

Домашняя работа по дискретной математике №4

Вариант 168

Работу выполнил: Храбров Артём Р3115

Исходный граф:

| V/V | e1 | e2 | e3 | e4 | e5 | e6 | e7 | e8 | e9 | e10 | e11 | e12 |
|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|
| e1 | 0 | 2 | 1 | | 4 | | 1 | 4 | 3 | 4 | 3 | 4 |
| e2 | 2 | 0 | 2 | 5 | | 3 | 1 | | 2 | 4 | | |
| e3 | 1 | 2 | 0 | 1 | 4 | 5 | | | | 3 | 1 | |
| e4 | | 5 | 1 | 0 | | 1 | 1 | | 1 | | 1 | |
| e5 | 4 | | 4 | | 0 | | 2 | | 2 | | 2 | 5 |
| e6 | | 3 | 5 | 1 | | 0 | | 4 | 2 | | | |
| e7 | 1 | 1 | | 1 | 2 | | 0 | | 4 | | | |
| e8 | 4 | | | | | 4 | | 0 | 4 | | 3 | |
| e9 | 3 | 2 | | 1 | 2 | 2 | 4 | 4 | 0 | 4 | 4 | 1 |
| e10 | 4 | 4 | 3 | | | | | | 4 | 0 | | 1 |
| e11 | 3 | | 1 | 1 | 2 | | | 3 | 4 | | 0 | |
| e12 | 4 | | | | 5 | | | | 1 | 1 | | 0 |

| V/V | e1 | e2 | e3 | e4 | e5 | e6 | e7 | e8 | e9 | e10 | e11 | e12 | r _i |
|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|----------------|
| e1 | 0 | 2 | 1 | | 4 | | 1 | 4 | 3 | 4 | 3 | 4 | 9 |
| e2 | 2 | 0 | 2 | 5 | | 3 | 1 | | 2 | 4 | | | 7 |
| e3 | 1 | 2 | 0 | 1 | 4 | 5 | | | | 3 | 1 | | 7 |
| e4 | | 5 | 1 | 0 | | 1 | 1 | | 1 | | 1 | | 6 |
| e5 | 4 | | 4 | | 0 | | 2 | | 2 | | 2 | 5 | 6 |
| e6 | | 3 | 5 | 1 | | 0 | | 4 | 2 | | | | 5 |
| e7 | 1 | 1 | | 1 | 2 | | 0 | | 4 | | | | 5 |
| e8 | 4 | | | | | 4 | | 0 | 4 | | 3 | | 3 |
| e9 | 3 | 2 | | 1 | 2 | 2 | 4 | 4 | 0 | 4 | 4 | 1 | 10 |
| e10 | 4 | 4 | 3 | | | | | | 4 | 0 | | 1 | 5 |
| e11 | 3 | | 1 | 1 | 2 | | | 3 | 4 | | 0 | | 6 |
| e12 | 4 | | | | 5 | | | | 1 | 1 | | 0 | 4 |

Нахождение гамильтонова цикла

$$S = \{x_1\}$$

$$S = \{x_1, x_2\}$$

$$S = \{x_1, x_2, x_3\}$$

$$S = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$$

$$S = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_7\}$$

$$S = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_7, x_5\}$$

$$S = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_7, x_5, x_{11}\}$$

$$S = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_7, x_5, x_{11}, x_8\}$$

$$S = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_7, x_5, x_{11}, x_8, x_6\}$$

$$S = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_7, x_5, x_{11}, x_8, x_6, x_9\}$$

$$S = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_7, x_5, x_{11}, x_8, x_6, x_9, x_{10}\}$$

$$S = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_7, x_5, x_{11}, x_8, x_6, x_9, x_{10}, x_{12}\}$$

Ребро (e_{12}, e_1) . Гамильтонов цикл есть

Матрица смежности с перенумерованными вершинами

| V/V | e ₁ | e ₂ | e ₃ | e ₄ | e ₅ | e ₆ | e ₇ | e ₈ | e ₉ | e ₁₀ | e ₁₁ | e ₁₂ | r _i |
|-----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|----------------|
| e ₁ | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 9 |
| e ₂ | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 7 |
| e ₃ | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 7 |
| e ₄ | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 6 |
| e ₅ | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 5 |
| e ₆ | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 6 |
| e ₇ | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 6 |
| e ₈ | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 3 |
| e ₉ | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 5 |
| e ₁₀ | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 10 |
| e ₁₁ | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 5 |
| e ₁₂ | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 4 |

| | | | | | | | | | | | | |
|------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-----------------|----------------|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| До перенумерации | x ₁ | x ₂ | x ₃ | x ₄ | x ₇ | x ₅ | x ₁₁ | x ₈ | x ₆ | x ₉ | x ₁₀ | x ₁₂ |
| После перенумерации | x ₁ | x ₂ | x ₃ | x ₄ | x ₅ | x ₆ | x ₇ | x ₈ | x ₉ | x ₁₀ | x ₁₁ | x ₁₂ |

Построение графа пересечений G'

Определим p_{211} , для чего в матрице R выделим подматрицу R_{211} . Ребро (x_2x_{11}) пересекается с $(x_1x_3), (x_1x_5), (x_1x_6), (x_1x_7), (x_1x_8), (x_1x_{10})$ Определим p_{210} , для чего в матрице R выделим подматрицу R_{210} . Ребро (x_2x_{10}) пересекается с $(x_1x_3), (x_1x_5), (x_1x_6), (x_1x_7), (x_1x_8)$ Определим p_{29} , для чего в матрице R выделим подматрицу R_{29} . Ребро (x_2x_9) пересекается с $(x_1x_3), (x_1x_5), (x_1x_6), (x_1x_7), (x_1x_8)$ Определим p_{25} , для чего в матрице R выделим подматрицу R_{25} . Ребро (x_2x_5)

пересекается с (x1x3) Определим p24, для чего в матрице **R** выделим подматрицу **R**24. Ребро (x2x4) пересекается с (x1x3) Определим p311, для чего в матрице **R** выделим подматрицу **R**311. Ребро (x3x11) пересекается с (x1x5),(x1x6),(x1x7),(x1x8),(x1x10),(x2x4),(x2x5),(x2x9),(x2x10) Определим p39, для чего в матрице **R** выделим подматрицу **R**39. Ребро (x3x9) пересекается с (x1x5),(x1x6),(x1x7),(x1x8),(x2x4),(x2x5) Определим p37, для чего в матрице **R** выделим подматрицу **R**37. Ребро (x3x7) пересекается с (x1x5),(x1x6),(x2x4),(x2x5) Определим p36, для чего в матрице **R** выделим подматрицу **R**36. Ребро (x3x6) пересекается с (x1x5),(x2x4),(x2x5) 15 пересечений графа найдено, закончим поиск.

| | p1 3 | p2 11 | p1 5 | p1 6 | p1 7 | p1 8 | p1 10 | p2 10 | p2 9 | p2 5 | p2 4 | p3 11 | p3 9 | p3 7 | p3 6 |
|-------|------|-------|------|------|------|------|-------|-------|------|------|------|-------|------|------|------|
| p1 3 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| p2 11 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| p1 5 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| p1 6 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| p1 7 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| p1 8 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| p1 10 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| p2 10 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| p2 9 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| p2 5 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| p2 4 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| p3 11 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| p3 9 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| p3 7 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| p3 6 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |

Построение семейства ΨG

В 1 строке ищем первый нулевой элемент - r1 3. Записываем дизъюнкцию

$M_{1\ 3} = r_{1\ 3} \vee r_3 = 110000011110000 \vee 011000011001111 = 111000011111111$ В строке $M_{1\ 3}$ находим номера нулевых элементов, составляем список $J' = \{4, 5, 6, 7\}$.

Записываем дизъюнкцию

$M_{1\ 3\ 4} = M_{1\ 3} \vee r_4 = 111000011111111 \vee 010100011001110 = 111100011111111$

В строке $M_{1\ 3\ 4}$ находим номера нулевых элементов, составляем список $J' = \{5, 6, 7\}$.

