

# Teori Bahasa dan Automata

Push Down Automata (PDA)

# Definisi

- Penerapan CFG dengan cara yang sama seperti kami merancang DFA untuk regular grammar.
- DFA dapat mengingat sejumlah informasi yang terbatas, tetapi PDA dapat mengingat jumlah informasi yang tak terbatas.

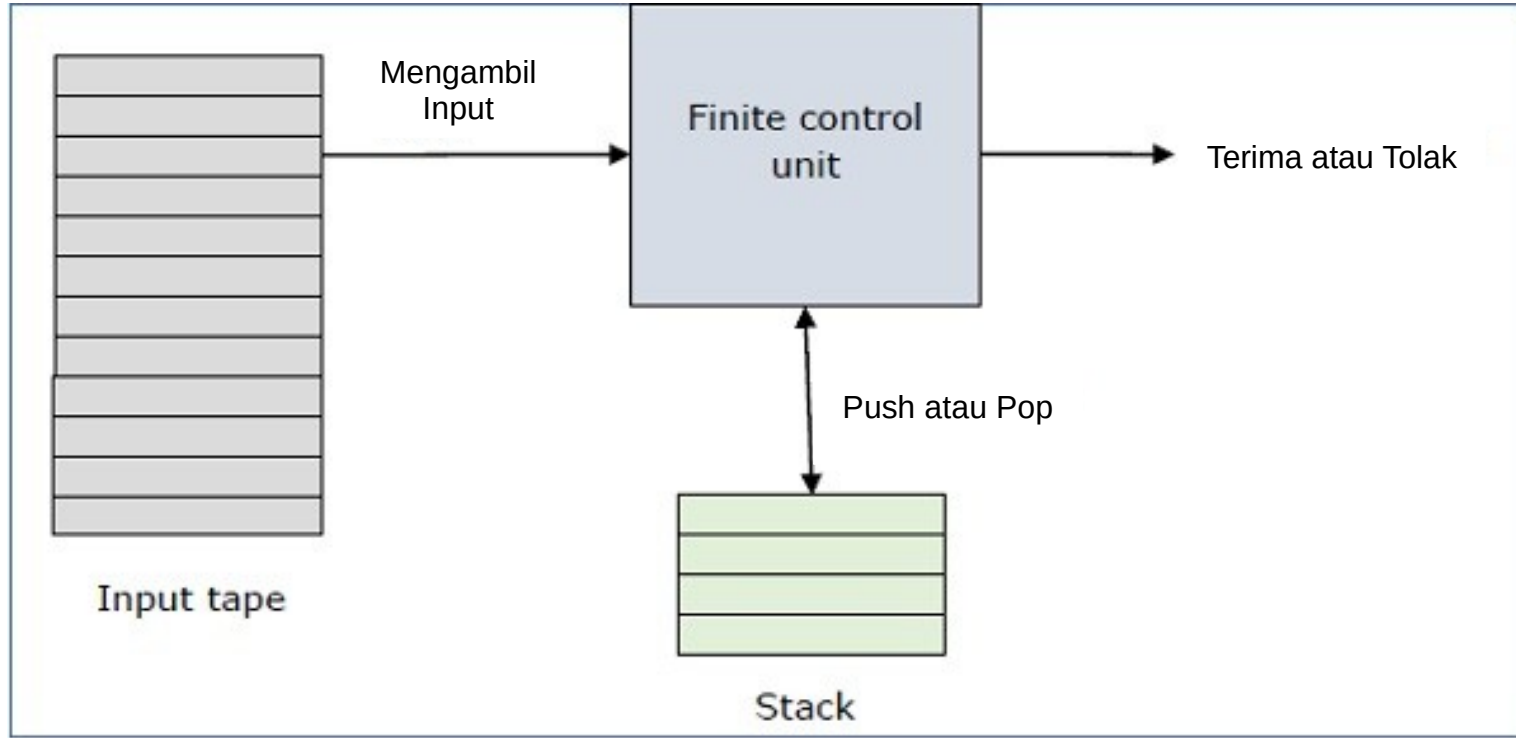
# Tumpukan (Stack)

- "Finite state machine" + "a stack"
- Tiga komponen PDA :
  - Input tape,
  - Unit kontrol, dan
  - Tumpukan dengan ukuran tak terbatas.

