МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИСиС»

ИНСТИТУТ Информационных технологий и автоматизированных систем управления
КАФЕДРА Инженерной кибернетики

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №6
по дисциплине «ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ»
Численное интегрирование.

Вариант 10
Кущ А. А.
Группа БПМ-18-1

Теоретическая часть

Метод трапеций

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{f(a)+f(b)}{2}(b-a) + E(f), \qquad E(f) = -\frac{f''(\xi)}{12}(b-a)^3$$

Формула Симпсона

$$\int_a^b f(x)dx \approx \int_a^b p_2(x)dx = \frac{b-a}{6}\left(f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b)\right)$$

Формула Гаусса

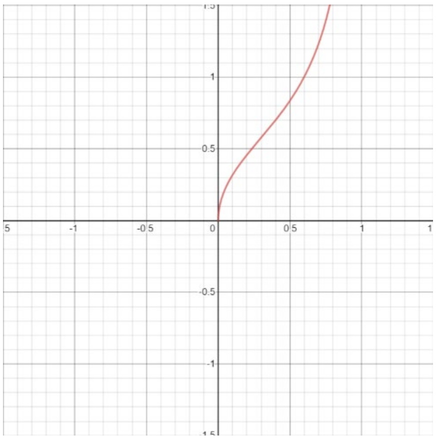
$$\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{i=1}^{n} a_i f(x_i),$$

где $a_i = \dfrac{2}{(1-x_i^2)[P_n'(x_i)^2]}$, а P_n – первая производная полинома Лежандра

Практическая часть

В силу того, что функция существует только на интервале [0, 1), а в точке 1 уходит на бесконечность, необходимо выбрать промежуток, отличный от [-1, 1].

Для тестирования были выбраны следующие отрезки: (0, 0.9), (0.1, 0.8), (0.1, 0.5), (0, 0.1).



```
import numpy as np
from scipy import integrate

START_X = 0
END_X = 0.9

# sqrt(asin(x)/(1-x^2)); №1083
def f(x: np):
    return np.sqrt(np.arcsin(x) / (1 - x**2))


methods_error = [[], [], []]
for x1, x2 in [(0, 0.9), (0.1, 0.8), (0.1, 0.5), (0, 0.1)]:
    START_X, END_X = x1, x2
    print("Отрезок: [{}, {}]".format(START_X, END_X))
    x = np.linspace(START_X, END_X, num=7)
    res = [integrate.trapz(f(x), x), integrate.simps(f(x), x),
integrate.fixed_quad(f, START_X, END_X, n=5)[0]]
    best_res, error = integrate.quad(f, START_X, END_X)
    print("Трапеции, 6 промежутков: {};".format(res[0]))
    print("Симпсон, 6 промежутков:  {};".format(res[1]))
    print("Гаусс, 5 узлов: {};".format(res[2]))
    print("Лучшее: {}; Ошибка: {};\n".format(best_res, error))
    for i in range(3):
        methods_error[i] += [abs(abs(res[i] - best_res) - error)]

print("Стандартное отклонение для трапеции, Симпсона и Гаусса:")
print([np.std(error_arr) for error_arr in methods_error])
```

Проведя ряд тестов с разными отрезками был получен следующий результат:

```
Отрезок: [0, 0.9]
Трапеции, 6 промежутков: 0.8017482955285744;
Симпсон, 6 промежутков:  0.789477426566036;
Гаусс, 5 узлов: 0.7901053416530198;
Лучшее: 0.789953815056446; Ошибка: 1.341149413747189e-13;

Отрезок: [0.1, 0.8]
Трапеции, 6 промежутков: 0.5779191029196142;
Симпсон, 6 промежутков:  0.5744145394825546;
Гаусс, 5 узлов: 0.5741598901658547;
Лучшее: 0.5741650309077542; Ошибка: 4.34618389215471e-11;

Отрезок: [0.1, 0.5]
Трапеции, 6 промежутков: 0.23139683215221796;
Симпсон, 6 промежутков:  0.2314417513960016;
Гаусс, 5 узлов: 0.23144982551400825;
Лучшее: 0.23144967083101575; Ошибка: 8.555469308444965e-14;

Отрезок: [0, 0.1]
Трапеции, 6 промежутков: 0.020725189381691336;
Симпсон, 6 промежутков:  0.020960178898203615;
Гаусс, 5 узлов: 0.021154742913025333;
Лучшее: 0.021134816441052223; Ошибка: 4.0245584642661925e-16;

Стандартное отклонение для трапеции, Симпсона и Гаусса:
[0.004724543269568763, 0.00016840377255810819, 6.239755764096092e-05]
```

Вывод

Как мы видим, на первом месте по точности расположился метод Гаусса с 5 узлами, на втором – формула Симпсона с 6 промежутками, и закрывает тройку формула трапеций с теми же промежутками.