Записываем дизъюнкцию

$M_{1\ 3\ 4\ 5} = M_{1\ 3\ 4} \vee r_5 = 111100011111111 \vee 010010011001100 = 1111100111111$

111 В строке $M_{1\ 3\ 4\ 5}$ находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{6,7\}$.
Записываем дизъюнкцию
 $M_{1\ 3\ 4\ 5\ 6}=M_{1\ 3\ 4\ 5}Vr_6=111110011111111v010001011001100=1111110111$
11111 В строке $M_{1\ 3\ 4\ 5\ 6}$ находим номера нулевых элементов, составляем список
 $J'=\{7\}$. Записываем дизъюнкцию
 $M_{1\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7}=M_{1\ 3\ 4\ 5\ 6}Vr_7=111111011111111v010000100001000=11111111$
111111 В строке $M_{1\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7}$ все 1. Построено $\psi_1=\{u_1\ 3, u_1\ 5, u_1\ 6, u_1\ 7, u_1\ 8, u_1\ 10\}$
Записываем дизъюнкцию
 $M_{1\ 3\ 4\ 5\ 7}=M_{1\ 3\ 4\ 5}Vr_7=111110011111111v010000100001000=1111101111$
11111 В строке $M_{1\ 3\ 4\ 5\ 7}$ остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию
 $M_{1\ 3\ 4\ 6}=M_{1\ 3\ 4}Vr_6=111100011111111v010001011001100=111101011111$
111 В строке $M_{1\ 3\ 4\ 6}$ находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{7\}$.
Строка 7 не закроет ноль на 5 позиции. Записываем дизъюнкцию
 $M_{1\ 3\ 4\ 7}=M_{1\ 3\ 4}Vr_7=111100011111111v010000100001000=111100111111$
111 В строке $M_{1\ 3\ 4\ 7}$ остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию
 $M_{1\ 3\ 5}=M_{1\ 3}Vr_5=111000011111111v010010011001100=11101001111111$
В строке $M_{1\ 3\ 5}$ находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{6,7\}$.
Строки 6, 7 не закроют ноль на 4 позиции. Записываем дизъюнкцию
 $M_{1\ 3\ 6}=M_{1\ 3}Vr_6=111000011111111v010001011001100=11100101111111$
В строке $M_{1\ 3\ 6}$ находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{7\}$. Строка
7 не закроет нули на позициях 4, 5 Записываем дизъюнкцию
 $M_{1\ 3\ 7}=M_{1\ 3}Vr_7=111000011111111v010000100001000=11100011111111$
В строке $M_{1\ 3\ 7}$ остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию
 $M_{1\ 4}=r_1Vr_4=110000011110000v010100011001110=110100011111110$ В
строке $M_{1\ 4}$ находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{5,6,7,15\}$.
Записываем дизъюнкцию
 $M_{1\ 4\ 5}=M_{1\ 4}Vr_5=110100011111110v010010011001100=110110011111110$
В строке $M_{1\ 4\ 5}$ находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{6,7,15\}$.
Записываем дизъюнкцию
 $M_{1\ 4\ 5\ 6}=M_{1\ 4\ 5}Vr_6=110110011111110v010001011001100=110111011111$
110 В строке $M_{1\ 4\ 5\ 6}$ находим номера нулевых элементов, составляем список
 $J'=\{7,15\}$. Записываем дизъюнкцию
 $M_{1\ 4\ 5\ 6\ 7}=M_{1\ 4\ 5\ 6}Vr_7=110111011111110v010000100001000=1101111111$
11110 В строке $M_{1\ 4\ 5\ 6\ 7}$ находим номера нулевых элементов, составляем список
 $J'=\{15\}$. Записываем дизъюнкцию
 $M_{1\ 4\ 5\ 6\ 7\ 15}=M_{1\ 4\ 5\ 6\ 7}Vr_{15}=110111111111110v001000000110001=11111111$
11111111 В строке $M_{1\ 4\ 5\ 6\ 7\ 15}$ все 1. Построено $\psi_2=\{u_1\ 3, u_1\ 6, u_1\ 7, u_1\ 8, u_1\ 10, u_3\ 6\}$
Записываем дизъюнкцию
 $M_{1\ 4\ 5\ 6\ 15}=M_{1\ 4\ 5\ 6}Vr_{15}=110111011111110v001000000110001=111111011$
111111 В строке $M_{1\ 4\ 5\ 6\ 15}$ остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию

$M_{1\ 4\ 5\ 7} = M_{1\ 4\ 5} V_{r7} = 110110011111110V010000100001000 = 110110111111110$ В строке $M_{1\ 4\ 5\ 7}$ находим номера нулевых элементов, составляем список $J' = \{15\}$.

Строка 15 не закроет ноль на 6 позиции. Записываем дизъюнкцию

$M_{1\ 4\ 5\ 15} = M_{1\ 4\ 5} V_{r15} = 110110011111110V001000000110001 = 1111100111111111$ В строке $M_{1\ 4\ 5\ 15}$ остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию

$M_{1\ 4\ 6} = M_{1\ 4} V_{r6} = 110100011111110V010001011001100 = 1101010111111110$ В строке $M_{1\ 4\ 6}$ находим номера нулевых элементов, составляем список $J' = \{7, 15\}$.

Строки 7, 15 не закроют ноль на 5 позиции. Записываем дизъюнкцию

$M_{1\ 4\ 7} = M_{1\ 4} V_{r7} = 110100011111110V010000100001000 = 1101001111111110$ В строке $M_{1\ 4\ 7}$ находим номера нулевых элементов, составляем список $J' = \{15\}$. Строка

15 не закроет нули на позициях 5, 6 Записываем дизъюнкцию

$M_{1\ 4\ 15} = M_{1\ 4} V_{r15} = 110100011111110V001000000110001 = 1111000111111111$ В строке $M_{1\ 4\ 15}$ остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию

$M_{1\ 5} = r_1 V_{r5} = 110000011110000V010010011001100 = 11001001111111100$ В строке $M_{1\ 5}$ находим номера нулевых элементов, составляем список $J' = \{6, 7, 14, 15\}$.

Записываем дизъюнкцию

$M_{1\ 5\ 6} = M_{1\ 5} V_{r6} = 110010011111100V010001011001100 = 11001101111111100$ В строке $M_{1\ 5\ 6}$ находим номера нулевых элементов, составляем список $J' = \{7, 14, 15\}$.

Записываем дизъюнкцию

$M_{1\ 5\ 6\ 7} = M_{1\ 5\ 6} V_{r7} = 110011011111100V010000100001000 = 110011111111100$ В строке $M_{1\ 5\ 6\ 7}$ находим номера нулевых элементов, составляем список $J' = \{14, 15\}$. Записываем дизъюнкцию

$M_{1\ 5\ 6\ 7\ 14} = M_{1\ 5\ 6\ 7} V_{r14} = 110011111111100V001100000110010 = 111111111111110$ В строке $M_{1\ 5\ 6\ 7\ 14}$ находим номера нулевых элементов, составляем список $J' = \{15\}$. Записываем дизъюнкцию

$M_{1\ 5\ 6\ 7\ 14\ 15} = M_{1\ 5\ 6\ 7\ 14} V_{r15} = 111111111111110V001000000110001 = 111111111111111$ В строке $M_{1\ 5\ 6\ 7\ 14\ 15}$ все 1. Построено

$\psi_3 = \{u_{1\ 3}, u_{1\ 7}, u_{1\ 8}, u_{1\ 10}, u_{3\ 7}, u_{3\ 6}\}$ Записываем дизъюнкцию

$M_{1\ 5\ 6\ 7\ 15} = M_{1\ 5\ 6\ 7} V_{r15} = 110011111111100V001000000110001 = 111011111111101$ В строке $M_{1\ 5\ 6\ 7\ 15}$ остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию

$M_{1\ 5\ 6\ 14} = M_{1\ 5\ 6} V_{r14} = 110011011111100V001100000110010 = 111111011111110$ В строке $M_{1\ 5\ 6\ 14}$ находим номера нулевых элементов, составляем список $J' = \{15\}$. Строка 15 не закроет ноль на 7 позиции. Записываем дизъюнкцию

$M_{1\ 5\ 6\ 15} = M_{1\ 5\ 6} V_{r15} = 110011011111100V001000000110001 = 111011011111101$ В строке $M_{1\ 5\ 6\ 15}$ остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию

$M_{1\ 5\ 7} = M_{1\ 5} V_{r7} = 110010011111100V010000100001000 = 1100101111111100$ В строке $M_{1\ 5\ 7}$ находим номера нулевых элементов, составляем список $J' = \{14, 15\}$.

Строки 14, 15 не закроют ноль на 6 позиции. Записываем дизъюнкцию

$M_{1\ 5\ 14} = M_{1\ 5} V_{r14} = 110010011111100V001100000110010 = 111110011111110$ В строке $M_{1\ 5\ 14}$ находим номера нулевых элементов, составляем список $J' = \{15\}$.

Строка 15 не закрывает нули на позициях 6, 7 Записываем дизъюнкцию

$M_{15} = M_{15} \vee r_{15} = 110010011111100 \vee 001000000110001 = 111010011111101$ В строке M_{15} остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию

$M_{16} = r_{16} \vee r_{16} = 110000011110000 \vee 010001011001100 = 110001011111100$ В строке M_{16} находим номера нулевых элементов, составляем список $J' = \{7, 14, 15\}$.

