UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ - UFPI
CENTRO DE CIÊNCIAS DA NATUREZA - CCN
DEPARTAMENTO DE COMPUTAÇÃO - DC
DOCENTE: ANTONIO COSTA DE OLIVEIRA
DISCIPLINA: TEORIA E APLICAÇÕES EM GRAFOS

Relatório - Problema do Carteiro Chinês

Arthur Rabelo de Carvalho
Camilly Larissa Costa Silva
João Pedro Vilarinho da Silva Batista
Kayke Cristofer de Sousa Cardoso

Teresina, Piauí
2025

1. INTRODUÇÃO

O problema do carteiro chinês (PCC) é um dos algoritmos clássicos e de bastante relevância no contexto da teoria dos grafos. Ele consiste em encontrar um caminho fechado de menor custo passando por cada aresta de um grafo pelo menos uma vez. O PCC tem aplicações práticas em diferentes áreas como a coleta de lixo, roteamento de ônibus escolar, entre outros.

Neste relatório, buscamos desenvolver um algoritmo para resolver o problema do carteiro chinês (PCC) e apresentar visualmente os grafos e os resultados após a aplicação do PCC em uma interface. Além disso, focamos em avaliar o desempenho computacional ao executá-lo em grafos completos eulerianos e não-eulerianos, com números de vértices variando de 10 a 1000. Calculamos o tempo médio dessas execuções e analisamos os resultados para identificar discrepâncias ou semelhanças nos tempos do PCC nesses grafos, relacionando-os com o aumento da quantidade de vértices.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 HISTÓRICO

Um dos maiores trunfos da humanidade é nunca estar satisfeita com sua situação atual por muito tempo, algo que se explica pela nossa adaptação hedônica. Assim, buscamos melhorias, criamos e descobrimos o mundo. Por meio da visão e ação de artistas, cientistas e matemáticos, a humanidade propõe ideias e problemas que revolucionam nossa compreensão do universo.

O problema que estudaremos a priori é o das Sete Pontes de Königsberg.

Existe uma forma de atravessar cada uma das pontes exatamente uma vez em um caminho fechado? Foi Leonhard Euler quem propôs esse problema, dando início à teoria dos grafos, tornando-o um dos problemas mais antigos do campo. Euler não apenas formulou o problema, mas também estabeleceu as condições necessárias para que tal percurso fosse possível:

1. Cada vértice do grafo precisa ter grau par.
2. O grafo precisa ser conectado.

Se essas condições forem atendidas, o grafo é chamado de Euleriano, e a existência de tal percurso está garantida.

É intuitivo afirmar que o grafo precisa ser conectado, pois é necessário haver um caminho entre todos os vértices. Além disso, os vértices precisam ter grau par, ou seja, cada vértice deve ter o mesmo número de caminhos de entrada e saída.

No entanto, a humanidade nunca está satisfeita. Somos seres inquietos, sempre em busca de desafios. Posteriormente, a teoria de Euler foi ampliada em outro contexto, no problema que hoje conhecemos como Problema do Carteiro Chinês.

Foi Kwan Mei-Ko quem adaptou a motivação de Euler e o problema das Sete Pontes para um contexto mais prático. O nome do problema reflete tanto a nacionalidade do autor quanto o contexto de estudo. Neste novo cenário, as pontes foram substituídas por ruas, e as áreas, por destinos.

A ideia central é clara: qual é o trajeto mais econômico para percorrer todas as arestas de um grafo qualquer? Esse problema utiliza os princípios dos grafos Eulerianos.

Se necessário, adicionamos arestas duplicadas (ou seja, repetimos arestas no percurso fechado) para transformar o grafo original em um grafo Euleriano. Dessa forma, o Problema do Carteiro Chinês é desenvolvido e aplicado a diferentes tipos de grafos e situações práticas, como as rotas de entrega de nosso carteiro chinês.

