

**INSTITUTO
FEDERAL**

Santa Catarina

Câmpus
São José

Exercícios de Canal Binário Assimétrico

Sistemas de Comunicação II

Arthur Cadore Matuella Barcella

14 de Fevereiro de 2025

Engenharia de Telecomunicações - IFSC-SJ

Sumário

1. Introdução	3
2. Questões:	3
2.1. Determine a capacidade do canal	3
2.2. Resolução:	3
2.2.1. Calcular $H(X Y)$	3
2.2.2. Calcular $H(Y)$	4
2.2.3. Calcular $I(X;Y)$	4
3. Conclusão	4

1. Introdução

O objetivo deste documento é resolver um exercício de canal binário assimétrico.

2. Questões:

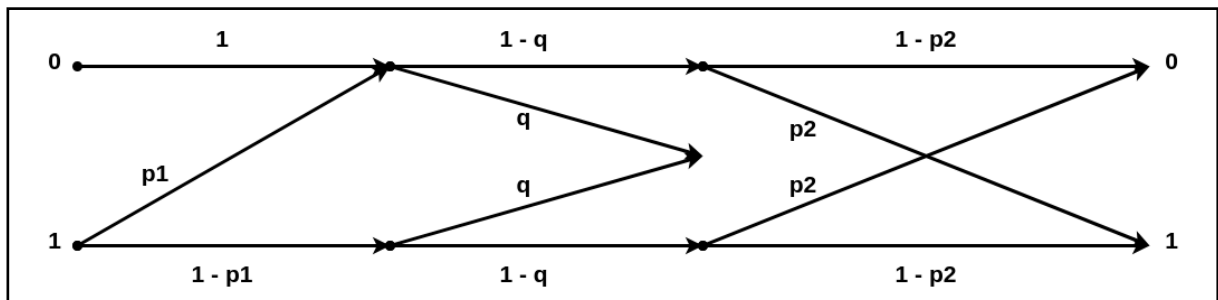
2.1. Determine a capacidade do canal

Seja uma fonte binária assimetrica com as seguintes probabilidades:

- $p(x = 0) = 0,65$
- $p(x = 1) = 0,35$

Seja o canal dado abaixo:

Figura 1: Elaborada pelo Autor



Considere:

- $P_1 = 0,25$
- $P_2 = 0,10$
- $q = 0,05$

Calcule a capacidade do canal.

2.2. Resolução:

A capacidade do canal é dada originalmente pela máxima informação mútua entre a entrada X e a saída Y do canal, ou seja:

$$I(X; Y) = H(Y) - H(Y|X) \quad (1)$$

Onde:

- $H(Y)$ é a entropia da saída do canal
- $H(Y|X)$ é a entropia condicional da saída do canal dado a entrada

2.2.1. Calcular $H(X|Y)$

O primeiro passo é calcular a entropia condicional da saída do canal dado a entrada, ou seja, $H(Y|X)$.

Dado o canal acima, temos que as probabilidades de transição são dadas por:

- Para $x = 0$

$$\begin{aligned} P(y = 0) &= 1 - q = 0,95 \\ P(y = 1) &= q = 0,05 \end{aligned} \quad (2)$$

- Para $x = 1$

$$\begin{aligned} P(y = 0) &= P_1 = 0,25 \\ P(y = 1) &= 1 - P_1 = 0,75 \end{aligned} \quad (3)$$

Assim, temos que a entropia condicional é dada por:

$$H(Y|X) = p(x = 0) \cdot H(Y|X = 0) + p(x = 1) \cdot H(Y|X = 1) \quad (4)$$

Dessa forma:

$$\begin{aligned} H(Y|X = 0) &= -[0,95 \cdot \log_2(0,95) + 0,05 \cdot \log_2(0,05)] = 0,2864 \\ H(Y|X = 1) &= -[0,25 \cdot \log_2(0,25) + 0,75 \cdot \log_2(0,75)] = 0,8113 \end{aligned} \quad (5)$$

Assim, temos que:

$$H(Y|X) = 0,65 \cdot 0,2864 + 0,35 \cdot 0,8113 = 0,470115 \quad (6)$$

2.2.2. Calcular H(Y)

Agora é necessário calcular a entropia da saída do canal, ou seja, $H(Y)$.

Dado o canal acima, temos que as probabilidades de transição são dadas por:

$$\begin{aligned} P(y = 0) &= p(x = 0) \cdot P(y = 0|x = 0) + p(x = 1) \cdot P(y = 0|x = 1) \\ P(y = 0) &= 0,65 \cdot 0,95 + 0,35 \cdot 0,25 = 0,6175 + 0,0875 = 0,705 \\ P(y = 1) &= 1 - P(y = 0) = 1 - 0,705 = 0,295 \end{aligned} \quad (7)$$

Agora calculando $H(Y)$:

$$\begin{aligned} H(Y) &= -[0,705 \cdot \log_2(0,705) + 0,295 \cdot \log_2(0,295)] \\ H(Y) &= -[0,705 \cdot (-0,514) + 0,295 \cdot (-1,76)] = 0,879 \end{aligned} \quad (8)$$

2.2.3. Calcular I(X;Y)

Por fim, calculamos a informação mútua entre a entrada e a saída do canal:

$$I(X;Y) = H(Y) - H(Y|X) = 0,879 - 0,470115 = 0,4088 \text{ bits / uso canal} \quad (9)$$

3. Conclusão

A capacidade do canal é de 0,4088 bits por uso do canal.