Строки 7, 14, 15 не закрывают ноль на 5 позиции. Записываем дизъюнкцию

$M_{17} = r_{17} \vee r_{17} = 110000011110000 \vee 010000100001000 = 110000111111000$ В строке M_{17} находим номера нулевых элементов, составляем список $J' = \{13, 14, 15\}$.

Записываем дизъюнкцию

$M_{1713} = M_{17} \vee r_{13} = 110000111111000 \vee 001111000110100 = 111111111111100$ В строке M_{1713} находим номера нулевых элементов, составляем список

$J' = \{14, 15\}$. Записываем дизъюнкцию

$M_{171314} = M_{1713} \vee r_{14} = 11111111111100 \vee 001100000110010 = 111111111111110$ В строке M_{171314} находим номера нулевых элементов, составляем список

$J' = \{15\}$. Записываем дизъюнкцию

$M_{17131415} = M_{171314} \vee r_{15} = 11111111111110 \vee 001000000110001 = 111111111111111$ В строке $M_{17131415}$ все 1. Построено $\psi_4 = \{u_1 3, u_1 10, u_3 9, u_3 7, u_3 6\}$

Записываем дизъюнкцию

$M_{171315} = M_{1713} \vee r_{15} = 111111111111100 \vee 001000000110001 = 111111111111101$ В строке M_{171315} остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию

$M_{1714} = M_{17} \vee r_{14} = 110000111111000 \vee 001100000110010 = 111100111111010$ В строке M_{1714} находим номера нулевых элементов, составляем список $J' = \{15\}$.

Строка 15 не закрывает нули на позициях 5, 6, 13 Записываем дизъюнкцию

$M_{1715} = M_{17} \vee r_{15} = 110000111111000 \vee 001000000110001 = 111000111111001$ В строке M_{1715} остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию

$M_{112} = r_{12} \vee r_{12} = 110000011110000 \vee 001111111111000 = 111111111111000$ В строке M_{112} находим номера нулевых элементов, составляем список $J' = \{13, 14, 15\}$.

Записываем дизъюнкцию

$M_{11213} = M_{112} \vee r_{13} = 111111111111000 \vee 001111000110100 = 111111111111100$ В строке M_{11213} находим номера нулевых элементов, составляем список

$J' = \{14, 15\}$. Записываем дизъюнкцию

$M_{1121314} = M_{11213} \vee r_{14} = 111111111111100 \vee 001100000110010 = 111111111111110$ В строке $M_{1121314}$ находим номера нулевых элементов, составляем список

$J' = \{15\}$. Записываем дизъюнкцию

$M_{112131415} = M_{1121314} \vee r_{15} = 111111111111110 \vee 001000000110001 = 111111111111111$ В строке $M_{112131415}$ все 1. Построено $\psi_5 = \{u_1 3, u_3 11, u_3 9, u_3 7, u_3 6\}$

Записываем дизъюнкцию

$M_{1121315} = M_{11213} \vee r_{15} = 111111111111100 \vee 001000000110001 = 111111111111101$ В строке $M_{1121315}$ остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию

$M_{11214} = M_{112} \vee r_{14} = 111111111111100 \vee 001100000110010 = 111111111111110$

010 В строке M_{1214} находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{15\}$.
 Строка 15 не закрывает ноль на 13 позиции. Записываем дизъюнкцию
 $M_{1215}=M_{12}Vr_{15}=111111111111000v001000000110001=111111111111001$ В строке M_{1215} остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию
 $M_{113}=r_1Vr_{13}=110000011110000v001111000110100=111111011110100$ В строке M_{113} находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{14,15\}$.
 Строки 14, 15 не закроют нули на позициях 7, 12 Записываем дизъюнкцию
 $M_{114}=r_1Vr_{14}=110000011110000v001100000110010=111100011110010$ В строке M_{114} находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{15\}$. Строка 15 не закрывает нули на позициях 5, 6, 7, 12, 13 Записываем дизъюнкцию
 $M_{115}=r_1Vr_{15}=110000011110000v001000000110001=111000011110001$ В строке M_{115} остались незакрытые 0. В 2 строке ищем первый нулевой элемент - r_{28} .
 Записываем дизъюнкцию
 $M_{28}=r_2Vr_8=111111100000000v101111010001000=111111110001000$ В строке M_{28} находим номера нулевых элементов, составляем список
 $J'=\{9,10,11,13,14,15\}$. Записываем дизъюнкцию
 $M_{289}=M_{28}Vr_9=111111110001000v101111001001000=111111111001000$
 В строке M_{289} находим номера нулевых элементов, составляем список
 $J'=\{10,11,13,14,15\}$. Записываем дизъюнкцию
 $M_{28910}=M_{289}Vr_{10}=111111111001000v100000000101111=111111111101111$ В строке M_{28910} находим номера нулевых элементов, составляем список
 $J'=\{11\}$. Записываем дизъюнкцию
 $M_{2891011}=M_{28910}Vr_{11}=111111111101111v100000000011111=1111111111111111$ В строке $M_{2891011}$ все 1. Построено $\psi_6=\{u_{211}, u_{210}, u_{29}, u_{25}, u_{24}\}$
 Записываем дизъюнкцию
 $M_{28911}=M_{289}Vr_{11}=111111111001000v100000000011111=111111111101111$ В строке M_{28911} остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию
 $M_{28913}=M_{289}Vr_{13}=111111111001000v001111000110100=111111111111100$ В строке M_{28913} находим номера нулевых элементов, составляем список
 $J'=\{14,15\}$. Записываем дизъюнкцию
 $M_{2891314}=M_{28913}Vr_{14}=111111111111100v001100000110010=1111111111111110$ В строке $M_{2891314}$ находим номера нулевых элементов, составляем список
 $J'=\{15\}$. Записываем дизъюнкцию
 $M_{289131415}=M_{2891314}Vr_{15}=111111111111110v001000000110001=1111111111111111$ В строке $M_{289131415}$ все 1. Построено
 $\psi_7=\{u_{211}, u_{210}, u_{29}, u_{39}, u_{37}, u_{36}\}$ Записываем дизъюнкцию
 $M_{2891315}=M_{28913}Vr_{15}=111111111111100v001000000110001=1111111111111110$ В строке $M_{2891315}$ остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию
 $M_{28914}=M_{289}Vr_{14}=111111111001000v001100000110010=1111111111111010$ В строке M_{28914} находим номера нулевых элементов, составляем список

$J'=\{15\}$. Строка 15 не закрывает ноль на 13 позиции. Записываем дизъюнкцию
 $M_2 8 9 15=M_2 8 9 Vr_{15}=111111111001000v001000000110001=111111111111001$ В строке $M_2 8 9 15$ остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию
 $M_2 8 10=M_2 8 Vr_{10}=1111111110001000v100000000101111=1111111110101111$ В строке $M_2 8 10$ находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{11\}$.
 Строка 11 не закрывает ноль на 9 позиции. Записываем дизъюнкцию
 $M_2 8 11=M_2 8 Vr_{11}=1111111110001000v100000000011111=1111111110011111$ В строке $M_2 8 11$ остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию
 $M_2 8 13=M_2 8 Vr_{13}=1111111110001000v001111000110100=1111111110111100$ В строке $M_2 8 13$ находим номера нулевых элементов, составляем список
 $J'=\{14,15\}$. Строки 14, 15 не закрывают ноль на 9 позиции. Записываем дизъюнкцию
 $M_2 8 14=M_2 8 Vr_{14}=1111111110001000v001100000110010=1111111110111010$ В строке $M_2 8 14$ находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{15\}$.
 Строка 15 не закрывает нули на позициях 9, 13 Записываем дизъюнкцию
 $M_2 8 15=M_2 8 Vr_{15}=1111111110001000v001000000110001=1111111110111001$ В строке $M_2 8 15$ остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию
 $M_2 9=r_2 Vr_9=111111100000000v101111001001000=111111101001000$ В строке $M_2 9$ находим номера нулевых элементов, составляем список
 $J'=\{10,11,13,14,15\}$. Строки 10, 11, 13, 14, 15 не закрывают ноль на 8 позиции.
 Записываем дизъюнкцию
 $M_2 10=r_2 Vr_{10}=111111100000000v100000000101111=111111100101111$ В строке $M_2 10$ находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{11\}$. Строка 11 не закрывает нули на позициях 8, 9 Записываем дизъюнкцию
 $M_2 11=r_2 Vr_{11}=111111100000000v100000000011111=111111100011111$ В строке $M_2 11$ остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию
 $M_2 12=r_2 Vr_{12}=111111100000000v00111111111000=111111111111000$ В строке $M_2 12$ находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{13,14,15\}$.
 Записываем дизъюнкцию
 $M_2 12 13=M_2 12 Vr_{13}=111111111111000v001111000110100=111111111111100$ В строке $M_2 12 13$ находим номера нулевых элементов, составляем список
 $J'=\{14,15\}$. Записываем дизъюнкцию
 $M_2 12 13 14=M_2 12 13 Vr_{14}=111111111111100v001100000110010=111111111111110$ В строке $M_2 12 13 14$ находим номера нулевых элементов, составляем список
 $J'=\{15\}$. Записываем дизъюнкцию
 $M_2 12 13 14 15=M_2 12 13 14 Vr_{15}=11111111111110v001000000110001=111111111111111$ В строке $M_2 12 13 14 15$ все 1. Построено $\psi_8=\{u_2 11, u_3 11, u_3 9, u_3 7, u_3 6\}$
 Записываем дизъюнкцию
 $M_2 12 13 15=M_2 12 13 Vr_{15}=111111111111100v001000000110001=1111111111111101$ В строке $M_2 12 13 15$ остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию
 $M_2 12 14=M_2 12 Vr_{14}=1111111111111000v001100000110010=111111111111111$