Portanto, o problema do carteiro chinês proporcionou a humanidade melhorias como:

- **Generalização dos circuitos de Euler:** Através da transformação de grafos arbitrários em grafos Eulerianos, a teoria dos grafos se torna mais aplicável no cotidiano.
- **Consolidação da importância dos estudos de grafos:** O PCC ajudou a consolidar a relevância da teoria dos grafos na resolução de problemas práticos da humanidade.
- **Criação de métodos de otimização de caminho:** O problema promoveu o desenvolvimento de técnicas e métodos que enriquecem a teoria dos grafos, particularmente em otimização de rotas.
- **Desenvolvimento de algoritmos mais eficientes:** O PCC estimulou a criação de algoritmos mais rápidos e eficientes para resolver problemas de roteamento e otimização de caminhos em grafos.

O contexto em que vivemos é caracterizado, em grande parte, pela praticidade, pelo alto nível de conectividade e pela busca incessante por lucro. Dessa forma, é fácil perceber a importância do Problema do Carteiro Chinês, já que sua fundamentação se baseia na otimização de caminhos, algo crucial para diversas aplicações no mundo moderno.

Portanto, a importância prática do PCC pode ser descrita nos seguintes aspectos:

- **Otimização de recursos:** A solução do PCC permite maximizar a eficiência no uso de recursos, como tempo, combustível e força de trabalho.
- **Logística:** O problema é amplamente utilizado no planejamento de rotas para transporte de mercadorias, coleta de lixo e outros serviços urbanos, garantindo a redução de custos e tempo.
- **Prevenção de falhas em infraestrutura:** O PCC pode ser aplicado na inspeção de redes de infraestrutura, como redes de distribuição de água, eletricidade e transporte, contribuindo para a manutenção preventiva.
- **Redução de desperdícios:** Ao otimizar rotas e minimizar percursos desnecessários, o PCC ajuda a reduzir desperdícios de recursos, como combustível e energia.
- **Alta conectividade no mundo moderno:** Em um mundo cada vez mais conectado, o PCC é essencial para otimizar sistemas de transporte, comunicação e distribuição, refletindo diretamente na eficiência das operações.

2.2 DEFINIÇÕES

O Problema do Carteiro Chinês é um problema clássico de otimização na teoria dos grafos, que visa encontrar o caminho mais eficiente para percorrer todas as arestas de um grafo pelo menos uma vez, minimizando o custo total do percurso. O problema foi inspirado pelo desafio das Sete Pontes de Königsberg, proposto por Leonhard Euler, que questionava se seria possível atravessar todas as pontes da cidade de Königsberg uma única vez em um caminho fechado.

Para a resolução do problema do carteiro chinês, o grafo precisa ser conectado, e todos os vértices devem ter grau par, garantindo que cada ponto de entrada tenha um ponto de saída correspondente. Se essas condições forem atendidas, o grafo é chamado de Euleriano**.**

Quando o grafo não é Euleriano, a solução para o PCC utiliza a duplicação de arestas. Para isso, adicionando arestas entre vértices de grau impar para tornar o grafo Euleriano. Essas arestas duplicadas são percorridas novamente.

3. OBJETIVO

O objetivo é desenvolver um código para um algoritmo do Problema do Carteiro Chinês e avaliar o esforço computacional ao executá-lo em grafos completos eulerianos e não-eulerianos. A avaliação será feita com grafos contendo 10, 50, 100, 500 e 1000 vértices, relacionando com a quantidade de vértices ímpares (2, 4, 10) e analisando como essa quantidade afeta cada um desses grafos.

4. FERRAMENTAS E ESPECIFICAÇÕES

Para o trabalho proposto, foi feito um código fonte utilizando a linguagem C# e o uso do framework o que garantiu uma implementação da visualização e construção dos grafos em um GUI (Graphical User Interface), possibilitando assim, que o usuário tenha uma resolução visível dos dados de desempenho e dos grafos construídos por meio do programa.

Para os resultados obtidos a partir dos testes de desempenho e tempo médio no código fonte foi utilizado uma máquina com as seguintes especificações:

- AMD Ryzen 7 5700U with Radeon Graphics, 1.80 GHz
- 12 GB RAM
- 516 GB SSD

5. METODOLOGIA

Nessa seção será descrito o algoritmo proposto deste trabalho, que resolve o Problema do Carteiro Chinês não dirigido. A solução obtida é mostrada graficamente, utilizando a biblioteca *System.Windows.Forms* para criar uma interface gráfica que permite ao usuário interagir com o grafo.

