

Teori Bahasa dan Automata

Pertemuan 6 Regular Expression

Regular Expression (1)

- ε menyatakan bahasa mengandung empty string. ($L(\varepsilon) = \{\varepsilon\}$)
- \varnothing menunjukkan bahasa kosong ($L(\varnothing) = \{ \}$)
- x adalah Regular Expression (RE) dimana $L = \{x\}$

Regular Expression (2)

- Jika X adalah RE yang menunjukkan bahasa $L(X)$ dan Y adalah RE yang menunjukkan bahasa $L(Y)$, maka
 - $X + Y$ adalah RE yang sesuai dengan bahasa $L(X) \cup L(Y)$ dimana $L(X + Y) = L(X) \cup L(Y)$.
 - $X.Y$ adalah RE yang sesuai dengan bahasa $L(X).L(Y)$ di mana $L(X.Y) = L(X).L(Y)$
 - R^* adalah RE yang sesuai dengan bahasa $L(R^*)$ di mana $L(R^*) = (L(R))^*$

Contoh RE (1)

Regular Expressions	Regular Set
$(0 + 10^*)$	$L = \{ 0, 1, 10, 100, 1000, 10000, \dots \}$
(0^*10^*)	$L = \{1, 01, 10, 010, 0010, \dots\}$
$(0 + \varepsilon)(1 + \varepsilon)$	$L = \{\varepsilon, 0, 1, 01\}$

Contoh RE (2)

Regular Expressions	Regular Set
$(a+b)^*$	Kumpulan string a dan b dengan panjang berapa pun termasuk string nol. Jadi $L = \{\epsilon, a, b, aa, ab, bb, ba, aaa, \dots\}$
$(a+b)^*abb$	Kumpulan string a dan b yang diakhiri dengan string abb. Jadi $L = \{abb, aabb, babb, aaabb, ababb, \dots\}$
$(11)^*$	Set terdiri dari bilangan genap 1 termasuk string kosong, Jadi $L = \{\epsilon, 11, 1111, 111111, \dots\}$

Contoh RE (3)

Regular Expressions	Regular Set
$(aa)^*(bb)^*b$	Kumpulan string yang terdiri dari bilangan genap a diikuti bilangan ganjil b, jadi $L = \{b, aab, aabbb, aabbbbb, aaaab, aaaabbbb, \dots ..\}$
$(aa + ab + ba + bb)^*$	String a dan b yang panjangnya genap dapat diperoleh dengan menggabungkan sembarang kombinasi string aa, ab, ba, dan bb termasuk null, jadi $L = \{aa, ab, ba, bb, aaab, aaba, \dots ..\}$

Properti dari Regular Sets

- Union : Penyatuan
- Intersection : Perpotongan
- Complement : Pelengkap
- Differential : Perbedaan
- Reversal : Pembalikan
- Closure : Penutupan
- Concatenation : Rangkaian

Union : Penyatuan

- $RE1 = a(aa)^*$ dan $RE2 = (aa)^*$
 - $L1 = \{a, aaa, aaaaa, \dots\}$ (Ganjil tanpa null)
 - $L2 = \{\epsilon, aa, aaaa, aaaaaa, \dots\}$ (Genap dengan null)
 - $L1 \cup L2 = \{\epsilon, a, aa, aaa, aaaa, aaaaa, aaaaaa, \dots\}$
- $RE (L1 \cup L2) = a^*$

Intersection : Perpotongan

- $RE1 = a(a^*)$ dan $RE2 = (aa)^*$
 - $L1 = \{ a, aa, aaa, aaaa, \dots \}$ (semua kelipatan a tanpa null)
 - $L2 = \{ \epsilon, aa, aaaa, aaaaaa, \dots \}$ (Genap dengan null)
 - $L1 \cap L2 = \{ aa, aaaa, aaaaaa, \dots \}$ (Genap tanpa null)
- $RE (L1 \cap L2) = aa(aa)^*$

Complement : Pelengkap

- $RE = (aa)^*$
 - $L = \{\epsilon, aa, aaaa, aaaaaa, \dots\}$ (Genap dengan null)
 - Komplemen L adalah semua string yang tidak ada di L.
 - $L' = \{a, aaa, aaaaa, \dots\}$
- $RE (L') = a(aa)^*$

Differential : Perbedaan

- $RE1 = a(a^*)$ dan $RE2 = (aa)^*$
 - $L1 = \{a, aa, aaa, aaaa,\}$ (Semua kelipatan a tanpa null)
 - $L2 = \{\epsilon, aa, aaaa, aaaaaa,$ (Genap dengan null)
 - $L1 - L2 = \{a, aaa, aaaaa, aaaaaaa,\}$ (Genap tanpa null)
- $RE(L1 - L2) = a(aa)^*$

Reversal : Pembalikan

- $L = \{01, 10, 11, 10\}$
 - $RE(L) = 01 + 10 + 11 + 10$
 - $L^R = \{10, 01, 11, 01\}$
- $RE(L^R) = 10 + 01 + 11 + 01$

Closure : Penutupan

- Jika $L = \{a, aaa, aaaaa, \dots\}$ (Ganjil tanpa null)
 - $RE(L) = a(aa)^*$
 - $L^* = \{a, aa, aaa, aaaa, aaaaa, \dots\}$ (Semua kelipatan a tanpa null)
- $RE(L^*) = a(a)^*$

Concatenation : Rangkaian

- $RE1 = (0+1)^*0$ dan $RE2 = 01(0+1)^*$
 - $L1 = \{0, 00, 10, 000, 010, \dots\}$ (semua string yang diakhiri 0)
 - $L2 = \{01, 010, 011, \dots\}$ (semua string yang diawali 01)
 - $L1 L2 = \{001, 0010, 0011, 0001, 00010, 00011, 1001, 10010, \dots\}$
- $RE = (0 + 1)^*001(0 + 1)^*$ (Semua string yang mengandung 001)

Identitas hubungan Regular Expressions (1)

- $\emptyset^* = \varepsilon$
- $\varepsilon^* = \varepsilon$
- $RR^* = R^*R$
- $R^*R^* = R^*$
- $(R^*)^* = R^*$
- $RR^* = R^*R$
- $(PQ)^*P = P(QP)^*$

Identitas hubungan Regular Expressions (2)

- $(a+b)^* = (a^*b^*)^* = (a^*+b^*)^* = (a+b^*)^* = a^*(ba^*)^*$
- $R + \emptyset = \emptyset + R = R$ (Union)
- $R \varepsilon = \varepsilon R = R$ (Concatenation)
- $\emptyset L = L \emptyset = \emptyset$ (Annihilator (pemisah)
Concatenation)

Identitas hubungan Regular Expressions (3)

- $R + R = R$ (Idempotent law)
- $L (M + N) = LM + LN$ (Left distributive law)
- $(M + N) L = ML + NL$ (Right distributive law)
- $\varepsilon + RR^* = \varepsilon + R^*R = R^*$