INSTITUTO FEDERAL
Santa Catarina
Câmpus
São José

Lista de Exercicios - Aula 7

Economia para a Engenharia

Arthur Cadore Matuella Barcella

19 de Maio de 2025

Engenharia de Telecomunicações - IFSC-SJ

Sumário

1. Introdução **3**
2. Questões **3**
2.1. Questão 1 3
2.2. Questão 2 3
2.3. Questão 3 4
2.4. Questão 4 5
2.5. Questão 5 6
2.6. Questão 6 6
2.6.1. Opção 1 6
2.6.2. Opção 2 7
2.7. Questão 7 7
2.7.1. Sistema SAC 7
2.7.2. Sistema PRICE 7
2.8. Questão 8 8
2.9. Questão 9 9
2.10. Questão 10 9

1. Introdução

2. Questões

2.1. Questão 1

Um imóvel cujo valor à vista é R$100.000 será financiado a uma taxa de 0,85% ao mês, em 60 meses. Qual será o valor da prestação mensal?

Para resolver essa questão, utilizaremos a fórmula da prestação mensal do financiamento pelo sistema PRICE:

$$P = P_V . \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \tag{1}$$

Onde:

- P: é o valor da prestação mensal
- P_V: é o valor presente (valor do imóvel)
- i: é a taxa de juros mensal (0,85% = 0,0085)
- n: é o número de parcelas (60 meses)

Substituindo os valores na fórmula:

$$P = 100000 . \frac{0,0085(1+0,0085)^{\{60\}}}{(1+0,0085)^{\{60\}} - 1} \rightarrow P = 100000.(0,002183) \tag{2}$$

Script para resolver a equação:

```python
# Dados do problema
PV1 = 100000
i1 = 0.0085
n1 = 60

# Cálculo da prestação mensal usando a fórmula do sistema PRICE
P1 = PV1 * (i1 * pow(1 + i1, n1)) / (pow(1 + i1, n1) - 1)

print(f"Prestação mensal (PRICE): R$ {P1:.2f}")
```

Dessa forma, o valor da prestação mensal será aproximadamente $R\$2134,00$.

2.2. Questão 2

Um certo valor foi financiado em 6 prestações mensais e consecutivas de $1.000,00. Se a taxa de juros (compostos) é de 1% a.m., qual o valor do empréstimo?

Para calcular o valor do empréstimo financiado, utilizaremos a fórmula do valor presente de uma série de pagamentos (anuidade):

$$P_V = P . \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \tag{3}$$

Onde:

- P_V: é o valor presente (valor do empréstimo)
- P: é o valor da prestação mensal ($1.000,00)
- i: é a taxa de juros mensal (1% = 0,01)
- n: é o número de parcelas (6 meses)

Substituindo os valores na fórmula:

$$P_V = 1000.\frac{1-(1+0,01)^{\{-6\}}}{0,01} \rightarrow P_V = 1000.(5,852) = 5.795,00 \tag{4}$$

Script para resolver a equação:

```
# Dados do problema
P2 = 1000
i2 = 0.01
n2 = 6

# Cálculo do valor presente usando a fórmula do valor presente de uma anuidade
PV2 = P2 * (1 - pow(1 + i2, -n2)) / i2

print(f"Valor presente (empréstimo): R$ {PV2:.2f}")
```

Dessa forma, o valor do empréstimo financiado será aproximadamente $R\$5.795,00$.

2.3. Questão 3

Quanto será necessário poupar mensalmente, durante 35 anos, aplicados a uma taxa de 2,75% a.a., para se acumular o valor de R$ 1 milhão?