Inicialmente, o algoritmo verifica se o grafo é euleriano utilizando a função *EulerianGraph*. Um grafo é euleriano se todos os seus vértices têm grau par. Se o grafo for euleriano, a solução é trivial e o algoritmo utiliza o método *Hierholzer* para encontrar o circuito euleriano.

Caso o grafo não seja euleriano, o algoritmo identifica os vértices de grau ímpar utilizando a função *FindImparVertices*. Esses vértices são essenciais para transformar o grafo em euleriano.

Com os vértices de grau ímpar identificados, o algoritmo calcula o emparelhamento perfeito de custo mínimo utilizando a função *MinCostPerfectMatching*. Este passo é crucial, pois permite adicionar arestas ao grafo de forma a tornar todos os vértices de grau par, transformando assim o grafo em euleriano.

Após transformar o grafo em euleriano, o algoritmo novamente utiliza o método Hierholzer para encontrar o circuito euleriano no grafo modificado.

Isso garante que o algoritmo encontre uma solução eficiente para o Problema do Carteiro Chinês, permitindo a visualização gráfica do circuito euleriano resultante.

6. RESULTADO

Para avaliar o desempenho do algoritmo desenvolvido para resolver o Problema do Carteiro Chinês, realizamos uma série de testes variando a quantidade de vértices do grafo e o número de vértices ímpares. Os testes foram conduzidos com grafos contendo 10, 50, 100, 500 e 1000 vértices, e para cada tamanho de grafo, consideramos quatro cenários distintos:

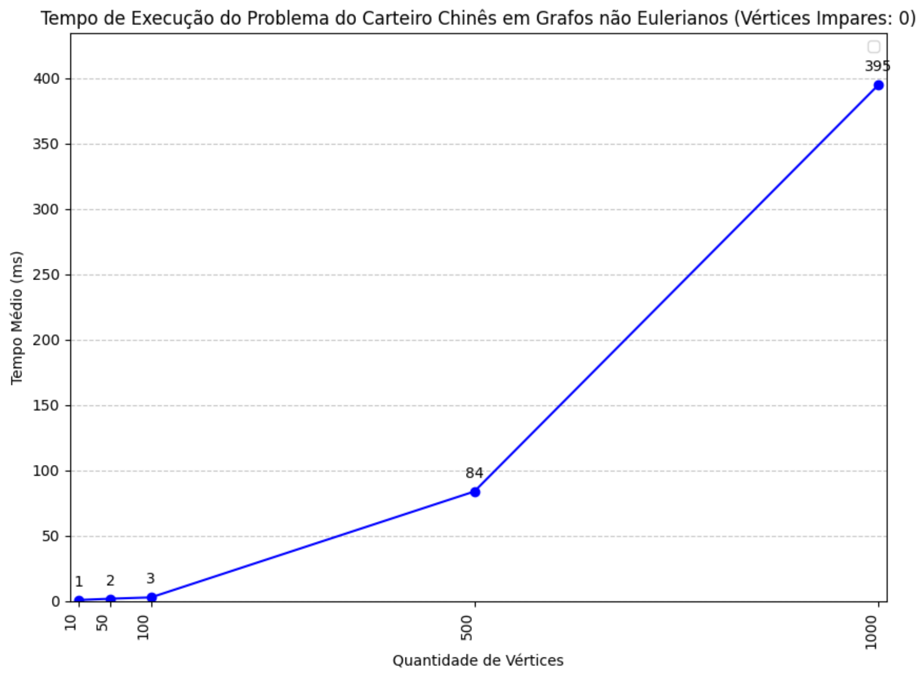
- Grafo Euleriano (0 vértices ímpares)
- Grafo com 2 vértices ímpares
- Grafo com 4 vértices ímpares
- Grafo com 10 vértices ímpares

Após cada conjunto de 10 testes, calculamos a média de tempo de execução em milissegundos, desde a verificação do grafo euleriano até a obtenção do circuito euleriano. Os resultados obtidos foram utilizados para gerar gráficos de linha que ilustram o comportamento do tempo médio de execução em função da quantidade de vértices do grafo para cada quantidade de vértices ímpares.

