

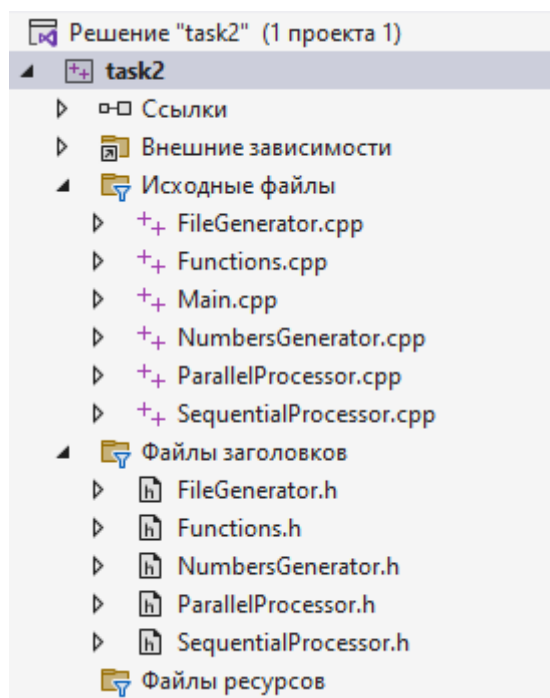
Параллельное программирование

1 семестр, задание №2

Варыпаев Артем, м2-ИФСТ-11

В данной работе была реализована программа на языке C++ для работы с потоками, а также вспомогательный код на языке Python для быстрой визуализации.

Ниже приведена структура программы на C++:



Файлы FileGenerator.cpp и NumbersGenerator.cpp были использованы для генерации чисел в файл и в вектор соответственно. Работа с файлом, например, запись в него, оказалась неэффективной и с точки зрения времени выполнения, и с точки зрения памяти (при $N = 1\,000\,000\,000$ файл весил больше 7 Гб – ресурсов используемого компьютера не хватало).

Для реализации последовательной и параллельной обработки массивов данных были использованы классы SequentialProcessor.cpp и ParallelProcessor.cpp соответственно.

Было реализовано три вида обработки сгенерированных данных:

computationMethod = 0: умножение каждого элемента на целочисленную константу 10;

computationMethod = 1: многократное возведение в степень каждого элемента массива;

computationMethod = 2: два вложенных цикла с простой операцией поэлементного сложения.

В отличие от первой обработки, последние две вычислительно сложны. Все они были реализованы в отдельных функциях в пространстве имён Functions в файле Functions.cpp.

Тестирование эффективности многопоточности при разных параметрах было реализовано с помощью циклов для разных N, M, computationMethod и shuffle. Параметр shuffle означает, нужно ли использовать неравномерное разделение элементов по потокам, если shuffle = false, то данные разделяются по потокам равномерно.

Все результаты тестов для удобства были записаны в csv файл. В него были ещё записаны два столбца: S – доля времени последовательного исполнения программы (необходима для проверки закона Амдала) и Time – время выполнения. Если в столбце M указано значение None, это значит, что программа была выполнена последовательно.

Далее с помощью Python данные были визуализированы. Так как данных много, ниже приведено только несколько графиков, из которых можно сделать некоторые выводы.

Рассмотрим график зависимости времени выполнения от N для различных M и для различных computationMethod, shuffle = false.

