



**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)**

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления» (ИУ)

КАФЕДРА «Информационная безопасность» (ИУ8)

Отчёт

**по лабораторной работе № 2
по дисциплине «Теория Систем и Системный Анализ»**

**Тема: «Исследование метода случайного поиска экстремума функции одного
переменного»**

Вариант №15

**Выполнил: Петросян А.Р.,
студент группы ИУ8-32**

**Проверил: Коннова Н. С.,
доцент каф. ИУ8**

**г. Москва,
2020 г.**

1. Цель работы

Изучение метода случайного поиска экстремума на примере унимодальной и мультимодальной функций одного переменного.

2. Постановка задачи

Унимодальная функция: $x^2 \cdot \sin(x)$

Отрезок поиска: $[9, 12]$

Вероятность попадания в окрестность экстремума $P = 0,90, 0,91, \dots, 0,99$

Значения $\varepsilon = \frac{b-a}{q}, q = 0.005, 0.010, \dots, 0.1$.

При аналогичных исходных условиях осуществить поиск минимума $f(x)$, модулированной сигналом $\sin 5x$, т.е. мультимодальной функции $f(x)\sin 5x$.

3. Ход работы

Рисунок 1 демонстрирует график унимодальной функции.

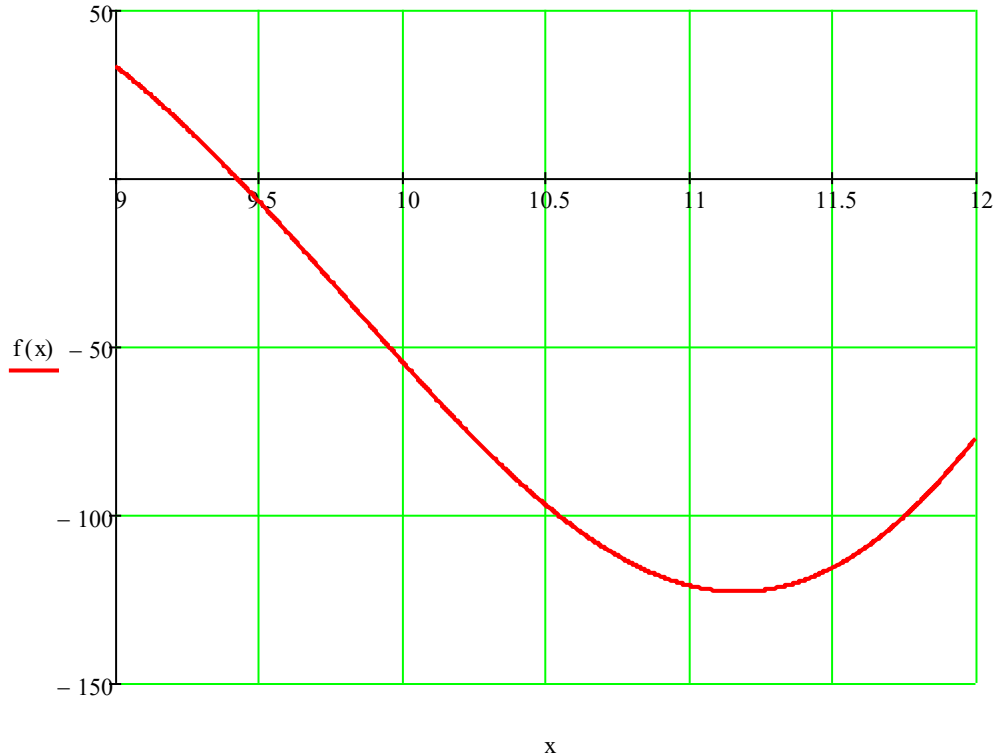


Рисунок 1 – график функции $f(x)$

В данном методе P - это вероятность того, что найденная точка минимума находится в интервале неопределенности, а q - это вероятность попадания в интервал неопределенности для отдельно взятой точки. Тогда вероятность не попадания в интервал неопределенности за одно испытание будет равна $1-q$. Вероятность не попадания в интервал неопределенности за N испытаний будет равна $(1 - q)^N$. Тогда вероятность $P = 1 - (1 - q)^N$. Отсюда можем найти

$$N = \frac{\ln(1 - P)}{\ln(1 - q)}$$

Представим таблицу 1 зависимости N от P и q . В верхней строке записаны P , а в первом столбце - q . На пересечении - соответствующее значение N .

