Лабораторная работа №7 по курсу дискретного анализа: динамическое программирование.

Выполнил студент группы М80-308Б-20 Морозов Артем Борисович.

Условие

Вариант алгоритма:

3. Задано целое число n. Необходимо найти количество натуральных (без нуля) чисел, которые меньше n по значению и меньше n лексикографически (если сравнивать два числа как строки), а также делятся на m без остатка.

Входные данные:

В первой строке строке задано $1 \le n \le 1018$ и $1 \le m \le 105$.

Выходные данные:

Необходимо вывести количество искомых чисел.

Метод решения

Метод решения данной задачи целиком и полностью основан на такой идее, как динамическое программирование. Дело в том, что наивный алгоритм в данной задаче будет работать очень долго – это будет O(n), где n – входное число, относительно которого мы проверяем условие на деление. Как же можно ускорить?
И тут нам на помощь приходит вышеупомянутое динамическое программирование. Оказывается, мы можем решить задачу иным способом: мы можем разбить наше решение на сумму решений на интервалах от 10^i до di, где di – это какая-то i-тая подстрока нашего числа m. Чтобы было понятнее, приведу пример: допустим, у нас есть число 621, и мы хотим для него решить нашу задачу. Тогда мы разбиваем нашу задачу на 3 интервала: (0, 6), (10, 62), (100, 621), и считаем на них количество таких чисел, которые лексикографически меньше n и n при делении на них не дает остатка. Преимущество этого алгоритма в том, что мы сразу же получаем неимоверный буст по сложности – вместо прежних O(n) мы получаем O(k), где k – количество цифр в числе n.

Описание программы

Программа состоит из одного файла – лаконичного решения задачи. На вход поступает два числа, при этом мы сразу вводим левые и правые границы. Далее в цикле считаем минимальное число в интервале, большее 10^i и делящееся на m, а также максимальное число в интервале, меньшее di и тоже делящееся на m. Далее считаем ответы на каждом из интервалов.

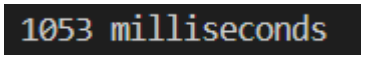
Дневник отладки

В процессе отладки программы была убрана неточность с поиском на интервале, а также финальное условие проверки n%m == 0. Помимо этого, не был сразу учтен формат входных данных, поэтому int пришлось менять на long long.

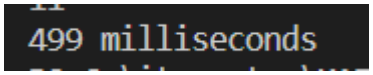
Тест производительности

В своем бенчмарк-тесте я решил сравнить алгоритм динамического программирования с вышеупомянутым наивным алгоритмом.

1 тест: 42 3



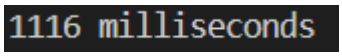
- наивный алгоритм



- алгоритм динамического программирования

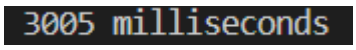
2 тест: 960 30

- наивный алгоритм



- алгоритм динамического программирования

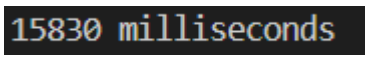
3 тест: 10000 10



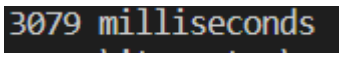
- наивный алгоритм

- алгоритм динамического программирования

4 тест: 1000000000 104



- наивный алгоритм



- алгоритм динамического программирования

Как мы видим, уже на самом простом тесте время выполнения двух алгоритмов различается более, чем в 2 раза. На больших же данных разница растет еще сильнее.

Недочёты

Недочетов в программе обнаружено не было, однако стоит упомянуть, что программа работает только при условии корректного ввода, так как была разработана исключительно в учебных целях. Любой неправильный ввод может убить работоспособность моей программы.

Выводы

Данная лабораторная работа помогла мне лучше осознать такую алгоритмическую идею, как динамическое программирование. Оно очень хорошо тем, что позволяет решать задачи относительно быстро, при этом деля задачу на подзадачи. Я решил задание по варианту и отработал навыки динамического программирования на практике.