Попытаюсь сохранить обозначения, которые вы использовали в последней имеющейся у меня версии текста по поводу якобианов.

Исходно кинетическая энергия $T_{\mathcal{L}}$ представлена в виде квадратичной формы

$$T_{\mathcal{L}} = \frac{1}{2}\boldsymbol{v}^{\dagger}\Pi\boldsymbol{v}$$

Кинетическая энергия $T_{\mathcal{H}}$, соответствующая $T_{\mathcal{L}}$, также может записана как квадратичная форма

$$T_{\mathcal{H}} = \frac{1}{2}\boldsymbol{p}^{\dagger}\Pi^{-1}\boldsymbol{p}$$

Вы рассматриваете неособенное линейное преобразование $\boldsymbol{u} = \mathbb{K}\boldsymbol{v}$, приводящее квадратичную форму $T_{\mathcal{L}}$ к диагональному виду

$$T_{\mathcal{L}} = \frac{1}{2}\boldsymbol{u}^{\dagger}\Pi_d\boldsymbol{u} = \frac{1}{2}\boldsymbol{u}^{\dagger}\left(\mathbb{K}^{-1}\right)^{\dagger}\Pi\mathbb{K}^{-1}\boldsymbol{u}$$

Квадратичная форма $T_{\mathcal{H}}$, порожденная квадратичной формой $T_{\mathcal{L}}$ также диагональна

$$T_{\mathcal{H}} = \frac{1}{2}\boldsymbol{\Pi}^{\dagger}\Pi_d^{-1}\boldsymbol{\Pi},$$

где

$$\boldsymbol{\Pi} = \Pi_d\boldsymbol{u} = \left(\mathbb{K}^{-1}\right)^{\dagger}\boldsymbol{p}.$$

Но нас ведь интересуют якобианы, которые приводят квадратичные формы к суммы совершенно голых квадратов. Осуществим переход к голым квадратам через промежуточный этап с голыми квадратами с одной второй перед ними. Преобразование переменных $\boldsymbol{\omega} = \Pi_d^{-\frac{1}{2}}\boldsymbol{p}$ приводит квадратичную форму $T_{\mathcal{L}}$ к виду

$$T_{\mathcal{L}} = \frac{1}{2}\boldsymbol{\omega}^{\dagger}\boldsymbol{\omega}$$

Квадратичная форма $T_{\mathcal{H}}$ приходит к аналогичному виду

$$T_{\mathcal{H}} = \frac{1}{2}\boldsymbol{\zeta}^{\dagger}\boldsymbol{\zeta},$$

где

$$\boldsymbol{\zeta} = \Pi_d^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{\Pi}$$

Наконец, преобразование $\boldsymbol{\xi} = \frac{1}{\sqrt{2}}\boldsymbol{\omega}$ приводит квадратичную форму $T_{\mathcal{L}}$ к голым квадратам

$$T_{\mathcal{L}} = \boldsymbol{\xi}^{\dagger}\boldsymbol{\xi}$$

Аналогичное преобразование $\boldsymbol{\eta} = \frac{1}{\sqrt{2}}\boldsymbol{\zeta}$ приводит квадратичную форму $T_{\mathcal{H}}$ к голым квадратам

$$T_{\mathcal{H}} = \boldsymbol{\eta}^{\dagger}\boldsymbol{\eta}$$

Итак, рассмотрим якобианы полных преобразований переменных, приводящих квадратичные формы $T_{\mathcal{L}}$ и $T_{\mathcal{H}}$ к голым квадратам, в виде произведения трех якобианов частичных преобразований:

$$Yac_{\mathcal{L}} = \det \mathbb{K}^{-1} \cdot (\det \Pi_d)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{s}{2}}$$
$$Yac_{\mathcal{H}} = \det \mathbb{K} \cdot (\det \Pi_d)^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{s}{2}},$$

где через s было обозначено количество квадратов. Их произведение дает

$$Yac_{\mathcal{L}} \cdot Yac_{\mathcal{H}} = 2^{\frac{s}{2}} \cdot 2^{\frac{s}{2}} = 2^s.$$