Propagation d'un signal

Nombre de pages : 6

SI

Définition

Signal grandeur physique mesurable

- Signal mécanique : vibrations des particules du milieu permettant la propagation de proche en proche sans déplacement global de matière

- Signal électromagnétique : perturbation des champs électrique $\vec{E}$ et magnétique $\vec{B}$

Onde signal qui se propage

- Par rapport à la direction de propagation du signal :
  - la déformation est perpendiculaire : onde transversale
  - la déformation est parallèle : onde longitudinale

- Caractérisable par :
  - vitesse c $(m.s^{-1})$
  - dimension de propagation : 1, 2, 3, …

Periodicité répétition du signal identique à lui-même à intervalle de temps régulier.

- Caractérisable par
  - fréquence f (Hz)
  - période T (s)
  - longueur d'onde λ (m)

$$f = \frac{1}{T} \qquad \lambda = cT$$

<u>Exemples</u> :
- corde  unidimensionelle, transversale

$$c = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$
F → tension corde
μ → masse linéique

- signal périodique 

- signal créneau 

Milieu non dispersif milieu caractérisé par une absence de déformation du signal lors d'une propagation unidimensionnelle

- La célérité c des ondes est une constante du milieu
- Par conservation de l'énergie, l'évolution de l'intensité par rapport à la distance à l'émetteur dépend de la dimensionnalité de l'onde :

$$\text{Intensité mesurée} \propto \frac{\text{énergie de l'onde}}{\text{surface de l'onde}} \times \text{surface capteur}$$

Retard

Le signal arrive au point M avec un retard dû à la propagation.

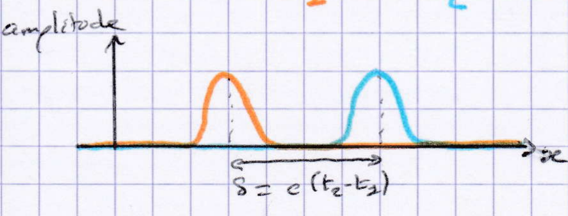
Représentation selon t

retard $\Delta t = \dfrac{|x_S - x_M|}{c}$

$$s(M,t) = s\left(S, t - \frac{|x_S - x_M|}{c}\right)$$

Représentation selon x

Clichés à t_1 et t_2 avec $t_0 < t_1 < t_2$:



$$s(x, t_2) = s(x - c(t_2 - t_1), t_1)$$

SI

Double périodicité

$s(x,t) = a\cos(\omega t \mp kx + \varphi_0)$ ($\ominus$ si selon x croissants)

avec : - φ_0 phase aux origines
- ω pulsation $\qquad T\omega = 2\pi$
- k vecteur d'onde $\qquad \lambda k = 2\pi$

▶ La formule lie périodes spatiale et temporelles :

Si $s(O,t) = a\cos(\omega t)$ et $x_M > x_0$,
alors $s(M,t) = s\left(O, t - \frac{x_M}{c}\right) = a\cos\left(\omega t - \frac{\omega}{c} x_M\right)$
$= a\cos(\omega t - k x_M)$

Donc $k = \frac{\omega}{c}$, c'est-à-dire $Tc = \lambda$

Valeur moyenne, efficace

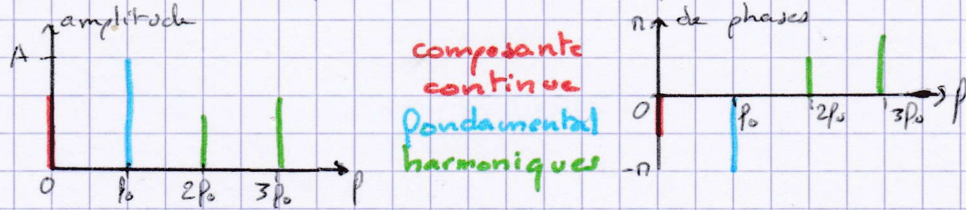
$$\langle s(t)\rangle = \frac{1}{T}\int_0^T s(t)\,dt \qquad S_{eff} = \sqrt{\langle s^2(t)\rangle} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T s^2(t)\,dt}$$

