



**INSTITUTO
FEDERAL**

Santa Catarina

Câmpus
São José

Projeto de Filtros Por Janelamento

Processamento de Sinais Digitais

Arthur Cadore Matuella Barcella

07 de Julho de 2024

Engenharia de Telecomunicações - IFSC-SJ

Sumário

| | |
|----------------------------------|----------|
| 1. Fundamentação Teórica: | 3 |
| 1.1. Exemplo 1: | 3 |
| 1.2. Exemplo 2: | 3 |
| 1.3. Exemplo 3: | 4 |
| 1.4. Exemplo 4: | 5 |
| 2. Questões: | 7 |
| 2.1. Questão 1: | 7 |
| 2.1.1. Ordem $M = 10$: | 7 |
| 2.1.2. Ordem $M = 100$: | 9 |
| 2.1.3. Ordem $M = 1000$: | 11 |
| 2.2. Questão 2: | 13 |
| 2.3. Questão 3: | 16 |
| 2.4. Questão 4: | 19 |
| 2.5. Questão 5: | 22 |

1. Fundamentação Teórica:

O janelamento é uma técnica utilizada para projetar filtros digitais, onde a resposta ao impulso do filtro ideal é multiplicada por uma janela. As janelas mais comuns são a janela retangular, de Hamming, de Hanning, de Blackman e de Kaiser. Abaixo estão definidos alguns exemplos de filtros projetados por janelamento como exemplo para a resolução das questões posteriormente.

1.1. Exemplo 1:

Projete um filtro que satisfaça as especificações a seguir:

- $M = 50$
- $\Omega_{c1} = \pi/4$ rad/s
- $\Omega_{c2} = \pi/2$ rad/s
- $\Omega_s = 2\pi$ rad/s

Abaixo está o exemplo apresentado em sala para entender o projeto do filtro:

```
1 M = 50;
2 Omega_c1 = pi/4;
3 Omega_c2 = pi/2;
4 ws = 2*pi;
5 wc1 = Omega_c1*2*pi/ws; wc2 = Omega_c2*2*pi/ws;
6 n = 1:M/2;
7 h0 = 1 - (wc2 - wc1)/pi;
8 haux = (sin(wc1.*n) - sin(wc2.*n))./(pi.*n);
9 h = [fliplr(haux) h0 haux];
10 [H,w]=freqz(h,1,2048,ws);
11 plot(w,20*log10(abs(H)))
12 axis([0 ws/2 -90 10])
13 ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
14 xlabel('Frequência (rad/s)');
15 title('Resposta em Frequência');
```

1.2. Exemplo 2:

Projete um filtro rejeita-faixa que satisfaça as especificações a seguir usando as janelas retangular, de Hamming, de Hann e de Blackman:

- $M = 80$
- $\Omega_{c1} = 2000$ rad/s
- $\Omega_{c2} = 4000$ rad/s
- $\Omega_s = 10\,000$ rad/s

```
1 clear all
2 M = 80;
3 Omega_c1 = 2000;
4 Omega_c2 = 4000;
5 Omega_s = 10000;
```

```

6  wc1 = Omega_c1*2*pi/Omega_s; wc2 = Omega_c2*2*pi/Omega_s;
7  n = 1:M/2;
8  h0 = 1 - (wc2 - wc1)/pi;
9  haux = (sin(wc1.*n) - sin(wc2.*n))./(pi.*n);
10 h_ideal = [fliplr(haux) h0 haux];
11 h_ret=h_ideal;
12 [H_ret,w]=freqz(h_ret,1,2048,Omega_s);
13 figure(1)
14 plot(w,20*log10(abs(H_ret)))
15 axis([0 Omega_s/2 -90 10])
16 ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
17 xlabel('Frequência (rad/s)');
18 title('Resposta em Frequência - Janela Retangular');
19
20 h_aux=hamming(M+1);
21 h_ham=h_ideal.*h_aux';
22 [H_ham,w]=freqz(h_ham,1,2048,Omega_s);
23 figure(2)
24 plot(w,20*log10(abs(H_ham)))
25 axis([0 Omega_s/2 -90 10])
26 ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
27 xlabel('Frequência (rad/s)');
28 title('Resposta em Frequência - Janela de Hamming');
29
30 h_aux=hanning(M+1);
31 h_han=h_ideal.*h_aux';
32 [H_han,w]=freqz(h_han,1,2048,Omega_s);
33 figure(3)
34 plot(w,20*log10(abs(H_han)))
35 axis([0 Omega_s/2 -150 10])
36 ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
37 xlabel('Frequência (rad/s)');
38 title('Resposta em Frequência - Janela de Hanning');
39
40 h_aux=blackman(M+1);
41 h_black=h_ideal.*h_aux';
42 [H_black,w]=freqz(h_black,1,2048,Omega_s);
43 figure(4)
44 plot(w,20*log10(abs(H_black)))
45 axis([0 Omega_s/2 -150 10])
46 ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
47 xlabel('Frequência (rad/s)');
48 title('Resposta em Frequência - Janela de Blackman');

```

1.3. Exemplo 3:

Projete um filtro rejeita-faixa que satisfaça as especificações a seguir, usando a janela de Kaiser:

- $A_p = 1,0$ dB
- $A_r = 45$ dB
- $\Omega_{p1} = 800$ Hz
- $\Omega_{r1} = 950$ Hz
- $\Omega_{r2} = 1050$ Hz

- $\Omega_{p2} = 1200$ Hz
- $\Omega_s = 6000$ Hz

```

1  Ap = 1;
2  Ar = 45;
3  Omega_p1 = 800;
4  Omega_r1 = 950;
5  Omega_r2 = 1050;
6  Omega_p2 = 1200;
7  Omega_s = 6000;
8  delta_p = (10^(0.05*Ap) - 1)/(10^(0.05*Ap) + 1);
9  delta_r = 10^(-0.05*Ar);
10 F = [Omega_p1 Omega_r1 Omega_r2 Omega_p2];
11 A = [1 0 1];
12 ripples = [delta_p delta_r delta_p];
13 [M,Wn,beta,FILTYPE] = kaiserord(F,A,ripples,Omega_s);
14 kaiser_win = kaiser(M+1,beta);
15 h = fir1(M,Wn,FILTYPE,kaiser_win,'noscale');
16 figure(1)
17 stem(0:M,h)
18 ylabel('h[n]');
19 xlabel('n');
20 title('Resposta ao Impulso');
21
22 [H,w]=freqz(h,1,2048,Omega_s);
23 figure(2)
24 plot(w,20*log10(abs(H)))
25 axis([0 Omega_s/2 -90 10])
26 ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
27 xlabel('Frequência (Hz)');
28 title('Resposta em Frequência');

```

1.4. Exemplo 4:

Crie um sinal de entrada composto de três componentes senoidais, nas frequências 50 Hz, 350 Hz e 900 Hz, com $\Omega_s = 2$ kHz, com amplitudes de 5, 2 e 1, respectivamente. Projete um filtro usando as janelas retangular, Hamming, Hanning e Blackman para eliminar as componentes de 50 e 900 Hz.

```

1  clear all
2  M = 71;
3  Omega_c1 = 250;
4  Omega_c2 = 750;
5  Omega_s = 2000;
6  wc1 = Omega_c1*2*pi/Omega_s;
7  wc2 = Omega_c2*2*pi/Omega_s;
8  %% Resposta ao impulso do filtro ideal h[n]
9  n = [-1*(M-1)/2:(M-1)/2];
10 h_n = ((sin(wc2.*n) - sin(wc1.*n))./(pi.*n)); %resposta ao impulso para n≠0
11 h_n(((M-1)/2)+1) = (wc2 - wc1)/pi; %resposta ao impulso para n=0
12 w_hamm = 0.54 + 0.46*cos(2*n.*pi/(M));%coeficientes da janela de hamming
13 w_hann = 0.5 + 0.5*cos(2*n.*pi/(M));%coeficientes da janela de hanning

```

```

14 w_black = 0.42+0.5*cos(2*n.*pi/(M))+0.08*cos(4*n.*pi/(M)); %coeficientes da
   janela de blackman
15 h_ret = h_n;
16 h_hamm = w_hamm.*h_n;
17 h_hann = w_hann.*h_n;
18 h_black = w_black.*h_n;
19 figure
20 freqz(h_ret,1);
21 title('Filtro FIR passa-faixa - Janela Retangular')
22
23 figure
24 freqz(h_hamm,1);
25 title('Filtro FIR passa-faixa - Janela de Hamming')
26
27 figure
28 freqz(h_hann,1);
29 title('Filtro FIR passa-faixa - Janela de Hanning')
30
31 figure
32 freqz(h_black,1);
33 title('Filtro FIR passa-banda - Janela de Blackman')
34
35 %% Sinal
36 tmin = 0;
37 tmax = 2;
38 Fs=2000;
39 Ts=1/Fs;
40 L=(tmax-tmin)/Ts;
41 t=0:Ts:tmax-Ts;
42 s = 5*sin(2*pi*50*t) + 2*sin(2*pi*300*t) + sin(2*pi*900*t);
43 S = fft(s);
44 S = abs(2*S/L);
45 S = fftshift(S);
46 freq = Fs*(-(L/2):(L/2)-1)/L;
47 %% Gráficos do sinal
48 figure(1)
49 subplot(3,1,1),plot(t,s);
50 title('Sinal')
51 xlabel('t')
52 ylabel('s(t)')
53 subplot(3,1,2),plot(freq,S)
54 title('Espectro de Amplitude de s(t)')
55 xlabel('f (Hz)')
56 ylabel('|S(f)|')
57 h_hamm = w_hamm.*h_n;
58 h_hann = w_hann.*h_n;
59 h_black = w_black.*h_n;
60 s_f_h_ret = filter(h_ret,1,s);
61 S_F_h_ret = fft(s_f_h_ret);
62 S_F_h_ret = abs(2*S_F_h_ret/L);
63 S_F_h_ret = fftshift(S_F_h_ret);
64 subplot(3,1,3),plot(freq,S_F_h_ret)
65 title('Espectro de Amplitude do sinal Filtrado ')
66 xlabel('f (Hz)')
67 ylabel('|S(f)|')

```

2. Questões:

Abaixo estão as resoluções das questões propostas, onde são projetados filtros passa-faixa e rejeita-faixa utilizando as janelas de Hamming, Hanning, Blackman e Kaiser.

2.1. Questão 1:

Projete um filtro passa-faixa usando a janela de Hamming, a janela de Hanning e janela de Blackman que satisfaça a especificação a seguir. Para o projeto, varie a ordem do filtro “M” entre 10, 100 e 1000.

