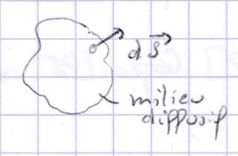
Transferts thermiques

A. Conduction / diffusion

▶ Transport d'énergie d'agitation thermique entre particules dans le sens des températures décroissantes, sans déplacement macroscopique de matière.

Flux thermique

$$\phi_{th} = \iint_{(S)} \vec{j_Q} \cdot d\vec{S} = \frac{\delta Q}{\delta t}$$



ϕ_{th} : algébrique, en $W = J.s^{-1}$
$\vec{j_Q}$: vecteur densité de courant d'énergie th, en $W.m^{-2}$
δQ : qté de chaleur traversant S pdt dt, ds sens $d\vec{S}$

Conductivité thermique

$\lambda.(T)$ (en $W.K^{-1}.m^{-1}$)

OdG
- $\lambda_{métaux} \gg \lambda_{liquide} \gg \lambda_{gaz}$
- $\lambda_{cuivre} = 100 \quad W.K^{-1}.m^{-1}$ (excellent conducteur)
- $\lambda_{air} = 0,03 \quad W.K^{-1}.m^{-1}$
- $\lambda_{polystyrène} = 0,004 \quad W.K^{-1}.m^{-1}$

Loi de Fourier

$$\vec{j_Q} = -\lambda(T)\ \vec{grad}\ T$$

▶ [Conducteur parfait] $\Longleftrightarrow$ $[\lambda \to \infty]$ ($\vec{grad}\ T = 0$)
[Isolant parfait] $\Longleftrightarrow$ $[\lambda \to 0]$ ($\vec{j_Q} = 0$)

Théorème de Green - Ostrogradsky

$$\iiint_{(V)} \text{div}\ \vec{A}\ dV = \oiint_{(S)} \vec{A} \cdot d\vec{S}$$

Equation de conservation de l'énergie thermique

p : puissance volumique locale créée par une source de chaleur dans (V)

- $$\iiint_{(V)} \frac{\partial u}{\partial t}(M,t)\ dV_M = \iiint_{(V)} p(M,t)\ dV_M - \oiint_{(S)} \vec{j_Q} \cdot d\vec{S}$$ (forme intégrée)

- $$p(M,t) = \frac{\partial u}{\partial t}(M,t) + \text{div}\ \vec{j_Q}$$ (forme locale)

▶ En régime stationnaire : $\text{div}\ \vec{j_Q} = p(M,t)$ i.e [flux conservatif] $\Leftrightarrow$ $[p=0]$

Coeficient / paramètre de diffusion

$$D := \frac{\lambda}{\rho c}$$ (en $m^2.s^{-1}$)

Equation locale de diffusion

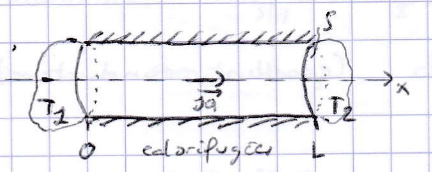
- $$-\lambda \Delta T_{(M,t)} + \rho c \frac{\partial T}{\partial t}(M,t) = p(M,t)$$

- $$-D \Delta T_{(M,t)} + \frac{\partial T}{\partial t}(M,t) = \frac{p(M,t)}{\rho c}$$

Analogies Électrique ↔ thermique

Densité de courant électrique	$\vec{j}$	$\vec{j_Q}$	Densité de courant d'énergie th.
Conductivité électrique	γ	λ	Conductivité thermique
Potentiel électrique	V	T	Température
Loi d'Ohm locale	$\vec{j} = -\gamma \, \vec{\text{grad}}\, V$	$\vec{j_Q} = -\lambda \, \vec{\text{grad}}\, T$	Loi de Fourier
Intensité	$I = \iint_{(S)} \vec{j} \cdot d\vec{S}$	$\Phi_{th} = \iint_{(S)} \vec{j_Q} \cdot d\vec{S}$	Flux thermique
Loi d'Ohm macro.	$R = \frac{\Delta V}{I}$	$R_{th} = \frac{\Delta T}{\Phi_{th}}$	Résistance thermique
Débit de charge	$dq = I\,dt$	$\delta Q = \Phi_{th}\,dt$	Qté de chaleur
Capacité	$C = \frac{dq}{dV}$	$C_{th} = \frac{\delta Q}{dT}$	Capacité calorifique

Diffusion longitudinale en régime stationnaire



$T(x)$? $\Phi_{th_{1\to 2}}$?