Табл. 1. Зависимость N от P и q .

qr	0,90	0,91	0,92	0,93	0,94	0,95	0,96	0,97	0,98	0,99
0,005	460	481	504	531	562	598	643	700	781	919
0,010	230	240	252	265	280	299	321	349	390	459
0,015	153	160	168	176	187	199	213	233	259	305
0,020	114	120	126	132	140	149	160	174	194	228
0,025	91	96	100	106	112	119	128	139	155	182
0,030	76	80	83	88	93	99	106	116	129	152
0,035	65	68	71	75	79	85	91	99	110	130
0,040	57	59	62	66	69	74	79	86	96	113
0,045	51	53	55	58	62	66	70	77	85	101
0,050	45	47	50	52	55	59	63	69	77	90
0,055	41	43	45	48	50	53	57	62	70	82
0,060	38	39	41	43	46	49	53	57	64	75
0,065	35	36	38	40	42	45	48	53	59	69
0,070	32	34	35	37	39	42	45	49	54	64
0,075	30	31	33	35	37	39	42	45	51	60
0,080	28	29	31	32	34	36	39	43	47	56
0,085	26	28	29	30	32	34	37	40	45	52
0,090	25	26	27	29	30	32	35	38	42	49
0,095	24	25	26	27	29	31	33	36	40	47
0,100	22	23	24	26	27	29	31	34	38	44

Случайно выбираем N точек в заданном отрезке $[a, b]$, определим значение унимодальной функции в этих точках и среди них найдем наименьшее значение. Результаты численного эксперимента для представим в виде таблицы 2 в зависимости от P и q .

Табл. 2. Результаты поиска экстремума $f(x)$ в зависимости от P и q .

qr	0,90	0,91	0,92	0,93	0,94	0,95	0,96	0,97	0,98	0,99
0,005	11,1732	11,1810	11,1714	11,1672	11,1753	11,1753	11,1624	11,1720	11,1726	11,1765
0,010	11,1654	11,1648	11,1825	11,1741	11,1762	11,1525	11,1732	11,1753	11,1729	11,1726
0,015	11,1714	11,1696	11,1696	11,1705	11,1732	11,1702	11,1570	11,1681	11,1750	11,1693
0,020	11,1624	11,1735	11,1699	11,1843	11,1912	11,1699	11,1684	11,1390	11,1651	11,1660
0,025	11,1894	11,1816	11,1516	11,2173	11,1528	11,1891	11,1735	11,1732	11,2092	11,1690
0,030	11,1096	11,1177	11,1675	11,1282	11,1810	11,1774	11,1828	11,1387	11,1939	11,1297
0,035	11,1762	11,1723	11,1849	11,1312	11,1969	11,1612	11,1498	11,1741	11,1666	11,1816
0,040	11,2059	11,1696	11,1246	11,1630	11,0808	11,1828	11,2173	11,1474	11,1585	11,1675
0,045	11,1120	11,2083	11,2281	11,1300	11,1489	11,1711	11,1828	11,1504	11,1738	11,2086
0,050	11,1681	11,1807	11,1828	11,1618	11,1489	11,1651	11,1675	11,1324	11,1687	11,1483
0,055	11,0931	11,1456	11,2047	11,1510	11,1810	11,1213	11,1489	11,1822	11,1753	11,1837
0,060	11,2842	11,0871	11,2005	11,1240	11,1408	11,1699	11,1546	11,1843	11,1684	11,1153
0,065	11,1204	11,1555	11,1897	10,8783	11,1909	11,1705	11,1960	11,1738	11,1438	11,1777
0,070	11,0850	11,1000	11,2473	11,1699	11,2236	11,2173	11,1522	11,2377	11,1651	11,1708
0,075	11,1984	11,2527	11,2314	11,1879	11,2458	11,1870	11,1237	11,1528	11,1735	11,1519
0,080	11,1789	11,1852	11,2380	11,1831	11,1573	11,2053	11,1171	11,1933	11,1327	11,3004
0,085	11,1600	11,1234	11,1777	11,3055	11,1591	11,0688	11,1879	11,2344	11,1450	11,0295
0,090	11,2131	11,1777	11,2350	11,1387	11,1408	11,1804	11,1612	11,1525	11,1957	11,1897
0,095	11,1708	11,1855	11,1219	11,1399	11,2098	11,0988	11,1291	11,1630	11,1996	11,2515
0,100	11,1540	11,3406	11,1093	11,2086	11,1642	11,2737	11,1750	11,0466	11,0286	11,1279

