

Домашнее задание

15 вар

Задание 1 Вычислить определитель матрицы A

(15)

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 5 & -2 & 1 \\ 3 & 2 & 5 & -4 & -3 \\ -2 & 3 & -7 & 2 & -3 \\ 6 & 4 & 7 & -8 & -1 \\ 1 & -1 & 7 & 1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 5 & -2 & 1 \\ 0 & 6 & 0 & -2 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 13 & -8 & -2 & -4 \\ 0 & 2 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 2 & -3 & 5 & -2 & 1 \\ 0 & 6 & 0 & -2 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & -\frac{4}{3} & \frac{14}{3} & \frac{14}{3} \\ 0 & 0 & 2 & \frac{11}{3} & \frac{16}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 5 & -2 & 1 \\ 0 & 6 & 0 & -2 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{4}{3} & -\frac{34}{3} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{11}{3} & \frac{28}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 5 & -2 & 1 \\ 0 & 6 & 0 & -2 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{4}{3} & -\frac{34}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{190}{3} \end{pmatrix} =$$

$$= 2 \cdot 6 \cdot 1 \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{190}{3} = 760$$

Задание 2 Найдите произведение матриц

A и B

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 3 & 2 & 5 \\ 3 & 2 & 4 & -3 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} k_1 & 2 & -1 \\ -1 & k_2 & 3 \\ -2 & 4 & k_3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$k_1 = 3$$

$$k_2 = 4$$

$$k_3 = 3$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 3 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ -1 & 4 & 3 \\ -2 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 15 & 9 \\ 0 & 47 & 28 \\ 1 & 34 & 24 \\ -8 & 23 & 13 \end{pmatrix}$$

~~Beispiel 3~~

$$\begin{pmatrix} 4 & 5 & -3 \\ 2 & 3 & -2 \\ 5 & 5 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0,75 & -0,75 & 0,25 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 5 & 5 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0,75 & -0,75 & 0,25 & 0 & 0 \\ 0 & 1,5 & -0,5 & -0,5 & 1 & 0 \\ 0 & 1,25 & -0,25 & -1,25 & 0 & 1 \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0,75 & -0,75 & 0,25 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & 1,25 & -0,25 & -1,25 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -0,5 & 0,5 & -0,5 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{6} & -\frac{5}{6} & -\frac{5}{6} & 1 \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -2 & -3 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -5 & -5 & 6 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & -3 & 3 \\ -2 & -1 & 2 \\ -5 & -5 & 6 \end{pmatrix}$$

~~Beispiel 4~~

$$x_1 + 3x_2 + 2x_3$$

Beispiel 4

$$(15) \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 + x_5 = 5 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = -2 \\ x_1 - 4x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = -2 \\ 3x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 2x_4 - x_5 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 3 & 2 & -2 & 2 \\ 0 & -2 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -4 & 0 & 0 & -1 \\ 3 & -3 & 4 & -2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 & -2 & 0 & | & 1 \\ 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & | & -2 \\ 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & | & 2 \\ 0 & 3 & 2 & -2 & 2 & | & 5 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 & -2 & 0 & | & 1 \\ 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & | & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & 6 \\ 0 & 0 & 2 & -2 & 2 & | & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 & -2 & 0 & | & 1 \\ 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & | & -2 \\ 0 & 0 & 2 & -2 & 2 & | & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & 6 \end{bmatrix}$$

$$(15) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 - 6x_4 + 9x_5 = 0 \\ x_1 - 2x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 + 6x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 & -6 & 9 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 4 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 5 & 4 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\left[\begin{array}{ccccc|c} 2 & 3 & 0 & -6 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 4 & 2 & 3 & 0 \\ 3 & 2 & 5 & 4 & 6 & 0 \end{array} \right] \quad \left[\begin{array}{ccccc|c} 2 & 3 & 0 & -6 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & -3 & 4 & 8 & -6 & 0 \\ 0 & -\frac{5}{2} & 5 & 13 & -\frac{15}{2} & 0 \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{ccccc|c} 2 & 3 & 0 & -6 & 9 & 0 \\ 0 & -3 & 4 & 8 & -6 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & -\frac{5}{2} & 5 & 13 & -\frac{15}{2} & 0 \end{array} \right] \quad \left[\begin{array}{ccccc|c} 2 & 3 & 0 & -6 & 9 & 0 \\ 0 & -3 & 4 & 8 & -6 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{ccccc|c} 1 & \frac{3}{2} & 0 & -3 & \frac{9}{2} & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{4}{3} & \frac{8}{3} & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & \frac{3}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

$$x_1 = -\frac{3}{2} \cdot x_2 + 3 \cdot x_4 - \frac{9}{4} \cdot x_5$$

$$x_2 = \frac{4}{3} \cdot x_3 + \frac{8}{3} \cdot x_4 - 2 \cdot x_5$$

$$x_3 = 1 \cdot x_4 + \frac{3}{2} \cdot x_5$$

$$x_4 = 0$$

$$x_1 = -\frac{9}{2} \cdot x_5 \quad x_2 = 0 \quad x_3 = \frac{3}{2} \cdot x_5 \quad x_4 = 0 \quad x_5 = \lambda_1$$

$$x_1 = -\frac{9}{2} \cdot \lambda_1$$

$$x_2 = 0$$

$$x_3 = \frac{3}{2} \cdot \lambda_1$$

$$x_4 = 0$$

$$x_5 = \lambda_1$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{9}{2} \\ 0 \\ \frac{3}{2} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \lambda_1$$