

Домашнее задание 10λ. λ-исчисление.

(Группы B02 и B03, 9 ноября → 16 ноября)

\item \begin{enumerate}
\item[(a)]

Домашнее задание по логике

- 1) Напомним,

$$\mathbf{True} := \lambda x. \lambda y. x, \quad \mathbf{False} := \lambda x. \lambda y. y.$$

Выразите логические операции \wedge , \vee , \oplus , \rightarrow , \downarrow (отрицание дизъюнкции) как λ-термы, которые можно применять к **True** и **False**. Покажите эквивалентность термов, соответствующих правым и левым частям каких-нибудь пяти основных равносильностей.

- 2) (а) Выпишите λ-терм Pow, соответствующий возведению в степень чёрчевских нумералов. Проверьте себя, получив **8** в результате β-редукции терма Pow **2 3**. А что будет, если редуцировать **2 2 ... 2**?

(й) Выпишите λ-терм IsZero, который при применении к чёрчевскому нумералу n редуцируется в **True**, если $n = 0$, иначе в **False**.

- 3) Пусть $\lambda x. \lambda y. \lambda f. (f\ x\ y)$ создаёт упорядоченную пару из элементов x и y . Например, $\lambda f. f\ 3\ 5$ — такая вот упорядоченная пара.

(а) Выпишите λ-терм First, который при применении к упорядоченной паре вернёт её первый элемент.

(б) Выпишите λ-терм, преобразующий пару (a, b) в пару $(b, b + 1)$. Отсюда получите λ-терм Pred, соответствующий взятию предыдущего чёрчевского нумерала ($\text{Pred } 0 = 0$). Проверьте себя, применив его к **3** и редуцировав результат.

- 4) Придумайте терм без нормальной формы: который можно бесконечное число раз β-редуцировать.

- 5) Пусть

$$\mathbf{S} := \lambda x. \lambda y. \lambda z. ((x\ z)\ (y\ z)), \quad \mathbf{K} := \mathbf{True}.$$

Выразите, применяя **S** и **K** друг к другу, **False**; \oplus ; *вашу желаемую оценку за курс логики*.