Para calcular o valor que deve ser poupado mensalmente, utilizaremos a fórmula do valor futuro de uma série de pagamentos (anuidade):

$$V_F = P.\frac{(1+i)^n - 1}{i} \tag{5}$$

Onde:

- V_F: é o valor futuro (R$1.000.000,00)
- P: é o valor da poupança mensal
- i: é a taxa de juros mensal (2,75% a.a. = 0,00229167 a.m.)
- n: é o número de meses (35 anos = 420 meses)

Substituindo os valores na fórmula e isolando P:

$$P = \frac{V_F.i}{(1+i)^n - 1} \rightarrow P = \frac{1000000.0,00229167}{(1+0,00229167)^{420} - 1} \tag{6}$$

Resolvendo temos:

$$P = \frac{1000000.0,00229167}{(1 + 0,00229167)^{420} - 1} = \frac{2292}{1,60844} = 1418,68 \tag{7}$$

Script para resolver a equação:

```python
# Dados do problema
VF3 = 1000000
i3 = 0.0275 / 12
n3 = 35 * 12

# Cálculo do valor da poupança mensal usando a fórmula do valor futuro de uma anuidade
P3 = (VF3 * i3) / (pow(1 + i3, n3) - 1)

print(f"Poupança mensal necessária: R$ {P3:.2f}")
```

Dessa forma, o valor que deve ser poupado mensalmente será aproximadamente $R\$1.418,68$.

2.4. Questão 4

O preço de um automóvel à vista é R$50.000. Para financiá-lo, é necessário dar uma entrada de 25%, e o restante será quitado em 48 parcelas de R$ 999,00. Qual a taxa de juros embutida neste financiamento?

Para encontrar a taxa de juros embutida no financiamento, utilizaremos a fórmula do valor presente de uma série de pagamentos (anuidade):

$$P_V = P.\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \tag{8}$$

Onde:

- P_V: é o valor presente (valor financiado)
- P: é o valor da prestação mensal (R$999,00)
- i: é a taxa de juros mensal (desconhecida)
- n: é o número de parcelas (48 meses)
- Calculando valor presente do financiamento: $50000 - (50000 * 0,25) = 37500$

Porem, como desejamos encontrar a taxa de juros i, precisamos rearranjar a fórmula e utilizar métodos numéricos ou uma calculadora financeira para resolver a equação. Abaixo uma célula python para calcular a taxa de juros:

```python
from scipy.optimize import newton

# Dados do problema
PV = 37500  # valor financiado (75% de 50.000)
PMT = 999   # valor da parcela
n = 48      # número de parcelas

# Função para calcular o valor presente de uma anuidade com taxa i
def f(i):
    return PMT * (1 - (1 + i)**-n) / i - PV

```

```python
# Estimativa inicial (1% ao mês)
i_inicial = 0.01

# Calcular a taxa de juros usando o método de Newton-Raphson
taxa_juros_mensal = newton(f, i_inicial)

# Converter para percentual
taxa_percentual = taxa_juros_mensal * 100

print(f"Taxa de juros mensal aproximada: {taxa_percentual:.4f}%")
```

Dessa forma, a taxa de juros mensal aproximada é de: 1.0518%

2.5. Questão 5

Pretende-se realizar uma viagem 2 anos após a data presente. O valor da viagem deverá ser de aproximadamente R$30.000. Pretende-se realizar depósitos mensais regulares em um fundo de investimento cuja taxa de remuneração é de 7% a.a. Quanto deverá ser o valor mensal a ser depositado?

Para calcular o valor mensal a ser depositado, utilizaremos a fórmula do valor futuro de uma série de pagamentos (anuidade):

$$V_F = P.\frac{(1+i)^n - 1}{i} \rightarrow P = V_F.\frac{i}{(1+i)^n - 1} \tag{9}$$

Onde:

- V_F: é o valor futuro (R$30.000,00)
- P: é o valor do depósito mensal
- i: é a taxa de juros mensal (7% a.a. = 0,0058333 a.m.)
- n: é o número de meses (2 anos = 24 meses)

Substituindo os valores na fórmula e isolando P:

$$P = \frac{30000.0,0058333}{(1+0,0058333)^{24} - 1} = \frac{174,99}{0,148882} = 1168,18 \tag{10}$$

Dessa forma, o valor que deve ser depositado mensalmente será aproximadamente $R\$1168,18$.