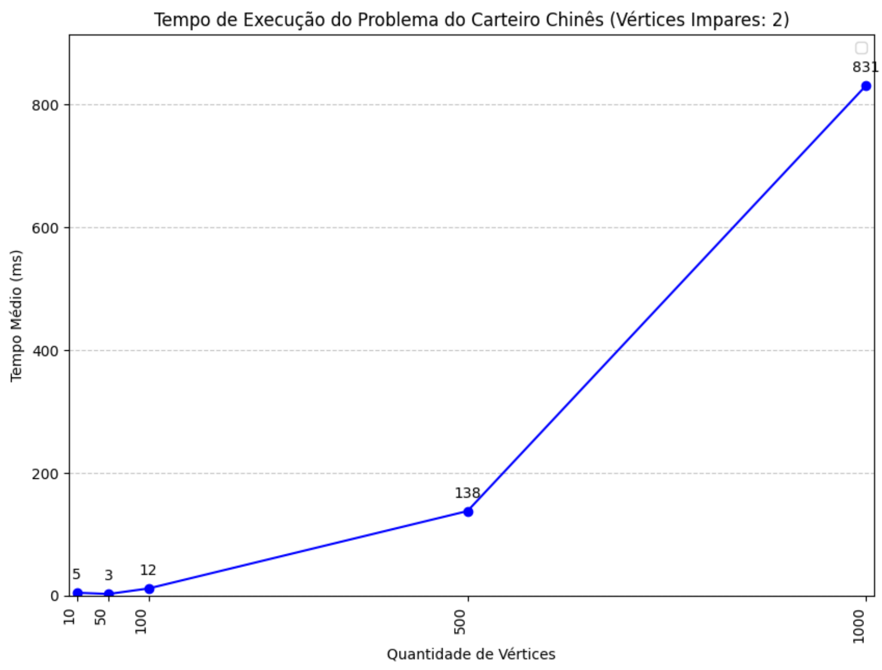
6.1 GRÁFICOS DE TEMPO DE EXECUÇÃO

Os gráficos a seguir apresentam o tempo de execução do algoritmo para cada um dos cenários mencionados:

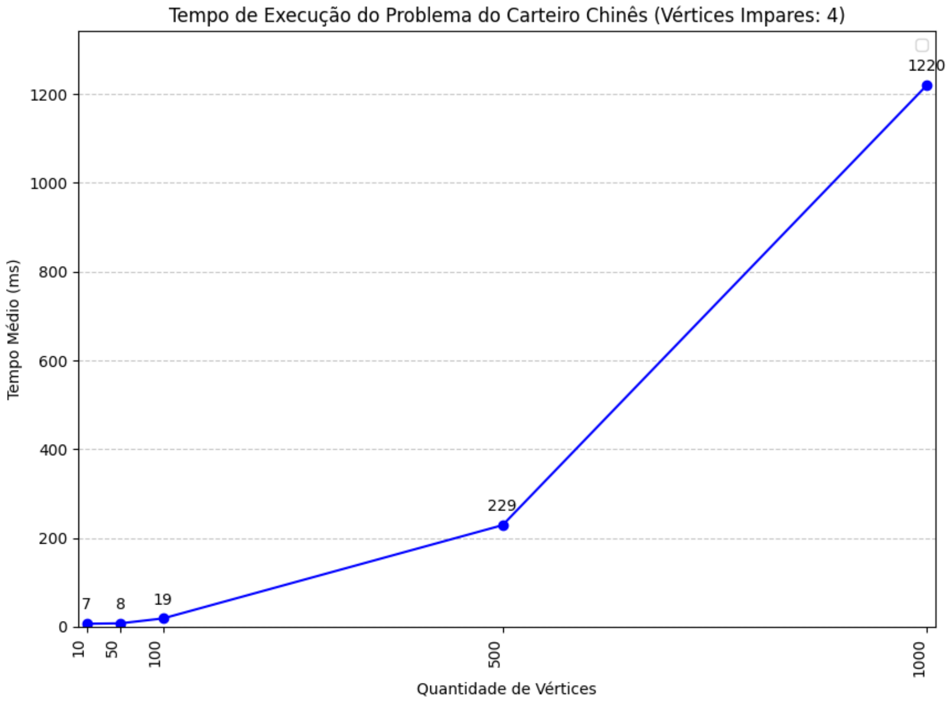
1. **Figura 1** - Grafo Euleriano (0 vértices ímpares)