На рисунке 2 показан график зависимостей полученной погрешности от числа точек N в логарифмической шкале ординат. (Отклонение решения от точного значения точки минимума $x^* \approx 11.1727$)

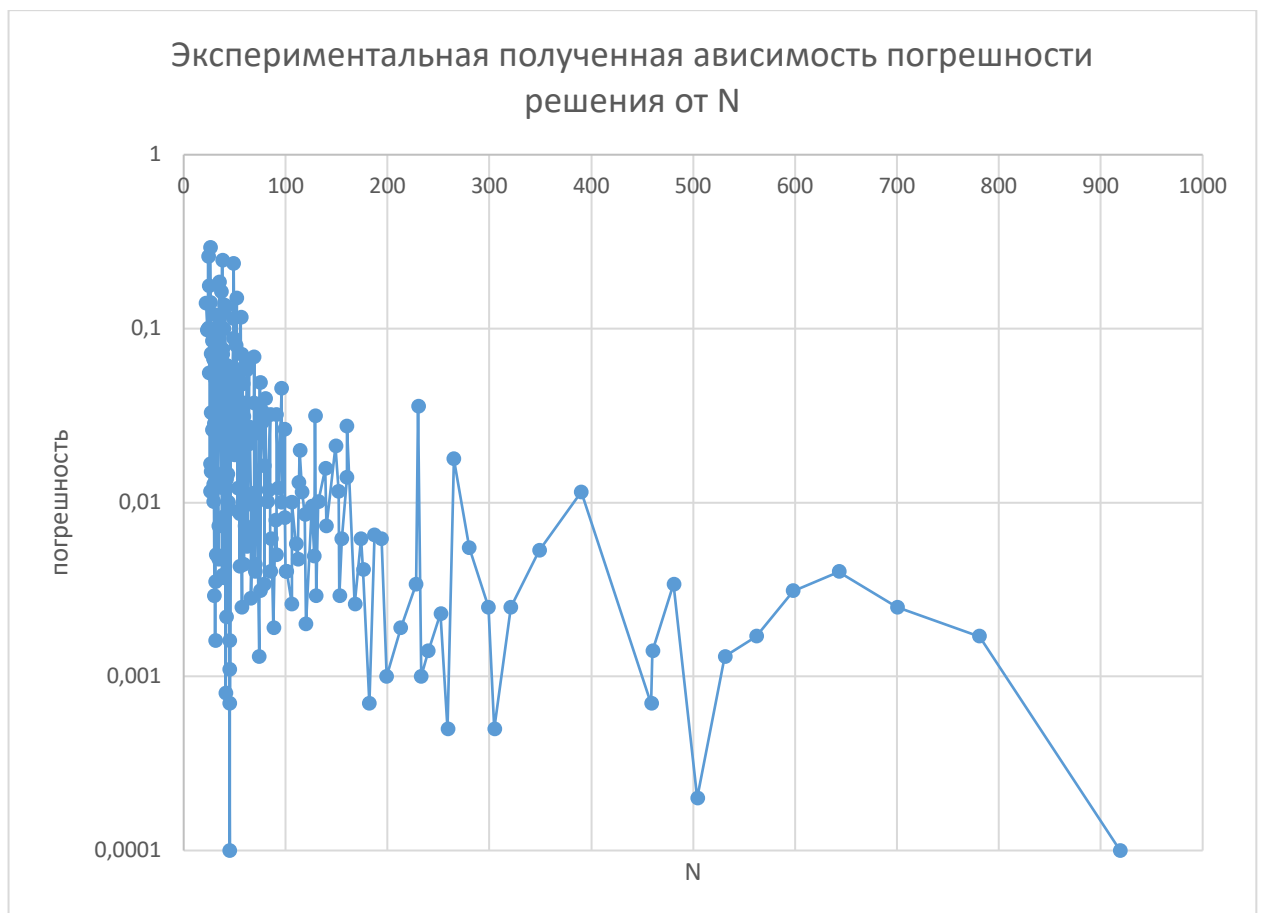


Рисунок 2 – график погрешности

