Технології програмування

Лабораторна робота №4

**Зворотний польський запис та обчислення математичного виразу**

**Мета роботи**: Використовуючи теоретичне підґрунтя про зворотний польський запис розробити програму на вхід якої подається математичний вираз, що має довільний набір операндів, операторів та дужок, на виході програма обчислює результат математичного виразу.

**Теоретичні відомості**

**Зворотний польський запис**

Звичною формою запису виразів є інфіксна, коли знак бінарної операції записують між позначеннями операндів цієї операції, наприклад, a + b. Розглянемо запис знаків операцій після позначень операндів, тобто постфіксний запис, наприклад, a b +. Такий запис має також назву зворотного польського, бо його запропонував польський логік Ян Лукасевич. Далі словосполучення: «зворотний польський запис» позначатимемо ЗПЗ. Позначення для функції традиційно записують перед аргументами. Природно такий запис назвати префіксним. При описі ЗПЗ переважно обмежуються перетворенням інфіксного запису у ЗПЗ.

Зворотний польський запис має чудові властивості, які перетворюють її на ідеальну проміжну ланку при трансляції коду програми.

Обчислення виразу, записаного в зворотному польському записі, можна проводити шляхом однократного перегляду ЗПЗ.

Зворотний польський запис виразу з арифметичними діями та піднесенням до степеня можна отримати, дотримуючись алгоритму, запропонованого Дейкстpою. Алгоритм отримав назву «сортувальна станція», за подібність його операцій із тим, що відбувається на залізничних сортувальних станціях. Як і алгоритм обчислення ЗПЗ, алгоритм сортувальної станції ґрунтується на стеку. У перетворенні беруть участь дві текстові змінні: вхідний і вихідний рядки. У процесі перетворення використовується стек, що зберігає ще не додані до вихідного рядка операції. Перетворювальна програма читає вхідний рядок послідовно символ за символом (символ – це не обов'язково буква), виконує на кожному кроці деякі дії залежно від того, який символ було прочитано.

**Алгоритм**

У випадку, коли є символи для обробки необхідно зчитати символ.

Якщо символ є числом або додаємо його до вихідного рядка.

Якщо символ є дужкою, поміщаємо його в стек.

Якщо символ є дужкою, що закривається то доки верхнім елементом стека не стане відкриваюча дужка, виштовхуємо елементи зі стека у вихідний рядок. При цьому дужка, що відкриває, видаляється зі стека, але у вихідний рядок не додається. Якщо стек закінчився раніше, ніж ми зустріли дужку, це означає, що у виразі або неправильно поставлений роздільник, або не узгоджені дужки.

Якщо символ є бінарною операцією та операція на вершині стеку має більший або такий самий пріоритет, то необхідно “виштовхнути” верхній елемент до вихідного рядка. Помістити операцію в стек.

Коли вхідний рядок закінчився, виштовхуємо всі символи зі стека у вихідний рядок

**Пріоритетність операцій:**

Найвищий – вираз в дужках.

Високий – піднесення до степеня.

Середній – множення або ділення.

Низький – додавання або віднімання.

**Приклад:**

|  |
| --- |
| Вхід: 3 + 4 \* 2 / (1 - 5) ^ 2  Читаємо «3»  Додаємо «3» до вихідного рядка  Вихід: 3  Читаємо «+»  Кладемо «+» у стек  Вихід: 3  Стек: +  Читаємо «4»  Додамо «4» до вихідного рядка  Вихід: 3 4  Стек: +  Читаємо «\*»  Кладемо «\*» у стек  Вихід: 3 4  Стек: + \*  Читаємо «2»  Додамо «2» до вихідного рядка  Вихід: 3 4 2  Стек: + \*  Читаємо «/»  Виштовхуємо «\*» зі стека у вихідний рядок, кладемо «/» у стек  Вихід: 3 4 2 \*  Стек: +/  Читаємо «(»  Кладемо «(» у стек  Вихід: 3 4 2 \*  Стек: + / (  Читаємо «1»  Додамо «1» до вихідного рядка  Вихід: 3 4 2 \* 1  Стек: + / (  Читаємо «−»  Кладемо «−» у стек  Вихід: 3 4 2 \* 1  Стек: + / ( −  Читаємо «5»  Додамо «5» до вихідного рядка  Вихід: 3 4 2 \* 1 5  Стек: + / (-  Читаємо «)»  Виштовхуємо «−» зі стека у вихідний рядок, виштовхуємо «(»  Вихід: 3 4 2 \* 1 5 −  Стек: +/  Читаємо «^»  Кладемо «^» у стек  Вихід: 3 4 2 \* 1 5 −  Стек: +/^  Читаємо «2»  Додамо «2» до вихідного рядка  Вихід: 3 4 2 \* 1 5 − 2  Стек: +/^  Кінець виразу  Виштовхуємо всі елементи зі стека в рядок  Вихід: **3 4 2 \* 1 5 − 2 ^ / +** |

**Обчислення виразу**

Використовуючи алгоритм ЗПЗ математичний вираз 3 + 4 \* 2 / (1 - 5) ^ 2 був записаний у вигляді 3 4 2 \* 1 5 − 2 ^ / +

Обчислення проводиться зліва направо. Якщо в запису зустрічається число, то число поміщається в стек. Якщо в запису зустрічається оператор, то він застосовується до двох верхніх елементів стеку які виштовхуються із стеку, а результат виконання поміщається в стек.