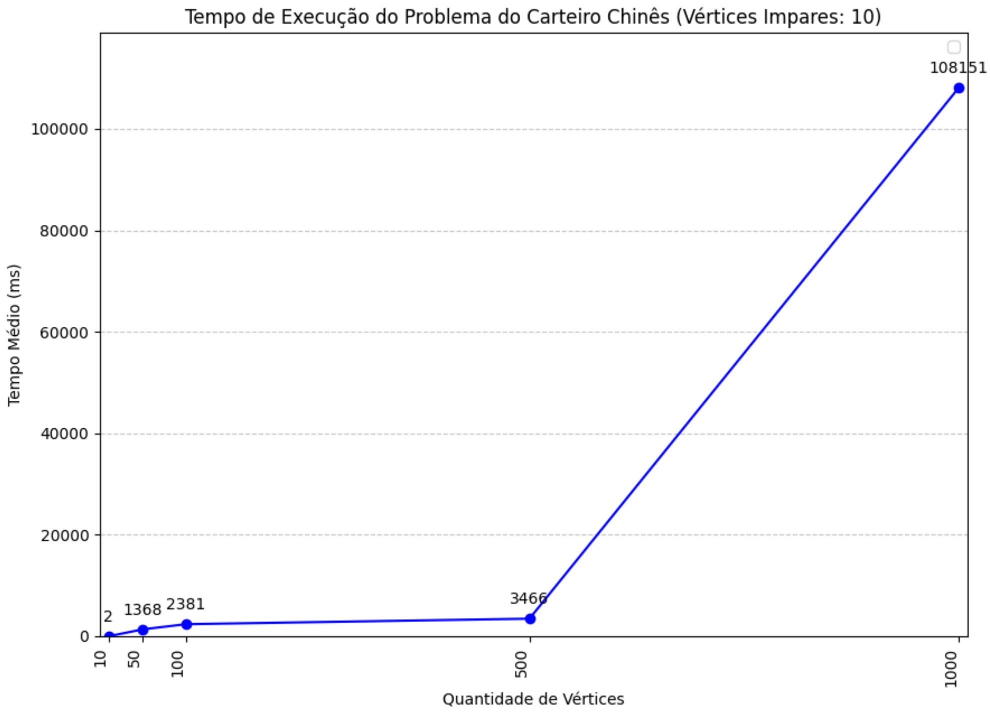
2. **Figura 2** - Grafo com 2 vértices ímpares



3. **Figura 3** - Grafo com 4 vértices ímpares



4. **Figura 4** - Grafo com 10 vértices ímpares



6.2 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Os gráficos mostram que o tempo de execução do algoritmo aumenta conforme a quantidade de vértices do grafo cresce. Além disso, observa-se que a presença de vértices ímpares impacta significativamente o tempo de execução, devido à necessidade de calcular o emparelhamento perfeito de custo mínimo para tornar o grafo euleriano. Esses resultados confirmam a eficiência do algoritmo proposto.

7. CONCLUSÃO

É possível concluir que o algoritmo do Problema do Carteiro Chinês é de grande importância para diversas indústrias. A quantidade de vértices ímpares afeta significativamente o tempo de execução, sendo que quanto maior a quantidade de vértices ímpares, maior é o tempo de execução. Além disso, o aumento na quantidade total de vértices também influencia no aumento do tempo de execução.

8. REFERÊNCIAS

1. MALBARBO, M. **Problema do Carteiro Chinês e Problema do Caixeiro Viajante.** Disponível em: <https://malbarbo.pro.br/arquivos/2012/1747/texto-problema-do-carteiro-chines-e-problema-do-caixeiro-viajante.pdf>. Acesso em: 2 jan.2025

2. DO. **O problema do carteiro chinês (parte 1 e 2)**. Disponível em: <https://youtu.be/wMVOM5sBrrI?si=AV1FqRi_Vui-PEJJ>. Acesso em: 1 jan. 2025.
3. VASCONECELOS, Rodrigo Bastos. **O problema do carteiro chinês, não dirigido e misto para otimização de rotas com visualização gráfica da solução** Disponível em: <https://www.uece.br/wp-content/uploads/sites/51/2020/02/RODRIGO-BASTOS-VASCONCELOS.pdf>