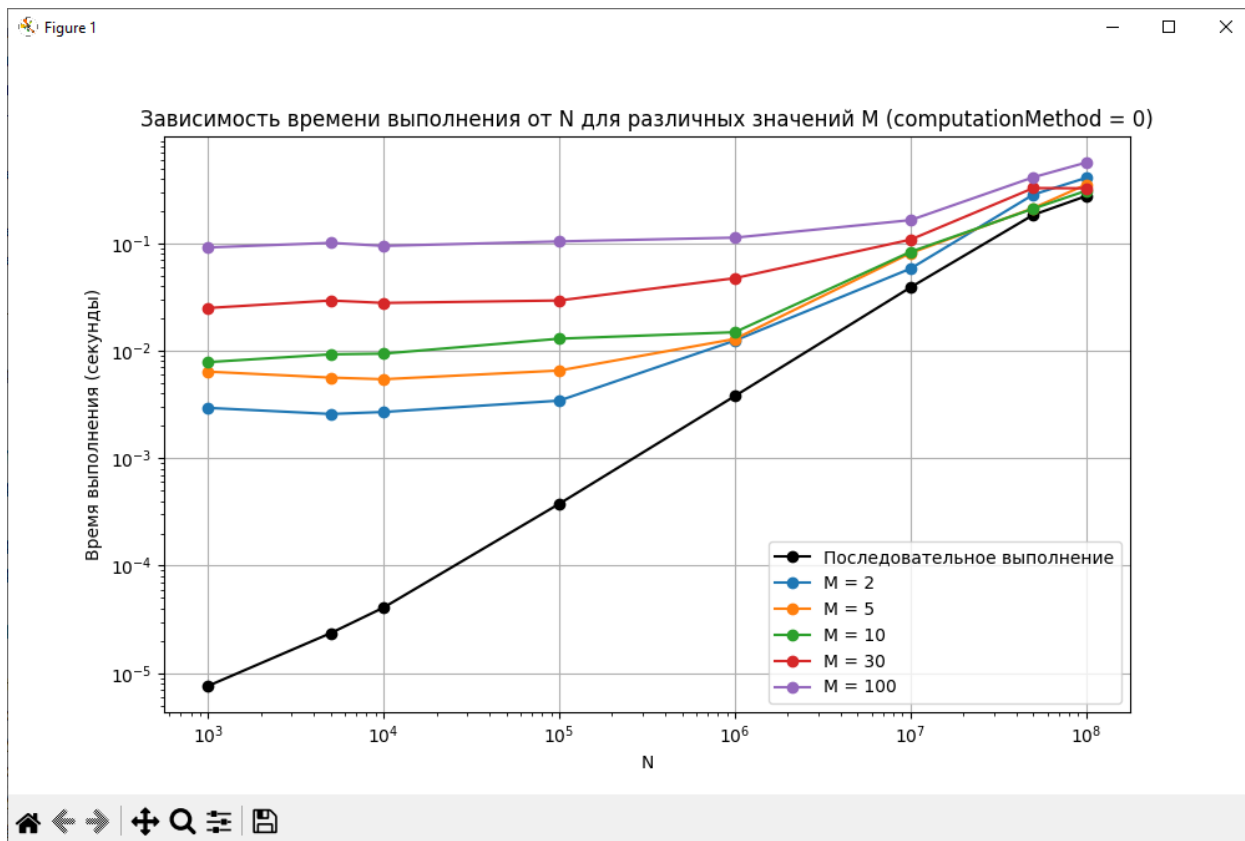


Рисунок 1 – computationMethod = 0

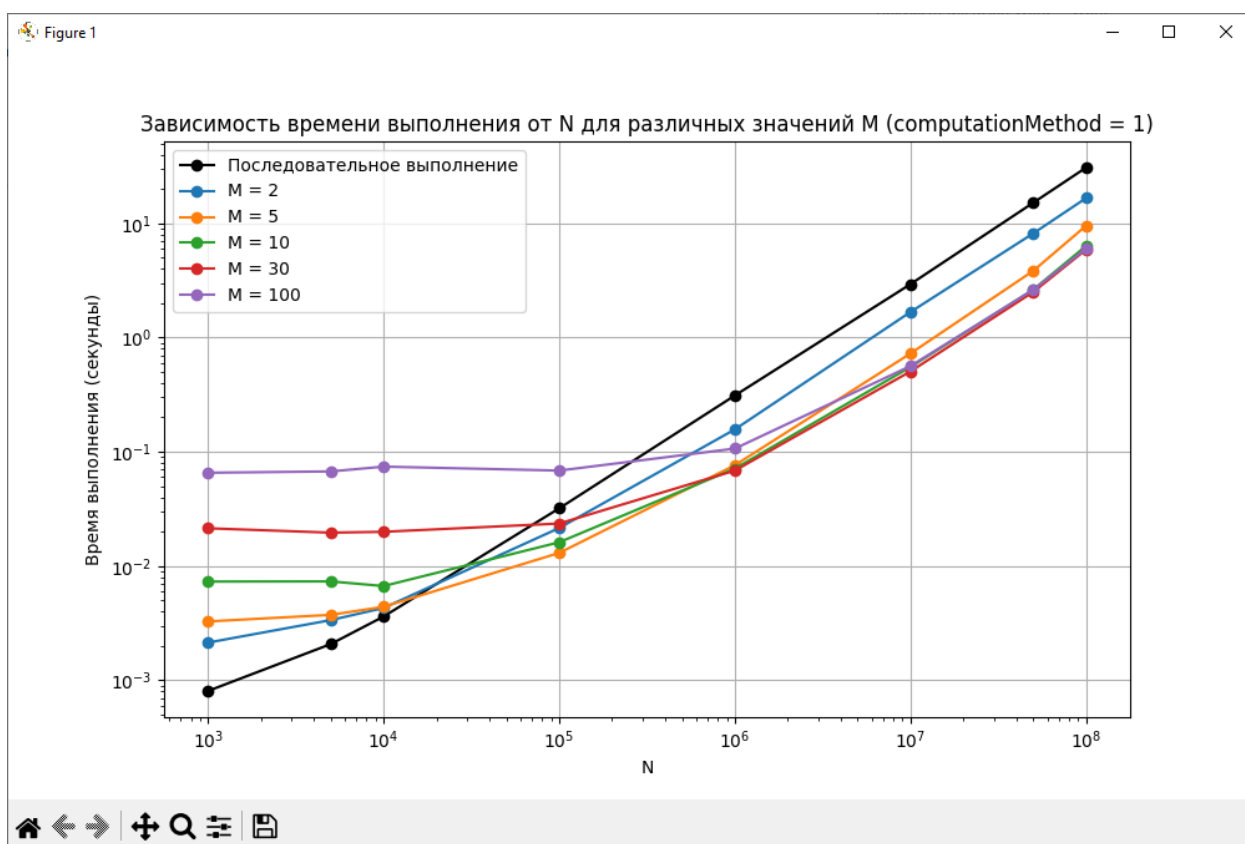


Рисунок 2 – computationMethod = 1

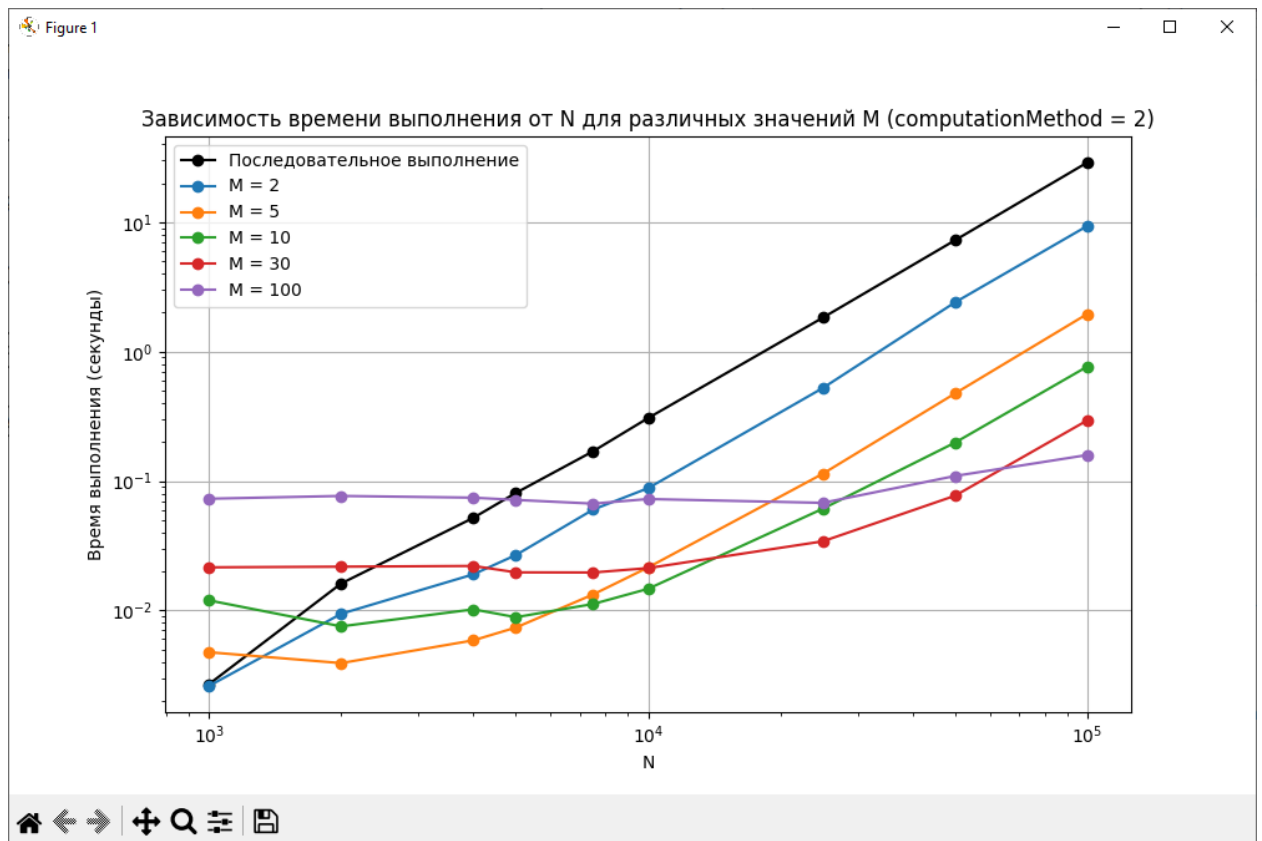


Рисунок 3 – computationMethod = 2

На рисунках черная кривая показывает производительность последовательного выполнения вычислений. Из графиков становится понятно, что при простых вычислениях (рисунок 1) использование многопоточности приводит к ухудшению производительности. Это особенно заметно при относительно небольшом N.

А вот на рисунках 2 и 3 видно, что многопоточность улучшила производительность. Однако стоит обратить внимание, что улучшение происходит не сразу, а при увеличении N. Когда N мало, многопоточность только ухудшает эффективность. Это происходит из-за того, что большую часть времени программе приходится «обслуживать» потоки, что, разумеется, дополнительно отнимает ресурсы, а потенциал многопоточности не успевает раскрыться, потому что N слишком мало. Это хорошо видно, например, на рисунке 2 – использование многопоточности, когда N меньше 10^5 оказалось нецелесообразно.