2.1.1. Ordem M = 10:

- $M = 10$
- $\Omega_{c1} = 10$ rad/s
- $\Omega_{c2} = 35$ rad/s
- $\Omega_s = 100$ rad/s

```
1 clear all; close all; clc;
2
3 % Parâmetros passados pela questão:
4 M = 10;
5 Omega_c1 = 10;
6 Omega_c2 = 35;
7 Omega_s = 100;
8
9 % Definição das frequências de corte em radianos:
10 wc1 = Omega_c1*2*pi/Omega_s; % Frequência de corte inferior (rad/s)
11 wc2 = Omega_c2*2*pi/Omega_s; % Frequência de corte superior (rad/s)
12
13 % Cálculo dos coeficientes do filtro passa-faixa ideal:
14 n = 1:M/2;
15 h0 = (wc2 - wc1)/pi;
16 haux = (sin(wc2.*n) - sin(wc1.*n))./(pi.*n);
17 h_ideal = [fliplr(haux) h0 haux];
18 h_ret = h_ideal;
19
20 % Cálculo da resposta em frequência do filtro passa-faixa ideal:
21 [H_ret, w] = freqz(h_ret, 1, 2048, Omega_s);
22
23 % Plot da resposta em frequência do filtro passa-faixa ideal:
24 figure(1)
25 subplot(2,2,1)
26 plot(w, 20*log10(abs(H_ret)))
27 axis([0 Omega_s/2 -90 10])
28 ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
29 xlabel('Frequência (rad/s)');
30 title('Resposta - Filtro Passa-Faixa Ideal');
31
32 % Hamming:
33 % Janela de Hamming com comprimento M+1
34 h_aux = hamming(M+1);
35 h_ham = h_ideal .* h_aux';
36 [H_ham, w] = freqz(h_ham, 1, 2048, Omega_s);
```

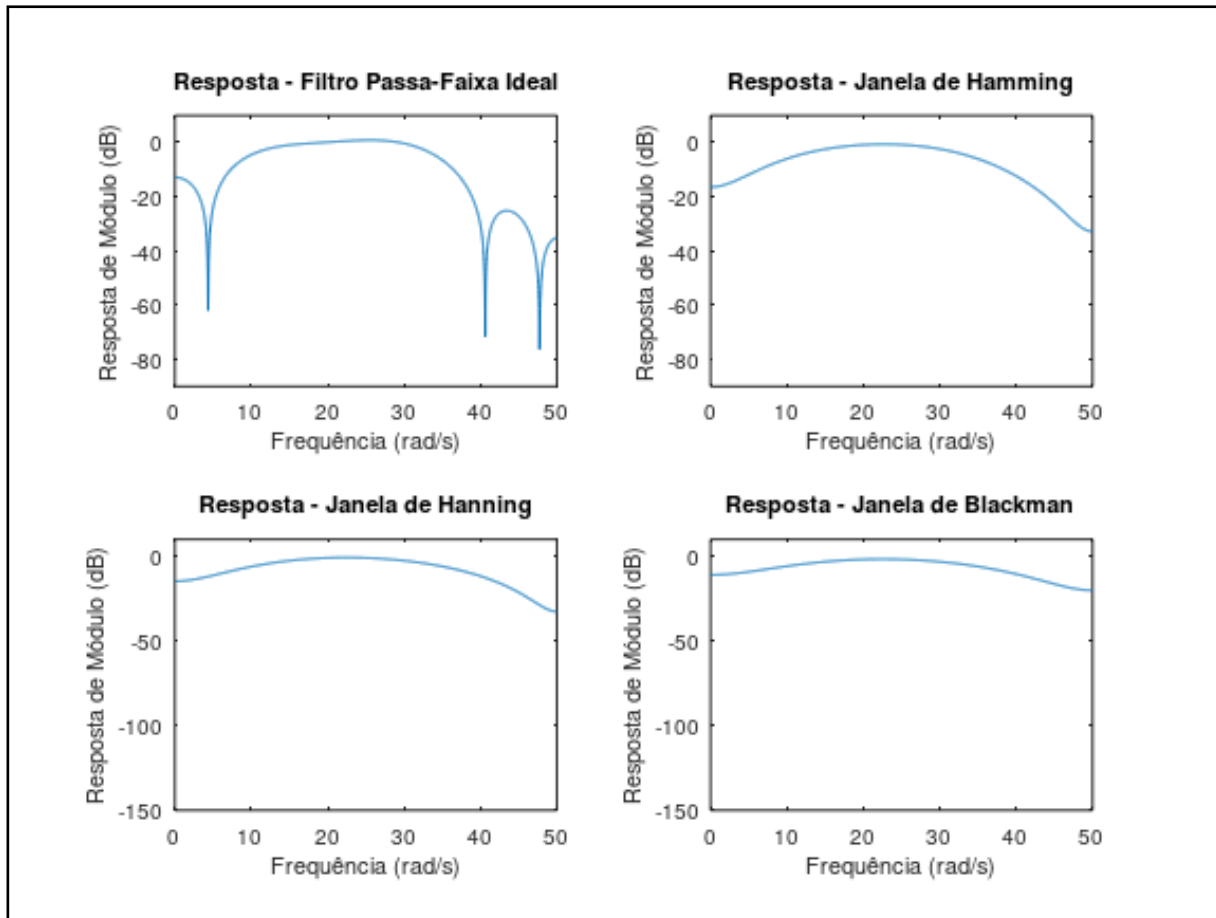
```

37
38 % Plot da resposta em frequência com a janela de Hamming:
39 subplot(2,2,2)
40 plot(w, 20*log10(abs(H_ham)))
41 axis([0 Omega_s/2 -90 10])
42 ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
43 xlabel('Frequência (rad/s)');
44 title('Resposta - Janela de Hamming');
45
46 % Hanning:
47 % Janela de Hanning com comprimento M+1
48 h_aux = hanning(M+1);
49 h_han = h_ideal .* h_aux';
50 [H_han, w] = freqz(h_han, 1, 2048, Omega_s);
51
52 % Plot da resposta em frequência com a janela de Hanning:
53 subplot(2,2,3)
54 plot(w, 20*log10(abs(H_han)))
55 axis([0 Omega_s/2 -150 10])
56 ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
57 xlabel('Frequência (rad/s)');
58 title('Resposta - Janela de Hanning');
59
60 % Blackman:
61 % Janela de Blackman com comprimento M+1
62 h_aux = blackman(M+1);
63 h_black = h_ideal .* h_aux';
64 [H_black, w] = freqz(h_black, 1, 2048, Omega_s);
65
66 % Plot da resposta em frequência com a janela de Blackman:
67 subplot(2,2,4)
68 plot(w, 20*log10(abs(H_black)))
69 axis([0 Omega_s/2 -150 10])
70 ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
71 xlabel('Frequência (rad/s)');
72 title('Resposta - Janela de Blackman');

```

Abaixo temos o plot da resposta em frequência do filtro passa-faixa ideal e dos filtros projetados com as janelas de Hamming, Hanning e Blackman para a ordem $M = 10$. Nota-se que a atenuação gerada pelo filtro para “ $M = 10$ ” não é suficiente para atender as especificações do projeto, além de que a banda de passagem sofre uma variação considerável do ganho em relação ao filtro ideal.

Figura 1: Elaborada pelo Autor



Forma de filtragem do filtro projetado

2.1.2. Ordem $M = 100$:

- $M = 100$
- $\Omega_{c1} = 10 \text{ rad/s}$
- $\Omega_{c2} = 35 \text{ rad/s}$
- $\Omega_s = 100 \text{ rad/s}$

```

1 clear all; close all; clc;
2
3 % Parâmetros passados pela questão:
4 M = 100;
5 Omega_c1 = 10;
6 Omega_c2 = 35;
7 Omega_s = 100;
8
9 % Definição das frequências de corte em radianos:
10 wc1 = Omega_c1*2*pi/Omega_s; % Frequência de corte inferior (rad/s)
11 wc2 = Omega_c2*2*pi/Omega_s; % Frequência de corte superior (rad/s)
12
13 % Cálculo dos coeficientes do filtro passa-faixa ideal:
14 n = 1:M/2;
15 h0 = (wc2 - wc1)/pi;
16 haux = (sin(wc2.*n) - sin(wc1.*n))./(pi.*n);
17 h_ideal = [fliplr(haux) h0 haux];
    
```

```

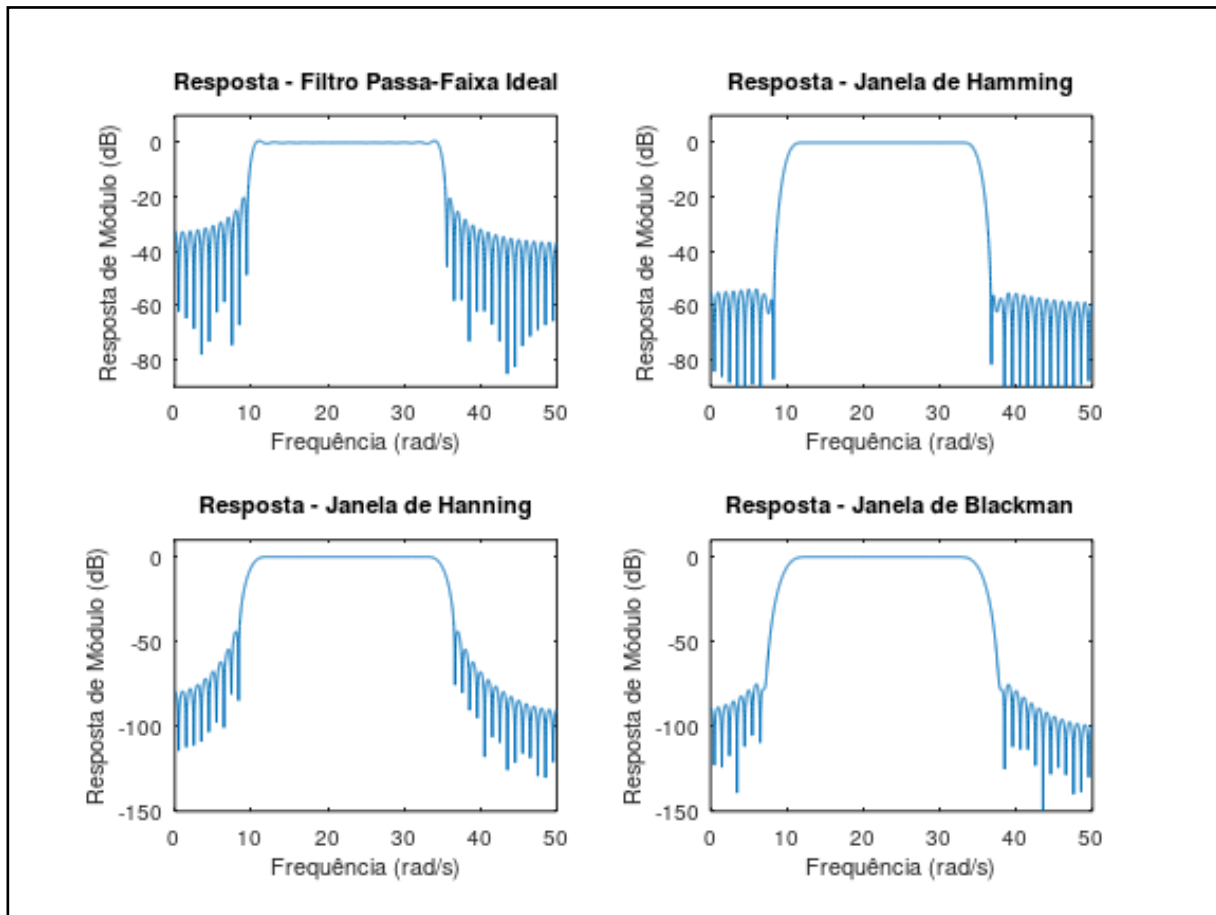
18 h_ret = h_ideal;
19
20 % Cálculo da resposta em frequência do filtro passa-faixa ideal:
21 [H_ret, w] = freqz(h_ret, 1, 2048, Omega_s);
22
23 % Plot da resposta em frequência do filtro passa-faixa ideal:
24 figure(1)
25 subplot(2,2,1)
26 plot(w, 20*log10(abs(H_ret)))
27 axis([0 Omega_s/2 -90 10])
28 ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
29 xlabel('Frequência (rad/s)');
30 title('Resposta - Filtro Passa-Faixa Ideal');
31
32 % Hamming:
33 % Janela de Hamming com comprimento M+1
34 h_aux = hamming(M+1);
35 h_ham = h_ideal .* h_aux';
36 [H_ham, w] = freqz(h_ham, 1, 2048, Omega_s);
37
38 % Plot da resposta em frequência com a janela de Hamming:
39 subplot(2,2,2)
40 plot(w, 20*log10(abs(H_ham)))
41 axis([0 Omega_s/2 -90 10])
42 ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
43 xlabel('Frequência (rad/s)');
44 title('Resposta - Janela de Hamming');
45
46 % Hanning:
47 % Janela de Hanning com comprimento M+1
48 h_aux = hanning(M+1);
49 h_han = h_ideal .* h_aux';
50 [H_han, w] = freqz(h_han, 1, 2048, Omega_s);
51
52 % Plot da resposta em frequência com a janela de Hanning:
53 subplot(2,2,3)
54 plot(w, 20*log10(abs(H_han)))
55 axis([0 Omega_s/2 -150 10])
56 ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
57 xlabel('Frequência (rad/s)');
58 title('Resposta - Janela de Hanning');
59
60 % Blackman:
61 % Janela de Blackman com comprimento M+1
62 h_aux = blackman(M+1);
63 h_black = h_ideal .* h_aux';
64 [H_black, w] = freqz(h_black, 1, 2048, Omega_s);
65
66 % Plot da resposta em frequência com a janela de Blackman:
67 subplot(2,2,4)
68 plot(w, 20*log10(abs(H_black)))
69 axis([0 Omega_s/2 -150 10])
70 ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
71 xlabel('Frequência (rad/s)');
72 title('Resposta - Janela de Blackman');