010 В строке $M_{2\ 12\ 14}$ находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{15\}$.
 Строка 15 не закроет ноль на 13 позиции. Записываем дизъюнкцию
 $M_{2\ 12\ 15}=M_{2\ 12}Vr_{15}=111111111111000v001000000110001=111111111111$
 001 В строке $M_{2\ 12\ 15}$ остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию
 $M_{2\ 13}=r_{2}Vr_{13}=111111100000000v001111000110100=111111100110100$ В
 строке $M_{2\ 13}$ находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{14,15\}$.
 Строки 14, 15 не закроют нули на позициях 8, 9, 12 Записываем дизъюнкцию
 $M_{2\ 14}=r_{2}Vr_{14}=111111100000000v001100000110010=111111100110010$ В
 строке $M_{2\ 14}$ находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{15\}$. Строка
 15 не закроет нули на позициях 8, 9, 12, 13 Записываем дизъюнкцию
 $M_{2\ 15}=r_{2}Vr_{15}=111111100000000v001000000110001=111111100110001$ В
 строке $M_{2\ 15}$ остались незакрытые 0. В 3 строке ищем первый нулевой элемент - $r_{3\ 4}$.
 Записываем дизъюнкцию
 $M_{3\ 4}=r_{3}Vr_{4}=011000011001111v010100011001110=011100011001111$ В
 строке $M_{3\ 4}$ находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{5,6,7,10,11\}$.
 Записываем дизъюнкцию
 $M_{3\ 4\ 5}=M_{3\ 4}Vr_{5}=011100011001111v010010011001100=011110011001111$
 В строке $M_{3\ 4\ 5}$ находим номера нулевых элементов, составляем список
 $J'=\{6,7,10,11\}$. Записываем дизъюнкцию
 $M_{3\ 4\ 5\ 6}=M_{3\ 4\ 5}Vr_{6}=011110011001111v010001011001100=011111011001$
 111 В строке $M_{3\ 4\ 5\ 6}$ находим номера нулевых элементов, составляем список
 $J'=\{7,10,11\}$. Записываем дизъюнкцию
 $M_{3\ 4\ 5\ 6\ 7}=M_{3\ 4\ 5\ 6}Vr_{7}=011111011001111v010000100001000=0111111110$
 01111 В строке $M_{3\ 4\ 5\ 6\ 7}$ находим номера нулевых элементов, составляем список
 $J'=\{10,11\}$. Записываем дизъюнкцию
 $M_{3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 10}=M_{3\ 4\ 5\ 6\ 7}Vr_{10}=011111111001111v100000000101111=1111111$
 11101111 В строке $M_{3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 10}$ находим номера нулевых элементов, составляем
 список $J'=\{11\}$. Записываем дизъюнкцию
 $M_{3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 10\ 11}=M_{3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 10}Vr_{11}=111111111101111v100000000011111=111$
 111111111111 В строке $M_{3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 10\ 11}$ все 1. Построено
 $\psi_9=\{u_1\ 5,u_1\ 6,u_1\ 7,u_1\ 8,u_1\ 10,u_2\ 5,u_2\ 4\}$ Записываем дизъюнкцию
 $M_{3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 11}=M_{3\ 4\ 5\ 6\ 7}Vr_{11}=011111111001111v100000000011111=1111111$
 11011111 В строке $M_{3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 11}$ остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию
 $M_{3\ 4\ 5\ 6\ 10}=M_{3\ 4\ 5\ 6}Vr_{10}=011111011001111v100000000101111=111111011$
 101111 В строке $M_{3\ 4\ 5\ 6\ 10}$ находим номера нулевых элементов, составляем список
 $J'=\{11\}$. Строка 11 не закроет ноль на 7 позиции. Записываем дизъюнкцию
 $M_{3\ 4\ 5\ 6\ 11}=M_{3\ 4\ 5\ 6}Vr_{11}=011111011001111v100000000011111=111111011$
 011111 В строке $M_{3\ 4\ 5\ 6\ 11}$ остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию
 $M_{3\ 4\ 5\ 7}=M_{3\ 4\ 5}Vr_{7}=011110011001111v010000100001000=011110111001$
 111 В строке $M_{3\ 4\ 5\ 7}$ находим номера нулевых элементов, составляем список

$J'=\{10,11\}$. Строки 10, 11 не закроют ноль на 6 позиции. Записываем дизъюнкцию
 $M_{3\ 4\ 5\ 10}=M_{3\ 4\ 5}Vr_{10}=011110011001111V100000000101111=11111001110$
 1111 В строке $M_{3\ 4\ 5\ 10}$ находим номера нулевых элементов, составляем список
 $J'=\{11\}$. Строка 11 не закроет нули на позициях 6, 7 Записываем дизъюнкцию
 $M_{3\ 4\ 5\ 11}=M_{3\ 4\ 5}Vr_{11}=011110011001111V100000000011111=11111001101$
 1111 В строке $M_{3\ 4\ 5\ 11}$ остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию
 $M_{3\ 4\ 6}=M_{3\ 4}Vr_6=011100011001111V010001011001100=011101011001111$
В строке $M_{3\ 4\ 6}$ находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{7,10,11\}$.
Строки 7, 10, 11 не закроют ноль на 5 позиции. Записываем дизъюнкцию
 $M_{3\ 4\ 7}=M_{3\ 4}Vr_7=011100011001111V010000100001000=011100111001111$
В строке $M_{3\ 4\ 7}$ находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{10,11\}$.
Строки 10, 11 не закроют нули на позициях 5, 6 Записываем дизъюнкцию
 $M_{3\ 4\ 10}=M_{3\ 4}Vr_{10}=011100011001111V100000000101111=1111000111011$
 11 В строке $M_{3\ 4\ 10}$ находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{11\}$.
Строка 11 не закроет нули на позициях 5, 6, 7 Записываем дизъюнкцию
 $M_{3\ 4\ 11}=M_{3\ 4}Vr_{11}=011100011001111V100000000011111=1111000110111$
 11 В строке $M_{3\ 4\ 11}$ остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию
 $M_{3\ 5}=r_3Vr_5=011000011001111V010010011001100=011010011001111$ В
строке $M_{3\ 5}$ находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{6,7,10,11\}$.
Строки 6, 7, 10, 11 не закроют ноль на 4 позиции. Записываем дизъюнкцию
 $M_{3\ 6}=r_3Vr_6=011000011001111V010001011001100=011001011001111$ В
строке $M_{3\ 6}$ находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{7,10,11\}$.
Строки 7, 10, 11 не закроют нули на позициях 4, 5 Записываем дизъюнкцию
 $M_{3\ 7}=r_3Vr_7=011000011001111V010000100001000=011000111001111$ В
строке $M_{3\ 7}$ находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{10,11\}$.
Строки 10, 11 не закроют нули на позициях 4, 5, 6 Записываем дизъюнкцию
 $M_{3\ 10}=r_3Vr_{10}=011000011001111V100000000101111=111000011101111$ В
строке $M_{3\ 10}$ находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{11\}$. Строка
11 не закроет нули на позициях 4, 5, 6, 7 Записываем дизъюнкцию
 $M_{3\ 11}=r_3Vr_{11}=011000011001111V100000000011111=111000011011111$ В
строке $M_{3\ 11}$ остались незакрытые 0. В 4 строке ищем первый нулевой элемент - $r_4\ 5$.
Записываем дизъюнкцию
 $M_{4\ 5}=r_4Vr_5=010100011001110V010010011001100=010110011001110$ В
строке $M_{4\ 5}$ находим номера нулевых элементов, составляем список
 $J'=\{6,7,10,11,15\}$. Записываем дизъюнкцию
 $M_{4\ 5\ 6}=M_{4\ 5}Vr_6=010110011001110V010001011001100=010111011001110$
В строке $M_{4\ 5\ 6}$ находим номера нулевых элементов, составляем список
 $J'=\{7,10,11,15\}$. Записываем дизъюнкцию
 $M_{4\ 5\ 6\ 7}=M_{4\ 5\ 6}Vr_7=010111011001110V010000100001000=010111111001$
 110 В строке $M_{4\ 5\ 6\ 7}$ находим номера нулевых элементов, составляем список