# Operasional Tumpukan

- Kepala tumpukan memindai simbol atas tumpukan.
- Push – Simbol baru ditumpuk paling atas
- Pop – Simbol paling atas dibaca dan dihapus

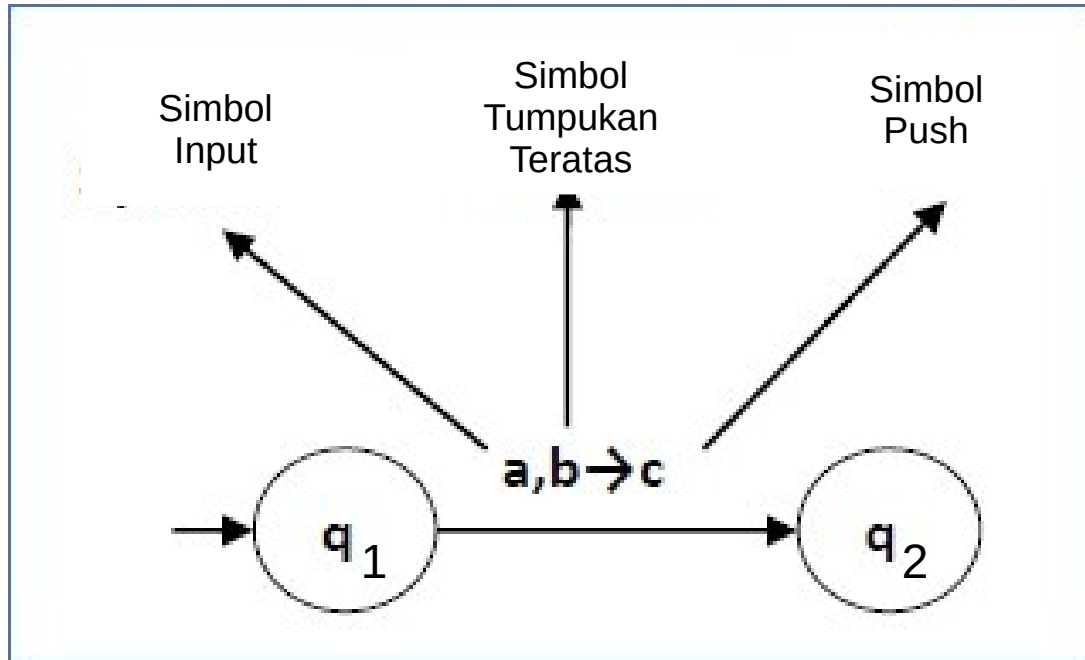
# Konsep Tumpukan



# Tuple pada PDA

- $Q$  adalah jumlah state yang terbatas
- $\Sigma$  adalah alfabet masukan
- $S$  adalah simbol tumpukan
- $\delta$  adalah fungsi transisi:  $Q \times (\Sigma \cup \{\epsilon\}) \times S \times Q \times S^*$
- $q_0$  adalah keadaan awal ( $q_0 \in Q$ )
- $I$  adalah simbol tumpukan atas awal ( $I \in S$ )
- $F$  adalah himpunan status menerima ( $F \in Q$ )

# Transisi pada PDA



Pada status  $q_1$ , jika ditemukan string input 'a' dan simbol atas tumpukan adalah 'b', lalu 'b' di pop, dan 'c' di push di atas tumpukan dan pindah ke status  $q_2$ .

