



Universidade de Brasília
Departamento de Engenharia Elétrica
Controle Digital

Exercício de Simulação 4

Aluno:
Arthur de Matos Beggs ————— 12/0111098

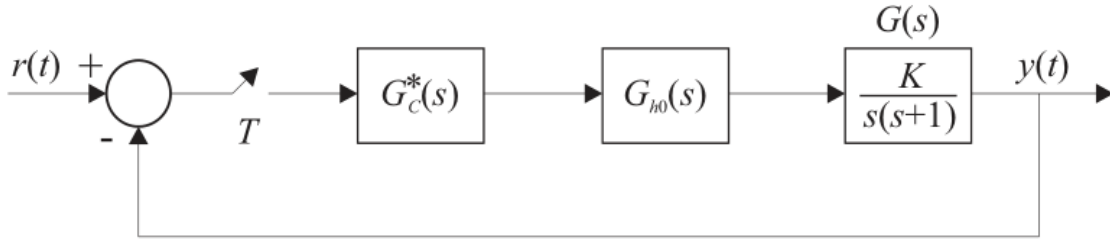


Figura 1: Diagrama e funções de transferência do sistema.

1. Determine a função de transferência $G(z)$ da planta $G(s)$ em série com o segurador de ordem zero $G_{h0}(s)$ e obtenha $G(\omega) = G(z)|_{z=\frac{1+(T/2)\omega}{1-(T/2)\omega}}$

$$G(z) = \mathcal{Z} \left\{ \frac{1 - e^{-0.2s}}{s} \frac{K}{s(s+1)} \right\} = (1 - z^{-1}) \mathcal{Z} \left\{ \frac{K}{s^2(s+1)} \right\}$$

Pelo Matlab,

```
T = 0.2;

s = tf('s');
z = tf('z', T);

G_s = zpk([], [0 -1], [1])
G_z = c2d(G_s, T, 'zoh')
```

$$G(z) = \frac{0.018731K(z + 0.9355)}{(z - 1)(z - 0.8187)}$$

$$G(\omega) = G(z)|_{z=\frac{1+(T/2)\omega}{1-(T/2)\omega}} = G(z)|_{z=\frac{1+0.1\omega}{1-0.1\omega}}$$

Pelo Matlab,

```
G_w = zpk(tf(bilin(ss(G_z), -1, 'S_Tust', [T 1])))
```

$$G(\omega) = \frac{-0.00033201K(\omega + 300.2)(\omega - 10)}{\omega(\omega + 0.9967)}$$

2. Calcule o valor do ganho K da planta de modo que a constante de erro de velocidade seja $K_v = 2$

Para que $K_v = 2$,

$$K_v = \lim_{\omega \rightarrow 0} \omega G_c(\omega) G(\omega) = \lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{-0.00033201K(\omega + 300.2)(\omega - 10)}{(\omega + 0.9967)} G_c(\omega) = K \lim_{\omega \rightarrow 0} G_c(\omega)$$

