Дифференцирование обратной матрицы

$$\mathbb{C} \ = \mathbb{A}^{-1} \quad \Longrightarrow \quad \dot{\mathbb{C}} = ?$$
$$\mathbb{C}\ \mathbb{A} = \mathbb{E} \quad \Longrightarrow \quad \dot{\mathbb{C}}\mathbb{A} + \mathbb{C}\dot{\mathbb{A}} = 0 \quad \Longrightarrow \quad \dot{\mathbb{C}} = -\mathbb{C}\dot{\mathbb{A}}\mathbb{A}^{-1}$$
$$\dot{\mathbb{C}} = -\mathbb{C}\dot{\mathbb{A}}\mathbb{C}$$

Дифференцирование матриц $\mathbb{G}$

$$\mathbb{G}_{11} = \left(\mathbb{I} - \mathbb{A}\mathbb{a}^{-1}\mathbb{A}^\top\right)^{-1}$$
$$\dot{\mathbb{G}}_{11} = -\mathbb{G}_{11}\frac{d}{dt}\left(\mathbb{I} - \mathbb{A}\mathbb{a}^{-1}\mathbb{A}^\top\right)\mathbb{G}_{11} = -\mathbb{G}_{11}\left(\dot{I} - \dot{\mathbb{A}}\mathbb{a}^{-1}\mathbb{A}^\top + \mathbb{A}\mathbb{a}^{-1}\dot{\mathbb{a}}\mathbb{a}^{-1}\mathbb{A}^\top - \mathbb{A}\mathbb{a}^{-1}\dot{\mathbb{A}}^\top\right)\mathbb{G}_{11}$$
$$\dot{\mathbb{G}}_{11} = \left[\dot{\mathbb{a}} = 0;\ \dot{\mathbb{A}} = 0\right] = -\mathbb{G}_{11}\ \dot{\mathbb{I}}\ \mathbb{G}_{11}$$
$$\mathbb{G}_{22} = \left(\mathbb{a} - \mathbb{A}^\top\mathbb{I}^{-1}\mathbb{A}\right)^{-1}$$
$$\dot{\mathbb{G}}_{22} = -\mathbb{G}_{22}\frac{d}{dt}\left(\mathbb{a} - \mathbb{A}^\top\mathbb{I}^{-1}\mathbb{A}\right)\mathbb{G}_{22} = -\mathbb{G}_{22}\left(\dot{\mathbb{a}} - \dot{\mathbb{A}}^\top\mathbb{I}^{-1}\mathbb{A} + \mathbb{A}^\top\mathbb{I}^{-1}\dot{\mathbb{I}}\ \mathbb{I}^{-1}\mathbb{A} - \mathbb{A}^\top\mathbb{I}^{-1}\dot{\mathbb{A}}\right)\mathbb{G}_{22}$$
$$\dot{\mathbb{G}}_{22} = \left[\dot{\mathbb{a}} = 0;\ \dot{\mathbb{A}} = 0\right] = -\mathbb{G}_{22}\mathbb{A}^\top\mathbb{I}^{-1}\dot{\mathbb{I}}\ \mathbb{I}^{-1}\mathbb{A}\mathbb{G}_{22}$$
$$\mathbb{G}_{12} = -\mathbb{G}_{11}\mathbb{A}\mathbb{a}^{-1}$$
$$\dot{\mathbb{G}}_{12} = -\dot{\mathbb{G}}_{11}\mathbb{A}\mathbb{a}^{-1} - \mathbb{G}_{11}\dot{\mathbb{A}}\mathbb{a}^{-1} + \mathbb{G}_{11}\mathbb{A}\mathbb{a}^{-1}\dot{\mathbb{a}}\mathbb{a}^{-1}$$
$$\dot{\mathbb{G}}_{12} = \left[\dot{\mathbb{a}} = 0;\ \dot{\mathbb{A}} = 0\right] = -\dot{\mathbb{G}}_{11}\mathbb{A}\mathbb{a}^{-1}$$

Дифференцирование гамильтониана

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2}\vec{J}^\top\mathbb{G}_{11}\vec{J} + \frac{1}{2}\vec{p}^\top\mathbb{G}_{22}\vec{p} + \vec{J}^\top\mathbb{G}_{12}\vec{p}$$
$$\frac{\partial\mathcal{H}}{\partial q} = \frac{1}{2}\vec{J}^\top\frac{\partial\mathbb{G}_{11}}{\partial q}\vec{J} + \frac{1}{2}\vec{p}^\top\frac{\partial\mathbb{G}_{22}}{\partial q}\vec{p} + \vec{J}^\top\frac{\partial\mathbb{G}_{12}}{\partial q}\vec{p}$$
$$\frac{\partial\mathcal{H}}{\partial p} = \mathbb{G}_{22}\vec{p} + \mathbb{G}_{12}^\top\vec{J}$$
$$\frac{\partial\mathcal{H}}{\partial\theta} = \vec{J}^\top\mathbb{G}_{11}\frac{\partial\vec{J}}{\partial\theta} + \frac{\partial\vec{J}^\top}{\partial\theta}\mathbb{G}_{12}\,\vec{p}$$
$$\frac{\partial\mathcal{H}}{\partial\varphi} = \vec{J}^\top\mathbb{G}_{11}\frac{\partial\vec{J}}{\partial\varphi} + \frac{\partial\vec{J}^\top}{\partial\varphi}\mathbb{G}_{12}\,\vec{p}$$