Décomposition spectrale

Tout signal se décompose en une somme de signaux sinusoïdaux de différentes fréquences

- signal périodique ⇒ somme discrète ⇒ série de Fourier
  signal apériodique ⇒ somme continue ⇒ transformée de Fourier

- Spectres en amplitude et de phases :



Pour les signaux usuels, on observe une décroissance dans l'amplitude des harmoniques

- créneau : $c(t) = A \times \frac{4}{\pi} \times \sum_{\substack{k=1 \\ k\equiv 1[2]}}^{\infty} \frac{1}{k}\cos(2\pi k f_0 t)$

  triangle : $t(t) = A \times \frac{8}{\pi^2} \times \sum_{\substack{k=1 \\ k\equiv 1[2]}}^{\infty} \frac{1}{k^2}\cos(2\pi k f_0 t)$

- En acoustique :
  - Les sons purs ne sont composés que du fondamental, correspondant à la hauteur de la note caractéristique du diapason.
  - Les harmoniques des sons complexes constituent le timbre de l'instrument

SI

Somme de signaux

La somme de signaux périodiques de même pulsation est périodique de même pulsation.

Multiplexage encryption de différentes données en un unique signal par translation des gammes par multiplication des signaux par des fréquences porteuses

▶ On parle également de modulation

Conditions d'interférences

2 sources : - cohérentes (de même fréquence)
- synchrone (déphasage constant)

▶ En pratique, on utilise deux sources secondaires construites à partir d'une même source primaire.

Construction de Fresnel

$$s_1(O_1, t) = a \cos(\omega t + \varphi_1)$$

$$s_2(O_2, t) = a \cos(\omega t + \varphi_2)$$

$$s(M,t) = s_1(M,t) + s_2(M,t)$$

$$= a_2 \cos\left(\omega\left(t - \frac{O_1M}{c}\right) + \varphi_1\right) + a_2 \cos\left(\omega\left(t - \frac{O_2M}{c}\right) + \varphi_2\right)$$

$$= a_1 \cos(\omega t + \varphi_1') + a_2 \cos(\omega t + \varphi_2')$$

$$= a \cos(\omega t + \varphi)$$

avec : - $\varphi = \arg(\vec{S_1} + \vec{S_2})$

- $a = \| \vec{S_1} + \vec{S_2} \|$ donc

$$a(M)^2 = \vec{S} \cdot \vec{S} = (\vec{S_1} + \vec{S_2}) \cdot (\vec{S_1} + \vec{S_2})$$

$$= \vec{S_1} \cdot \vec{S_1} + \vec{S_2} \cdot \vec{S_2} + 2 \|\vec{S_1}\| \|\vec{S_2}\| \cos(\varphi_1 - \varphi_2)$$

$$= a_1^2 + a_2^2 + 2 a_1 a_2 \cos(\Delta\varphi(M))$$

où $\Delta\varphi(M) = \varphi_1 - \varphi_2 + \omega\left(\frac{O_2M - O_1M}{c}\right)$

$$= \varphi_2 - \varphi_2 + \frac{2\pi}{\lambda} \delta(M)$$ → différence de marche

SI

Frange d'interférences lieu des points où la différence de marche reste constante

- Pour des sources en phases, on obtient des hyperboloïdes de révolution (des hyperboles dans le plan).

- Frange brillante $\Leftrightarrow$ interférences constructives
$\Leftrightarrow \Delta\varphi(M) = 0 \quad [2\pi]$
$\Leftrightarrow \delta(M) = p\lambda + \varphi_1 - \varphi_2 \quad (p \in \mathbb{Z})$