Запис інтерпретується як зазначено у наведеній нижче таблиці (зазначено стан стека після виконання операції, вершина стека виділена червоним кольором)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Символ | Дія | Стек |
| 3 | помістити в стек | 3 |
| 4 | помістити в стек | 3 4 |
| 2 | помістити в стек | 3 4 2 |
| \* | множення | 3 8 |
| 1 | помістити в стек | 3 8 1 |
| 5 | помістити в стек | 3 8 1 5 |
| - | віднімання | 3 8 -4 |
| 2 | помістити в стек | 3 8 -4 2 |
| ^ | піднесення до степеню | 3 8 16 |
| / | ділення | 3 0.5 |
| + | додавання | 3.5 |

Результат **3.5**, в кінці обчислень знаходиться на вершині стека.

**Завдання до лабораторної роботи**

Використовуючи теоретичне відомості розробити програму яка на вхід отримує математичний вираз з довільною кількістю операндів, операторів та дужок. В першу чергу сформувати послідовність символів у ЗПН. На другому етапі виконання лабораторної роботи вирахувати результат послідовності, що була сформована, використовуючи алгоритм запису математичного виразу у ЗПН.

Текст програми разом зі звітом розмістити в директорії lab\_04. Директорію lab\_04 розмістити в директорії, що використовується для виконання практичних завдань по кожній лекції та має назву **TP-KB-22[1 or 2]-Name-Surname**.

Хід роботи

Вхідні дані

Користувач вводить інфіксний математичний вираз, наприклад:

3 + 4 \* 2 / (1 - 5) ^ 2

Алгоритм реалізації

Програма складається з двох основних функцій:

1. Перетворення інфіксного запису в ЗПЗ:

* Розбиваємо вхідний вираз на токени (числа, оператори, дужки).
* Використовуємо стек для керування порядком операторів.
* Додаємо числа безпосередньо до вихідного списку, оператори — відповідно до їх пріоритету.

1. Обчислення виразу в ЗПЗ:

* Числа додаються в стек.
* Оператори обчислюють результат для верхніх елементів стека.
* Результат операції знову додається в стек.

Код програми

import operator

# Пріоритет операторів

OPERATORS = {

    '+': (1, operator.add),

    '-': (1, operator.sub),

    '\*': (2, operator.mul),

    '/': (2, operator.truediv),

    '^': (3, operator.pow)

}

def infix\_to\_postfix(expression):

    """

    Перетворення інфіксного виразу в ЗПЗ (зворотний польський запис).

    """

    output = []

    stack = []

    for token in tokenize(expression):

        if token.isdigit():

            output.append(token)  # Якщо число, додаємо до виходу

        elif token == '(':

            stack.append(token)  # Відкриваюча дужка

        elif token == ')':

            while stack and stack[-1] != '(':

                output.append(stack.pop())

            stack.pop()  # Видаляємо відкриваючу дужку

        elif token in OPERATORS:

            while (stack and stack[-1] in OPERATORS and

                   OPERATORS[token][0] <= OPERATORS[stack[-1]][0]):

                output.append(stack.pop())

            stack.append(token)

    # Виштовхуємо залишок операторів у стеку

    while stack:

        output.append(stack.pop())

    return output

def evaluate\_postfix(postfix):

    """

    Обчислення значення виразу у ЗПЗ.

    """

    stack = []

    for token in postfix:

        if token.isdigit():

            stack.append(float(token))  # Додаємо число в стек

        elif token in OPERATORS:

            b = stack.pop()

            a = stack.pop()

            operation = OPERATORS[token][1]

            stack.append(operation(a, b))  # Виконуємо операцію

    return stack.pop()

def tokenize(expression):

    """

    Розбиває вхідний вираз на токени (числа, оператори, дужки).

    """

    import re

    return re.findall(r'\d+|[+\-\*/^()]', expression)

if \_\_name\_\_ == "\_\_main\_\_":

    # Приклад використання

    expression = "3 + 4 \* 2 / ( 1 - 5 ) ^ 2"

    print("Інфіксний вираз:", expression)

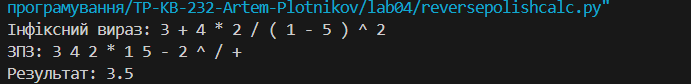
    postfix = infix\_to\_postfix(expression)

    print("ЗПЗ:", ' '.join(postfix))

    result = evaluate\_postfix(postfix)

    print("Результат:", result)

Результати



Висновок

У ході виконання лабораторної роботи було розроблено програму для перетворення математичного виразу з інфіксного запису в ЗПЗ і його обчислення. Програма коректно обробляє дужки, оператори та числа, забезпечуючи точний результат. Це дозволяє використовувати її для обчислення складних виразів без додаткового втручання.