

Semestre : 1 ☐ 2 ☒

Session : Principale ☐ Rattrapage ☒

Module : Mathématiques de base 4

Enseignant(s) : Soumaya ben chaabane /Fares Ben Amara/Lotfi Ncib/

Classe(s) : 2A/ 2P.....

Documents autorisés : OUI ☐ NON ☒

Nombre de pages : 2

Date : 10/06/2017 Heure : 10h30..... Durée : 1 heure 30 mn.....

Exercice 1 :

Soit f définie sur \mathbb{R}^2 par

$$f(x, y) = 5x^2 - 6xy + 2x + 2y^2 - 2y + 1.$$

- 1) Calculer $\frac{\partial f}{\partial x}$ et $\frac{\partial f}{\partial y}$.
- 2) Déterminer le point critique de f et prouver que f atteint un minimum en ce point.

Exercice 2 :

$$\text{Soit } F(x) = \int_1^{+\infty} \frac{e^{-xt}}{t(1+t^2)} dt.$$

- 1) Montrer que F est définie continue sur $[0, +\infty[$.
- 2) Montrer que F est dérivable sur $[0, +\infty[$ et exprimer sa dérivée à l'aide d'une intégrale.
- 3) Montrer que pour $x > 0$, $|F(x)| \leq \int_1^{+\infty} e^{-xt} dt$.
- 4) En déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x)$

Exercice 3 :

- 1) Les implications suivantes pour une série de terme général U_n sont-elles vraies ou fausses ?
 - $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 0 \Rightarrow$ la série de terme général U_n converge.
 - La série de terme général U_n converge \Rightarrow la série de terme général $|U_n|$ converge également.
 - La série de terme général $U_n \geq 0$ converge \Rightarrow la série de terme général U_n^2 converge également.

*On demande une preuve lorsque l'implication est vraie et un contre-exemple dans le cas contraire.

- 2) Déterminer la nature des séries de terme général U_n suivantes (justifier les réponses) :

- $U_n = \sin\left(\frac{n\pi}{3}\right)$
- $U_n = \frac{(-1)^n}{n^2}$
- $U_n = e^{-n^2}$

Exercice 5 :

On considère l'équation différentielle suivante :

$$(E) : y'' - 3y' + 2y = xe^x$$

- 1) Résoudre l'équation différentielle homogène associée à (E).
- 2) Trouver une solution particulière de (E). En déduire la solution générale de (E).
- 3) Déterminer la solution y de (E) vérifiant $y(0) = 1$ et $y'(1) = 0$.

Bon Travail