Oppgåve 1 Rekn ut det ubestemte integralet

$$\int \frac{3x^2 + 2}{x^3 - 2x^2 + 2x} \, dx.$$

(Vink: $x^2 - 2x + 2 = (x - 1)^2 + 1$.)

Oppgåve 2 Finn Taylor-polynomet av grad 3 til funksjonen

$$f(x) = \arctan(x^2) - 6\sin(\pi x)$$

om punktet a = 0.

Oppgåve 3

a) Vis at

$$\lim_{x \to 0+} x^c \ln x = 0$$

når c > 0.

b) Rekn ut det ueigentlege integralet

$$\int_0^1 x^a \ln x \, dx$$

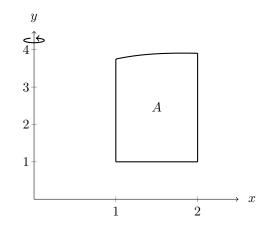
når a > -1. Kva kan du seie om integralet når a = -1?

Oppgåve 4

La A vere området i xy-planet som er avgrensa av linjene $x=1,\,x=2,\,y=1$ og kurva

$$y = \frac{3x}{2\sqrt{x^3 + 3}} + 3.$$

Bestem volumet av omdrei
ingslekamen som oppstår ved å dreie A om y-aksen.



Oppgåve 5 Løys startverdiproblemet

$$\frac{dy}{dx} + \frac{4}{x}y = 5e^{x^5+1} + 15, \qquad y(1) = 3$$

der vi antar at x > 0.

Oppgåve 6 La f vere ein kontinuerleg funksjon som tilfredsstiller $0 \le f(x) \le 1$ når $0 \le x \le 1$. Vis at likninga f(x) = x har minst éi løysing.

(Vink: Sjå på funksjonen g(x) = f(x) - x.)

Oppgåve 7 Vis at potensrekka

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} x^{n+1}$$

har konvergensradius R=1. Avgjer om potensrekka er konvergent for $x=\pm 1$.

Oppgåve 8

a) Vis at

$$e^{-x^2/4} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{4^n n!} x^{2n}$$

for alle $x \in \mathbb{R}$.

b) La

$$I = \int_0^1 e^{-x^2/4} dx.$$

Rekn ut ei tilnærming til I med feil garantert mindre enn 0.0005.

(Vink: Bruk resultatet vi fant i a) og feilestimatet for alternerande rekker.)