M1: Equat° de diffusion : $-\lambda \Delta T + \rho c \underbrace{\cancel{\frac{\partial T}{\partial t}}}_{\text{stationnaire}} = \underbrace{\cancel{P}}_{\text{isolé}}$

Donc $\Delta T = 0 = \frac{d^2T}{dx^2}$

M2: 1er principe à une tranche entre x et $x+dx$:

$\underbrace{\cancel{dU}}_{\text{stationnaire}} = \delta Q_x + \delta Q_{x+dx}$

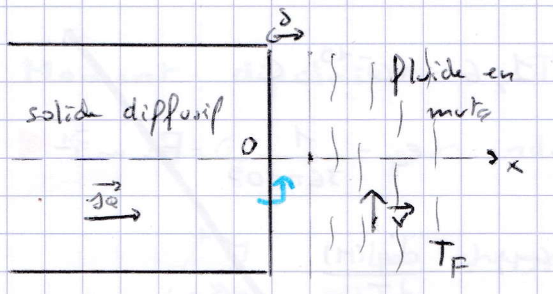
$\Phi_{th}(x) = \iint \vec{j_Q} \cdot d\vec{S}$ donne $\delta Q_x = \Phi_{th}(x)\,dt$, $\delta Q_x = -\Phi_{th}(x+dx)\,dt$

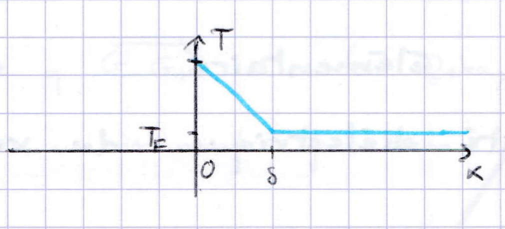
Donc $\Phi_{th}(x) = \Phi_{th}(x+dx)$, i.e. $0 = \frac{\partial \Phi_{th}}{\partial x} = -\lambda S \frac{d^2T}{dx^2}$ car $\Phi_{th} = -\lambda S \frac{dT}{dx}$

Donc $T(x) = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{L} x$, $\Phi_{th} = -\lambda S \frac{T_2 - T_1}{L}$

- ▶ Chercher $T(M,t)$ de forme $T_0 + f(M)\,g(t)$, passer au complexe.
- ▶ Ici, $R_{th} = \frac{L}{\lambda S}$. Pour calculer la résistance thermique d'un solide quelconque, on fait un découpage en cylindre élémentaire de résistance $dR_{th} = \frac{dL}{\lambda dS}$ puis on les associe en série ou dérivation.

B. Convection





▶ Approximation de T par profil affine

Couche limite couche de fluide d'épaisseur δ considérée immobile

▶ [v ↗] ⟹ [δ ↘] , [viscosité η ↗] ⟹ [δ ↗]

Coefficient de transfert surfacique $h := \frac{\lambda_F}{\delta}$ (en $W.m^{-2}.K^{-1}$)

OdG • Convection naturelle (ds l'air) : $h \simeq 10^0 \ W.m^{-2}.K^{-1}$
• Convection forcée (ventilation) : $h \simeq 10^2 \ W.m^{-2}.K^{-1}$

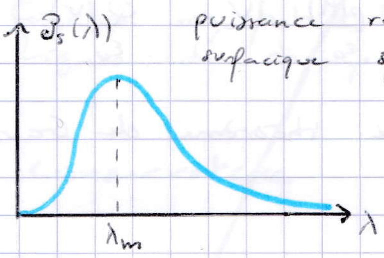
Loi de Newton $\Phi_{th\, S\to F} = h\,(T_S - T_F)\, S_{\text{échange}}$

↳ Par ≤ de Φ_{th} : $\Phi_{th\, S\to F} = \iint \vec{j_Q}\cdot\vec{e_x}\, dS$

Loi de Fourier : $\vec{j_Q} = -\lambda_F \, \vec{\text{grad}}\, T = -\lambda_F \frac{T_F - T_S}{\delta}\vec{e_x} = h\,(T_S - T_F)\,\vec{e_x}$

▶ On peut définir une résistance conducto-convective $R_{th_c} = \frac{1}{h\, S_{\text{échange}}}$
Elle est parfois comprise dans R_{th}.

C. Rayonnement / modèle du corps noir



Puissance surfacique rayonnée $\mathcal{P}_{surf} = \int_0^{+\infty} \mathcal{P}_S(\lambda)\, d\lambda$

Fenêtre de rayonnement $\left[\frac{\lambda_m}{2} ; 8\lambda_m\right]$

▶ $\mathcal{P}_{surf} \simeq \int_{\frac{\lambda_m}{2}}^{8\lambda_m} \mathcal{P}_S(\lambda)\, d\lambda$ à 98 %

Loi de Wien $\lambda_m T_{surface} = 3000 \ \mu m.K = 3 \cdot 10^{-3} \ m.K$

Loi de Stefan $\mathcal{P}_{surf} = \sigma T^4$, $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \ W.m^{-2}.K^{-4}$ cte de Stefan

▶ $\mathcal{P}_{ray} = \mathcal{P}_{surf}\, S \propto T^4$

Résistance de rayonnement $R_{ray} = \frac{1}{4\sigma S T^3} = \frac{1}{h_{ray} S}$

▶ Rayonnement et convection peuvent être globalisé : $h_{eq} = h_{ray} + h$.
On peut négliger h_{ray} dans le cas d'une convection forcée