

1. Определение AR-, MA- и ARMA-процессов. Определение ACF и PACF. Как по данным понять, какое количество лагов нужно брать в AR- и в MA-моделях?
2. Стационарность и стабильность ряда. Определение белого шума. Как понять, есть ли у AR-процесса стационарные и стабильные решения?
3. Прогнозирование в ARMA-модели. Оценка качества прогнозирования. Чем различаются кросс-валидация со сдвигающимся и с расширяющимся окнами?

Авторегрессионная (**AR-**) модель — модель временных рядов, в которой значения временного ряда в данный момент линейно зависят от предыдущих значений этого же ряда. Авторегрессионный процесс порядка p (AR(p)-процесс) определяется следующим образом

$$X_t = c + \sum_{i=1}^p a_i X_{t-i} + \varepsilon_t,$$

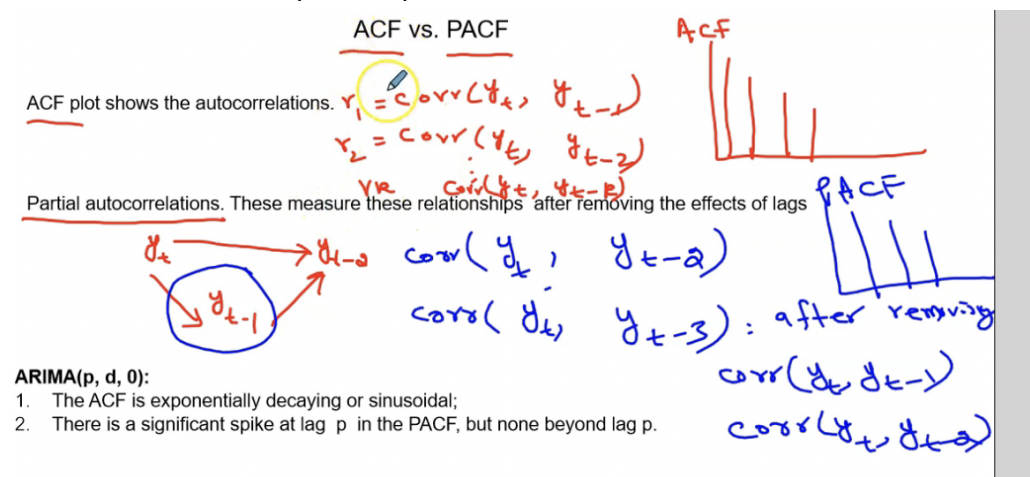
Модель скользящего среднего **MA**(q) — модель временного ряда вида:

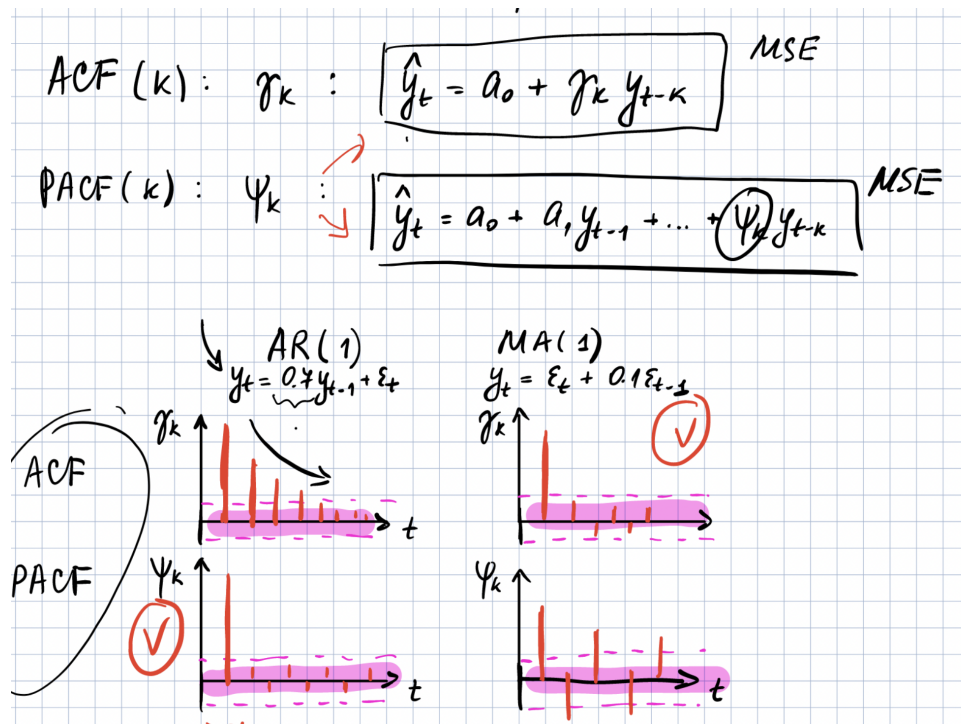
$$X_t = \sum_{j=0}^q b_j \varepsilon_{t-j}$$

где ε_t — **белый шум**, b_j — параметры модели

ACF (определяет q)

Численно, автокорреляционная функция представляет собой последовательность коэффициентов корреляции между исходным рядом, и его копией, сдвинутой на заданное число интервалов ряда





Белый шум

Ряд ε_t — белый шум, если:

- $E(\varepsilon_t) = 0$
- $Var(\varepsilon_t) = \sigma^2$
- $Cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-k}) = 0$

Стационарный ряд

Временной ряд называется стационарным, если:

- $E(y_1) = E(y_2) = E(y_3) = \dots$
- $Var(y_1) = Var(y_2) = Var(y_3) = \dots = \gamma_0$
- $Cov(y_1, y_2) = Cov(y_2, y_3) = \dots = \gamma_1$

Стабильный ряд

Стабильность : $y_t = f(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \dots)$

$$y_t = a_1 y_{t-1} + \dots + a_p y_{t-p} + \varepsilon_t$$

$|a_1| < 1 \Rightarrow$ стац. и стаб.

$|a_1| = 1 \Rightarrow$ стац. нет

$|a_1| > 1 \Rightarrow$ стац., но не стаб.