```

Ao aumentar em 10 vezes a ordem do filtro, temos que a resposta em frequência do filtro projetado com as janelas de Hamming, Hanning e Blackman se aproximam da resposta do filtro ideal, e se assemelhando a uma resposta em frequência apropriada para um filtro passa-faixa.

Nota-se que com essa ordem é possível distinguir a banda de passagem e a banda de rejeição do filtro, além de que a atenuação gerada pelo filtro é suficiente para atender as especificações do projeto.

Figura 2: Elaborada pelo Autor



Forma de filtragem do filtro projetado

2.1.3. Ordem $M = 1000$:

- $M = 1000$
- $\Omega_{c1} = 10 \text{ rad/s}$
- $\Omega_{c2} = 35 \text{ rad/s}$
- $\Omega_s = 100 \text{ rad/s}$

```

1 clear all; close all; clc;
2
3 % Parâmetros passados pela questão:
4 M = 1000;
5 Omega_c1 = 10;
6 Omega_c2 = 35;
7 Omega_s = 100;

```

```

8
9 % Definição das frequências de corte em radianos:
10 wc1 = Omega_c1*2*pi/Omega_s; % Frequência de corte inferior (rad/s)
11 wc2 = Omega_c2*2*pi/Omega_s; % Frequência de corte superior (rad/s)
12
13 % Cálculo dos coeficientes do filtro passa-faixa ideal:
14 n = 1:M/2;
15 h0 = (wc2 - wc1)/pi;
16 haux = (sin(wc2.*n) - sin(wc1.*n))./(pi.*n);
17 h_ideal = [fliplr(haux) h0 haux];
18 h_ret = h_ideal;
19
20 % Cálculo da resposta em frequência do filtro passa-faixa ideal:
21 [H_ret, w] = freqz(h_ret, 1, 2048, Omega_s);
22
23 % Plot da resposta em frequência do filtro passa-faixa ideal:
24 figure(1)
25 subplot(2,2,1)
26 plot(w, 20*log10(abs(H_ret)))
27 axis([0 Omega_s/2 -90 10])
28 ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
29 xlabel('Frequência (rad/s)');
30 title('Resposta - Filtro Passa-Faixa Ideal');
31
32 % Hamming:
33 % Janela de Hamming com comprimento M+1
34 h_aux = hamming(M+1);
35 h_ham = h_ideal .* h_aux';
36 [H_ham, w] = freqz(h_ham, 1, 2048, Omega_s);
37
38 % Plot da resposta em frequência com a janela de Hamming:
39 subplot(2,2,2)
40 plot(w, 20*log10(abs(H_ham)))
41 axis([0 Omega_s/2 -90 10])
42 ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
43 xlabel('Frequência (rad/s)');
44 title('Resposta - Janela de Hamming');
45
46 % Hanning:
47 % Janela de Hanning com comprimento M+1
48 h_aux = hanning(M+1);
49 h_han = h_ideal .* h_aux';
50 [H_han, w] = freqz(h_han, 1, 2048, Omega_s);
51
52 % Plot da resposta em frequência com a janela de Hanning:
53 subplot(2,2,3)
54 plot(w, 20*log10(abs(H_han)))
55 axis([0 Omega_s/2 -150 10])
56 ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
57 xlabel('Frequência (rad/s)');
58 title('Resposta - Janela de Hanning');
59
60 % Blackman:
61 % Janela de Blackman com comprimento M+1
62 h_aux = blackman(M+1);
63 h_black = h_ideal .* h_aux';
64 [H_black, w] = freqz(h_black, 1, 2048, Omega_s);
65
66 % Plot da resposta em frequência com a janela de Blackman:

```

```

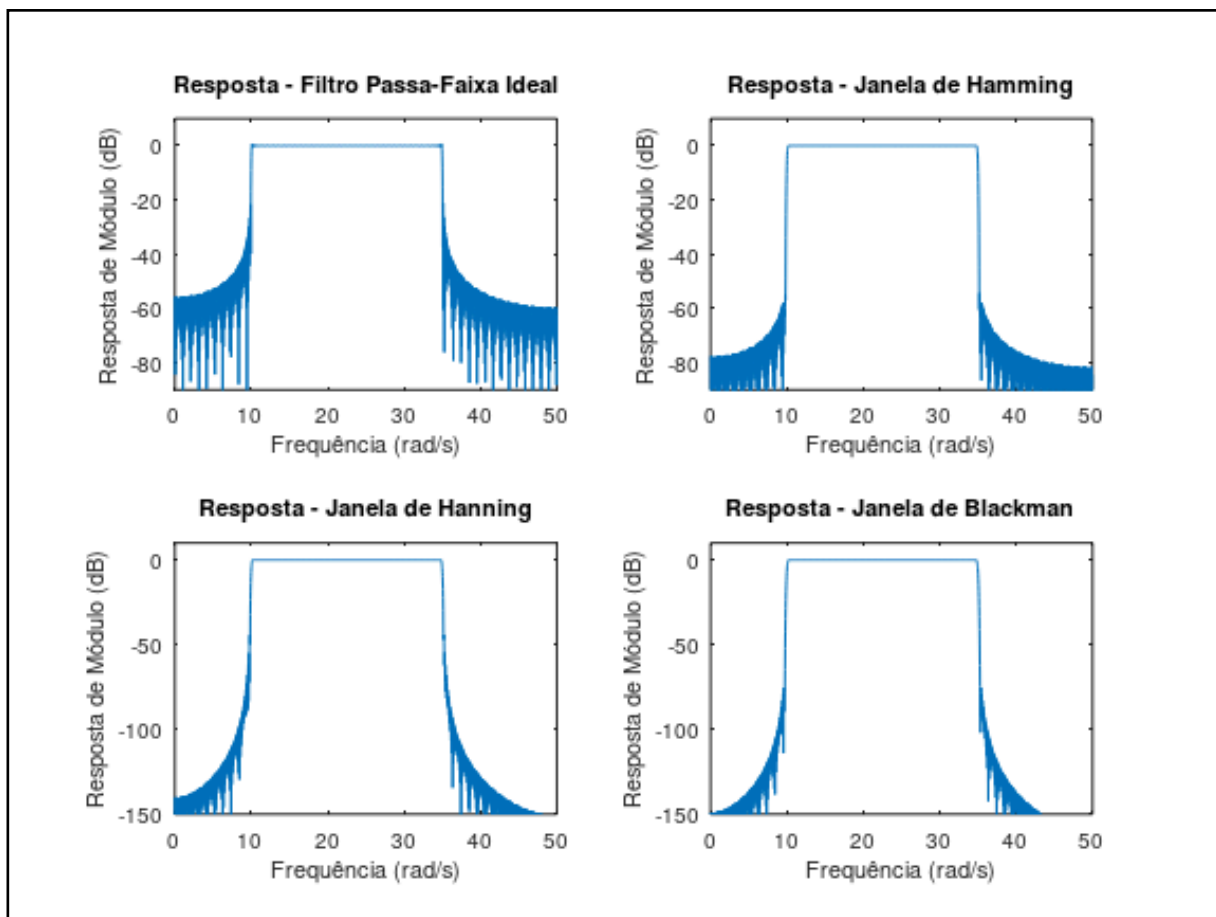
67 subplot(2,2,4)
68 plot(w, 20*log10(abs(H_black)))
69 axis([0 Omega_s/2 -150 10])
70 ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
71 xlabel('Frequência (rad/s)');
72 title('Resposta - Janela de Blackman');

```

Aumentando ainda mais a ordem do filtro para “ $M = 1000$ ”, temos a maximização da atenuação gerada pelo filtro na banda de rejeição, e uma queda mais acentuada do ganho na banda de passagem.

Com isso, temos que a resposta em frequência do filtro projetado com as janelas de Hamming, Hanning e Blackman se aproximam ainda mais da resposta do filtro ideal, e se assemelhando a uma resposta em frequência apropriada para um filtro passa-faixa.

