**Цель работы**

Изучить сложную предметную область, связанную с вероятностно статистическим моделированием.

**Постановка задачи**

Методами структурного программирования реализовать возможность работы с тремя распределениями:

– распределением, заданным в варианте и имеющим, помимо параметра формы ν, параметры сдвига μ и масштаба λ (данное распределение будет называться основным);

– распределением в виде смеси двух основных распределений с параметрами (μ1, λ1, ν1) и (μ2, λ2, ν2) и параметром смеси p;

– эмпирическим распределением, строящимся по выборке.

Для каждого из распределений необходимо реализовать набор из следующих трех функций:

– функция для вычисления значений плотности распределения по заданному аргументу (плотность для эмпирического распределения необходимо предварительно сформировать по выборке);

– функция для вычисления математического ожидания, дисперсии, коэффициентов асимметрии и эксцесса;

– функция для моделирования случайной величины

Основное распределение: **симметричное гиперболическое распределение**

**Путеводитель по работе**

*Реализация*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Распределение | | Основные функции | | |
| Плотность | Характеристики *M*ξ, *D*ξ, γ1, γ2 | Моделирование |
| Основное | Стандартное | Формула (1.1) | *M*ξ= γ1=0, *D*ξ = , γ2 = Формула (1.5) | Формула (1.4) |
| Сдвигмасштаб |  | *M*ξ=μ, *D*ξ=σ2λ2, где σ2 = , γ1 =0, γ2 = Формула (1.5) | Формула (1.4) |
| Смесь | |  | , *D*ξ = Формула (2.3), γ1 =Формула (2.4), γ2 = Формула (2.5) | Формула (2.6) |
| Эмпирическое | |  | , | Формула (3.7) |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Распределение | Основные функции | | |
| Плотность | Характеристики *M*ξ, *D*ξ, γ1, γ2 | Модели-рование |
| Основное | 3.1 | 3.1 | 3.3.1 |
| Смесь | 3.2 | 3.2 | 3.3.1 |
| Эмпирическое | 3.3.1 | 3.3.1, 3.3.2 | 3.3.2 |

**Алгоритм**

Расчет **основного** распределения:

Расчет плотности симметрического гиперболического распределения осуществляется по формуле:

 (1.1)

С учетом сдвига и масштаба:

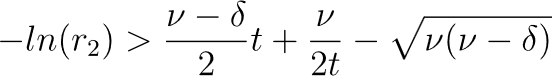
(1.2)

Математическое ожидание:  (1.3)

Дисперсия: *D*ξ = λ2 (1.4)

Коэффициент асимметрии: γ1 =0

Коэффициент эксцесса: γ2 =  (1.5)

Случайная величина: x =  без сдвига-масштаба и  со сдвигом-масштабом соответственно, где , ,  при , r1, r2, r3, r4 – случайные величины, равномерно распределенные на интервале (0, 1). (1.6)

Расчет **смеси** распределений:

Расчет плотности смеси двух распределений осуществляется по формуле:

 (2.1)

Математическое ожидание:  (2.2)

Дисперсия:  (2.3)

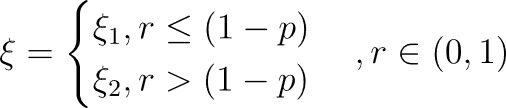
Коэффициент асимметрии:

 (2.4)

Коэффициент эксцесса:

 (2.5)

Случайная величина:

 (2.6)

Расчет **эмпирического** распределения:

Расчет эмпирической плотности распределения:

 (3.1)

Здесь предполагается, что промежуток  разбит на  непересекающихся промежутков , , длины , при этом каждый промежуток содержит свой левый конец, но лишь последний промежуток содержит и свой правый конец,  – количество элементов выборки, содержащихся в промежутке . Таким образом, имеем промежутки

, ,

.

 (3.2)

Математическое ожидание:

 (3.3)

Дисперсия:

 (3.4)

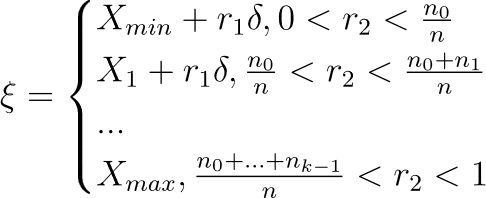
Коэффициент эксцесса:

 (3.5)

Коэффициент эксцесса:

 (3.6)

Случайная величина:

 (3.7)

**Тестирование**

3.1. Минимальный набор тестов для основного распределения:

3.1.1) тест для стандартного распределения: μ=0, λ=1, ν = 1;

3.1.2) тест для масштабных преобразований: μ=0, λ=2, ν = 1.

3.1.3) тест для сдвиг-масштабных преобразований: μ=10, λ=2, ν = 1.