Аналогичные вычисления делаем для мультимодальной функции (см. рис. 2). Результаты приведены в табл. 3.

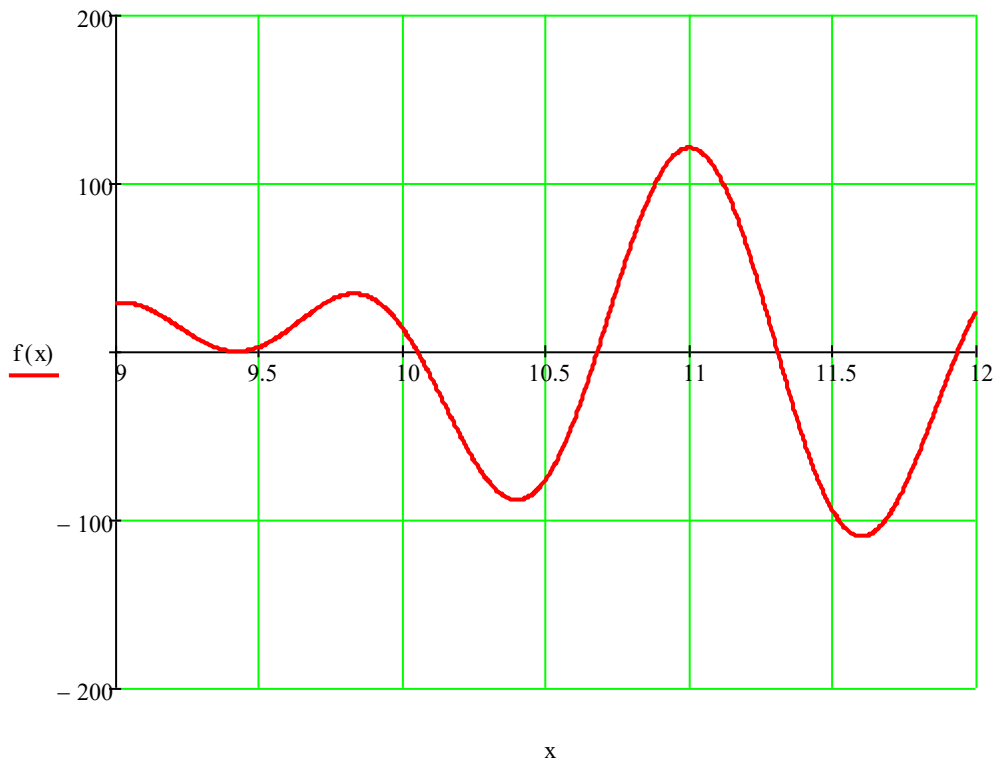


Рисунок 3 – график функции $f(x) \cdot \sin 5x$

Табл. 3. Результаты поиска экстремума $f(x) \cdot \sin 5x$ в зависимости от P и q .