2.6. Questão 6

O preço de um automóvel é R$50.000. O vendedor sugere 2 opções de financiamento:

- 1: Entrada de 25% + 48 parcelas de R$ 987,52
- 2: Entrada de 50% + 24 parcelas de R$1.173,34.

Qual a opção mais vantajosa? Ou seria ainda mais vantajoso comprar à vista, sem desconto?

2.6.1. Opção 1

- Entrada de 25% = $(R\$50.000).25\% = R\$12.500$

- Financiado: $R\$37.500$
- Parcelas: $48.(R\$987,52) = R\$47.400,96$
- Total pago = entrada + parcelas = $R\$12.500 + R\$47.400,96 = R\$59.900,96$

2.6.2. Opção 2

- Entrada de 50% = $(R\$50.000).50\% = R\$25.000$
- Financiado: $R\$25.000$
- Parcelas: $24.(R\$1.173,34) = R\$28.160,16$
- Total pago = entrada + parcelas = $R\$25.000 + R\$28.160,16 = R\$53.160,16$

Portanto, a melhor opção é comprar à vista, pois o valor total pago seria de R$50.000,00, enquanto a opção 1 resultaria em R$59.900,96 e a opção 2 em R$53.160,16.

2.7. Questão 7

O financiamento de um imóvel no valor de $200.000 será feito em 120 parcelas mensais, com taxa de 1% a.m. Compare os valores da primeira prestação, da amortização e dos juros pelo sistema SAC e pelo sistema PRICE.

2.7.1. Sistema SAC

Para resolver essa questão, utilizaremos as fórmulas do Sistema de Amortização Constante (SAC):

$$A = \frac{P_V}{n} \rightarrow A = \frac{200000}{120} = 1666,67 \tag{11}$$

Calculando a primeira prestação, os juros e a amortização:

$$J_1 = P_V.i \rightarrow J_1 = 200000.0,01 = 2000 \tag{12}$$

A primeira prestação será:

$$P_1 = A + J_1 \rightarrow P_1 = 1666,67 + 2000 = 3666,67 \tag{13}$$

2.7.2. Sistema PRICE

Para o Sistema PRICE, utilizamos a fórmula da prestação mensal:

$$P = P_V.\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \rightarrow P = 200000.\frac{0,01(1+0,01)^{120}}{(1+0,01)^{120} - 1} \tag{14}$$

$$P = 200000.\frac{0,01(1+0,01)^{120}}{(1+0,01)^{120} - 1} \rightarrow 200000.\frac{0,0330039}{2,30039} = 2870,46 \tag{15}$$

2.8. Questão 8

Um equipamento no valor de $40.000 deve ser financiado em 6 meses. Se o financiamento for feito pelo sistema SAC, a taxa de juros será de 2,25% a.m., e pelo sistema PRICE a taxa de juros será de 2,22% a.m. Qual a opção mais vantajosa?

Para resolver essa questão, vamos calcular as prestações mensais, amortizações e juros para ambos os sistemas de amortização, abaixo está uma célula Python que calcula os valores necessários:

```python
# Dados para SAC
sac_amort = 40000 / 6
sac_juros = [40000 * 0.0225, 33333.33 * 0.0225, 26666.67 * 0.0225,
             20000 * 0.0225, 13333.33 * 0.0225, 6666.67 * 0.0225]
sac_prest = [sac_amort + j for j in sac_juros]
sac_data = {
    'Parcela': list(range(1, 7)),
    'Saldo Devedor': [40000, 33333.33, 26666.67, 20000, 13333.33,
6666.67],
    'Juros': sac_juros,
    'Prestação': sac_prest
}
df_sac = pd.DataFrame(sac_data)

# Dados para PRICE
# Cálculo da prestação
i = 0.0222
n = 6
PV = 40000
fator = (i * (1 + i)**n) / ((1 + i)**n - 1)
pmt_price = PV * fator
price_data = {
    'Parcela': list(range(1, 7)),
    'Prestação': [round(pmt_price, 2)] * 6
}
df_price = pd.DataFrame(price_data)
```