$J'=\{10,11,15\}$. Записываем дизъюнкцию

$M_{4\ 5\ 6\ 7\ 10}=M_{4\ 5\ 6\ 7}Vr_{10}=010111111001110v100000000101111=110111111101111$ В строке $M_{4\ 5\ 6\ 7\ 10}$ находим номера нулевых элементов, составляем список

$J'=\{11\}$. Строка 11 не закроет ноль на 3 позиции. Записываем дизъюнкцию

$M_{4\ 5\ 6\ 7\ 11}=M_{4\ 5\ 6\ 7}Vr_{11}=010111111001110v100000000011111=110111111101111$ В строке $M_{4\ 5\ 6\ 7\ 11}$ остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию

$M_{4\ 5\ 6\ 7\ 15}=M_{4\ 5\ 6\ 7}Vr_{15}=010111111001110v001000000110001=011111111111111$ В строке $M_{4\ 5\ 6\ 7\ 15}$ остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию

$M_{4\ 5\ 6\ 10}=M_{4\ 5\ 6}Vr_{10}=010111011001110v100000000101111=110111011101111$ В строке $M_{4\ 5\ 6\ 10}$ находим номера нулевых элементов, составляем список

$J'=\{11\}$. Строка 11 не закроет нули на позициях 3, 7 Записываем дизъюнкцию

$M_{4\ 5\ 6\ 11}=M_{4\ 5\ 6}Vr_{11}=010111011001110v100000000011111=110111011011111$ В строке $M_{4\ 5\ 6\ 11}$ остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию

$M_{4\ 5\ 6\ 15}=M_{4\ 5\ 6}Vr_{15}=010111011001110v001000000110001=011111011111111$ В строке $M_{4\ 5\ 6\ 15}$ остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию

$M_{4\ 5\ 7}=M_{4\ 5}Vr_7=010110011001110v010000100001000=010110111001110$ В строке $M_{4\ 5\ 7}$ находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{10,11,15\}$.

Строки 10, 11, 15 не закроют ноль на 6 позиции. Записываем дизъюнкцию

$M_{4\ 5\ 10}=M_{4\ 5}Vr_{10}=010110011001110v100000000101111=110110011101111$ В строке $M_{4\ 5\ 10}$ находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{11\}$.

Строка 11 не закроет нули на позициях 3, 6, 7 Записываем дизъюнкцию

$M_{4\ 5\ 11}=M_{4\ 5}Vr_{11}=010110011001110v100000000011111=110110011011111$ В строке $M_{4\ 5\ 11}$ остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию

$M_{4\ 5\ 15}=M_{4\ 5}Vr_{15}=010110011001110v001000000110001=011110011111111$ В строке $M_{4\ 5\ 15}$ остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию

$M_{4\ 6}=r_4Vr_6=010100011001110v010001011001100=010101011001110$ В строке $M_{4\ 6}$ находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{7,10,11,15\}$.

Строки 7, 10, 11, 15 не закроют ноль на 5 позиции. Записываем дизъюнкцию

$M_{4\ 7}=r_4Vr_7=010100011001110v010000100001000=010100111001110$ В строке $M_{4\ 7}$ находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{10,11,15\}$.

Строки 10, 11, 15 не закроют нули на позициях 5, 6 Записываем дизъюнкцию

$M_{4\ 10}=r_4Vr_{10}=010100011001110v100000000101111=110100011101111$ В строке $M_{4\ 10}$ находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{11\}$. Строка

11 не закроет нули на позициях 3, 5, 6, 7 Записываем дизъюнкцию

$M_{4\ 11}=r_4Vr_{11}=010100011001110v100000000011111=110100011011111$ В строке $M_{4\ 11}$ остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию

$M_{4\ 15}=r_4Vr_{15}=010100011001110v001000000110001=011100011111111$ В строке $M_{4\ 15}$ остались незакрытые 0. В 5 строке ищем первый нулевой элемент - $r_5\ 6$.

Записываем дизъюнкцию

$M_{5\ 6}=r_5Vr_6=010010011001100v010001011001100=010011011001100$ В

строке M_{56} находим номера нулевых элементов, составляем список

$J'=\{7,10,11,14,15\}$. Записываем дизъюнкцию

$M_{567}=M_{56}Vr_7=010011011001100V010000100001000=010011111001100$

В строке M_{567} находим номера нулевых элементов, составляем список

$J'=\{10,11,14,15\}$. Записываем дизъюнкцию

$M_{56710}=M_{567}Vr_{10}=010011111001100V100000000101111=11001111110$

1111 В строке M_{56710} находим номера нулевых элементов, составляем список

$J'=\{11\}$. Строка 11 не закроет нули на позициях 3, 4 Записываем дизъюнкцию

$M_{56711}=M_{567}Vr_{11}=010011111001100V100000000011111=11001111101$

1111 В строке M_{56711} остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию

$M_{56714}=M_{567}Vr_{14}=010011111001100V001100000110010=01111111111$

1110 В строке M_{56714} находим номера нулевых элементов, составляем список

$J'=\{15\}$. Строка 15 не закроет ноль на 1 позиции. Записываем дизъюнкцию

$M_{56715}=M_{567}Vr_{15}=010011111001100V001000000110001=01101111111$

1101 В строке M_{56715} остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию

$M_{5610}=M_{56}Vr_{10}=010011011001100V100000000101111=1100110111011$

11 В строке M_{5610} находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{11\}$.

Строка 11 не закроет нули на позициях 3, 4, 7 Записываем дизъюнкцию

$M_{5611}=M_{56}Vr_{11}=010011011001100V100000000011111=1100110110111$

11 В строке M_{5611} остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию

$M_{5614}=M_{56}Vr_{14}=010011011001100V001100000110010=0111110111111$

10 В строке M_{5614} находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{15\}$.

Строка 15 не закроет нули на позициях 1, 7 Записываем дизъюнкцию

$M_{5615}=M_{56}Vr_{15}=010011011001100V001000000110001=0110110111111$

01 В строке M_{5615} остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию

$M_{57}=r_5Vr_7=010010011001100V010000100001000=010010111001100$ В

строке M_{57} находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{10,11,14,15\}$.

Строки 10, 11, 14, 15 не закроют ноль на 6 позиции. Записываем дизъюнкцию

$M_{510}=r_5Vr_{10}=010010011001100V100000000101111=110010011101111$ В

строке M_{510} находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{11\}$. Строка

11 не закроет нули на позициях 3, 4, 6, 7 Записываем дизъюнкцию

$M_{511}=r_5Vr_{11}=010010011001100V100000000011111=110010011011111$ В

строке M_{511} остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию

$M_{514}=r_5Vr_{14}=010010011001100V001100000110010=011110011111110$ В

строке M_{514} находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{15\}$. Строка

15 не закроет нули на позициях 1, 6, 7 Записываем дизъюнкцию

$M_{515}=r_5Vr_{15}=010010011001100V001000000110001=011010011111101$ В

строке M_{515} остались незакрытые 0. В 6 строке ищем первый нулевой элемент - r_67 .