q p	0,90	0,91	0,92	0,93	0,94	0,95	0,96	0,97	0,98	0,99
0,005	9,5955	11,7429	11,5911	10,3587	10,9287	11,5245	9,0648	11,6202	11,3322	11,1153
0,010	10,5678	10,0566	9,4509	11,8749	11,8239	11,1204	10,2861	9,2286	10,3893	10,6785
0,015	11,5704	11,9340	11,1090	10,0731	11,4270	10,6752	10,2081	11,6748	9,4482	10,8657
0,020	10,1982	10,4850	10,5441	11,4753	11,2203	11,3142	9,3009	11,8695	10,1358	10,2945
0,025	11,2308	11,6055	10,2489	10,4118	11,1822	9,9954	10,3854	9,4446	11,7246	10,3986
0,030	10,2744	11,0865	11,6955	10,2567	10,9908	10,2339	10,9605	9,0774	11,4618	10,9644
0,035	11,5932	9,5013	9,5130	10,6914	11,2821	11,0217	11,9943	9,3729	11,3976	9,1572
0,040	11,2041	11,5965	11,5818	11,5758	10,1508	11,5788	9,2172	9,1587	11,7021	9,1971
0,045	10,5510	11,9454	10,0797	9,5541	11,5269	11,4027	11,5236	9,9738	10,3905	11,8584
0,050	9,6231	9,9507	10,2099	11,3874	10,7436	10,5273	11,5281	10,4709	10,4811	11,7036
0,055	10,8177	10,2837	11,6421	11,6667	11,1825	11,6394	10,3740	10,3560	11,6247	11,4906
0,060	11,3634	11,0916	9,4032	9,1893	11,4753	11,3667	11,5701	9,1266	11,8572	11,8425
0,065	11,6163	10,6230	10,0095	9,6993	10,5948	11,7993	10,4043	10,4427	9,0933	10,8708
0,070	10,7394	9,6258	10,8813	10,0845	11,9298	10,7031	11,7582	11,8701	11,8107	10,3821
0,075	11,4681	11,7663	11,8383	11,5557	9,5031	11,7675	11,1738	11,3901	11,1231	10,6341
0,080	10,6965	11,5878	11,5356	11,5716	10,1955	11,6640	11,7345	11,6352	11,1759	10,1457
0,085	10,0839	10,2648	10,3950	10,1811	10,5819	9,8253	10,5276	11,5872	11,6478	11,6034
0,090	11,5680	9,9180	11,6535	11,6523	10,7565	10,5876	11,3355	11,6391	11,4678	11,5713
0,095	11,9739	11,1198	11,3925	10,8684	10,4766	11,5767	9,7128	10,5426	11,4495	11,4924
0,100	10,0233	9,9717	9,3378	10,8864	9,9753	10,3875	11,8359	11,8359	10,9290	10,4298

Process returned 0 (0x0) execution time : 0.467 s
Press any key to continue.

Контрольные вопросы

1. В чем состоит сущность метода случайного поиска? Какова область применимости данного метода?

Ответ:

Сущность метода заключается в случайном генерировании независимых N точек в предполагаемой области нахождения минимума с последующем выбором той из них, в которой достигается минимум функции. Данный метод применим к задаче поиска глобального минимума как унимодальной, так и мультимодальной функции.

2. Поясните принцип разбиения интервала при случайном поиске.

Ответ:

При случайном поиске мы должны сгенерировать N случайных точек. При этом координаты каждой из них распределены по равномерному непрерывному закону на данном интервале.

3. Что такое интервал неопределенности? Приведите выражения для оценки интервала неопределенности для метода случайного поиска.

Ответ: интервалом неопределённости называют некоторую окрестность точки минимума x_{min} , в которую мы попадаем в результате реализации алгоритма случайного поиска с некоторой вероятностью P . При использовании числа разбиений $N \geq \frac{\ln(1-P)}{\ln(1-q)}$ и $\varepsilon = \frac{b-a}{q}$ мы должны с вероятностью не менее P попасть в интервал $(x_{min} - \varepsilon; x_{min} + \varepsilon)$.