Considerando $G_c(\omega) = 1$ nessa análise,

$$K = K_v = 2$$

3. Obtenha o diagrama de Bode para $G(\omega)$

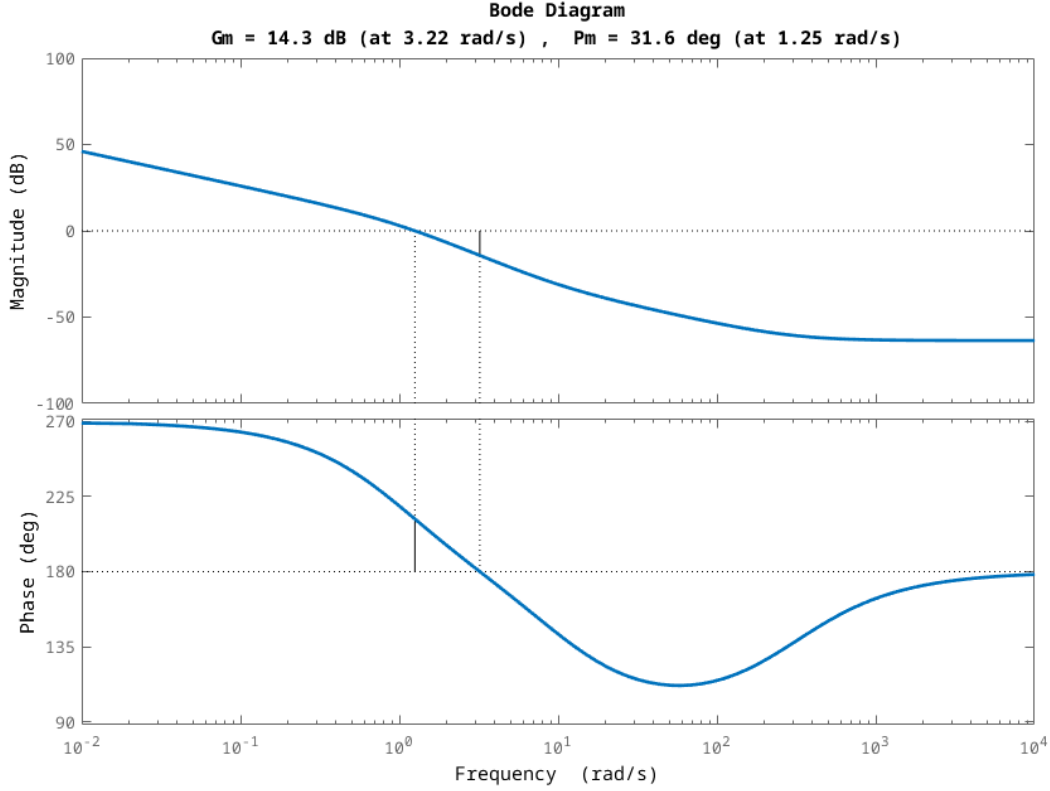


Figura 2: Diagrama de Bode de $G(s) = G(\omega)|_{\omega=s}$

4. Calcule o polo e o zero de um compensador por avanço de fase de modo que a margem de fase seja de 50° e a margem de ganho seja de pelo menos $10dB$

O compensador por avanço de fase tem a forma

$$G_c(\omega) = \frac{1 + \tau\omega}{1 + \alpha\tau\omega}$$

A Margem de Fase de $G(\omega)$ é de 31.6° . Para que a Margem de Fase satisfaça o requerimento de 50° , um avanço de fase de $\approx 20^\circ$ é necessário. Porém, também é necessário compensar o deslocamento da frequência de cruzamento. Assim, 8° adicionais compensam a frequência de cruzamento, resultando em $\phi_m = 28^\circ$. Com isso,

$$\sin(\phi_m) = \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha} \implies \alpha = 0.361.$$

O avanço de fase máximo ϕ_m de $G_c(j\nu)$ ocorre em $\nu_m = \frac{1}{\tau\sqrt{\alpha}}$. Em ν_m , $|G_c(j\nu_m)G(j\nu_m)| = 1$. Assim,

$$|G_c(j\nu_m)| = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} = 1.644$$

$$|G(j\nu_m)| = \frac{1}{|G_c(j\nu_m)|} = \sqrt{\alpha} = 0.601 \implies \nu_m = 1.2773$$

ν_m encontrado pelas raízes de $abs((-0.000664s^2 - 0.1927s + 1.993)/(s^2 + 0.9967s)) = 0.601$ no WolframAlpha. Assim,

$$\nu_m = \frac{1}{\tau\sqrt{\alpha}} \implies \tau = 1.3027$$

$$G_c(\omega) = \frac{1 + \tau\omega}{1 + \alpha\tau\omega} = \frac{1 + 1.3027\omega}{1 + 0.4703\omega}$$

Para encontrar $G_c(z)$, a transformação bilinear $G_c(z) = G_c(\omega)|_{\omega=\frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1}}$ pelo Matlab,

```
Gc_w = tf([1.3027 1], [0.4703 1])
Gc_z = zpkr(tf(bilin(ss(Gc_w), 1, 'S_Tust', [T 1])))
```

$$G_c(z) = G_c(\omega)|_{\omega=\frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1}} = \frac{2.4596(z - 0.8574)}{(z - 0.6493)}$$