Записываем дизъюнкцию

$M_{67}=r_6Vr_7=010001011001100V010000100001000=010001111001100$ В

строке $M_{6\ 7}$ находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{10,11,14,15\}$.
 Строки 10, 11, 14, 15 не закроют ноль на 5 позиции. Записываем дизъюнкцию
 $M_{6\ 10}=r_6Vr_{10}=010001011001100V100000000101111=110001011101111$ В
 строке $M_{6\ 10}$ находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{11\}$. Строка
 11 не закроет нули на позициях 3, 4, 5, 7 Записываем дизъюнкцию
 $M_{6\ 11}=r_6Vr_{11}=010001011001100V100000000011111=110001011011111$ В
 строке $M_{6\ 11}$ остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию
 $M_{6\ 14}=r_6Vr_{14}=010001011001100V001100000110010=011101011111110$ В
 строке $M_{6\ 14}$ находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{15\}$. Строка
 15 не закроет нули на позициях 1, 5, 7 Записываем дизъюнкцию
 $M_{6\ 15}=r_6Vr_{15}=010001011001100V001000000110001=011001011111101$ В
 строке $M_{6\ 15}$ остались незакрытые 0. В 7 строке ищем первый нулевой элемент - $r_7\ 8$.
 Записываем дизъюнкцию
 $M_{7\ 8}=r_7Vr_8=010000100001000V101111010001000=111111110001000$ В
 строке $M_{7\ 8}$ находим номера нулевых элементов, составляем список
 $J'=\{9,10,11,13,14,15\}$. Записываем дизъюнкцию
 $M_{7\ 8\ 9}=M_{7\ 8}Vr_9=111111110001000V101111001001000=111111111001000$
 В строке $M_{7\ 8\ 9}$ находим номера нулевых элементов, составляем список
 $J'=\{10,11,13,14,15\}$. Записываем дизъюнкцию
 $M_{7\ 8\ 9\ 10}=M_{7\ 8\ 9}Vr_{10}=111111111001000V100000000101111=11111111110$
 1111 В строке $M_{7\ 8\ 9\ 10}$ находим номера нулевых элементов, составляем список
 $J'=\{11\}$. Записываем дизъюнкцию
 $M_{7\ 8\ 9\ 10\ 11}=M_{7\ 8\ 9\ 10}Vr_{11}=111111111101111V100000000011111=11111111$
 11111111 В строке $M_{7\ 8\ 9\ 10\ 11}$ все 1. Построено $\psi_{10}=\{u_{1\ 10}, u_{2\ 10}, u_{2\ 9}, u_{2\ 5}, u_{2\ 4}\}$
 Записываем дизъюнкцию
 $M_{7\ 8\ 9\ 11}=M_{7\ 8\ 9}Vr_{11}=111111111001000V100000000011111=11111111101$
 1111 В строке $M_{7\ 8\ 9\ 11}$ остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию
 $M_{7\ 8\ 9\ 13}=M_{7\ 8\ 9}Vr_{13}=111111111001000V001111000110100=11111111111$
 1100 В строке $M_{7\ 8\ 9\ 13}$ находим номера нулевых элементов, составляем список
 $J'=\{14,15\}$. Записываем дизъюнкцию
 $M_{7\ 8\ 9\ 13\ 14}=M_{7\ 8\ 9\ 13}Vr_{14}=11111111111100V001100000110010=11111111$
 11111110 В строке $M_{7\ 8\ 9\ 13\ 14}$ находим номера нулевых элементов, составляем список
 $J'=\{15\}$. Записываем дизъюнкцию
 $M_{7\ 8\ 9\ 13\ 14\ 15}=M_{7\ 8\ 9\ 13\ 14}Vr_{15}=11111111111110V001000000110001=1111$
 111111111111 В строке $M_{7\ 8\ 9\ 13\ 14\ 15}$ все 1. Построено
 $\psi_{11}=\{u_{1\ 10}, u_{2\ 10}, u_{2\ 9}, u_{3\ 9}, u_{3\ 7}, u_{3\ 6}\}$ Записываем дизъюнкцию
 $M_{7\ 8\ 9\ 13\ 15}=M_{7\ 8\ 9\ 13}Vr_{15}=111111111111100V001000000110001=11111111$
 11111101 В строке $M_{7\ 8\ 9\ 13\ 15}$ остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию
 $M_{7\ 8\ 9\ 14}=M_{7\ 8\ 9}Vr_{14}=111111111001000V001100000110010=11111111111$
 1010 В строке $M_{7\ 8\ 9\ 14}$ находим номера нулевых элементов, составляем список

$J'=\{15\}$. Строка 15 не закрывает ноль на 13 позиции. Записываем дизъюнкцию
 $M_{7\ 8\ 9\ 15}=M_{7\ 8\ 9}Vr_{15}=11111111001000v001000000110001=111111111111001$ В строке $M_{7\ 8\ 9\ 15}$ остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию
 $M_{7\ 8\ 10}=M_{7\ 8}Vr_{10}=111111110001000v100000000101111=111111110101111$ В строке $M_{7\ 8\ 10}$ находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{11\}$.
 Строка 11 не закрывает ноль на 9 позиции. Записываем дизъюнкцию
 $M_{7\ 8\ 11}=M_{7\ 8}Vr_{11}=111111110001000v100000000011111=111111110011111$ В строке $M_{7\ 8\ 11}$ остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию
 $M_{7\ 8\ 13}=M_{7\ 8}Vr_{13}=111111110001000v001111000110100=1111111101111000$ В строке $M_{7\ 8\ 13}$ находим номера нулевых элементов, составляем список
 $J'=\{14,15\}$. Строки 14, 15 не закрывают ноль на 9 позиции. Записываем дизъюнкцию
 $M_{7\ 8\ 14}=M_{7\ 8}Vr_{14}=111111110001000v001100000110010=111111110111010$ В строке $M_{7\ 8\ 14}$ находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{15\}$.
 Строка 15 не закрывает нули на позициях 9, 13 Записываем дизъюнкцию
 $M_{7\ 8\ 15}=M_{7\ 8}Vr_{15}=111111110001000v001000000110001=111111110111001$ В строке $M_{7\ 8\ 15}$ остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию
 $M_{7\ 9}=r_7Vr_9=010000100001000v101111001001000=111111101001000$ В строке $M_{7\ 9}$ находим номера нулевых элементов, составляем список
 $J'=\{10,11,13,14,15\}$. Строки 10, 11, 13, 14, 15 не закрывают ноль на 8 позиции. Записываем дизъюнкцию
 $M_{7\ 10}=r_7Vr_{10}=010000100001000v100000000101111=110000100101111$ В строке $M_{7\ 10}$ находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{11\}$. Строка 11 не закрывает нули на позициях 3, 4, 5, 6, 8, 9 Записываем дизъюнкцию
 $M_{7\ 11}=r_7Vr_{11}=010000100001000v100000000011111=110000100011111$ В строке $M_{7\ 11}$ остались незакрытые 0. Записываем дизъюнкцию
 $M_{7\ 13}=r_7Vr_{13}=010000100001000v001111000110100=011111100111100$ В строке $M_{7\ 13}$ находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{14,15\}$.
 Строки 14, 15 не закрывают нули на позициях 1, 8, 9 Записываем дизъюнкцию
 $M_{7\ 14}=r_7Vr_{14}=010000100001000v001100000110010=011100100111010$ В строке $M_{7\ 14}$ находим номера нулевых элементов, составляем список $J'=\{15\}$. Строка 15 не закрывает нули на позициях 1, 5, 6, 8, 9, 13 Записываем дизъюнкцию
 $M_{7\ 15}=r_7Vr_{15}=010000100001000v001000000110001=011000100111001$ В строке $M_{7\ 15}$ остались незакрытые 0. Из матрицы $R(G')$ видно, что строки с номерами $j > 7$ не смогут закрыть ноль в позиции 2. Семейство максимальных внутренне устойчивых множеств ΨG построено. Это: $\psi_1=\{u_1\ 3,u_1\ 5,u_1\ 6,u_1\ 7,u_1\ 8,u_1\ 10\}$
 $\psi_2=\{u_1\ 3,u_1\ 6,u_1\ 7,u_1\ 8,u_1\ 10,u_3\ 6\}$ $\psi_3=\{u_1\ 3,u_1\ 7,u_1\ 8,u_1\ 10,u_3\ 7,u_3\ 6\}$
 $\psi_4=\{u_1\ 3,u_1\ 10,u_3\ 9,u_3\ 7,u_3\ 6\}$ $\psi_5=\{u_1\ 3,u_3\ 11,u_3\ 9,u_3\ 7,u_3\ 6\}$
 $\psi_6=\{u_2\ 11,u_2\ 10,u_2\ 9,u_2\ 5,u_2\ 4\}$ $\psi_7=\{u_2\ 11,u_2\ 10,u_2\ 9,u_3\ 9,u_3\ 7,u_3\ 6\}$
 $\psi_8=\{u_2\ 11,u_3\ 11,u_3\ 9,u_3\ 7,u_3\ 6\}$ $\psi_9=\{u_1\ 5,u_1\ 6,u_1\ 7,u_1\ 8,u_1\ 10,u_2\ 5,u_2\ 4\}$
 $\psi_{10}=\{u_1\ 10,u_2\ 10,u_2\ 9,u_2\ 5,u_2\ 4\}$ $\psi_{11}=\{u_1\ 10,u_2\ 10,u_2\ 9,u_3\ 9,u_3\ 7,u_3\ 6\}$

Выделение из G' максимального двудольного подграфа H'

