момент времени объект двигался из точки на расстоянии 20м от начала координат влево со скоростью 1м/с, и продолжал бы двигаться влево в отрицательные координаты. Но в начале координат возникла непредвиденная преграда, которая не совсем учтена моделью. В результате столкновения объект упруго отразился от преграды, и скорость и положение сменили знак на шаге, на котором должна была произойти смена знака.

Наблюдения за системой производятся раз в 0.5с. Наблюдается непосредственно координата объекта, к которой добавлен шум с среднеквадратическим отклонением 0.15м. Наблюдать скорости невозможно.

Для такой модели:

- 1) Смоделируйте поведение модели и наблюдения за объектом.
- 2) Отфильтруйте смоделированные наблюдения фильтром Калмана. Поскольку за исключением единственного искажения модели при шаге, пересекающем начало координат, модель остается верной, то он должен восстановить отслеживание системы с приемлемой точностью. Сколько для этого понадобится времени?
- 3) Запрограммируйте гистограммный фильтр для этой модели (подберите разумную дискретизацию пространства состояний самостоятельно).
- 4) Запрограммируйте многочастичный фильтр для этой же ситуации.
- 5) Посмотрите, как быстро восстанавливаются два байесовских фильтра и сравните с фильтром Калмана.
- 5) Введите в гистограммный и многочастичный фильтры возможность появления препятствия при пересечении начала координат с вероятностью p . Исследуйте зависимость скорости восстановления от p , взяв несколько разных вариантов. (Поскольку $p=1$ описывает настоящую модель, в этом случае должно все быть хорошо).
- 6) В классическую постановку фильтра Калмана возможность введения вероятности отражения не укладывается (почему?). Подумайте, можно ли все-таки ввести ее и получить модификацию фильтра, работающую по формулам, близким к формулам фильтра Калмана.

Финальный тест

Модель движения: Скоростной катер передвигается в море согласно модели постоянного поворота, с ошибками по линейным скоростям и по угловой скорости. Ошибки по линейным скоростям имеют среднеквадратические отклонения 0.02 км/мин, а угловые скорости - среднеквадратическое отклонение 0.001 рад/мин.

Модель наблюдения: За катером наблюдают два радара на удалении 10 км друг от друга. Положение первого радара принимается за начало координат, направление на второй - осью абсцисс. Наблюдения проводились через равные промежутки времени дважды в минуту в течении 5 часов. Радары имеют в диапазоне наблюдений среднеквадратическое отклонение по расстоянию 0.9 км, а среднеквадратическое отклонение по углу в силу особенностей конструкции зависит от расстояния от радара до цели: оно определяется как 0.01 рад, деленное на квадратный корень из расстояния.

Задания:

1. Придумайте способ обрабатывать ошибки по наблюдениям с дисперсией, зависящей от самого наблюдения. Если не выходит, используйте следующий способ (неправильный и жульнический): вычислите средние наблюдения расстояний по всей траектории и используйте среднеквадратическое отклонение по углу, равное 0.01 рад, деленное на квадратный корень из найденного среднего расстояния. Если используете более разумный метод, опишите его и поясните, почему он разумен, по вашему мнению.
2. Постройте один или два варианта фильтра Калмана или непараметрического байесовского фильтра и обработайте наблюдения с помощью построенных фильтров. Для получения положительной оценки нужен хотя бы один фильтр, для получения максимальной оценки - минимум 2 фильтра (и другие выполненные задания). Обоснуйте выбор использованных фильтров.
3. Проанализируйте результаты работы фильтров и сравните их.
4. Предположим, что наблюдения проводились гораздо реже, раз в 2 или 5 минут. Соответствующие данные можно получить, беря каждую четвертую или каждую десятую запись. Учтите, что модель движения зависит от интервала наблюдений. Прогоните через фильтры такие прореженные данные. Сравните результаты и с предыдущими и сделайте выводы о зависимости качества фильтрации от частоты наблюдений.

Смоделированные данные:

Наблюдения (расстояние до 1-го радара, угол от 1-го радара на катер, расстояние до 2-го радара, угол от 2-го радара на катер)

Состояния системы (для проверки). 

✕ Проведенное исследование оформите с выбранной вами степенью подробности (от которой тоже зависит оценка) и пришлите для проверки на адрес yakubovich.yv@talantiuspeh.ru с копией на или же принесите прямо на зачет в субботу 8 ноября.