Из рисунков 1, 2 и 3 стоит сделать вывод, что многопоточность стоит использовать, когда количество итераций N большое и когда на каждой итерации будут происходить сложные вычисления. При простых вычислениях,

как показано на первом рисунке, прирост эффективности от многопоточности будет меньше, чем ресурсы, затраченные на «обслуживание» потоков

Ниже приведены примеры работы программы при неравномерном разделении элементов по потокам.

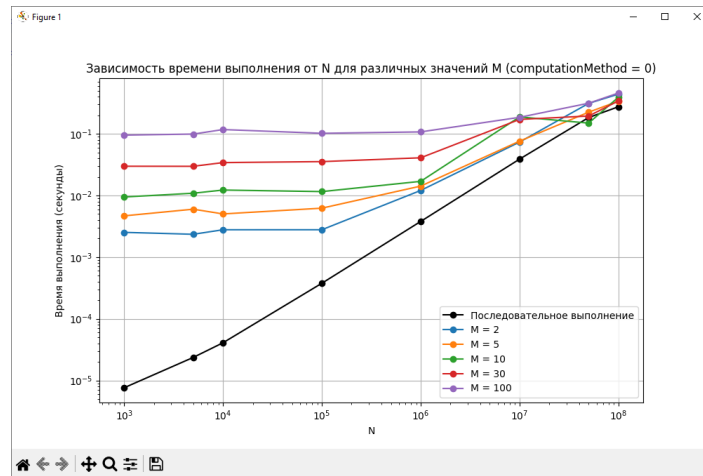


Рисунок 4 – неравномерное разделение элементов по потокам

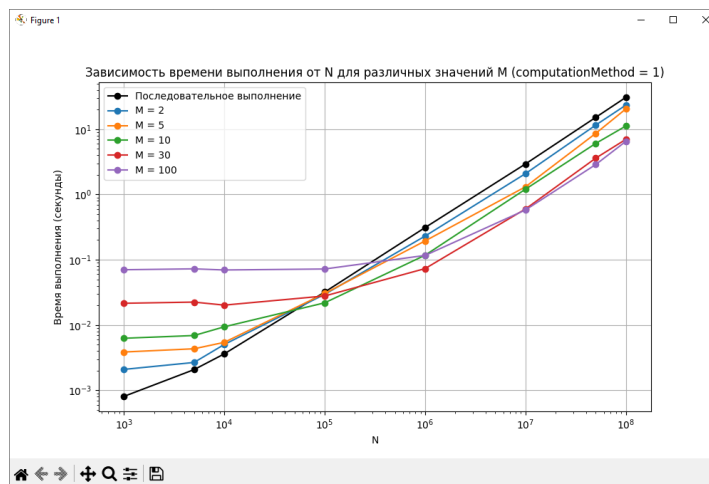


Рисунок 5 – неравномерное разделение элементов по потокам

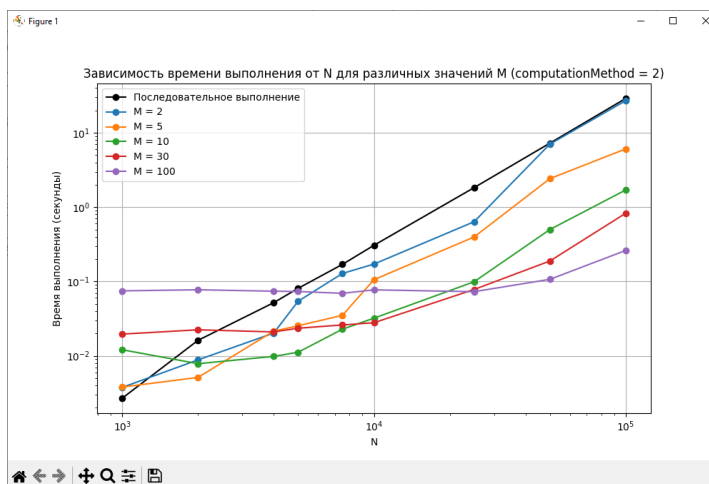


Рисунок 6 – неравномерное разделение элементов по потокам

В целом, результаты оказались похожи, но производительность стала хуже и менее предсказуема. Это происходит из-за того, что одному потоку может достаться кратно меньше элементов, поэтому он сильно раньше завершит свою работу и будет простой.

Ещё стоит рассмотреть зависимость ускорения в зависимости от количества потоков M для нескольких N .

