INSTITUTO FEDERAL
Santa Catarina
Câmpus
São José

Exercicios 13: Equação de Bernoulli - Máquinas Hidráulicas

Fenomenos de Transporte

Arthur Cadore Matuella Barcella

25 de Junho de 2025

Engenharia de Telecomunicações - IFSC-SJ

Sumário

1. Introdução

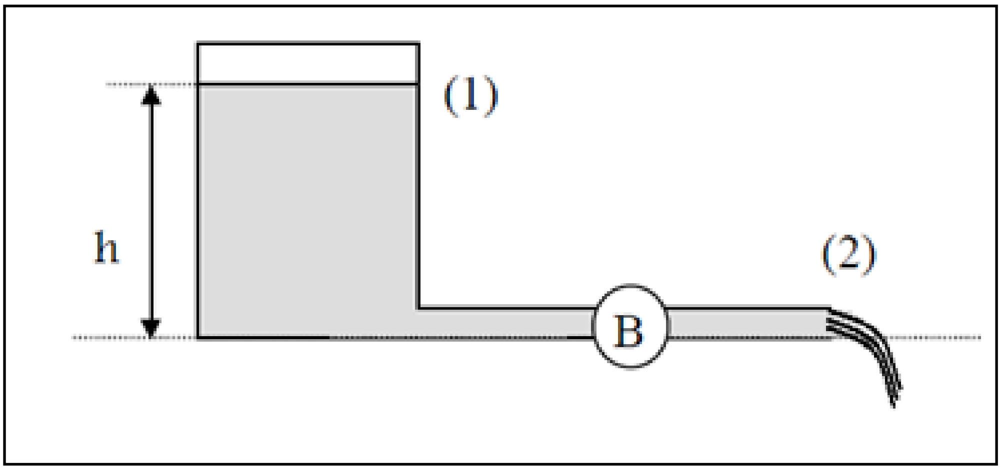
O objetivo deste documento é estudar na apostila o item 2.4.4 e 2.4.3 (pp. 43 45) e responder a questão apresentada abaixo.

2. Questões

2.1. Questão 1

Na instalação da figura a máquina é uma bomba e o fluido é água. A bomba tem potência de $3600W$ e sua eficiência é 80%. A água é descarregada na atmosfera a uma velocidade de $5\frac{m}{s}$ pelo tubo, cuja área da seção é 10cm^2. Considerando o reservatório de grandes dimensões e o fluído ideal, determine a altura do reservatório.

Figura 1: Elaborada pelo Autor



Esquematico Questão 1

2.1.1. Resolução

Para resolver a questão, utilizamos a equação de Bernoulli entre os pontos 1 (reservatório) e 2 (saída do tubo):

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2 \tag{1}$$

Como o reservatório é de grandes dimensões, $v_1 \approx 0$ e $P_1 = P_2 = P_{\text{atm}}$ (pressão atmosférica). Assim:

$$\rho g h_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2 \tag{2}$$

$$g h_1 = \frac{1}{2} v_2^2 + g h_2 \tag{3}$$

$$h_1 - h_2 = \frac{v_2^2}{2g} \tag{4}$$

A altura do reservatório é $h = h_1 - h_2$, então:

$$h = \frac{v_2^2}{2g} = \frac{5^2}{2.9,81} = \frac{25}{19,62} = 1,27m \tag{5}$$

Agora, precisamos considerar a potência da bomba. A potência útil da bomba é:

$$P_{\text{útil}} = \eta P_{\text{total}} = 0,8.3600 = 2880W \tag{6}$$

A potência útil também pode ser expressa como:

$$P_{\text{útil}} = \rho g Q h_{\text{bomba}} \tag{7}$$

Onde Q é a vazão volumétrica e h_{bomba} é a altura fornecida pela bomba.

Calculando a vazão:

$$Q = A_2 v_2 = 10\text{cm}^2.5\ \text{m/s} = 0,001m^2.5\ \text{m/s} = 0,005\frac{m^3}{s} \tag{8}$$

Assim:

$$h_{\text{bomba}} = \frac{P_{\text{útil}}}{\rho g Q} = \frac{2880}{1000.9,81.0,005} = \frac{2880}{49,05} = 58,7m \tag{9}$$

A altura total do reservatório é a soma da altura hidrostática e a altura fornecida pela bomba:

$$h_{\text{total}} = h + h_{\text{bomba}} = 1,27 + 58,7 = 60,0m \tag{10}$$

Portanto, a altura do reservatório é $60,0m$.

2.2. Questão 2

A usina hidrelétrica de Itaipu possui 20 turbinas de 700 MW totalizando 14 GW de potência. A vazão volumétrica nominal individual das turbinas é $645\frac{m^3}{s}$. Sabendo que o projeto hidráulico é para uma altura de $118m$, determine qual o diâmetro da tubulação de saída de cada uma das turbinas. Considere o fluido ideal e a eficiência da turbina igual a 100%.

2.2.1. Resolução

Para resolver a questão, utilizamos a equação de potência de uma turbina hidráulica:

$$P = \eta \rho g Q H \tag{11}$$

Onde:
- P é a potência da turbina
- η é a eficiência (100% = 1)
- ρ é a densidade da água (1000kg/m^3)
- g é a aceleração da gravidade ($9,81\text{m/s}^2$)
- Q é a vazão volumétrica
- H é a altura de queda

Substituindo os valores conhecidos:

$$700.10^6 = 1.1000.9,81.645.118 \tag{12}$$

$$700.10^6 = 746,9.10^6 \tag{13}$$

A diferença entre a potência calculada e a potência nominal indica que há perdas ou que a eficiência não é exatamente 100%. Vamos calcular a velocidade de saída da água na tubulação.

A potência cinética da água na saída é:

$$P_{\text{cinética}} = \frac{1}{2}\rho Q v^2 \tag{14}$$

Onde v é a velocidade de saída. Assumindo que toda a energia potencial se converte em energia cinética:

$$\rho g Q H = \frac{1}{2}\rho Q v^2 \tag{15}$$

$$gH = \frac{1}{2}v^2 \tag{16}$$

$$v = \sqrt{2gH} = \sqrt{2.(9,81).(118)} = \sqrt{(2315,16)} = 48,1 \text{ m/s} \tag{17}$$

Agora, calculando o diâmetro da tubulação de saída:

$$Q = Av = \left(\pi\frac{D^2}{4}\right)v \tag{18}$$

$$D^2 = \frac{4Q}{\pi v} = \frac{4.645}{\pi.48,1} = \frac{2580}{151,1} = 17,1 \tag{19}$$

$$D = \sqrt{(17,1)} = 4,13m \tag{20}$$

Portanto, o diâmetro da tubulação de saída de cada turbina é $4,13m$.