4. Выводы

В данной лабораторной работе был найден минимум унимодальной и мультимодальной функций с помощью метода случайного поиска экстремума. Как видно из полученных результатов, применимость метода случайного поиска не зависит от того, является ли функция унимодальной или мультимодальной. Для увеличения вероятности попадания в заданный интервал или для уменьшения интервала неопределенности необходимо увеличивать число случайных точек.

Приложение 1. Исходный код программы

```
#include <stdio.h>
#include <fstream>
#include <conio.h>
#include <cstdlib>
#include <iostream>
#include <cmath>
#include <locale>

using namespace std;
double fun(double x)
{
    return x*x*sin(x);
}

double funsin(double x)
{
    return fun(x)*sin(5*x);
}

int main()
{
    double P[10], q[20], XX[20][10];
    int N[20][10];

    double a,b,Xmin,Fmin,R;
    setlocale(LC_ALL, "russian");
    a=9; b=12;
    for (int j=0; j < 20; j++)
    {
        q[j]=(j+1)*0.005;
    }
    for (int i=0; i < 10; i++)
    {
        P[i]=0.9+i*0.01;
    }

    for (int i=0; i < 20; i++)
    {
        for (int j=0; j < 10; j++)
        {
            N[i][j]=(int)(log(1-P[j])/log(1-q[i])+1);
        }
    }
}
```



```

}
//печать таблицы
printf("q\p\t");
for (int i=0; i < 10; i++) printf("%3.2f\t",P[i]);
printf("\n");
printf("-----\n");
for (int j=0; j < 20; j++)
{
    printf("%4.3f\t",q[j]);
    for (int i=0; i < 10; i++) printf("%d\t",N[j][i]);
    printf("\n");
}
printf("\n\n");

srand(time(NULL));//это чтоб при каждом запуске были разные случайные числа
//если нужно всегда одинаковая последовательность, просто удалить эту строку
printf("q\p\t");
for (int i=0; i < 10; i++) printf("%3.2f\t",P[i]);
printf("\n");
printf("-----
--\n");
for (int j=0; j < 20; j++)
{
    printf("%4.3f\t",q[j]);
    for (int i=0; i < 10; i++)
    {
        R = (double)(rand()%10000)/10000; // случайное число от 0 до 1
        R = a + (b-a)*R; //случайное число от a до b;
        Xmin = R; Fmin=fun(R);
        XX[j][i]=Xmin;
        for (int k=1; k < N[j][i]; k++)
        {
            R = (double)(rand()%10000)/10000; // случайное число от 0 до 1
            R = a + (b-a)*R; //случайное число от a до b;
            if (fun(R)<Fmin)
            {
                Xmin = R; Fmin=fun(R);
                XX[j][i]=Xmin;
            }
        }
        printf("%6.4f\t",Xmin);
    }
    printf("\n");
}
printf("\n\n");

```

```

    printf("q \p\t");
    for (int i=0; i < 10; i++) printf("%3.2f  |",P[i]);
    printf("\n");
    printf("-----\n");
    for (int j=0; j < 20; j++)
    {
        printf("%4.3ft|",q[j]);
        for (int i=0; i < 10; i++)
        {
            R = (double)(rand()%10000)/10000; // случайное число от 0 до 1
            R = a + (b-a)*R; //случайное число от a до b;
            Xmin = R; Fmin=funsin(R);
            for (int k=1; k < N[j][i]; k++)
            {
                R = (double)(rand()%10000)/10000; // случайное число от 0 до 1
                R = a + (b-a)*R; //случайное число от a до b;
                if (fun(R)<Fmin)
                {
                    Xmin = R; Fmin=funsin(R);
                }
            }
            printf("%7.4f |",Xmin);
        }
        printf("\n");
    }
    printf("\n\n");

    //построения графика N от погрешности
    ofstream out("N.txt");
    ofstream out1("X.txt");

    for (int j=0; j < 20; j++)
    {
        for (int i=0; i < 10; i++)
        {
            out << N[j][i] <<endl;
            out1 << abs(XX[j][i]-11.1727) <<endl;
        }
    }
    out.close();
    out1.close();
    return 0;
}

```