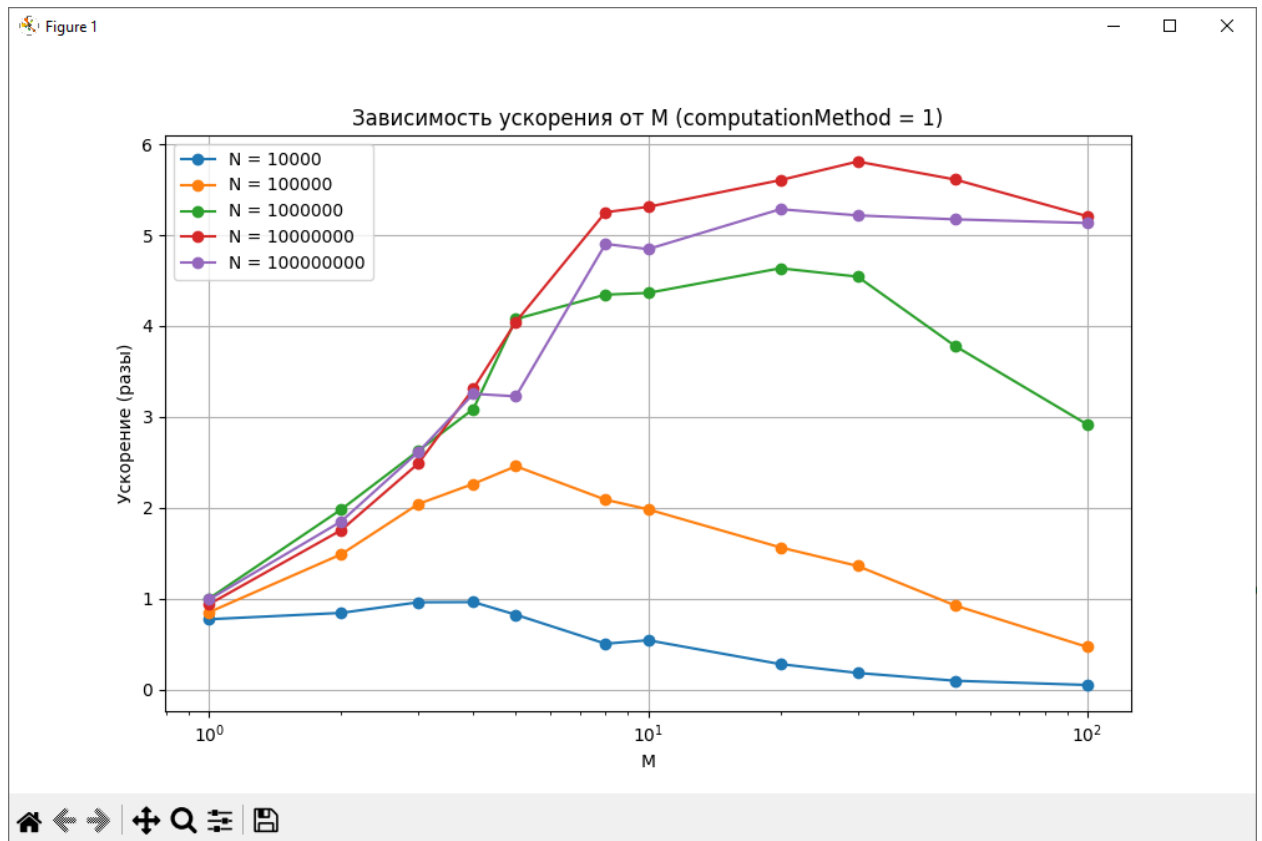


Рисунок 7 – зависимость ускорения от M

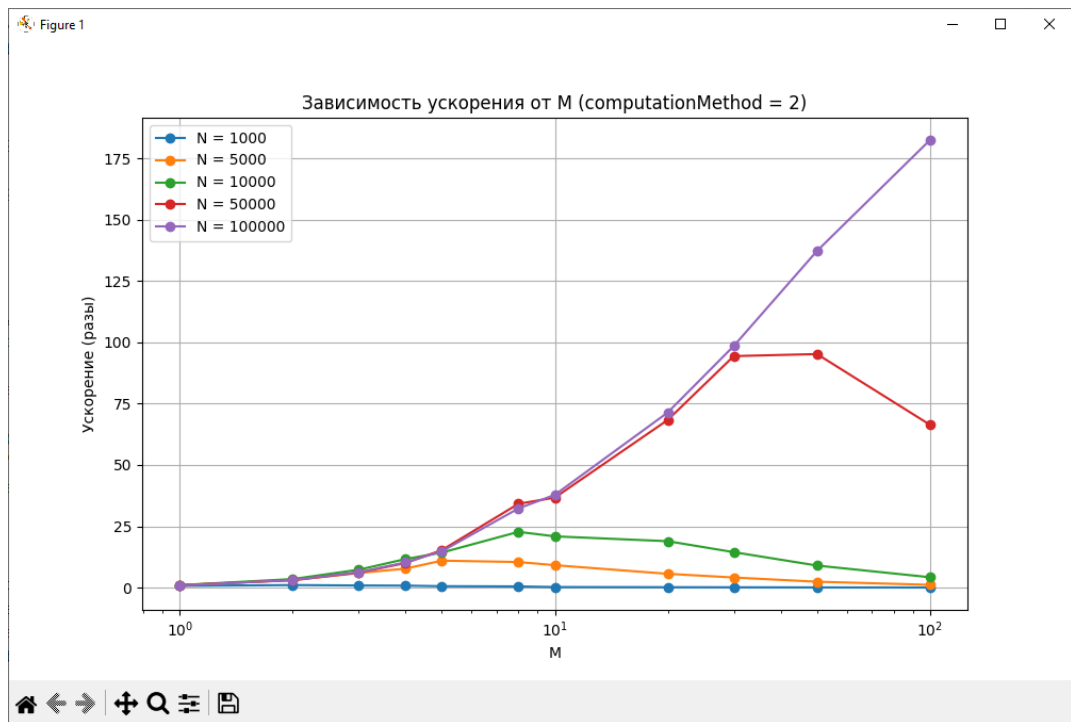


Рисунок 8 – зависимость ускорения от M

На рисунке 8 заметно большое ускорение. Это демонстрирует эффективность работы с многопоточностью, когда в программе задействованы вложенные циклы.

Также стоит продемонстрировать теоретическое ускорение, посчитанное согласно закону Амдала для $N = 10000000$.

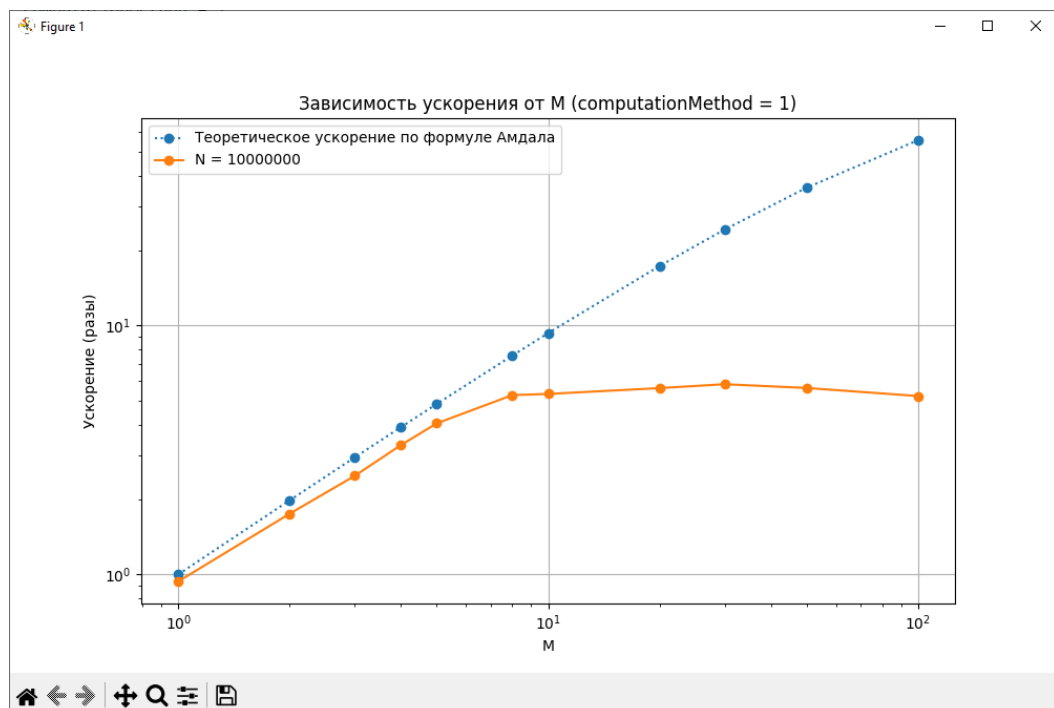


Рисунок 9 – теоретическое и фактическое ускорения работы программы

Была использована данная формула:

$$T_{\text{speedup}} = \frac{1}{S + \frac{1-S}{M}},$$

Где S — доля последовательного кода

M — количество потоков

T_{speedup} — это теоретическое ускорение выполнения программы

На рисунке 9 видно, что фактическое ускорение программы немного отличается от теоретического. Дело в том, что формула не берет в расчёт некоторые факторы: создание потоков и управление ими отнимает ресурсы; потоки могут быть загружены неравномерно; операционная система может ограничивать работу (например, при выполнении кода оперативная память была максимально загружена); влияние других программ в фоновом режиме.

Определить необходимое число потоков для конкретной задачи можно экспериментальным путём. Важно помнить, что при увеличении числа потоков увеличиваются и затраты на их обслуживание. Стоит обратить внимание, что если это CPU-bound задача, то рекомендуется выбирать количество потоков равное количеству ядер. Однако, например, для IO-bound задач можно взять большее количество, потому что большую часть времени процессор будет простаивать в ожидании устройств ввода-вывода.