# Instantaneous Description (ID)

- Deskripsi sesaat dari PDA diwakili oleh triplet  $(q, w, s)$  dimana
  - $q$  adalah state
  - $w$  adalah input yang tidak digunakan
  - $s$  adalah isi tumpukan



# Turnstile Notation

- Menghubungkan pasangan ID yang mewakili satu atau banyak gerakan PDA.
- Proses transisi dilambangkan dengan simbol pintu putar " $\vdash$ ".
- Untuk PDA  $(Q, \Sigma, S, \delta, q_0, I, F)$  :
  - $(p, aw, TB) \vdash (q, w, \alpha b)$
- Transisi dari state  $p$  ke  $q$ , simbol input 'a' digunakan, dan bagian atas tumpukan 'T' diganti dengan string baru ' $\alpha$ '.

# Final State Acceptability

- Dalam final state yang dapat diterima, PDA menerima string ketika, setelah membaca seluruh string, PDA berada dalam status akhir.
- Dari initial state, dapat dilakukan gerakan yang berakhir di final state dengan nilai tumpukan apa pun.
- Nilai tumpukan tidak relevan selama kita berada di final state.

# Notasi Final State Acceptability

- Untuk PDA  $(Q, \Sigma, S, \delta, q_0, l, F)$ , bahasa yang diterima oleh himpunan status akhir  $F$  adalah -
  - $L(PDA) = \{w \mid (q_0, w, l) \vdash^* (q, \varepsilon, x), q \in F\}$
- untuk setiap input stack string  $x$

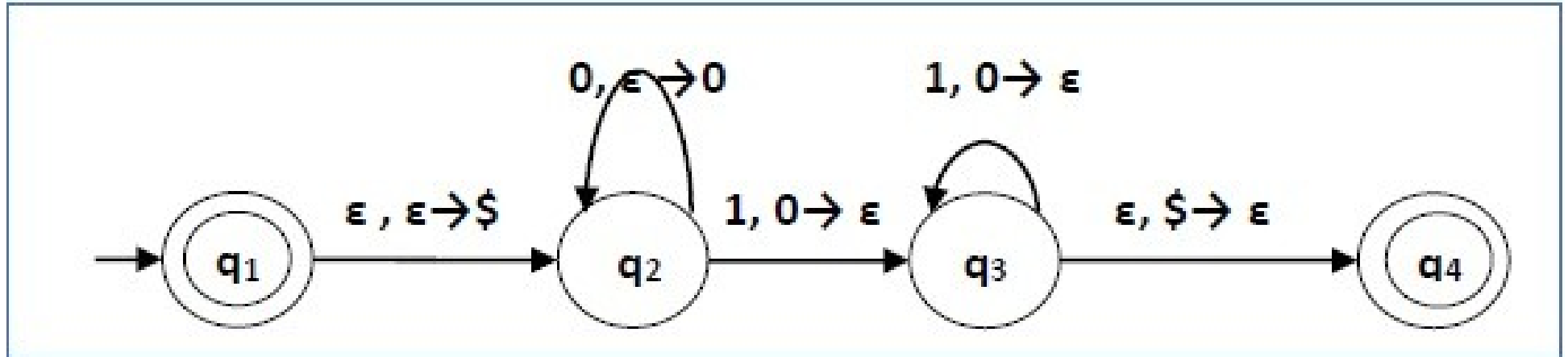
# Empty Stack Acceptability

- Di sini PDA menerima string ketika, setelah membaca seluruh string, PDA telah mengosongkan tumpukannya.
- Untuk PDA  $(Q, \Sigma, S, \delta, q_0, l, F)$ , bahasa yang diterima oleh stack kosong adalah -
  - $L(PDA) = \{w \mid (q_0, w, l) \vdash^* (q, \varepsilon, \varepsilon), q \in Q\}$

# Contoh 1

- Bangun PDA yang menerima :
  - $L = \{0^n 1^n \mid n \geq 0\}$

# Solusi 1 : Graph



$$L = \{0^n 1^n \mid n \geq 0\}$$

$$L = \{\epsilon, 01, 0011, 000111, \dots\}$$

# Solusi 1 : Penjelasan (1)

- Bahasa ini menerima  $L = \{\epsilon, 01, 0011, 000111, \dots\}$
- Bilangan 'a' dan 'b' harus sama ( $n$ ).
- Simbol khusus '\$' ke dalam tumpukan kosong.
- Pada state  $q_2$ , jika ditemukan input 0 dan top Null, push 0 ke stack. Dimungkinkan perulangan sebanyak  $n$ . Jika ditemukan input 1 dan top adalah 0, pop 0.