Figura 3: Elaborada pelo Autor



Forma de filtragem do filtro projetado

2.2. Questão 2:

Projete um filtro que satisfaça as especificações a seguir, usando a janela de Kaiser:

- $A_p = 1,0$ dB
- $A_r = 40$ dB

- $\Omega_p = 1000$ rad/s
- $\Omega_r = 1200$ rad/s
- $\Omega_s = 5000$ rad/s

```

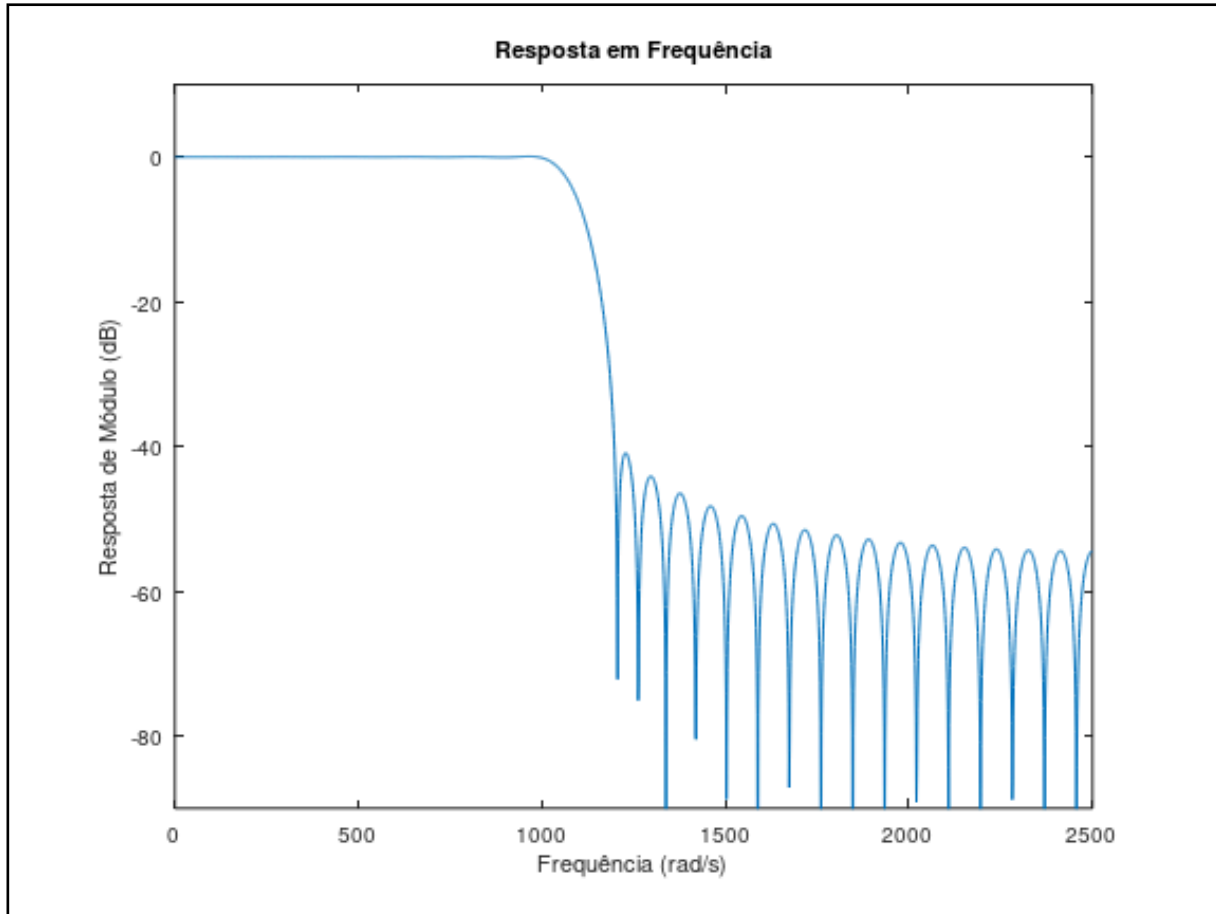
1  clear all; close all; clc;
2
3  pkg load signal;
4
5  % Parâmetros passados pela questão:
6
7  Omega_p = 1000;
8  Omega_r = 1200;
9  Omega_s = 5000;
10
11 % Ripple de passagem em dB
12 Ap = 1.0;
13
14 % Atenuação mínima em dB
15 Ar = 40;
16
17
18 % Convertendo Ap para amplitude
19 delta_p = (10^(0.05*Ap) - 1) / (10^(0.05*Ap) + 1);
20
21 % Convertendo Ar para amplitude
22 delta_r = 10^(-0.05*Ar);
23
24 % Definição das frequências de corte em radianos:
25 F = [Omega_p Omega_r];
26 A = [1 0];
27 ripples = [delta_p delta_r];
28
29 % Determinação dos parâmetros do filtro usando Kaiserord:
30 [M, Wn, beta, FILTYPE] = kaiserord(F, A, ripples, Omega_s);
31
32 % Geração da janela de Kaiser:
33 kaiser_win = kaiser(M+1, beta);
34
35 % Projeto do filtro FIR usando fir1 com a janela de Kaiser:
36 h = fir1(M, Wn, FILTYPE, kaiser_win, 'noscale');
37
38 % Plot da resposta ao impulso:
39 figure(1)
40 stem(0:M, h)
41 ylabel('h[n]');
42 xlabel('n');
43 title('Resposta ao Impulso');
44
45 % Cálculo e plot da resposta em frequência:
46 [H, w] = freqz(h, 1, 2048, Omega_s);
47 figure(2)
48 plot(w, 20*log10(abs(H)))
49 axis([0 Omega_s/2 -90 10])
50 ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
51 xlabel('Frequência (rad/s)');
52 title('Resposta em Frequência');

```

Abaixo temos a resposta em frequência do filtro projetado com a janela de Kaiser para as especificações dadas. Nota-se que a resposta em frequência do filtro projetado atende as espe-

cificações do projeto, com uma atenuação de 40dB na banda de rejeição e um ripple de 1dB na banda de passagem.

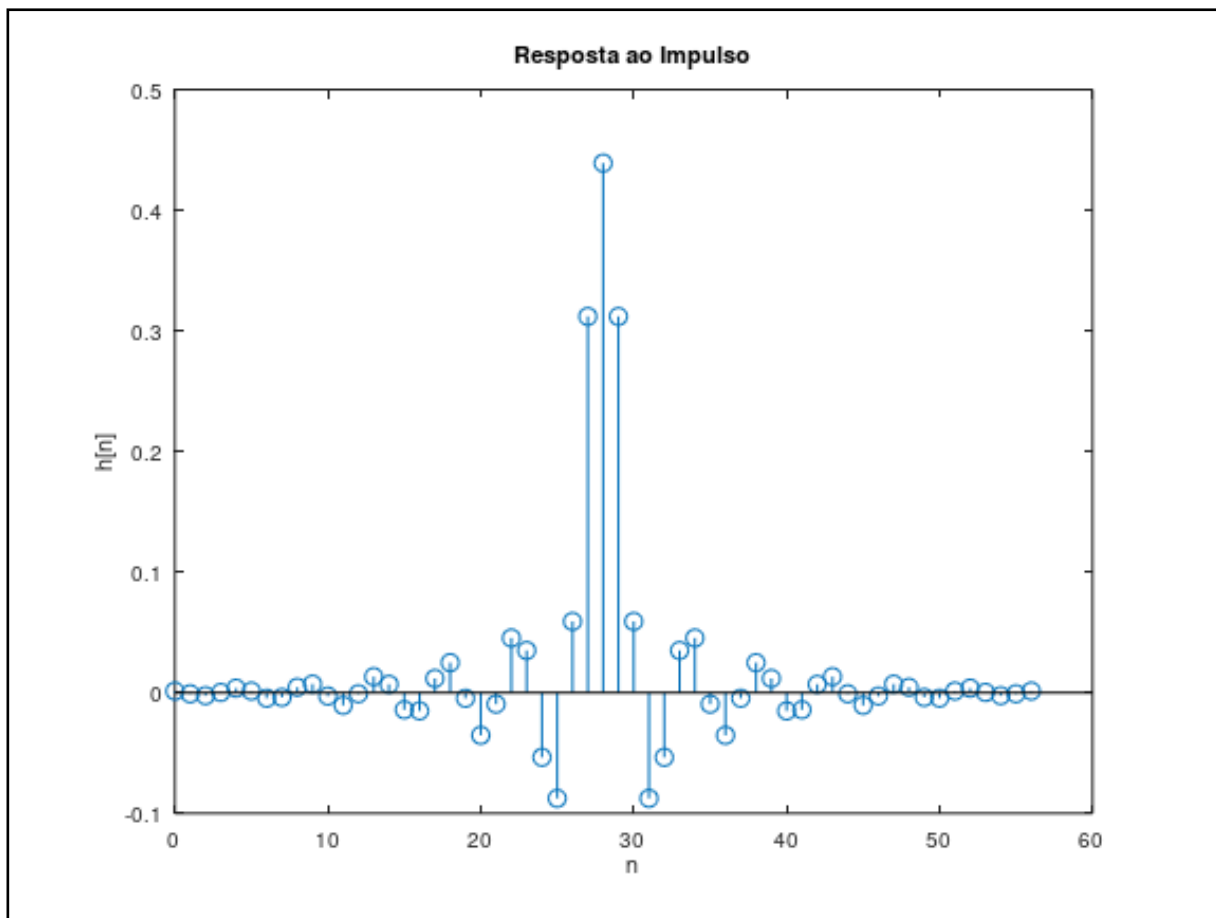
Figura 4: Elaborada pelo Autor



Forma de filtragem do filtro projetado

Abaixo também é exibido a resposta ao impulso do filtro projetado, onde é possível observar a resposta ao impulso do filtro projetado com a janela de Kaiser.

Figura 5: Elaborada pelo Autor



Forma de filtragem do filtro projetado

2.3. Questão 3:

Projete um filtro que satisfaça as especificações a seguir, usando a janela de Kaiser:

- $A_p = 1,0$ dB
- $A_r = 40$ dB
- $\Omega_r = 1000$ rad/s
- $\Omega_p = 1200$ rad/s
- $\Omega_s = 5000$ rad/s

```
1 clear all; close all; clc;
2
3 pkg load signal;
4
5 % Especificações do filtro
6 Ap = 1.0;           % Ripple de passagem em dB
7 Ar = 40;            % Atenuação mínima em dB
8 Omega_r = 1000;     % Frequência de rejeição em rad/s
9 Omega_p = 1200;     % Frequência de passagem em rad/s
10 Omega_s = 5000;    % Frequência de amostragem em rad/s
```



```

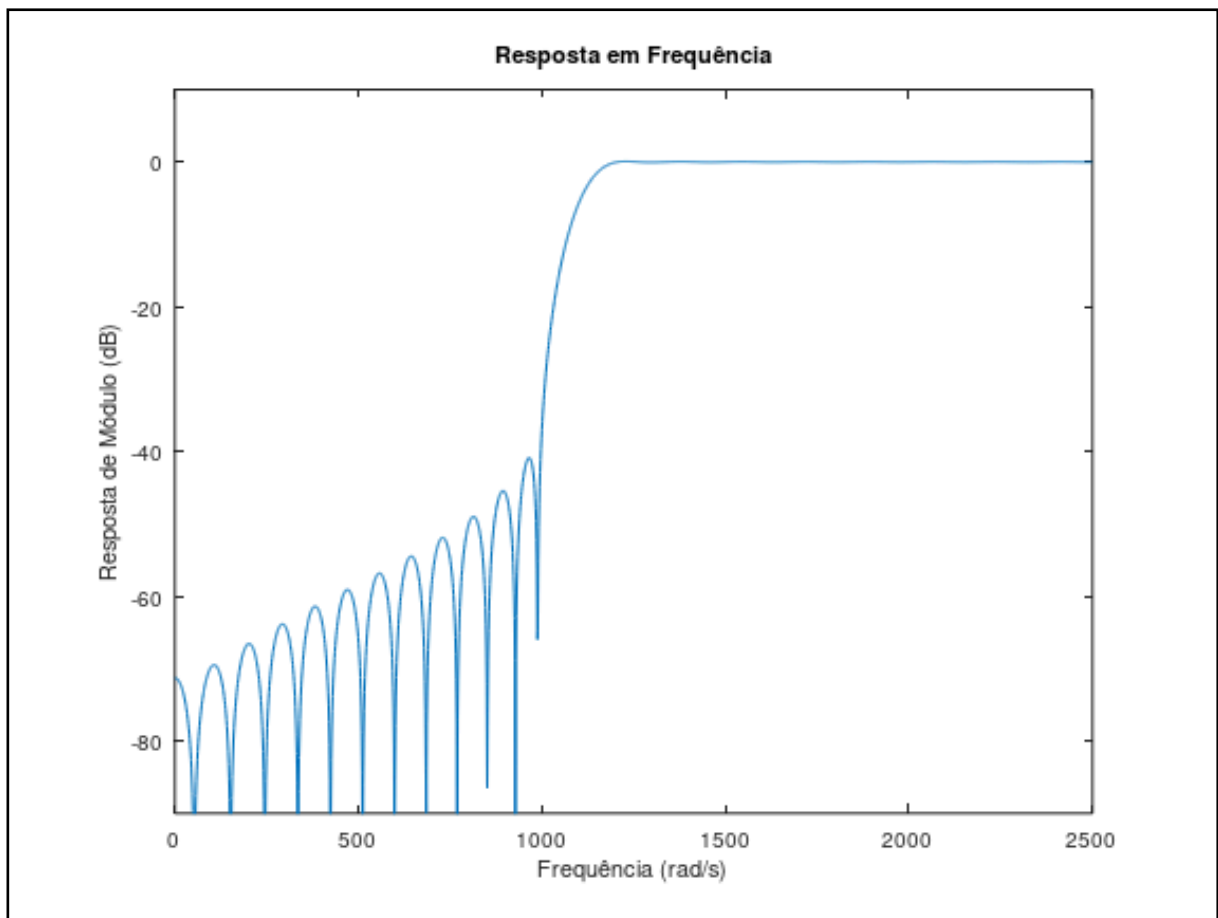
11
12 % Cálculo dos ripples em escala linear
13 delta_p = (10^(0.05*Ap) - 1) / (10^(0.05*Ap) + 1); % Ripple de passagem
14 delta_r = 10^(-0.05*Ar); % Atenuação de rejeição
15
16 % Vetores de frequência e amplitude
17 F = [Omega_r Omega_p]; % Frequências de interesse
18 A = [0 1]; % Amplitudes desejadas (0 para rejeição, 1
19 para passagem)
20 ripples = [delta_r delta_p]; % Ripples correspondentes
21
22 % Determinação dos parâmetros do filtro usando Kaiserord
23 [M, Wn, beta, FILTYPE] = kaiserord(F, A, ripples, Omega_s);
24
25 % Geração da janela de Kaiser
26 kaiser_win = kaiser(M+1, beta);
27
28 % Projeto do filtro FIR usando fir1 com a janela de Kaiser
29 h = fir1(M, Wn, FILTYPE, kaiser_win, 'noscale');
30
31 % Plot da resposta ao impulso
32 figure(1)
33 stem(0:M, h)
34 ylabel('h[n]');
35 xlabel('n');
36 title('Resposta ao Impulso');
37
38 % Cálculo e plot da resposta em frequência
39 [H, w] = freqz(h, 1, 2048, Omega_s);
40 figure(2)
41 plot(w, 20*log10(abs(H)))
42 axis([0 Omega_s/2 -90 10])
43 ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
44 xlabel('Frequência (rad/s)');
45 title('Resposta em Frequência');

```

Abaixo temos a resposta em frequência do filtro projetado com a janela de Kaiser para as especificações dadas. Nota-se que a resposta em frequência do filtro projetado atende as especificações do projeto, com uma atenuação de 40dB na banda de rejeição e um ripple de 1dB na banda de passagem.

Nota-se que a resposta em frequência deste filtro se assemelha bastante a resposta em frequência do filtro projetado na questão anterior, com a diferença de que a banda de passagem e a banda de rejeição estão invertidas.

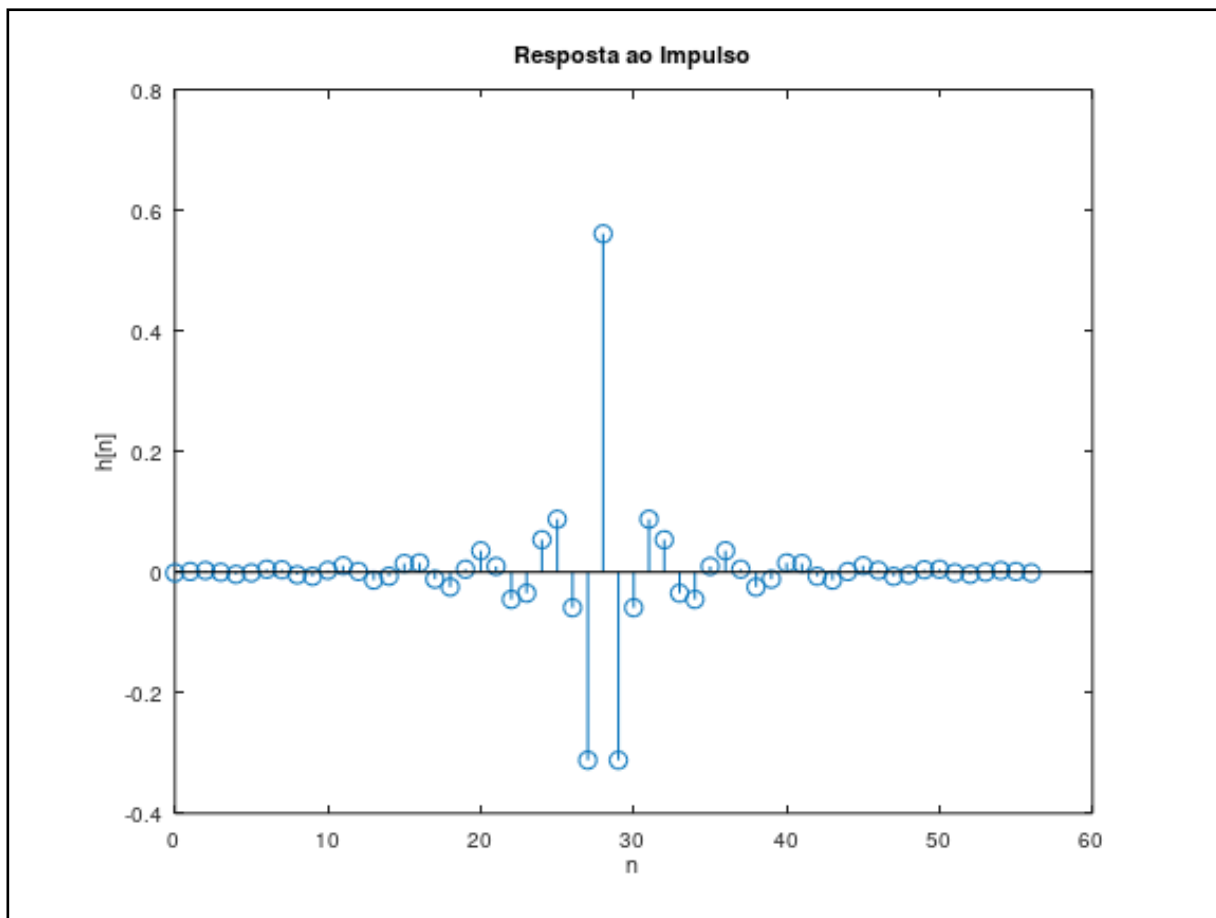
Figura 6: Elaborada pelo Autor



Forma de filtragem do filtro projetado

O mesmo ocorre para a resposta ao impulso do filtro projetado, onde é possível observar a resposta ao impulso do filtro projetado com a janela de Kaiser de maneira similar ao filtro projetado na questão anterior.

Figura 7: Elaborada pelo Autor



Forma de filtragem do filtro projetado

2.4. Questão 4:

Projete um filtro que satisfaça as especificações a seguir, usando a janela de Kaiser:

- $A_p = 1,0$ dB
- $A_r = 80$ dB
- $\Omega_{r1} = 800$ rad/s
- $\Omega_{p1} = 1000$ rad/s
- $\Omega_{p2} = 1400$ rad/s
- $\Omega_{r2} = 1600$ rad/s
- $\Omega_s = 10000$ rad/s

```
1 clear all; close all; clc;
2
3 pkg load signal;
4
5 % Parâmetros passados pela questão:
6 Omega_r1 = 800;
7 Omega_p1 = 1000;
8 Omega_p2 = 1400;
9 Omega_r2 = 1600;
10 Omega_s = 10000;
```