Помимо этого, важно, чтобы каждый поток был загружен одинаково. В данной задаче этого можно было добиться с помощью более грамотного разделения массива чисел по потокам.

Ниже приведена таблица со всеми результатами экспериментов.

computationMethod	N	M	shuffle	S	Time
0	1000	None	None	None	7.6e-06
0	1000	1	false	0.013859	0.0113428
0	1000	2	false	0.787605	0.0029431
0	1000	3	false	0.946674	0.0042925
0	1000	4	false	0.861202	0.0036427
0	1000	5	false	0.813669	0.0063956
0	1000	8	false	0.927763	0.0088348
0	1000	10	false	0.916657	0.0078375
0	1000	20	false	0.955478	0.0168545
0	1000	30	false	0.954173	0.0250005
0	1000	50	false	0.986108	0.0431472
0	1000	100	false	0.983208	0.0915309
0	1000	1	true	0.912568	0.0128111
0	1000	2	true	0.711378	0.0025251
0	1000	3	true	0.815676	0.0027316
0	1000	4	true	0.889936	0.0040431
0	1000	5	true	0.88501	0.0046726
0	1000	8	true	0.90638	0.0070092
0	1000	10	true	0.93275	0.0094557
0	1000	20	true	0.928756	0.0199835
0	1000	30	true	0.988072	0.0298534
0	1000	50	true	0.987455	0.0511534
0	1000	100	true	0.992066	0.0952764
0	5000	None	None	None	2.36e-05
0	5000	1	false	0.657681	0.0013169
0	5000	2	false	0.737833	0.0025808
0	5000	3	false	0.767866	0.003056
0	5000	4	false	0.757382	0.0046056
0	5000	5	false	0.917256	0.005627
0	5000	8	false	0.722	0.0086579
0	5000	10	false	0.911805	0.0092658
0	5000	20	false	0.976872	0.0184449
0	5000	30	false	0.970241	0.0293592
0	5000	50	false	0.966382	0.0492175
0	5000	100	false	0.981504	0.100935
0	5000	1	true	0.71777	0.0015172
0	5000	2	true	0.680037	0.0023484
0	5000	3	true	0.833126	0.0039479
0	5000	4	true	0.878054	0.0040969
0	5000	5	true	0.902016	0.0059959
0	5000	8	true	0.880822	0.008734
0	5000	10	true	0.908637	0.0108841
0	5000	20	true	0.917007	0.0206185
0	5000	30	true	0.984716	0.0297772
0	5000	50	true	0.987037	0.0496552

0	5000	100	true	0.991847	0.0991751
0	10000	None	None	None	4.08e-05
0	10000	1	false	0.55338	0.0016495
0	10000	2	false	0.835313	0.0026942
0	10000	3	false	0.776178	0.0044866
0	10000	4	false	0.886865	0.004606
0	10000	5	false	0.914132	0.0054351
0	10000	8	false	0.767395	0.0093777
0	10000	10	false	0.909088	0.0094025
0	10000	20	false	0.974329	0.0213897
0	10000	30	false	0.971295	0.0278665
0	10000	50	false	0.967897	0.0548394
0	10000	100	false	0.993414	0.0946193
0	10000	1	true	0.700425	0.001413
0	10000	2	true	0.867206	0.002781
0	10000	3	true	0.896409	0.003425
0	10000	4	true	0.720862	0.0064803
0	10000	5	true	0.941494	0.0050251
0	10000	8	true	0.91764	0.0090797
0	10000	10	true	0.85331	0.0122646
0	10000	20	true	0.97165	0.0257459
0	10000	30	true	0.979851	0.0341655
0	10000	50	true	0.988339	0.0547466
0	10000	100	true	0.949599	0.117408
0	100000	None	None	None	0.0003768
0	100000	1	false	0.67357	0.0028922
0	100000	2	false	0.819015	0.0034362
0	100000	3	false	0.896464	0.0055343
0	100000	4	false	0.924715	0.005972
0	100000	5	false	0.9328	0.0065491
0	100000	8	false	0.941784	0.0104163
0	100000	10	false	0.951565	0.0129597
0	100000	20	false	0.980309	0.02138
0	100000	30	false	0.959515	0.0293789
0	100000	50	false	0.987853	0.0503765
0	100000	100	false	0.993949	0.104135
0	100000	1	true	0.395848	0.0040609
0	100000	2	true	0.757998	0.0027818
0	100000	3	true	0.438682	0.0053818
0	100000	4	true	0.880611	0.0047048
0	100000	5	true	0.903998	0.006228
0	100000	8	true	0.931236	0.0100401
0	100000	10	true	0.954625	0.011568
0	100000	20	true	0.976259	0.0231959
0	100000	30	true	0.989587	0.0354543
0	100000	50	true	0.989386	0.0553231

0	100000	100	true	0.995238	0.102152
0	1000000	None	None	None	0.0037952
0	1000000	1	false	0.468805	0.0136995
0	1000000	2	false	0.654452	0.0124417
0	1000000	3	false	0.838608	0.013101
0	1000000	4	false	0.866663	0.0151278
0	1000000	5	false	0.778863	0.0128848
0	1000000	8	false	0.92231	0.0138693
0	1000000	10	false	0.946128	0.0148909
0	1000000	20	false	0.982235	0.0336907
0	1000000	30	false	0.989425	0.0473779
0	1000000	50	false	0.991674	0.06588
0	1000000	100	false	0.99612	0.112901
0	1000000	1	true	0.563346	0.0111649
0	1000000	2	true	0.803365	0.0120782
0	1000000	3	true	0.740044	0.0122509
0	1000000	4	true	0.938469	0.0114738
0	1000000	5	true	0.844812	0.0142099
0	1000000	8	true	0.965521	0.0157254
0	1000000	10	true	0.937004	0.0169677
0	1000000	20	true	0.982032	0.0258844
0	1000000	30	true	0.964913	0.0409044
0	1000000	50	true	0.989971	0.0554807
0	1000000	100	true	0.994007	0.107597
0	10000000	None	None	None	0.0389165
0	10000000	1	false	0.459818	0.0783821
0	10000000	2	false	0.623001	0.0581699
0	10000000	3	false	0.72293	0.058601
0	10000000	4	false	0.786612	0.058405
0	10000000	5	false	0.83646	0.0810362
0	10000000	8	false	0.911608	0.0839446
0	10000000	10	false	0.937293	0.0833452
0	10000000	20	false	0.962523	0.0902949
0	10000000	30	false	0.976454	0.10822
0	10000000	50	false	0.986894	0.103138
0	10000000	100	false	0.989565	0.164326
0	10000000	1	true	0.461772	0.0883296
0	10000000	2	true	0.549074	0.0735454
0	10000000	3	true	0.947965	0.381238
0	10000000	4	true	0.839712	0.0653593
0	10000000	5	true	0.776419	0.0761536
0	10000000	8	true	0.869098	0.0821997
0	10000000	10	true	0.922353	0.188263
0	10000000	20	true	0.981175	0.154663
0	10000000	30	true	0.963566	0.171467
0	10000000	50	true	0.987814	0.333171