5. Faça os diagramas de Bode de $G(\omega)$, $G_c(\omega)$ e $G_c(\omega)G(\omega)$

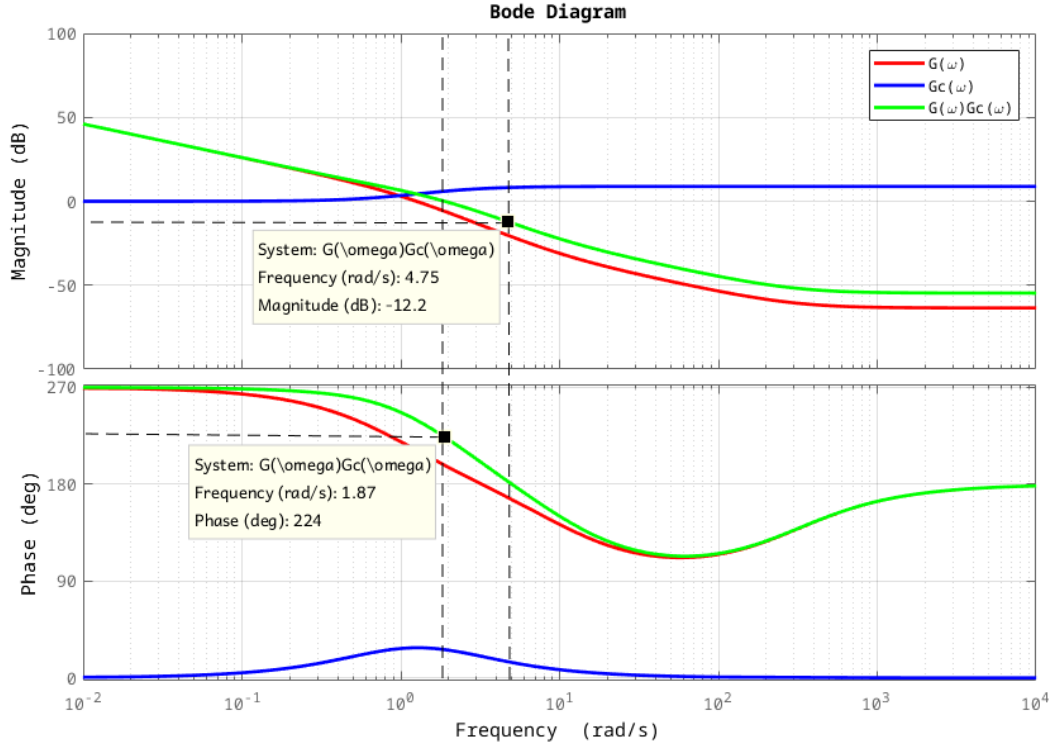


Figura 3: Diagrama de Bode de $G(\omega)$, $G_c(\omega)$ e $G_c(\omega)G(\omega)$

Pelo diagrama, a margem de fase de $G_c(\omega)G(\omega) \approx 44^\circ$ e a margem de ganho de $G_c(\omega)G(\omega) \approx 12.2dB$. A margem de ganho segue as especificações do projeto ($> 10dB$), mas a margem de fase ficou 6° abaixo do requisito.

6. Faça os diagramas de Bode de $G(z)$, $G_c(z)$ e $G_c(z)G(z)$ para $z = e^{j\omega T}$

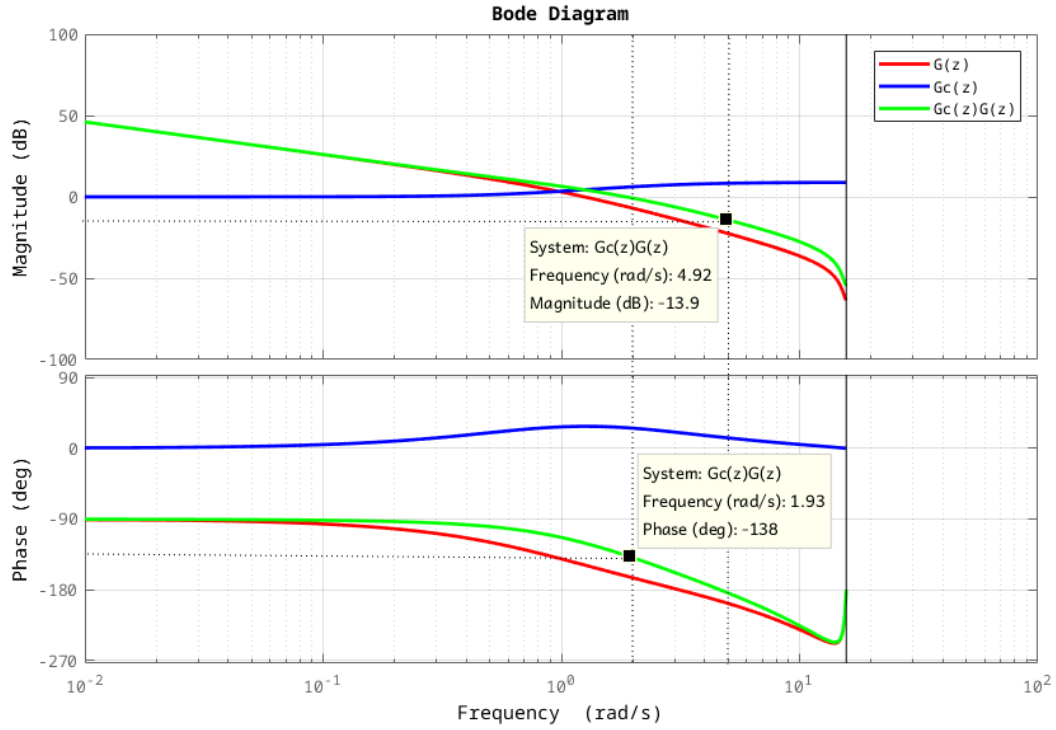


Figura 4: Diagrama de Bode de $G(z)$, $G_c(z)$ e $G_c(z)G(z)$

Utilizando o comando *margin()* para obter valores mais precisos de margem de ganho e de fase que os mostrados pelo cursor no diagrama de Bode da Figura 4, a margem de fase de $G_c(z)G(z) \approx 44^\circ$ e a margem de ganho de $G_c(z)G(z) \approx 12.9dB$. A margem de ganho segue as especificações do projeto ($> 10dB$), mas a margem de fase ficou 6° abaixo do requisito.

Os resultados das margens de fase e de ganho do sistema tanto em z quanto em ω são bem próximos.