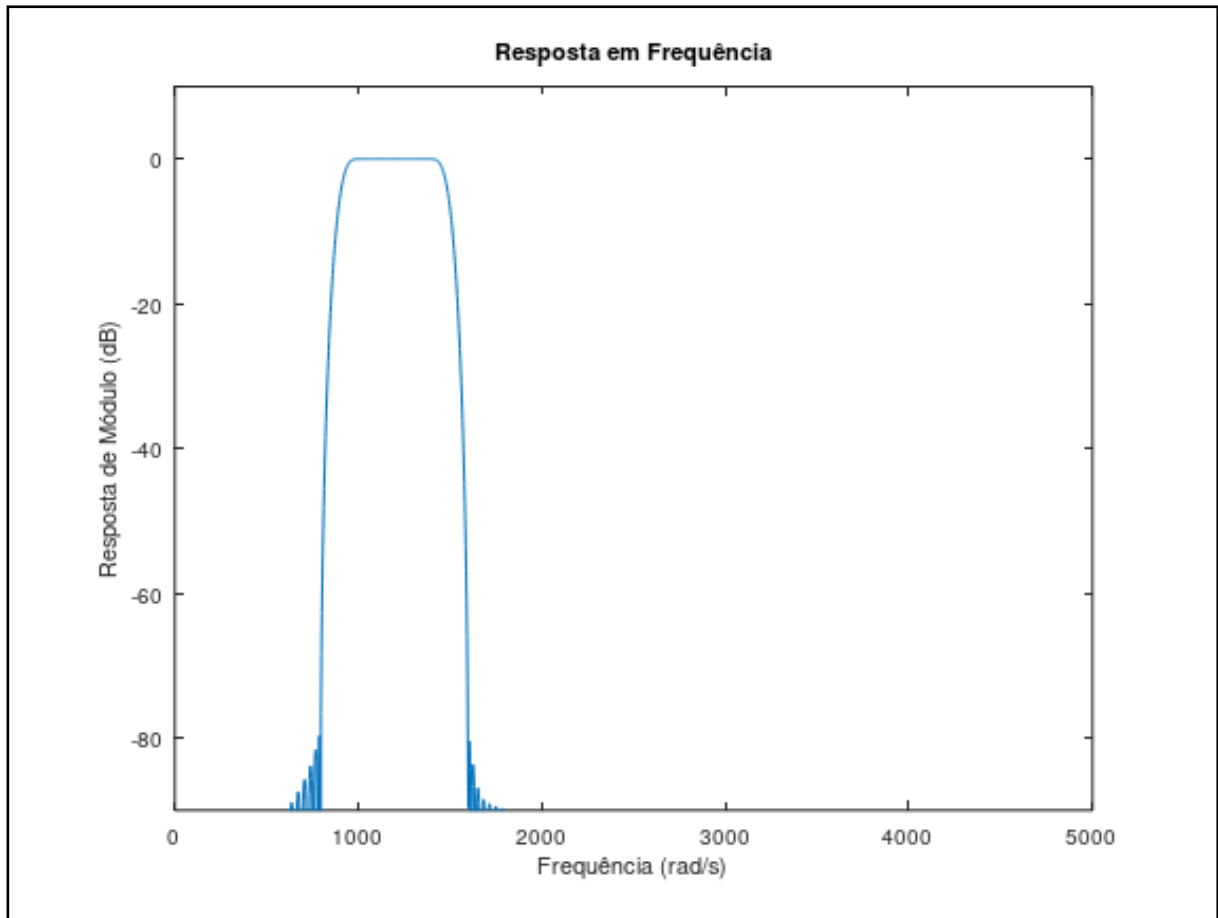
```

11
12 % Ripple de passagem em dB
13 Ap = 1.0;
14
15 % Atenuação mínima em dB
16 Ar = 80.0;
17
18 % Convertendo Ap para amplitude
19 delta_p = (10^(0.05*Ap) - 1) / (10^(0.05*Ap) + 1);
20
21 % Convertendo Ar para amplitude
22 delta_r = 10^(-0.05*Ar);
23
24 % Definição das frequências de corte em radianos:
25 F = [Omega_r1 Omega_p1 Omega_p2 Omega_r2];
26 A = [0 1 0];
27 ripples = [delta_r delta_p delta_r];
28
29 % Determinação dos parâmetros do filtro usando Kaiserord:
30 [M, Wn, beta, FILTYPE] = kaiserord(F, A, ripples, Omega_s);
31
32 % Geração da janela de Kaiser:
33 kaiser_win = kaiser(M+1, beta);
34
35 % Projeto do filtro FIR usando fir1 com a janela de Kaiser:
36 h = fir1(M, Wn, FILTYPE, kaiser_win, 'noscale');
37
38 % Plot da resposta ao impulso:
39 figure(1)
40 stem(0:M, h)
41 ylabel('h[n]');
42 xlabel('n');
43 title('Resposta ao Impulso');
44
45 % Cálculo e plot da resposta em frequência:
46 [H, w] = freqz(h, 1, 2048, Omega_s);
47 figure(2)
48 plot(w, 20*log10(abs(H)))
49 axis([0 Omega_s/2 -90 10])
50 ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
51 xlabel('Frequência (rad/s)');
52 title('Resposta em Frequência');

```

Abaixo temos a resposta em frequência do filtro projetado com a janela de Kaiser para as especificações dadas. Nota-se que a resposta em frequência do filtro projetado atende as especificações do projeto, com uma atenuação de 80dB na banda de rejeição e um ripple de 1dB na banda de passagem.

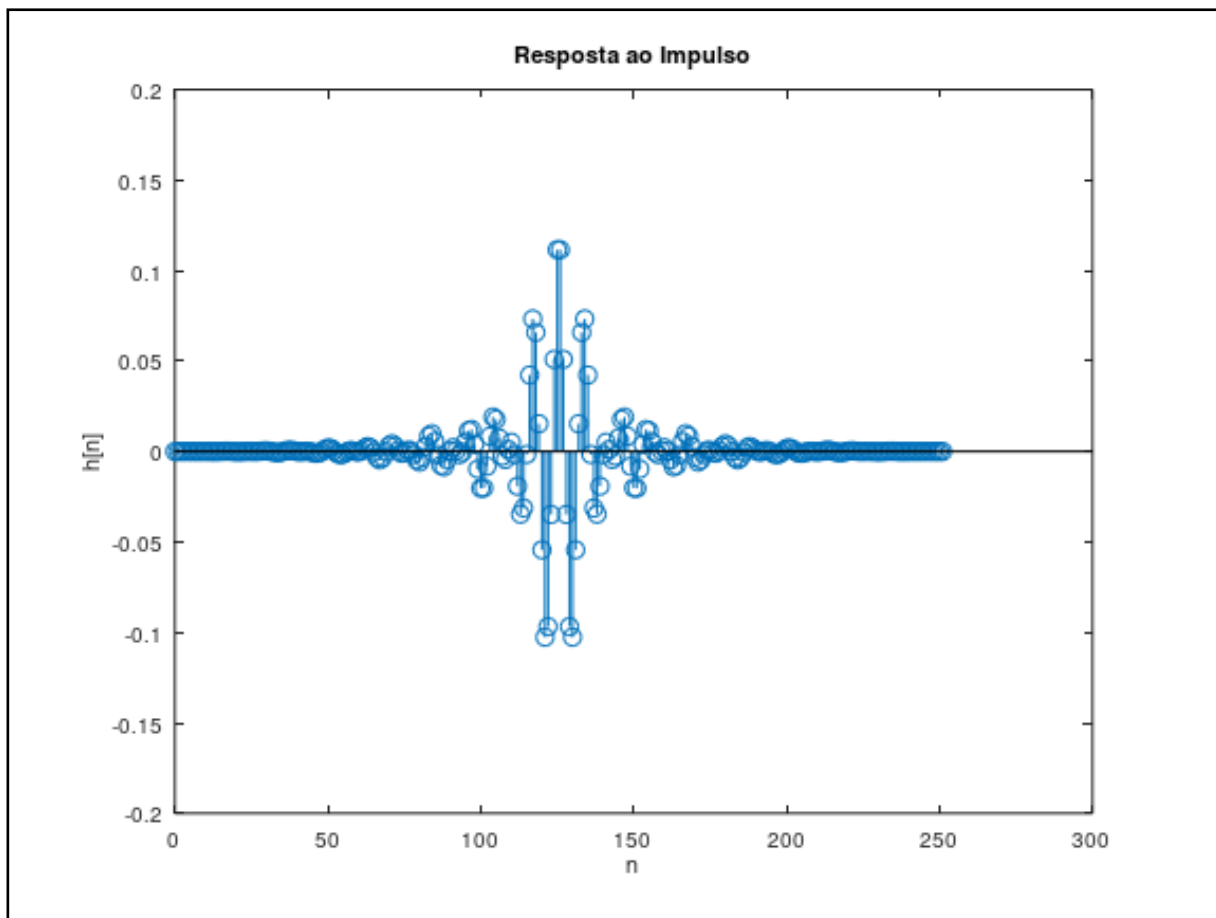
Figura 8: Elaborada pelo Autor



Forma de filtragem do filtro projetado

Abaixo também é exibido a resposta ao impulso do filtro projetado, onde é possível observar a resposta ao impulso do filtro projetado com a janela de Kaiser.

Figura 9: Elaborada pelo Autor



Forma de filtragem do filtro projetado

2.5. Questão 5:

Crie um sinal de entrada composto de três componentes senoidais, nas frequências 770 Hz, 852 Hz e 941 Hz, com $\Omega_s = 8$ kHz. Projete três filtros passa-faixa digitais, o primeiro com frequência central em 770 Hz, o segundo em 852 Hz e o terceiro em 941 Hz.

Os parâmetros dados pela questão (resumo) estão abaixo. Para essa questão, será utilizado o filtro de kaiser, desta forma definimos um valor de atenuação maior que 60dB para garantir que o filtro atenda a especificação.

1° Filtro

- $\Omega_s = 8$ kHz
- $\Omega_c = 770$ Hz
- $\Omega_{r1} = 697$ Hz
- $\Omega_{r2} = 852$ Hz

2° Filtro:

- $\Omega_s = 8$ kHz
- $\Omega_c = 852$ Hz
- $\Omega_{r1} = 770$ Hz
- $\Omega_{r2} = 941$ Hz

3° Filtro:

- $\Omega_s = 8 \text{ kHz}$
- $\Omega_c = 941 \text{ Hz}$
- $\Omega_{r1} = 852 \text{ Hz}$
- $\Omega_{r2} = 1209 \text{ Hz}$

```
1 clear all;
2 close all;
3 clc;
4
5 % Parâmetros do sinal e frequência de amostragem
6 Omega_s = 8000; % Frequência de amostragem em Hz
7
8 % Frequências das componentes senoidais
9 freq1 = 770; % Hz
10 freq2 = 852; % Hz
11 freq3 = 941; % Hz
12
13 % Amplitudes das componentes senoidais
14 amp1 = 5;
15 amp2 = 5;
16 amp3 = 5;
17
18 % Tempo de amostragem
19 tmin = 0;
20 tmax = 1; % segundos
21 fs = 1/Omega_s;
22 t = tmin:1/Omega_s:tmax-1/Omega_s;
23
24 t1 = 2000*fs;
25 t2 = 2100*fs;
26 % Sinal composto de três senoidais
27 sinal = amp1 * sin(2*pi*freq1*t) + amp2 * sin(2*pi*freq2*t) + amp3 *
28 sin(2*pi*freq3*t);
29
30 % Plot do sinal original no tempo
31 figure;
32 subplot(2,1,1);
33 plot(t, sinal);
34 xlim([t1 t2]);
35 title('Sinal Original');
36 xlabel('Tempo (s)');
37 ylabel('Amplitude');
38
39 % Calculando o espectro do sinal original
40 Sinal_fft = fft(sinal);
41 L = length(sinal);
42 Sinal_fft = abs(Sinal_fft/L);
43 Sinal_fft = Sinal_fft(1:L/2+1);
44 Sinal_fft(2:end-1) = 2*Sinal_fft(2:end-1);
45 f = Omega_s*(0:(L/2))/L;
46
47 subplot(2,1,2);
48 plot(f, Sinal_fft);
49 title('Espectro de Amplitude do Sinal Original');
50 xlabel('Frequência (Hz)');
51 ylabel('|S(f)|');
```

```

52 % Parâmetros dos filtros
53 fc1 = 770; % Frequência central do primeiro filtro
54 fc2 = 852; % Frequência central do segundo filtro
55 fc3 = 941; % Frequência central do terceiro filtro
56
57 largura_filtro = 4;
58
59 % Extremidades das faixas de rejeição para cada filtro
60 Omega_c1a = (697 + (((852-697)/2)/largura_filtro)) * 2 * pi / Omega_s;
61 Omega_c1b = (852 - (((852-697)/2)/largura_filtro)) * 2 * pi / Omega_s;
62
63 Omega_c2a = (770 + (((941-770)/2)/largura_filtro)) * 2 * pi / Omega_s;
64 Omega_c2b = (941 - (((941-770)/2)/largura_filtro)) * 2 * pi / Omega_s;
65
66 Omega_c3a = (852 + (((1209-852)/2)/largura_filtro)) * 2 * pi / Omega_s;
67 Omega_c3b = (1209 - (((1209-852)/2)/largura_filtro)) * 2 * pi / Omega_s;
68
69 % Ordem dos filtros
70 M = 1001;
71
72 % Vetor de tempo para a resposta ao impulso
73 n = (-M/2:M/2)';
74
75 % Janelas de Hamming para os filtros
76 w_hamm = hamming(M+1);
77
78 % Filtros passa-faixa projetados
79 h1_n = ((sin(Omega_c1b.*n) - sin(Omega_c1a.*n))./(pi.*n));
80 h1_n((M+1)/2+1) = (Omega_c1b - Omega_c1a)/pi;
81 h1_hamm = w_hamm.*h1_n;
82
83 h2_n = ((sin(Omega_c2b.*n) - sin(Omega_c2a.*n))./(pi.*n));
84 h2_n((M+1)/2+1) = (Omega_c2b - Omega_c2a)/pi;
85 h2_hamm = w_hamm.*h2_n;
86
87 h3_n = ((sin(Omega_c3b.*n) - sin(Omega_c3a.*n))./(pi.*n));
88 h3_n((M+1)/2+1) = (Omega_c3b - Omega_c3a)/pi;
89 h3_hamm = w_hamm.*h3_n;
90
91 % Filtragem dos sinais
92 sinal_filtrado1 = filter(h1_hamm, 1, sinal);
93 sinal_filtrado2 = filter(h2_hamm, 1, sinal);
94 sinal_filtrado3 = filter(h3_hamm, 1, sinal);
95
96 % Calculando o espectro dos sinais filtrados
97 Sinal_fft_filtrado1 = fft(sinal_filtrado1);
98 Sinal_fft_filtrado1 = abs(Sinal_fft_filtrado1/L);
99 Sinal_fft_filtrado1 = Sinal_fft_filtrado1(1:L/2+1);
100 Sinal_fft_filtrado1(2:end-1) = 2*Sinal_fft_filtrado1(2:end-1);
101
102 Sinal_fft_filtrado2 = fft(sinal_filtrado2);
103 Sinal_fft_filtrado2 = abs(Sinal_fft_filtrado2/L);
104 Sinal_fft_filtrado2 = Sinal_fft_filtrado2(1:L/2+1);
105 Sinal_fft_filtrado2(2:end-1) = 2*Sinal_fft_filtrado2(2:end-1);
106
107 Sinal_fft_filtrado3 = fft(sinal_filtrado3);
108 Sinal_fft_filtrado3 = abs(Sinal_fft_filtrado3/L);
109 Sinal_fft_filtrado3 = Sinal_fft_filtrado3(1:L/2+1);
110 Sinal_fft_filtrado3(2:end-1) = 2*Sinal_fft_filtrado3(2:end-1);
111

```



```

112 % Plot dos sinais filtrados no tempo e no domínio da frequência
113 figure;
114
115 % Sinal filtrado 1
116 subplot(2,2,1);
117 plot(t, sinal_filtrado1);
118 xlim([t1 t2])
119
120 title('Sinal Filtrado com Filtro Passa-Faixa 1 (770 Hz)');
121 xlabel('Tempo (s)');
122 ylabel('Amplitude');
123
124 subplot(2,2,2);
125 plot(f, Sinal_fft_filtrado1);
126 title('Espectro de Amplitude do Sinal Filtrado 1');
127 xlabel('Frequência (Hz)');
128 ylabel('|S(f)|');
129
130 % Resposta em frequência do filtro 1
131 [H1, W1] = freqz(h1_hamm, 1, 1024, Omega_s);
132 subplot(2,2,[3 4]);
133 plot(W1, 20*log10(abs(H1)));
134 title('Resposta em Frequência do Filtro 1 (770 Hz)');
135 xlabel('Frequência (Hz)');
136 ylabel('Magnitude (dB)');
137
138 % Sinal filtrado 2
139 figure;
140 subplot(2,2,1);
141 plot(t, sinal_filtrado2);
142 xlim([t1 t2])
143 title('Sinal Filtrado com Filtro Passa-Faixa 2 (852 Hz)');
144 xlabel('Tempo (s)');
145 ylabel('Amplitude');
146
147 subplot(2,2,2);
148 plot(f, Sinal_fft_filtrado2);
149 title('Espectro de Amplitude do Sinal Filtrado 2');
150 xlabel('Frequência (Hz)');
151 ylabel('|S(f)|');
152
153 % Resposta em frequência do filtro 2
154 [H2, W2] = freqz(h2_hamm, 1, 1024, Omega_s);
155 subplot(2,2,[3 4]);
156 plot(W2, 20*log10(abs(H2)));
157 title('Resposta em Frequência do Filtro 2 (852 Hz)');
158 xlabel('Frequência (Hz)');
159 ylabel('Magnitude (dB)');
160
161 % Sinal filtrado 3
162 figure;
163 subplot(2,2,1);
164 plot(t, sinal_filtrado3);
165 xlim([t1 t2])
166 title('Sinal Filtrado com Filtro Passa-Faixa 3 (941 Hz)');
167 xlabel('Tempo (s)');
168 ylabel('Amplitude');
169

```

```

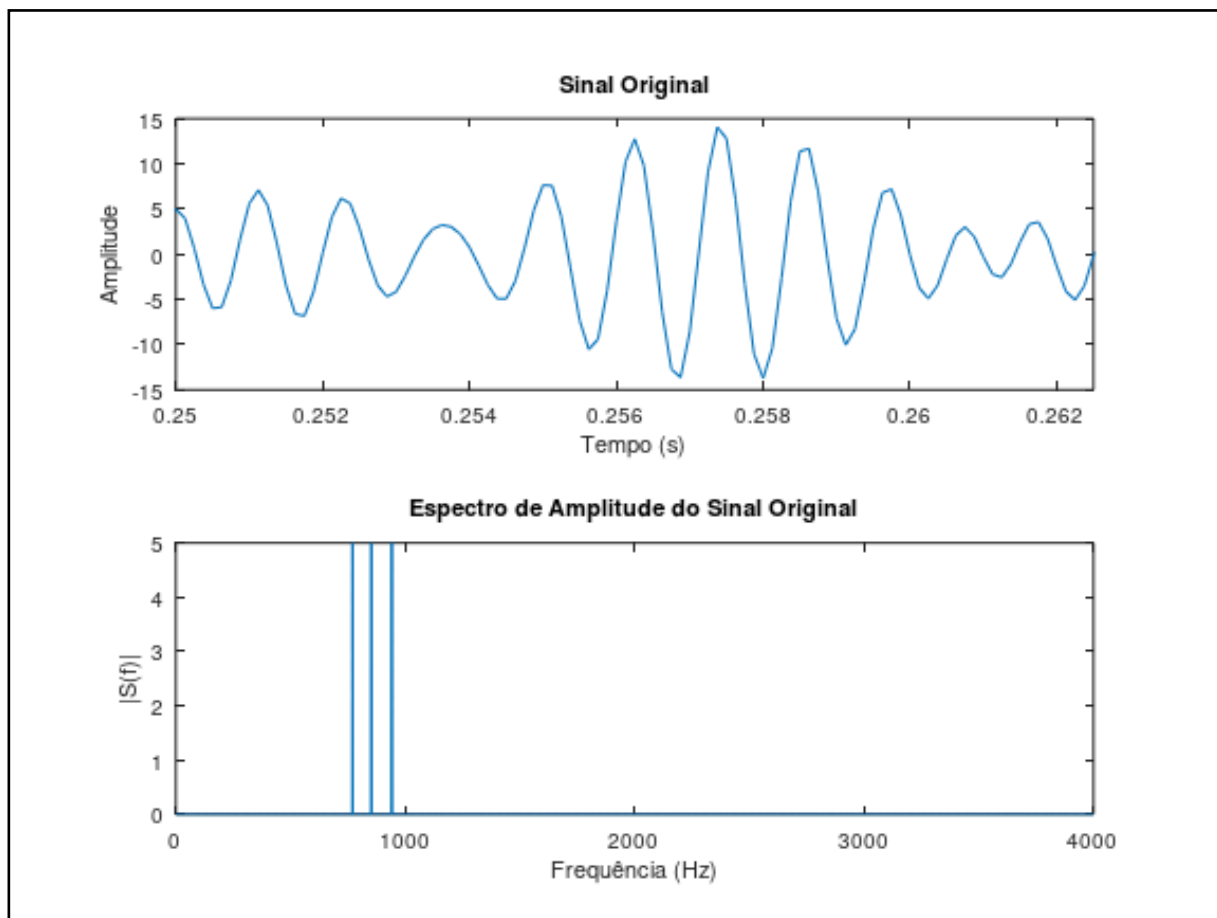
170 subplot(2,2,2);
171 plot(f, Sinal_fft_filttrado3);
172 title('Espectro de Amplitude do Sinal Filtrado 3');
173 xlabel('Frequência (Hz)');
174 ylabel('|S(f)|');
175
176 % Resposta em frequência do filtro 3
177 [H3, W3] = freqz(h3_hamm, 1, 1024, Omega_s);
178 subplot(2,2,[3 4]);
179 plot(W3, 20*log10(abs(H3)));
180 title('Resposta em Frequência do Filtro 3 (941 Hz)');
181 xlabel('Frequência (Hz)');
182 ylabel('Magnitude (dB)');

```

A partir do código apresentado acima, primeiramente temos o plot do sinal original no tempo e no domínio da frequência.

O plot no domínio da frequência permite verificar que as três componentes cossenoidais estão presentes no somatório do sinal.