	0	100000000	100	true	0.993262	0.185453
	0	500000000	None	None	None	0.184012
	0	500000000	1	false	0.453688	0.427303
	0	500000000	2	false	0.576646	0.284047
	0	500000000	3	false	0.723317	0.262789
	0	500000000	4	false	0.764393	0.229159
	0	500000000	5	false	0.80281	0.212751
	0	500000000	8	false	0.867923	0.210686
	0	500000000	10	false	0.893223	0.210053
	0	500000000	20	false	0.944118	0.226492
	0	500000000	30	false	0.970485	0.326515
	0	500000000	50	false	0.984347	0.352916
	0	500000000	100	false	0.992181	0.41177
	0	500000000	1	true	0.409062	0.371354
	0	500000000	2	true	0.48689	0.312155
	0	500000000	3	true	0.664155	0.213924
	0	500000000	4	true	0.719864	0.177378
	0	500000000	5	true	0.517929	0.224813
	0	500000000	8	true	0.803227	0.168251
	0	500000000	10	true	0.868508	0.149369
	0	500000000	20	true	0.907841	0.167815
	0	500000000	30	true	0.946263	0.194664
	0	500000000	50	true	0.977356	0.238987
	0	500000000	100	true	0.973713	0.314142
	0	1000000000	None	None	None	0.275182
	0	1000000000	1	false	0.480266	0.606593
	0	1000000000	2	false	0.537424	0.406944
	0	1000000000	3	false	0.694573	0.385646
	0	1000000000	4	false	0.742165	0.32095
	0	1000000000	5	false	0.797351	0.352215
	0	1000000000	8	false	0.867159	0.307186
	0	1000000000	10	false	0.887617	0.308267
	0	1000000000	20	false	0.938014	0.307911
	0	1000000000	30	false	0.953642	0.324968
	0	1000000000	50	false	0.981105	0.53464
	0	1000000000	100	false	0.990771	0.564388
	0	1000000000	1	true	0.441881	0.582868
	0	1000000000	2	true	0.458232	0.441349
	0	1000000000	3	true	0.436244	0.494798
	0	1000000000	4	true	0.536446	0.401267
	0	1000000000	5	true	0.699011	0.339117
	0	1000000000	8	true	0.819703	0.316774
	0	1000000000	10	true	0.779332	0.393375
	0	1000000000	20	true	0.855918	0.378948
	0	1000000000	30	true	0.971229	0.342052
	0	1000000000	50	true	0.97528	0.343121

0	100000000	100	true	0.992275	0.459677
1	1000	None	None	None	0.000806
1	1000	1	false	0.0494881	0.0019338
1	1000	2	false	0.585849	0.0021369
1	1000	3	false	0.575671	0.002758
1	1000	4	false	0.728509	0.0030082
1	1000	5	false	0.745769	0.0032738
1	1000	8	false	0.903156	0.0068977
1	1000	10	false	0.901921	0.0073125
1	1000	20	false	0.929318	0.0142384
1	1000	30	false	0.968343	0.0214079
1	1000	50	false	0.988019	0.0350541
1	1000	100	false	0.990251	0.0655748
1	1000	1	true	0.482835	0.0013632
1	1000	2	true	0.540963	0.0020909
1	1000	3	true	0.75196	0.002398
1	1000	4	true	0.758851	0.0029969
1	1000	5	true	0.748233	0.0038615
1	1000	8	true	0.8775	0.0054351
1	1000	10	true	0.897191	0.006265
1	1000	20	true	0.976223	0.0143035
1	1000	30	true	0.98149	0.0215393
1	1000	50	true	0.976916	0.0351935
1	1000	100	true	0.995603	0.0703162
1	5000	None	None	None	0.0020744
1	5000	1	false	0.251432	0.0035799
1	5000	2	false	0.552688	0.0033632
1	5000	3	false	0.624576	0.0033903
1	5000	4	false	0.749728	0.0041399
1	5000	5	false	0.708889	0.0037374
1	5000	8	false	0.829498	0.0062885
1	5000	10	false	0.902269	0.0073365
1	5000	20	false	0.872095	0.0133677
1	5000	30	false	0.977473	0.0195991
1	5000	50	false	0.982619	0.039032
1	5000	100	false	0.988096	0.0673217
1	5000	1	true	0.216206	0.0032062
1	5000	2	true	0.433946	0.0026713
1	5000	3	true	0.516505	0.0033293
1	5000	4	true	0.527788	0.0048438
1	5000	5	true	0.628335	0.0043254
1	5000	8	true	0.881872	0.0074656
1	5000	10	true	0.75109	0.0069061
1	5000	20	true	0.951713	0.0147181
1	5000	30	true	0.967982	0.0224465
1	5000	50	true	0.967466	0.0352798

1	5000	100	true	0.984177	0.0725725
1	10000	None	None	None	0.0036155
1	10000	1	false	0.146369	0.004682
1	10000	2	false	0.30276	0.0042935
1	10000	3	false	0.537612	0.0037687
1	10000	4	false	0.564105	0.003761
1	10000	5	false	0.663158	0.0043991
1	10000	8	false	0.455087	0.0071883
1	10000	10	false	0.854162	0.0066814
1	10000	20	false	0.927765	0.0129743
1	10000	30	false	0.93415	0.0199392
1	10000	50	false	0.985558	0.0378894
1	10000	100	false	0.995635	0.0741773
1	10000	1	true	0.183544	0.0049977
1	10000	2	true	0.302805	0.0050379
1	10000	3	true	0.346685	0.0048482
1	10000	4	true	0.480688	0.0054499
1	10000	5	true	0.695362	0.0054307
1	10000	8	true	0.769004	0.0062066
1	10000	10	true	0.827439	0.0093938
1	10000	20	true	0.938058	0.0173906
1	10000	30	true	0.977108	0.0201821
1	10000	50	true	0.978388	0.0370021
1	10000	100	true	0.990348	0.0697161
1	100000	None	None	None	0.0320152
1	100000	1	false	0.0301309	0.0377154
1	100000	2	false	0.094253	0.0215314
1	100000	3	false	0.224842	0.0156826
1	100000	4	false	0.200273	0.0141522
1	100000	5	false	0.300633	0.0130325
1	100000	8	false	0.288125	0.0153343
1	100000	10	false	0.294419	0.0161542
1	100000	20	false	0.670571	0.0204824
1	100000	30	false	0.8495	0.0235594
1	100000	50	false	0.803735	0.0346368
1	100000	100	false	0.976781	0.0685029
1	100000	1	true	0.0306729	0.0339159
1	100000	2	true	0.0208047	0.029503
1	100000	3	true	0.118456	0.0214535
1	100000	4	true	0.189766	0.0164371
1	100000	5	true	0.118379	0.0304337
1	100000	8	true	0.288038	0.0229522
1	100000	10	true	0.265349	0.021887
1	100000	20	true	0.388819	0.0213629
1	100000	30	true	0.784584	0.0278554
1	100000	50	true	0.691873	0.0387068

