1. Поле комплексных чисел. Основные понятия.

Комплексным числом называется элемент z € RxR. Поле комплексных чисел снабжено 2 операциями, индуцированными из R. 3 Формы записи числа

1. Свойства сложения комплексных чисел.

Коммутативность, ассоциативность, противоположный элемент, нулевой элемент

1. Свойства умножения комплексных чисел.

Коммутативность, ассоциативность, обратный элемент, еденица

1. Алгебраическая форма комплексных чисел. Комплексно сопряженное число.

Z = (a; b) = a + i\*b в алгебраической форме

Z = (a; b); Z2 = (a; -b) – комплексно сопряжённое

1. Тригонометрическая форма комплексных чисел. Формула Муавра.

Z = R\*(cos(ф) + i\*sin(ф)) где R = sqrt(a^2 + b^2) - модуль

1. Внутренний закон композиции. Коммутативность и ассоциативность. Примеры.

Внутренним законом композиции называется операция \*, если M x M -> M.

Т.е с помощью \* из пары (x, y) получается элемент z. Бинарная операция.

Пример: +, \* на множестве N.

1. Нейтральный, поглощающий и обратный элементы относительно закона композиции. Примеры.

x∗e =e∗x=x нейтральный

x∗θ =θ∗x=θ поглощающий

x∗y = y∗x = e обратный

1. Группа и другие алгебраические структуры с одной операцией. Примеры.

Структура это множество с определённой на нём операцией. Пример <N, +>

Группой называется структура вида <M, \*> если \* это внутренняя операция, она ассоциативна, существует нейтральный и обратный элемент. Пример группы: <Z, +> <R, +>

1. Два закона композиции. Дистрибутивность.

Закон композиции ◦ называется дистрибутивным слева относительно закона ∗, если ∀x,y,z ∈ M x◦(y ∗z) = x◦y∗x◦z

Закон композиции ◦ называется дистрибутивным справа относительно закона ∗, если ∀x,y,z ∈ M (y ∗z)◦x = y ◦x∗z ◦x

Если и справа и слева, то двоякодистр.

1. Кольцо. Определение, примеры.

Кольцо это структура вида <M, +, \*> если <M, +> - абелева группа, \* ассоциативна, двоякодистрибутивность \* относительно +. Пример: <R, +, \*> <Z, +, \*>

1. Кольцо многочленов. Операции в этом множестве и их свойства.

R[x] – кольцо многочленов с коэфф. из R.

f(x) = a0 +a1x+...+anxn, где a0,a1,...,an ∈ R, x переменная.

Обладает операциями сложения, умножения. Они ассоциативны и коммутативны.

1. Делимость многочленов. Ассоциированность.

Свойства делимости и тд.

p(x) = αq(x), где α ∈ R,α= 0. ассоциированность

1. Степень многочлена. Свойства степеней при выполнении операций с многочленами.

Степень многочлена это номер его последнего ненулевого коэфф.

Deg(f\*g) = deg(f) + deg(g)

Deg(f + g) <= max{deg(f), deg(g)}

1. Корень многочлена. Теорема Безу.

Корнем многочлена кратности m называется x0, что f(x) делится на (x-x0)^m но f(x) не делится на (x – x0)^(m + 1)

Остаток от деления многочлена  f(x) на двучлен (x – a) равен значению этого многочлена при x = a, то есть равен f(a)

1. Делимость в кольце. Поле.

Делителем нуля в кольце R называется всякий элемент x= 0, такой что ∃y=0, xy =0.

Поле – область целостности, в которой каждый ненулевой элемент обратим.

Область целостности – коммутативное кольцо с единицей, в котором нет делителей нуля.

1. Матрица. Определение, виды матриц.

Матрица размера n на m с коэфф. из поля k – прямоугольная таблица вида:

aig € k.

Матрица-строка(столбец), еденичная, квадратная, диагональная, треугольная.

1. Действия с матрицами: сложение и умножение на скаляр. Свойства операций.

A+B=C ⇔ cij =aij+bij

λA =B ⇔ bij =λaij

Эти операции ассоциативны, коммутативны, существует нулевой элемент при сложении и проивоположный элемент. Сложить можно только марицы одинакового размера.

(λ + k)M = λM + kM

λ (A+B) = λA + λB

λ(kM) = (λk)M

1A = A

1. Действия с матрицами: умножение матриц. Свойства операции.

При умножении матриц i-тая строка умножается на j-й столбец. Перемножить можно только матрицы размера m x n на n x k. Получится матрица m x k. Умножение матриц не коммутативно.

Mk(n)

A(BC) = (AB)C

A(B + C) = AB + AC

(A + B)C = AC + BC

λ (AB) = (λA)B = A(λB)

Ae = eA = A. e = еденичная матрица

1. Действия с матрицами: транспонирование. Свойства операции.

Транспонирование матрицы – каждый элемент aig становится элементом aji

1)(AT)T = A ∀A∈MK(m,n)

2)(A +B)T = AT +BT ∀A,B ∈MK(m,n)

3)(λA)T = λAT ∀A ∈MK(m,n)

4)(AB)T = BTAT ∀A∈MK(m,n) ∀B ∈MK(n,t)

1. Определитель матрицы. Нахождение определителя матриц до 3-го порядка (вкл.).

Определитель матрицы это число |A| или detA. Вычисляется так:

Расписать как вычислять.

1. Свойства определителя при транспонировании, умножении матриц. Линейность по строкам.

detA = detAT

det(A+B) = detA + detB

det(kA) = kn\*detA n – порядок матрицы

Линейность по строкам – можно вынести общий множитель из одной строки,

1. Свойства определителя при вынесении множителя. Перестановка, равенство и пропорциональность строк.

1)Можно вынести множитель из одной строки за знак определителя.

2)Если в определителе есть одинаковые\пропорциональные строки\столбцы, то он = 0

3)Нечетное количество перестановок любых двух строк (или столбцов) меняет знак определителя.

1. Минор и алгебраическое дополнение. Определитель треугольной матрицы.

Минор М это определитель, полученный вычёркиванием из исходной матрицы 1 или неск. Строк и стобцов. Строк=столбцов. Дополнителный минор к aig Mig. Вычеркнули i g

A = (-1)i+g\*Mig

У треуг. Матрицы det это произведение элементов главной диагонали.

1. Обратная матрица. Критерий обратимости.

Обратная матрица B к матрице A это такая матрица, что A\*B = B\*A = e

Квадратная матрица имеет единственную обратную, если det != 0

A-1 = (1/detA)\*A\*

A\* = транспонирования матрица алгебр. дополнений элементов.

1. СЛАУ. Метод Крамера.

X1 = det1/det A

1. СЛАУ. Метод Гаусса.

Путём элемент. Преобр. Привести в расширенной матрице основную к верхнетреуг.

1. СЛАУ. Метод обратной матрицы.

X = A-1\*B