Для каждой пары множеств вычислим значение критерия $\alpha_{\gamma\beta} = |\psi_\gamma| + |\psi_\beta| - |\psi_\gamma \cap \psi_\beta|$:

$$\begin{aligned}
 \alpha_{12} &= |\psi_1| + |\psi_2| - |\psi_1 \cap \psi_2| = 6 + 6 - 5 = 7 & \alpha_{13} &= |\psi_1| + |\psi_3| - |\psi_1 \cap \psi_3| = 6 + 6 - 4 = 8 \\
 \alpha_{14} &= |\psi_1| + |\psi_4| - |\psi_1 \cap \psi_4| = 6 + 5 - 2 = 9 & \alpha_{15} &= |\psi_1| + |\psi_5| - |\psi_1 \cap \psi_5| = 6 + 5 - 1 = 10 \\
 \alpha_{16} &= |\psi_1| + |\psi_6| - |\psi_1 \cap \psi_6| = 6 + 5 - 0 = 11 & \alpha_{17} &= |\psi_1| + |\psi_7| - |\psi_1 \cap \psi_7| = 6 + 6 - 0 = 12 \\
 \alpha_{18} &= |\psi_1| + |\psi_8| - |\psi_1 \cap \psi_8| = 6 + 5 - 0 = 11 & \alpha_{19} &= |\psi_1| + |\psi_9| - |\psi_1 \cap \psi_9| = 6 + 7 - 5 = 8 \\
 \alpha_{110} &= |\psi_1| + |\psi_{10}| - |\psi_1 \cap \psi_{10}| = 6 + 5 - 1 = 10 & \alpha_{111} &= |\psi_1| + |\psi_{11}| - |\psi_1 \cap \psi_{11}| = 6 + 6 - 1 = 11 \\
 \alpha_{23} &= |\psi_2| + |\psi_3| - |\psi_2 \cap \psi_3| = 6 + 6 - 5 = 7 & \alpha_{24} &= |\psi_2| + |\psi_4| - |\psi_2 \cap \psi_4| = 6 + 5 - 3 = 8 \\
 \alpha_{25} &= |\psi_2| + |\psi_5| - |\psi_2 \cap \psi_5| = 6 + 5 - 2 = 9 & \alpha_{26} &= |\psi_2| + |\psi_6| - |\psi_2 \cap \psi_6| = 6 + 5 - 0 = 11 \\
 \alpha_{27} &= |\psi_2| + |\psi_7| - |\psi_2 \cap \psi_7| = 6 + 6 - 1 = 11 & \alpha_{28} &= |\psi_2| + |\psi_8| - |\psi_2 \cap \psi_8| = 6 + 5 - 1 = 10 \\
 \alpha_{29} &= |\psi_2| + |\psi_9| - |\psi_2 \cap \psi_9| = 6 + 7 - 4 = 9 & \alpha_{210} &= |\psi_2| + |\psi_{10}| - |\psi_2 \cap \psi_{10}| = 6 + 5 - 1 = 10 \\
 \alpha_{211} &= |\psi_2| + |\psi_{11}| - |\psi_2 \cap \psi_{11}| = 6 + 6 - 2 = 10 & \alpha_{34} &= |\psi_3| + |\psi_4| - |\psi_3 \cap \psi_4| = 6 + 5 - 4 = 7 \\
 \alpha_{35} &= |\psi_3| + |\psi_5| - |\psi_3 \cap \psi_5| = 6 + 5 - 3 = 8 & \alpha_{36} &= |\psi_3| + |\psi_6| - |\psi_3 \cap \psi_6| = 6 + 5 - 0 = 11 \\
 \alpha_{37} &= |\psi_3| + |\psi_7| - |\psi_3 \cap \psi_7| = 6 + 6 - 2 = 10 & \alpha_{38} &= |\psi_3| + |\psi_8| - |\psi_3 \cap \psi_8| = 6 + 5 - 2 = 9 \\
 \alpha_{39} &= |\psi_3| + |\psi_9| - |\psi_3 \cap \psi_9| = 6 + 7 - 3 = 10 & \alpha_{310} &= |\psi_3| + |\psi_{10}| - |\psi_3 \cap \psi_{10}| = 6 + 5 - 1 = 10 \\
 \alpha_{311} &= |\psi_3| + |\psi_{11}| - |\psi_3 \cap \psi_{11}| = 6 + 6 - 3 = 9 & \alpha_{45} &= |\psi_4| + |\psi_5| - |\psi_4 \cap \psi_5| = 5 + 5 - 4 = 6 \\
 \alpha_{46} &= |\psi_4| + |\psi_6| - |\psi_4 \cap \psi_6| = 5 + 5 - 0 = 10 & \alpha_{47} &= |\psi_4| + |\psi_7| - |\psi_4 \cap \psi_7| = 5 + 6 - 3 = 8 \\
 \alpha_{48} &= |\psi_4| + |\psi_8| - |\psi_4 \cap \psi_8| = 5 + 5 - 3 = 7 & \alpha_{49} &= |\psi_4| + |\psi_9| - |\psi_4 \cap \psi_9| = 5 + 7 - 1 = 11 \\
 \alpha_{410} &= |\psi_4| + |\psi_{10}| - |\psi_4 \cap \psi_{10}| = 5 + 5 - 1 = 9 & \alpha_{411} &= |\psi_4| + |\psi_{11}| - |\psi_4 \cap \psi_{11}| = 5 + 6 - 4 = 7 \\
 \alpha_{56} &= |\psi_5| + |\psi_6| - |\psi_5 \cap \psi_6| = 5 + 5 - 0 = 10 & \alpha_{57} &= |\psi_5| + |\psi_7| - |\psi_5 \cap \psi_7| = 5 + 6 - 3 = 8 \\
 \alpha_{58} &= |\psi_5| + |\psi_8| - |\psi_5 \cap \psi_8| = 5 + 5 - 4 = 6 & \alpha_{59} &= |\psi_5| + |\psi_9| - |\psi_5 \cap \psi_9| = 5 + 7 - 0 = 12 \\
 \alpha_{510} &= |\psi_5| + |\psi_{10}| - |\psi_5 \cap \psi_{10}| = 5 + 5 - 0 = 10 & \alpha_{511} &= |\psi_5| + |\psi_{11}| - |\psi_5 \cap \psi_{11}| = 5 + 6 - 3 = 8 \\
 \alpha_{67} &= |\psi_6| + |\psi_7| - |\psi_6 \cap \psi_7| = 5 + 6 - 3 = 8 & \alpha_{68} &= |\psi_6| + |\psi_8| - |\psi_6 \cap \psi_8| = 5 + 5 - 1 = 9 \\
 \alpha_{69} &= |\psi_6| + |\psi_9| - |\psi_6 \cap \psi_9| = 5 + 7 - 2 = 10 & \alpha_{610} &= |\psi_6| + |\psi_{10}| - |\psi_6 \cap \psi_{10}| = 5 + 5 - 4 = 6 \\
 \alpha_{611} &= |\psi_6| + |\psi_{11}| - |\psi_6 \cap \psi_{11}| = 5 + 6 - 2 = 9 & \alpha_{78} &= |\psi_7| + |\psi_8| - |\psi_7 \cap \psi_8| = 6 + 5 - 4 = 7 \\
 \alpha_{79} &= |\psi_7| + |\psi_9| - |\psi_7 \cap \psi_9| = 6 + 7 - 0 = 13 & \alpha_{710} &= |\psi_7| + |\psi_{10}| - |\psi_7 \cap \psi_{10}| = 6 + 5 - 2 = 9 \\
 \alpha_{711} &= |\psi_7| + |\psi_{11}| - |\psi_7 \cap \psi_{11}| = 6 + 6 - 5 = 7 & \alpha_{89} &= |\psi_8| + |\psi_9| - |\psi_8 \cap \psi_9| = 5 + 7 - 0 = 12 \\
 \alpha_{810} &= |\psi_8| + |\psi_{10}| - |\psi_8 \cap \psi_{10}| = 5 + 5 - 0 = 10 & \alpha_{811} &= |\psi_8| + |\psi_{11}| - |\psi_8 \cap \psi_{11}| = 5 + 6 - 3 = 8 \\
 \alpha_{910} &= |\psi_9| + |\psi_{10}| - |\psi_9 \cap \psi_{10}| = 7 + 5 - 3 = 9 & \alpha_{911} &= |\psi_9| + |\psi_{11}| - |\psi_9 \cap \psi_{11}| = 7 + 6 - 1 = 12 \\
 \alpha_{1011} &= |\psi_{10}| + |\psi_{11}| - |\psi_{10} \cap \psi_{11}| = 5 + 6 - 3 = 8
 \end{aligned}$$

- 7 8 9 10 11 12 11 8 10 11
 - - 7 8 9 11 11 10 9 10 10
 - - - 7 8 11 10 9 10 10 9
 - - - - 6 10 8 7 11 9 7
 - - - - - 10 8 6 12 10 8
 - - - - - - 8 9 10 6 9
 - - - - - - - 7 13 9 7