1	100000	100	true	0.980993	0.0721947
1	1000000	None	None	None	0.311222
1	1000000	1	false	0.0112489	0.311195
1	1000000	2	false	0.0263076	0.157156
1	1000000	3	false	0.0514672	0.118481
1	1000000	4	false	0.068193	0.100836
1	1000000	5	false	0.0924366	0.0763453
1	1000000	8	false	0.118988	0.071634
1	1000000	10	false	0.116252	0.0713235
1	1000000	20	false	0.11273	0.0671437
1	1000000	30	false	0.160065	0.0685039
1	1000000	50	false	0.0953147	0.0823252
1	1000000	100	false	0.681405	0.106718
1	1000000	1	true	0.017437	0.311287
1	1000000	2	true	0.0243081	0.230577
1	1000000	3	true	0.0302854	0.19303
1	1000000	4	true	0.0441908	0.141998
1	1000000	5	true	0.0382092	0.194293
1	1000000	8	true	0.109002	0.0949516
1	1000000	10	true	0.0943128	0.117312
1	1000000	20	true	0.341208	0.0872173
1	1000000	30	true	0.117353	0.0731964
1	1000000	50	true	0.351137	0.0863413
1	1000000	100	true	0.290957	0.116447
1	10000000	None	None	None	2.93707
1	10000000	1	false	0.00809382	3.13448
1	10000000	2	false	0.0152523	1.67571
1	10000000	3	false	0.0248721	1.1802
1	10000000	4	false	0.0320574	0.887561
1	10000000	5	false	0.0553489	0.726004
1	10000000	8	false	0.073692	0.559202
1	10000000	10	false	0.0850131	0.553021
1	10000000	20	false	0.231586	0.524009
1	10000000	30	false	0.42304	0.505532
1	10000000	50	false	0.0691932	0.523337
1	10000000	100	false	0.36096	0.563952
1	10000000	1	true	0.00849621	3.05423
1	10000000	2	true	0.012708	2.08663
1	10000000	3	true	0.0181517	1.47737
1	10000000	4	true	0.0203006	1.46629
1	10000000	5	true	0.0242673	1.31143
1	10000000	8	true	0.041278	1.01285
1	10000000	10	true	0.0366979	1.20526
1	10000000	20	true	0.136907	0.62752
1	10000000	30	true	0.259385	0.599698
1	10000000	50	true	0.249209	0.579987

1	100000000	100	true	0.364086	0.579423
1	50000000	None	None	None	15.1563
1	50000000	1	false	0.00677146	15.2358
1	50000000	2	false	0.0122543	8.16996
1	50000000	3	false	0.0186465	5.61052
1	50000000	4	false	0.0245274	4.35928
1	50000000	5	false	0.0292097	3.84106
1	50000000	8	false	0.0504867	2.49831
1	50000000	10	false	0.05207	2.6276
1	50000000	20	false	0.139566	2.48469
1	50000000	30	false	0.224043	2.5076
1	50000000	50	false	0.289374	2.56172
1	50000000	100	false	0.769417	2.62003
1	50000000	1	true	0.00645602	15.3105
1	50000000	2	true	0.00901953	11.542
1	50000000	3	true	0.0123727	8.83967
1	50000000	4	true	0.00969309	10.8208
1	50000000	5	true	0.0131307	8.6159
1	50000000	8	true	0.0175581	7.03977
1	50000000	10	true	0.0200947	6.04719
1	50000000	20	true	0.0989722	3.43682
1	50000000	30	true	0.116751	3.59529
1	50000000	50	true	0.381717	3.35403
1	50000000	100	true	0.376233	2.87096
1	100000000	None	None	None	30.7816
1	100000000	1	false	0.00918196	31.1102
1	100000000	2	false	0.0127255	16.6498
1	100000000	3	false	0.0176823	11.7724
1	100000000	4	false	0.0227057	9.46102
1	100000000	5	false	0.0223494	9.54222
1	100000000	8	false	0.0372846	6.27813
1	100000000	10	false	0.0402271	6.35201
1	100000000	20	false	0.0841066	5.82393
1	100000000	30	false	0.138657	5.90017
1	100000000	50	false	0.364815	5.9496
1	100000000	100	false	0.620279	5.99618
1	100000000	1	true	0.0153806	32.1196
1	100000000	2	true	0.00884364	23.4068
1	100000000	3	true	0.00899219	22.632
1	100000000	4	true	0.0134824	16.4845
1	100000000	5	true	0.00998785	20.4874
1	100000000	8	true	0.0186149	12.6585
1	100000000	10	true	0.0221195	11.2019
1	100000000	20	true	0.0915609	6.98676
1	100000000	30	true	0.122421	6.99702
1	100000000	50	true	0.229723	6.95556

1	100000000	100	true	0.463021	6.5182
2	1000	None	None	None	0.0026846
2	1000	1	false	0.0270913	0.0038241
2	1000	2	false	0.499212	0.0026005
2	1000	3	false	0.65865	0.0031062
2	1000	4	false	0.70729	0.0033429
2	1000	5	false	0.768752	0.0047421
2	1000	8	false	0.923814	0.0055745
2	1000	10	false	0.950813	0.0119341
2	1000	20	false	0.975017	0.0166234
2	1000	30	false	0.956207	0.0214941
2	1000	50	false	0.986431	0.0355157
2	1000	100	false	0.985793	0.0729282
2	1000	1	true	0.0226574	0.0050094
2	1000	2	true	0.405562	0.0037538
2	1000	3	true	0.406781	0.0041467
2	1000	4	true	0.517112	0.0042455
2	1000	5	true	0.778577	0.0037941
2	1000	8	true	0.557772	0.0079866
2	1000	10	true	0.854906	0.0120501
2	1000	20	true	0.961312	0.0143299
2	1000	30	true	0.97693	0.0195618
2	1000	50	true	0.989098	0.0380299
2	1000	100	true	0.994091	0.0747301
2	2000	None	None	None	0.0161226
2	2000	1	false	0.0434182	0.0145515
2	2000	2	false	0.466297	0.0093998
2	2000	3	false	0.385685	0.0043017
2	2000	4	false	0.587284	0.003869
2	2000	5	false	0.65771	0.0039075
2	2000	8	false	0.782995	0.0057713
2	2000	10	false	0.90609	0.0075157
2	2000	20	false	0.970552	0.0142355
2	2000	30	false	0.98243	0.0217469
2	2000	50	false	0.980808	0.0358908
2	2000	100	false	0.993558	0.0766122
2	2000	1	true	0.0105263	0.0174231
2	2000	2	true	0.142429	0.0088051
2	2000	3	true	0.125056	0.0136235
2	2000	4	true	0.374038	0.0081949
2	2000	5	true	0.504448	0.0051147
2	2000	8	true	0.400423	0.0112878
2	2000	10	true	0.733886	0.0078301
2	2000	20	true	0.947899	0.0141456
2	2000	30	true	0.980724	0.0223695
2	2000	50	true	0.983862	0.0367155