# Solusi 1 : Penjelasan (2)

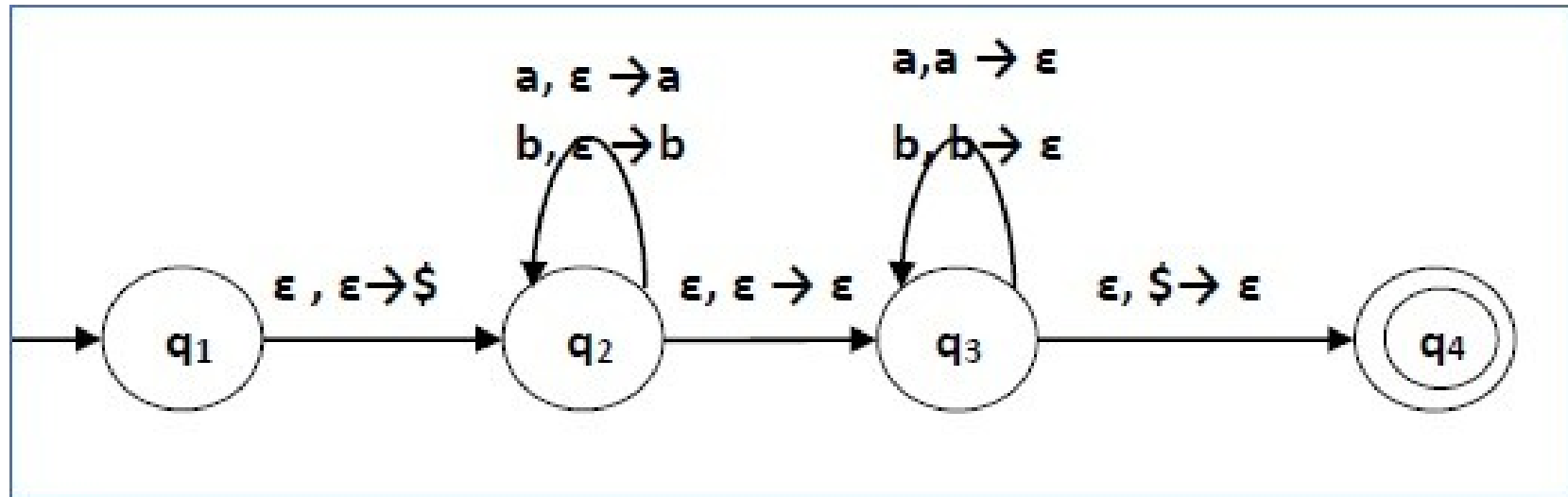
- Pada state  $q_3$ , jika ditemukan input 1 dan top adalah 0, pop 0. Dimungkinkan perulangan sebanyak  $n$ . Dan jika ditemukan input 1 dan top adalah 0, munculkan elemen top.
- Jika simbol khusus '\$' ditemukan di atas tumpukan, akhirnya masuk ke status menerima  $q_4$ .



## Contoh 2

- $L = \{ ww^R \mid w = (a+b)^* \}$

# Solusi 2 : Graph



PDA for  $L = \{ww^R \mid w = (a+b)^*\}$

# Solusi 2 : Penjelasan

- Simbol khusus '\$' ke dalam tumpukan kosong.
- Pada state  $q_2$ ,  $w$  sedang dibaca.
- Di state  $q_3$ , setiap 0 atau 1 muncul jika sesuai dengan input.
- Jika ada masukan lain yang diberikan, PDA akan mati.
- Ketika mencapai simbol khusus '\$', transisi menuju ke status menerima  $q_4$ .