Frange sombre $\Leftrightarrow$ interférences destructives
$\Leftrightarrow \Delta\varphi(M) = \pi \quad [2\pi]$
$\Leftrightarrow \delta(M) = \left(p + \frac{1}{2}\right) + \varphi_1 - \varphi_2 \quad (p \in \mathbb{Z})$

p est l'ordre d'intéférences

Condition de battements

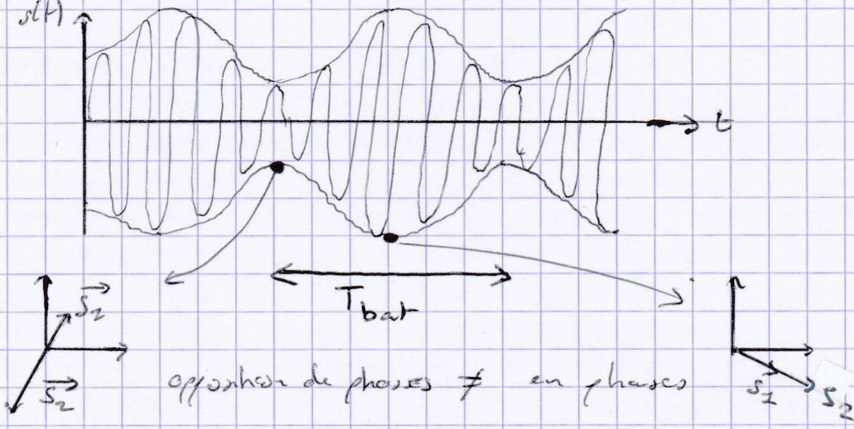
2 sources de pulsations voisines. ω_1 et ω_2 telles que $\Delta\omega \ll \omega_1 \approx \omega_2$

- On choisit alors une origine des temps telles que les phases à l'origine soient nulles.

  D'où le déphasage : $\Delta\varphi = \Delta\omega \times t$

Construction de Fresnel

L'abscisse de la somme de deux signaux donne :



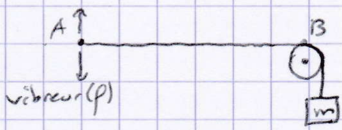
- $T_{bat} = \dfrac{2\pi}{\Delta\omega}$

SI

Ondes stationnaires

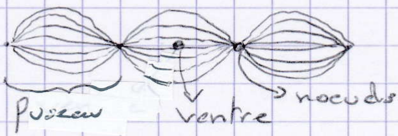
Conditions d'obtention

corde : masse linéique μ
tension $T = mg$
longueur L



Pour certaines fréquences $f_n = n f_1$, on observe un découplage du temps et de l'espace :

$s(x,t) = f(x)\, g(t)$:



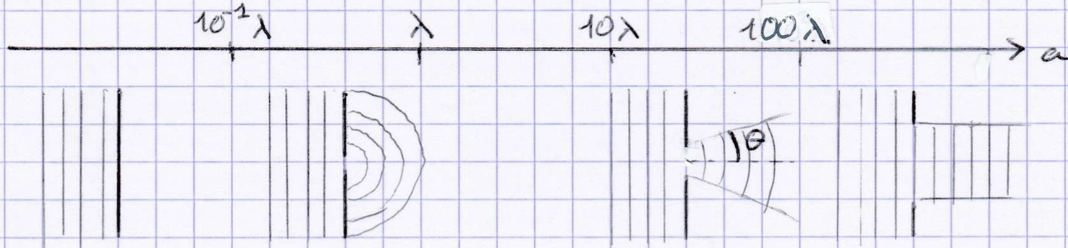
On observe des modes propres de vibration fondamentaux (pour $f = f_1$) et harmoniques.

- ▶ m doublée $\Rightarrow$ fuseau rajouté (+1)
- ▶ Longueur du fuseau : $\frac{\lambda_n}{2}$

Donc $L = n \frac{\lambda_n}{2}$ ainsi $\lambda_n = \frac{2L}{n} = c T_n$

Conditions d'obtention

- obstacle de largeur a (fente, fil, ...)
- onde incidente plane de longueur d'onde λ



▶ Fente horizontale : $\sin \Theta = \frac{\lambda}{a}$

Diaphragme circulaire : $\sin \Theta = 1,22 \frac{\lambda}{a}$

▶ Exemples :
- optique
- électromagnétique
- acoustique
- vague à l'entrée d'un port
- ...

▶ Limite la focalisation possible d'un laser

▶ Dans la théorie Huygens-Fresnel, la diffraction s'interprète comme interférences où chaque point de l'obstacle est une source secondaire cohérente. (infinité de points donc somme continue donc intégrale)