КОМП'ЮТЕРНИЙ ПРАКТИКУМ № 4. ОБЧИСЛЕННЯ ВЛАСНИХ ЗНАЧЕНЬ

Метод Крилова (варіант 4)

Програмна частина

У лабораторній роботі програмно реалізовано такі ключові етапи методу Крилова:

1. **Побудова послідовності векторів**
   Функція **`mat_vec_mul(A, y)`** виконує помноження матриці на вектор:
   ynew[i]=∑jA[i][j] y[j].
   Використовують цю функцію послідовно, щоб обчислити
   y1=A y0, y2=A y1,…,y4=A y3.

2. **Розв'язок системи для коефіцієнтів pip_ipi**
   Функція **`gaussian_elimination(augmented_matrix)`** реалізує пряму та зворотну ходи методу Гаусса над розширеною матрицею [C∣b], де
   C=[y3 y2 y1 y0],b=−y4.
   Вона по черзі нормалізує та виключає рядки, а потім обчислює рішення зворотнім ходом.

3. **Побудова характеристичного многочлена**
   Отримані p1,…,p4 підставляють у поліном
   $\chi(\lambda)=\lambda^4+p1\lambda^3+p2\lambda^2+p3\lambda+p4$.

4. **Уточнення коренів (метод Ньютона)**

   - **`poly(x)`** повертає значення χ(x)\chi(x)χ(x).

   - **`poly_der(x)`** — значення похідної χ′(x)\chi'(x)χ′(x).

   - **`newton(x0)`** виконує декілька ітерацій
     xk+1=xk−χ(xk)/χ′(xk)\;x_{k+1}=x_k - \chi(x_k)/\chi'(x_k)xk+1=xk−χ(xk)/χ′(xk),
     починаючи з різних початкових наближень, щоб знайти всі 4 корені.

Таким чином, програмна реалізація повторює «ручний» алгоритм і дозволяє швидко отримати p_i і власні числа.

Результати та перевірка

- **Коефіцієнти характеристичного рівняння pip_ipi:**
  $p_1=-21.960000, p_2=169.721000, p_3=-550.440464, p_4=631.387954$.
- **Наближені власні числа (метод Ньютона):**
  2.805858,4.471975,5.450954,9.231214.
- **Перевірка в Wolfram Alpha**