

Oppgave 1 Rekn ut

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin(x)}.$$

Oppgave 2 Rekn ut

$$\int_1^{\infty} \frac{3}{(x+2)^2} dx.$$

Oppgave 3 Du kan velje eit pizzastykke frå ein sirkelrund pizza (altså pizzastykket er ein sirkelsektor), og stykket må ha ein omkrins på 60 cm. Kor stor må diameteren d til pizzaen vere for å maksimere arealet $A(d)$ til pizzastykket?

(Vink: Arealet av ein sirkelsektor med vinkel θ er

$$\frac{\theta}{2\pi} \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2,$$

kvar d er diameteren til sirkelen.)

Oppgave 4 Finn alle punkta (x, y) på kurva $y = y(x)$ gjeve ved $x^2 - y^2 = 1$ der tangenten har stigningstal lik 2.

Kva er likninga til tangenten i dei aktuelle punkta?

Oppgave 5 Gå ut i frå at funksjonen $f(x)$ har følgande taylorrekke om $x = 0$:

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{4n+1}}{(2n+1)!}.$$

Kva er $f^{(13)}(0)$? Svaret må grunngjevast.

Oppgave 6 La

$$f(x) = \int_0^x e^{\sqrt{t}} dt = 2e^{\sqrt{x}}(\sqrt{x} - 1) + 2$$

for $x \in [1, 2]$.

Vis at $f(x) = 4$ har nøyaktig éi løysing $r \in (1, 2)$.

Finn ein tilnærma verdi, r^* , av r ved å gjere 2 iterasjonar med Newtons metode med start-verdi $x_0 = 1$.

Er r^* større eller mindre enn r ? Svaret må grunngjevast.

Oppgave 7 Finn og klassifiser dei lokale og globale ekstremalverdiane til

$$f(x) = |x^2 - 1|, \quad \text{der } -\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}.$$

Skisser grafen til $f(x)$. Er $f(x)$ deriverbar i intervallet $-\sqrt{2} < x < \sqrt{2}$? Svaret må grunn-gjevast.

Oppgave 8 La $f(x) = \cosh(x)$ for $0 \leq x \leq \ln(2)$. Finn arealet av rotasjonsflata som oppstår ved å dreie grafen til $f(x)$ om linja $y = -1$.

(Vink: $2 \cosh^2(x) = 1 + \cosh(2x)$.)

Oppgave 9 Gjeve potensrekka

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x+2)^n}{5^{n-1}}.$$

Finn konvergensintervallet til potensrekka.

(Vink: Husk å sjekke endepunkta i konvergensintervallet.)

Oppgave 10 La $0 \leq x < \ln(2)$. Finn $y(x)$, der $y(x)$ tilfredsstiller

$$y(x) = \int_0^x e^{t+y(t)} dt.$$