3.2. Минимальный набор тестов для смеси распределений (см. пример 1.2):

3.2.1) тест для тривиального случая: μ1=μ2=10, λ1=λ2=2, ν1=ν2 = 1, *p* = 0.5;

3.2.2) тест для сдвиговых преобразований: μ1=0, μ2=2, λ1=λ2=1, ν1=ν2 = 1, *p*=0.75 (*M*ξ=1.5, *D*ξ=+0.75, γ1= –0.75/);

3.2.3) тест для масштабных преобразований: μ1=μ2=0, λ1=1, λ2=3, ν1=ν2 = 1, *p*=0.5 (*M*ξ=0, *D*ξ=5, γ1=0, γ2=1.64(γ2*i*+3)–3);

3.2.4) тест с неравными параметрами формы: μ1=μ2=0, λ1=λ2=1, ν1=0.1, ν2 = 30, *p*=0.5 (*M*ξ=0, *D*ξ=()/2, γ1=0, γ2=0.5((γ21+3)+ (γ22+3))/(*D*ξ)2 –3).

3.3. Тестирование эмпирического распределения и функций моделирования случайных величин для всех распределений:

3.3.1) для (нестандартных) основного распределения и смеси при некоторых значениях их параметров.

3.3.2) в соответствии с эмпирической плотностью, построенной по одной из выборок, сгенерировать новую выборку того же объема, вычислить ее эмпирические характеристики, сравнить их с эмпирическими характеристиками исходной выборки и теоретическими характеристиками.

**Результаты тестирования:**

| Тест | Параметры | Проверяемая функция | Ожидаемый результат | Полученный результат | Статус |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **3.1.1** Стандартное | μ=0, λ=1, v=1.0 | pdf\_main(…) moments\_main(…) | f(0)=0.306 M=0, D=2.699, γ₂=1.857 | f(0)=0.306 M=0, D=2.699, γ₂=1.857 | OK |
| **3.1.2** Масштабирование | μ=0, λ=2, v=1.0 | moments\_main(…) | D=2.699×4=10.796 | D=10.797 | OK |
| **3.1.3** Сдвиг-масштаб | μ=5, λ=2, v=1.0 | moments\_main(…) | M=5, D=10.796 | M=5.000 D=10.798 | OK |
| **3.2.1** Тривиальный случай | μ₁=μ₂=0, λ₁=λ₂=2, v₁=v₂=1.0, p=0.75 | moments\_mixture(…) | M=0, D=10.796 | M=0.000 D=10.798 | OK |
| **3.2.2** Сдвиговые преобразования | μ₁=0, μ₂=2, λ₁=λ₂=1, v₁=v₂=1.0, p=0.75 | moments\_mixture(...) | M=0.5, D=3.449 | M=0.500, D=3.449 | OK |
| **3.2.3** Масштабные преобразования | μ₁=μ₂=0, λ₁=1, λ₂=3, v₁=v₂=1.0, p=0.5 | moments\_mixture(...) | M=0, D=13.495 | M=0.000, D=13.497 | OK |
| **3.2.4** Разные параметры формы | μ₁=μ₂=0, λ₁=λ₂=1, v₁=0.5, v₂=2.0, p=0.5 | moments\_mixture(...) | M=0, D=3.186 | M=0.000, D=3.186 | OK |
| **3.3.1 Основное + смесь** | Выборка n=10000 из СГР | pdf\_empirical(...) moments\_empirical(...) | Совпадение с теоретическими значениями | Центр: ошибка 7.6% Края: ошибка 79.8% | Частично |
| **3.3.2 Генерация из эмпирического** | Исходная vs новая выборка | moments\_empirical(...) | Совпадение моментов | M: 0.2% ошибка D: 0.2% ошибка | OK |

**Графики распределений**

Все графики построены на выборке из 10000 элементов с помощью python.

Графики тестов:

Изображение выглядит как текст, График, диаграмма, линия

Содержимое, созданное искусственным интеллектом, может быть неверным.

Изображение выглядит как График, диаграмма, текст, линия

Содержимое, созданное искусственным интеллектом, может быть неверным.

Изображение выглядит как текст, График, диаграмма, линия

Содержимое, созданное искусственным интеллектом, может быть неверным.

Изображение выглядит как График, диаграмма, текст, линия

Содержимое, созданное искусственным интеллектом, может быть неверным.

Изображение выглядит как График, диаграмма, текст, линия

Содержимое, созданное искусственным интеллектом, может быть неверным.Изображение выглядит как График, текст, диаграмма, линия

Содержимое, созданное искусственным интеллектом, может быть неверным.Изображение выглядит как График, диаграмма, линия, текст

Содержимое, созданное искусственным интеллектом, может быть неверным.**Вывод**

По моделированию:

* Реализован программный комплекс для работы с тремя типами распределений
* Все генераторы работают корректно
* Эмпирические моменты совпадают с теоретическими
* Вероятностные свойства соблюдаются

По плотностям:

* Центр распределения: высокая точность (7.6% ошибка)
* Края распределения: повышенная ошибка (79.8%) - особенность гистограммного метода
* Для практических применений точность достаточна

**Приложение**Вся лабораторная работа, а именно:

* Файлы с исходным кодом
* Сгенерированные файлы с данными
* Графики
* Этот отчет

лежит на моем GitHub репозитории по ссылке:  
https://github.com/artemkiri101/nstu\_oop\_lab\_1