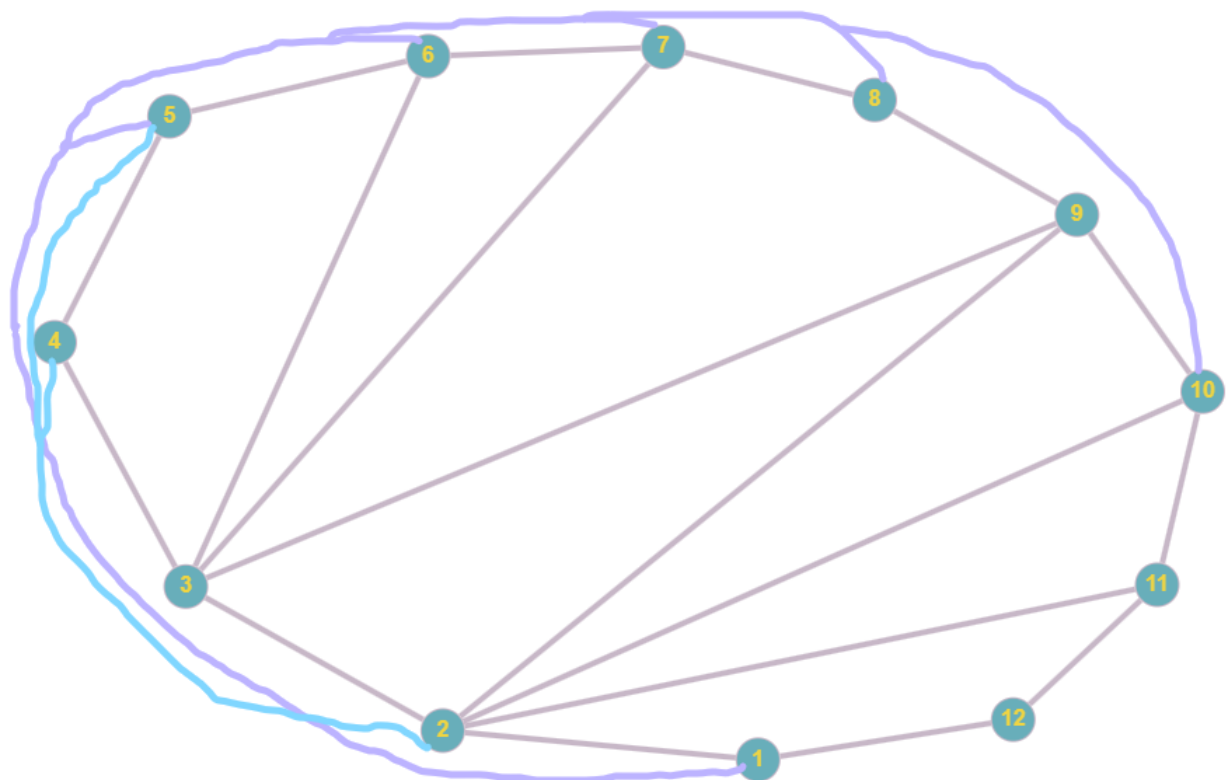
- - - - - 12 10 8
 - - - - - 9 12
 - - - - - 8

$$\max(\alpha\gamma\delta) = \alpha 79 = 13$$

$$\psi 7 = \{u 2 11, u 2 10, u 2 9, u 3 9, u 3 7, u 3 6\}$$

$$\psi 9 = \{u 1 5, u 1 6, u 1 7, u 1 8, u 1 10, u 2 5, u 2 4\}$$

Ребра, вошедшие в $\psi 7$, проведем внутри гамильтонова цикла, для $\psi 9$ – вне цикла.



Удаляем из Ψ_G ребра, вошедшие в $\psi 7$, $\psi 9$ и пустые множества.

$$\psi 1 = \{u 1 3, u 1 5, u 1 6, u 1 7, u 1 8, u 1 10\}$$

$$\psi 2 = \{u 1 3, u 1 6, u 1 7, u 1 8, u 1 10, u 3 6\}$$

$$\psi 3 = \{u 1 3, u 1 7, u 1 8, u 1 10, u 3 7, u 3 6\}$$

$$\psi 4 = \{u 1 3, u 1 10, u 3 9, u 3 7, u 3 6\}$$

$$\psi 5 = \{u 1 3, u 3 11, u 3 9, u 3 7, u 3 6\}$$

$$\psi 8 = \{u 2 11, u 3 11, u 3 9, u 3 7, u 3 6\}$$

Для каждой пары множеств вычислим значение критерия $\alpha\gamma\beta = |\psi\gamma| + |\psi\beta| - |\psi\gamma \cap \psi\beta|$:

| | $\Psi 1$ | $\Psi 2$ | $\Psi 3$ | $\Psi 4$ | $\Psi 5$ | $\Psi 8$ |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| $\Psi 1$ | | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| $\Psi 2$ | | | 6 | 7 | 7 | 8 |

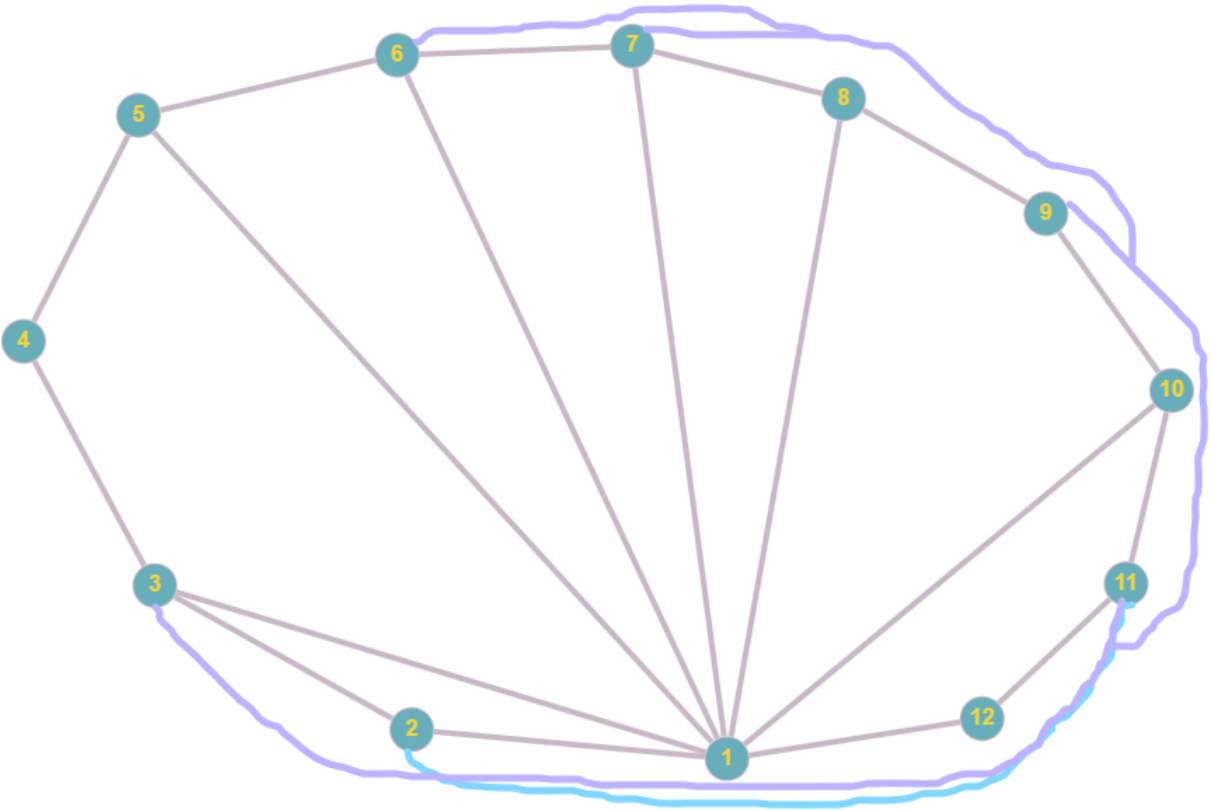
| | | | | | | |
|----------|--|--|--|---|---|---|
| Ψ_3 | | | | 6 | 6 | 7 |
| Ψ_4 | | | | | 6 | 7 |
| Ψ_5 | | | | | | 6 |
| Ψ_8 | | | | | | |

$$\alpha x(\alpha \gamma \delta) = \alpha 18 = 11$$

$$\psi_1 = \{u_1 3, u_1 5, u_1 6, u_1 7, u_1 8, u_1 10\}$$

$$\psi_8 = \{u_2 11, u_3 11, u_3 9, u_3 7, u_3 6\}$$

Ребра, вошедшие в ψ_1 , проведем внутри гамильтонова цикла, для ψ_8 – вне цикла.



Удаляем из Ψ_G ребра, вошедшие в ψ_1 , ψ_8 и пустые множества.

Все множества были удалены.

В Ψ_G пусто – граф планаризирован.

Толщина графа $m = 2$.