

Oppgave 1 Rekn ut

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x + \frac{x^2 + \sqrt{x} + e^{x^2}}{8 + \frac{\sin(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}}}.$$

Svaret må grunngjevast.

Oppgave 2 Finn taylorpolynomet av grad 2 om $x = 0$ til funksjonen $f(x) = (1+x)^{1/3} = \sqrt[3]{1+x}$ for $x \geq 0$.

Bruk dette til å finne ein tilnærma verdi av $\sqrt[3]{1.3}$.

Oppgave 3 Avgjer om følgande ueigentlege integral konvergerer eller divergerer

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\cos(x)}{\sin^2(x)} dx.$$

Oppgave 4 Vis at funksjonen

$$f(x) = \begin{cases} 2 + \cos(\frac{1}{x}) \sin(x) & \text{for } x \neq 0, \\ 2 & \text{for } x = 0, \end{cases}$$

er kontinuerleg i $x = 0$.

Oppgave 5 Vis at likninga

$$|x - 3| + x^4 - 7 = 0$$

har nøyaktig ei løysing for $x \geq 0$.

Oppgave 6 Finn x -verdiane som gjev maksimum og minimum av

$$F(x) = \int_0^x \cos(t^2) dt, \quad \text{for } -2 \leq x \leq 2.$$

Du kan fritt bruke at $F(2) > 0 > F(-2)$.

Oppgave 7 La $f(x) = x^2$ for $0 \leq x \leq 1$. Vis at arealet av rotasjonsflata som oppstår ved å dreie grafen til $f(x)$ om linja $y = -1$ kan skrivast som

$$I = 2\pi \int_0^1 (1+x^2) \sqrt{1+4x^2} dx.$$

Finn ein tilnærmingsverdi til I ved å bruke trapesmetoden med $n = 3$ delintervall.

Oppgave 8 La $x > -1$. Løys initialverdiproblemet

$$y'(x) = \frac{y(x)}{3(1+x)}, \quad y(0) = 1.$$

Oppgave 9 Følga $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ er slik at $a_n \geq 4$ for alle n og ho er gjeve rekursivt ved

$$a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 2, \quad \text{der } a_1 = 8.$$

Vis at følga konvergerer og finn grenseverdien $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.

Oppgave 10 Gå ut i frå at $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ er kontinuerleg og $f(0) = 0$. Gå òg ut i frå at $f(x)$ er deriverbar for $x \in (0, 1)$. Figuren under syner grafen til $f'(x)$.

Skisser grafane til $f(x)$ og $f''(x)$. Svara må grunngjevast.

