# Lista 7 - Soluções

Arthur Rabello Oliveira

20/05/2025

## 1. Exercícios Introdutórios

## 2. Exercício de Aprofundamento

1. Sejam $v_1 = (1,1,1), v_2 = (0,1,1), v_3 = (1,2,3) \in \mathbb{R}^3$.

   (a) Encontre os vetores $w_1, w_2, w_3$ definidos por:

$$\begin{aligned} w_1 &= v_1 \\ w_2 &= v_2 - \text{proj}_{w_1} v_2 \\ w_3 &= v_3 - \text{proj}_{w_1} v_3 - \text{proj}_{w_2} v_3 \end{aligned} \tag{1}$$

   (b) Encontre os vetores:

$$u_1 = \frac{w_1}{\|w_1\|}, u_2 = \frac{w_2}{\|w_2\|}, u_3 = \frac{w_3}{\|w_3\|}. \tag{2}$$

   (c) Prove que $U = \{u_1, u_2, u_3\}$ é uma base ortonormal de $\mathbb{R}^3$.

**Solução:**

1. (a) Dado que a fórmula de projeção é:

$$\text{proj}_a b = a \cdot \frac{a^T b}{a^T a} \tag{3}$$

Fazemos:

$$\begin{aligned} w_1 &= v_1 = (1,1,1) \\ w_2 = v_2 - \text{proj}_{w_1} v_2 &= (0,1,1) - (1,1,1) \cdot \frac{\langle (1,1,1),(0,1,1) \rangle}{\langle (1,1,1),(1,1,1) \rangle} \\ &= (0,1,1) - (1,1,1) \cdot \frac{2}{3} \\ &= (0,1,1) - \left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right) \\ &= \left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right) = w_2 \end{aligned} \tag{4}$$

Para $w_3$

## 3. Exercícios Avançados