Figura 10: Elaborada pelo Autor

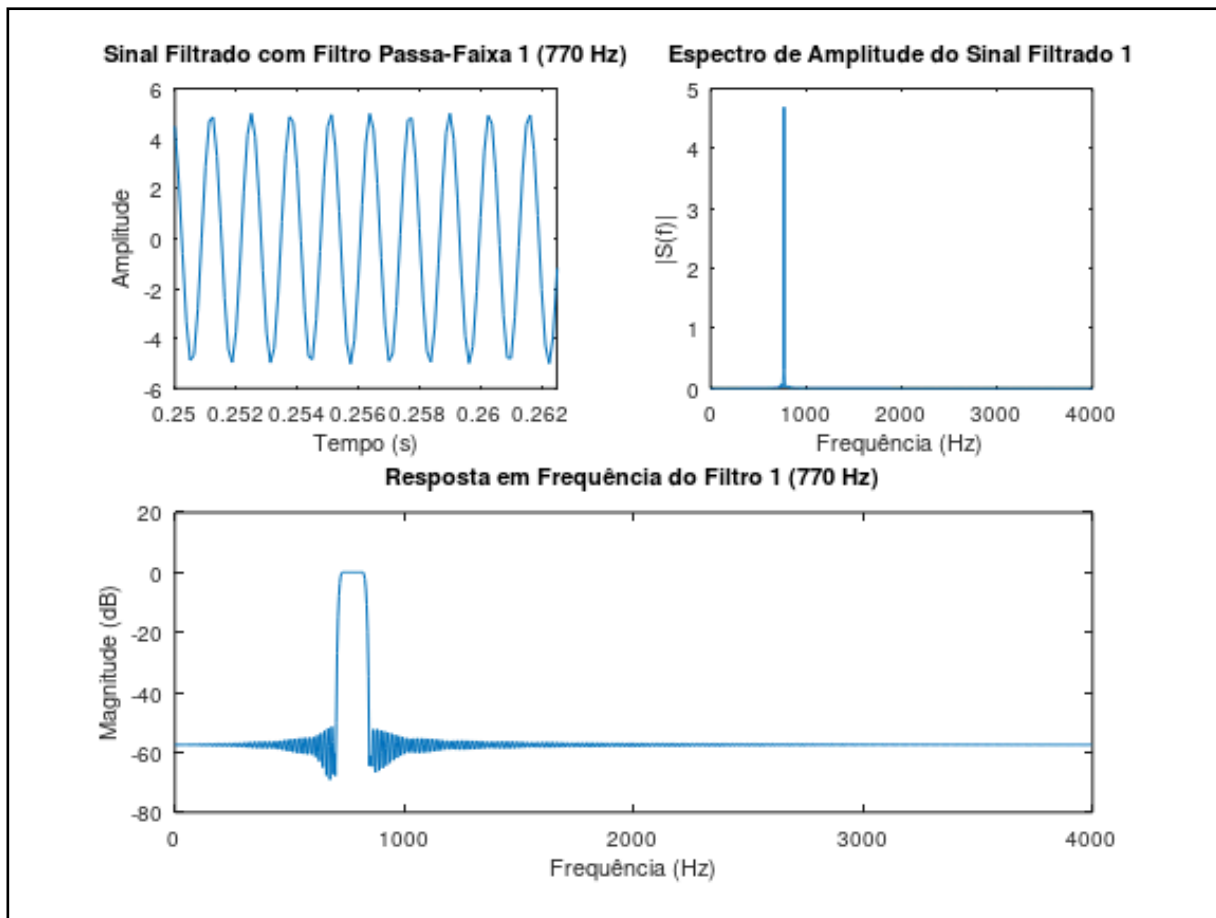


Forma de filtragem do filtro projetado

Em seguida, temos o plot do sinal filtrado (com filtro passa faixa de 770Hz) no tempo e no domínio da frequência. Nota-se que no domínio da frequência, apenas o sinal de 770Hz é mantido, enquanto os sinais de 852Hz e 941Hz são atenuados até próximo de 0.

Também há o plot da resposta em frequência do filtro passa-faixa de 770Hz, onde é possível observar a banda de passagem e a banda de rejeição do filtro.

Figura 11: Elaborada pelo Autor

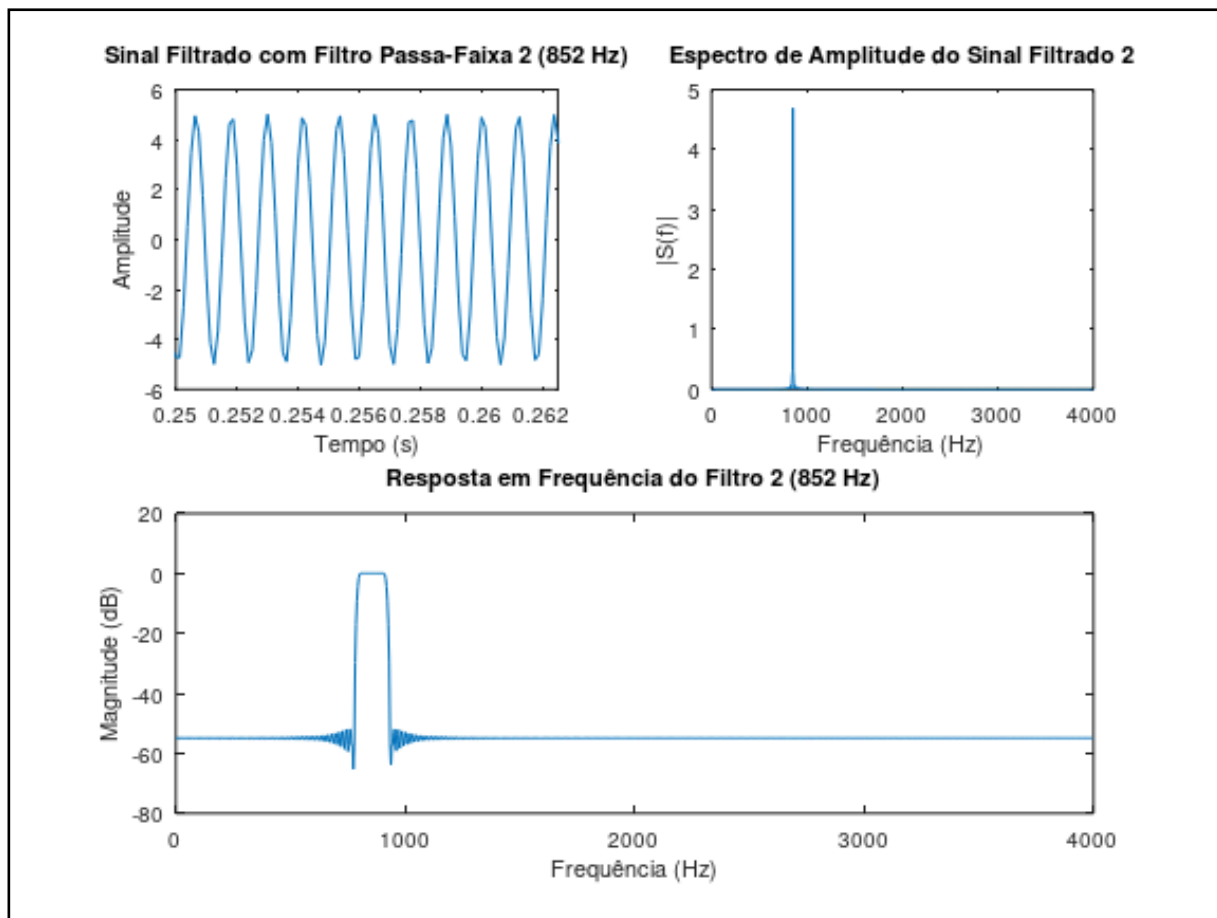


Forma de filtragem do filtro projetado

Em seguida, temos o plot do sinal filtrado (com filtro passa faixa de 852Hz) no tempo e no domínio da frequência. Nota-se que no domínio da frequência, apenas o sinal de 852Hz é mantido, enquanto os sinais de 770Hz e 941Hz são atenuados até próximo de 0.

Também há o plot da resposta em frequência do filtro passa-faixa de 852Hz, onde é possível observar a banda de passagem e a banda de rejeição do filtro.

Figura 12: Elaborada pelo Autor

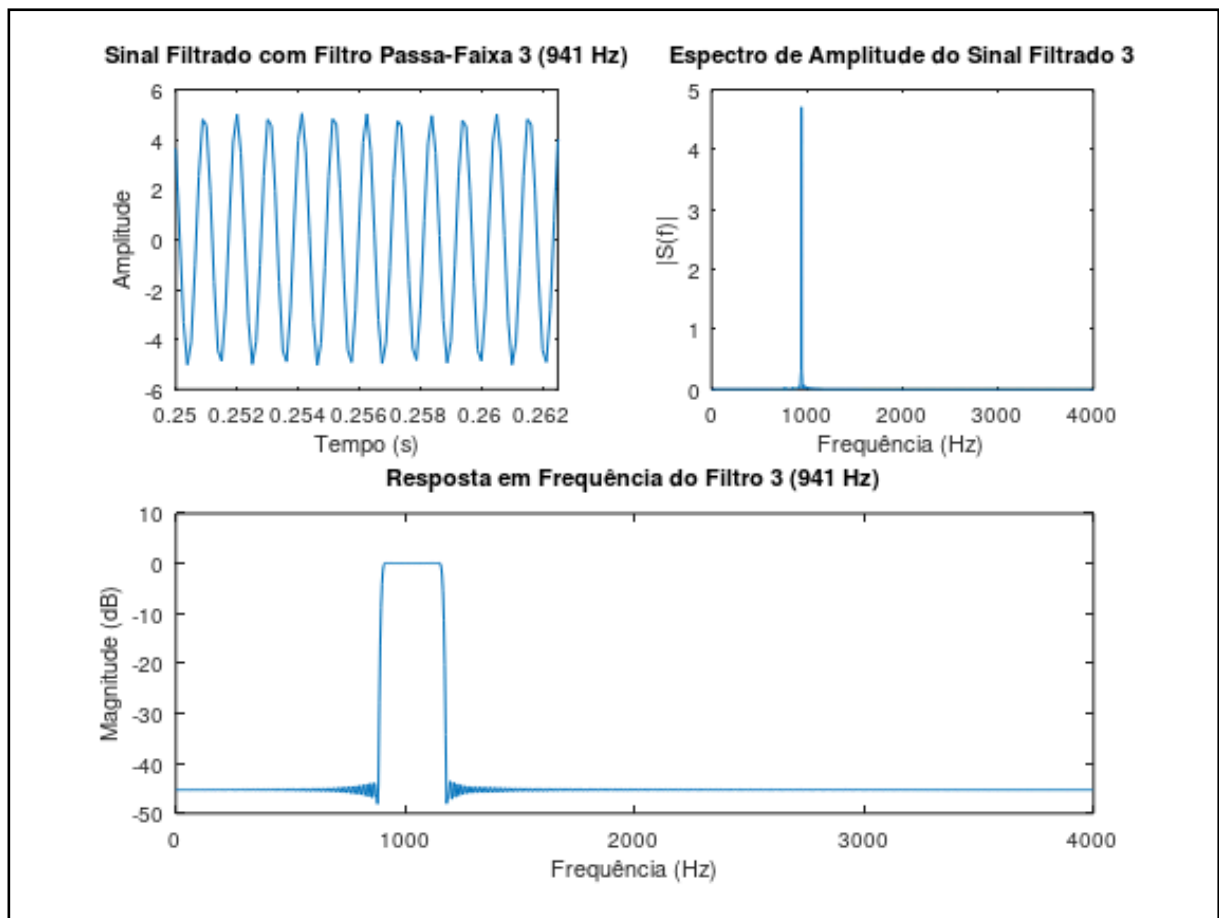


Forma de filtragem do filtro projetado

Em seguida, temos o plot do sinal filtrado (com filtro passa faixa de 941Hz) no tempo e no domínio da frequência. Nota-se que no domínio da frequência, apenas o sinal de 941Hz é mantido, enquanto os sinais de 770Hz e 852Hz são atenuados até próximo de 0.

Também há o plot da resposta em frequência do filtro passa-faixa de 941Hz, onde é possível observar a banda de passagem e a banda de rejeição do filtro.

Figura 13: Elaborada pelo Autor



Forma de filtragem do filtro projetado

Desta forma, podemos concluir que os três filtros projetados atendem as especificações do projeto, onde cada filtro mantém apenas a componente senoidal desejada e atenua as demais componentes cossenoidais.