2	2000	100	true	0.993022	0.0773007
2	4000	None	None	None	0.0518709
2	4000	1	false	0.0138148	0.0509744
2	4000	2	false	0.0374584	0.0189757
2	4000	3	false	0.189041	0.008605
2	4000	4	false	0.349329	0.0065497
2	4000	5	false	0.415083	0.0058581
2	4000	8	false	0.513196	0.0060094
2	4000	10	false	0.512615	0.0101708
2	4000	20	false	0.944287	0.0152748
2	4000	30	false	0.970542	0.0220378
2	4000	50	false	0.988171	0.0349832
2	4000	100	false	0.98538	0.0742949
2	4000	1	true	0.0145198	0.0533822
2	4000	2	true	0.0581183	0.020226
2	4000	3	true	0.102774	0.0154962
2	4000	4	true	0.153649	0.0134332
2	4000	5	true	0.125478	0.0214818
2	4000	8	true	0.409156	0.0101746
2	4000	10	true	0.70016	0.0098049
2	4000	20	true	0.909847	0.0139507
2	4000	30	true	0.953597	0.0209363
2	4000	50	true	0.984897	0.0338743
2	4000	100	true	0.99091	0.0739574
2	5000	None	None	None	0.0808623
2	5000	1	false	0.00923313	0.0790306
2	5000	2	false	0.0418889	0.0267565
2	5000	3	false	0.133461	0.0136309
2	5000	4	false	0.22408	0.0104204
2	5000	5	false	0.288591	0.0073606
2	5000	8	false	0.536965	0.0077532
2	5000	10	false	0.350993	0.0088489
2	5000	20	false	0.947248	0.0143805
2	5000	30	false	0.948197	0.0196571
2	5000	50	false	0.987944	0.0337167
2	5000	100	false	0.985292	0.0713675
2	5000	1	true	0.00860817	0.0828283
2	5000	2	true	0.018959	0.0541853
2	5000	3	true	0.0602994	0.024982
2	5000	4	true	0.0876512	0.0274554
2	5000	5	true	0.104747	0.025341
2	5000	8	true	0.242287	0.0154482
2	5000	10	true	0.501217	0.011173
2	5000	20	true	0.714941	0.0147394
2	5000	30	true	0.85916	0.0235004
2	5000	50	true	0.981299	0.0337469

2	5000	100	true	0.993682	0.0732488
2	7500	None	None	None	0.169864
2	7500	1	false	0.00454952	0.162149
2	7500	2	false	0.0211147	0.0601192
2	7500	3	false	0.0687265	0.0304031
2	7500	4	false	0.116875	0.0194284
2	7500	5	false	0.224715	0.0132697
2	7500	8	false	0.497513	0.0098508
2	7500	10	false	0.572021	0.011194
2	7500	20	false	0.922919	0.0158326
2	7500	30	false	0.935378	0.0196124
2	7500	50	false	0.979373	0.0319578
2	7500	100	false	0.983516	0.0668059
2	7500	1	true	0.00372989	0.170622
2	7500	2	true	0.0106418	0.128202
2	7500	3	true	0.0311186	0.0619372
2	7500	4	true	0.0488903	0.0595415
2	7500	5	true	0.0726643	0.0350172
2	7500	8	true	0.283864	0.0154916
2	7500	10	true	0.28254	0.0228035
2	7500	20	true	0.352576	0.0337561
2	7500	30	true	0.710333	0.0259961
2	7500	50	true	0.98537	0.0382638
2	7500	100	true	0.991757	0.0692564
2	10000	None	None	None	0.306413
2	10000	1	false	0.00268182	0.30345
2	10000	2	false	0.0126727	0.0879687
2	10000	3	false	0.0451929	0.0420044
2	10000	4	false	0.109832	0.0263366
2	10000	5	false	0.129382	0.0214489
2	10000	8	false	0.252873	0.0134779
2	10000	10	false	0.313632	0.0146608
2	10000	20	false	0.84331	0.0161899
2	10000	30	false	0.915396	0.0212022
2	10000	50	false	0.963934	0.0340739
2	10000	100	false	0.989712	0.0725278
2	10000	1	true	0.002562	0.296683
2	10000	2	true	0.0085895	0.171232
2	10000	3	true	0.0103523	0.161095
2	10000	4	true	0.0211006	0.103988
2	10000	5	true	0.0225135	0.105657
2	10000	8	true	0.103554	0.0381598
2	10000	10	true	0.132287	0.0320644
2	10000	20	true	0.436977	0.0314504
2	10000	30	true	0.888418	0.0278431
2	10000	50	true	0.894867	0.0404355

2	10000	100	true	0.990876	0.0770643
2	25000	None	None	None	1.82962
2	25000	1	false	0.000507548	1.82682
2	25000	2	false	0.00231186	0.523086
2	25000	3	false	0.00637307	0.273667
2	25000	4	false	0.0128832	0.166883
2	25000	5	false	0.0228921	0.113712
2	25000	8	false	0.075385	0.0556331
2	25000	10	false	0.557598	0.0610115
2	25000	20	false	0.136491	0.0355026
2	25000	30	false	0.172073	0.0341506
2	25000	50	false	0.925714	0.0401986
2	25000	100	false	0.975951	0.0677373
2	25000	1	true	0.0004759	1.81824
2	25000	2	true	0.00186857	0.63594
2	25000	3	true	0.00122359	1.30844
2	25000	4	true	0.00590562	0.436161
2	25000	5	true	0.00822229	0.396787
2	25000	8	true	0.0234925	0.22809
2	25000	10	true	0.0475769	0.0990628
2	25000	20	true	0.178171	0.0637124
2	25000	30	true	0.171219	0.0780093
2	25000	50	true	0.464201	0.0563741
2	25000	100	true	0.930235	0.0728628
2	50000	None	None	None	7.25894
2	50000	1	false	0.000109275	7.50493
2	50000	2	false	0.000938788	2.4031
2	50000	3	false	0.00182967	1.18737
2	50000	4	false	0.0031664	0.724797
2	50000	5	false	0.00864138	0.474693
2	50000	8	false	0.0289567	0.212397
2	50000	10	false	0.0283371	0.197833
2	50000	20	false	0.316343	0.106178
2	50000	30	false	0.115166	0.0768874
2	50000	50	false	0.884196	0.0762212
2	50000	100	false	0.901571	0.109288
2	50000	1	true	0.000134084	7.29393
2	50000	2	true	0.000214683	7.05366
2	50000	3	true	0.00111221	1.73933
2	50000	4	true	0.000629994	3.33717
2	50000	5	true	0.0013197	2.41684
2	50000	8	true	0.00717018	0.485274
2	50000	10	true	0.0101276	0.499764
2	50000	20	true	0.0767079	0.252628
2	50000	30	true	0.185533	0.188277
2	50000	50	true	0.166384	0.135811

2	50000	100	true	0.666171	0.10679
2	100000	None	None	None	28.9631
2	100000	1	false	3.56853e-05	32.6549
2	100000	2	false	0.000147641	9.35581
2	100000	3	false	0.000534182	4.61884
2	100000	4	false	0.000842251	2.81982
2	100000	5	false	0.00213876	1.9537
2	100000	8	false	0.00446107	0.897161
2	100000	10	false	0.00802245	0.765664
2	100000	20	false	0.0210281	0.405596
2	100000	30	false	0.0254387	0.293895
2	100000	50	false	0.431008	0.210951
2	100000	100	false	0.337946	0.158702
2	100000	1	true	4.75935e-05	29.9117
2	100000	2	true	6.73138e-05	27.0272
2	100000	3	true	0.000194109	13.6954
2	100000	4	true	0.000351216	7.94867
2	100000	5	true	0.000715126	6.07026
2	100000	8	true	0.00116659	6.07645
2	100000	10	true	0.00270184	1.70092
2	100000	20	true	0.00548884	0.914547
2	100000	30	true	0.00866419	0.827186
2	100000	50	true	0.0773968	0.588734
2	100000	100	true	0.214466	0.261066