A célula acima calcula as prestações mensais, amortizações e juros para ambos os sistemas de amortização, retornando dois DataFrames: `df_sac` para o sistema SAC e `df_price` para o sistema PRICE:

Figura 1: Elaborada pelo Autor

Comparativo SAC x PRICE

Sistema SAC

Parcela	Saldo Devedor	Juros	Prestação
1.0	40000.0	900.0	7566.67
2.0	33333.33	750.0	7416.67
3.0	26666.67	600.0	7266.67
4.0	20000.0	450.0	7116.67
5.0	13333.33	300.0	6966.67
6.0	6666.67	150.0	6816.67

Sistema PRICE

Parcela	Prestação
1.0	7194.14
2.0	7194.14
3.0	7194.14
4.0	7194.14
5.0	7194.14
6.0	7194.14

Calculo do financiamento do equipamento

Com base nisso, o sistema SAC é mais vantajoso, pois o total pago é menor do que pelo sistema PRICE:

```
| Sistema   | Total Pago   | Prestação Inicial | Conclusão   |
| --------- | ------------ | ----------------- | ----------- |
| **SAC**   | R\$43.150,00 | R\$7.566,67       | Mais barato |
| **PRICE** | R\$43.488,00 | R\$7.248,00       | Mais caro   |
```

2.9. Questão 9

Um imóvel no valor de R$1 milhão pode ser financiado pelo sistema SAC, em 120 meses, com taxa de juros de 1%a.m. Se, ao invés de financiá-lo, eu alugá-lo, e aplicar a diferença de valor entre o valor da prestação e o valor do aluguel em um investimento com a mesma taxa de juros de 1,0%a.m., em quanto tempo eu conseguiria comprar o imóvel? Considere que o valor do aluguel é de 0,75% do valor do imóvel.

Para resolver essa questão, vamos calcular o valor da prestação mensal do financiamento pelo sistema SAC e o valor do aluguel mensal. Em seguida, calcularemos a diferença entre esses valores e aplicaremos essa diferença em um investimento com a mesma taxa de juros de 1% a.m. para determinar em quanto tempo seria possível acumular o valor do imóvel:

```python
PV = 1_000_000
n = 120
i = 0.01
aluguel = PV * 0.0075
amort = PV / n

saldo = PV
acumulado = 0
meses = 0

while acumulado < PV:
    juros = saldo * i
    prestacao = amort + juros
    diferenca = prestacao - aluguel

    # Investir a diferença e acumular com rendimento mensal
    acumulado = acumulado * (1 + i) + diferenca

    saldo -= amort
    meses += 1

print(f"Tempo para acumular o valor do imóvel: {meses} meses
(~{meses//12} anos e {meses%12} meses)")
```

Dessa forma, o tempo para acumular o valor do imóvel: 83 meses (aprox. 6 anos e 11 meses)

2.10. Questão 10

Quanto será necessário investir mensalmente, durante 35 anos aplicados a uma taxa pósfixada de IPCA+2,75%a.a., para se acumular o valor de R$ 1 milhão?

Para resolver essa questão, utilizaremos a fórmula do valor futuro de uma série de pagamentos (anuidade):

$$V_F = P.\frac{(1+i)^n - 1}{i} \to P = V_F.\frac{i}{(1+i)^n - 1} \tag{16}$$

Devemos converter o IPCA+2,75% a.a. para uma taxa mensal. Considerando que o IPCA é de 6% a.a., a taxa total seria de 8,75% a.a. (6% + 2,75%). Convertendo para mensal:

$$i_m = (1 + 0,0875)^{\frac{1}{12}} - 1 \approx 0,0071 \tag{17}$$

Substituindo os valores na fórmula e isolando P:

$$P = \frac{1000000.0,0071}{(1 + 0,0071)^{\{420\}} - 1} = \frac{7100}{9,646} = 902,55 \tag{18}$$

Dessa forma, o valor que deve ser investido mensalmente será aproximadamente R$902,55.