

Projetos de Filtros Por Amostragem

Processamento de Sinais Digitais

Arthur Cadore Matuella Barcella

07 de Julho de 2024

Engenharia de Telecomunicações - IFSC-SJ

Sumário

1. Exemplos:	3
1.1. Exemplo 1:	
1.2. Exemplo 2:	3
1.3. Exemplo 3:	4
1.4. Exemplo 4:	5
2. Questões:	6
2.1. Questão 1:	6
2.1.1. M=10:	7
2.1.2. M=100:	8
2.1.3. M=1000:	0
2.2. Questão 2:	2
2.3. Questão 3:	5
2.4. Questão 4:	8

1. Exemplos:

1.1. Exemplo 1:

Projete um filtro que satisfaça as especificações a seguir:

- M = 50
- Ω c1 = $\pi/4$ rad/s
- $\Omega c2 = \pi/2 \text{ rad/s}$
- $\Omega s = 2\pi \text{ rad/s}$

Abaixo está o exemplo apresentado em sala para entender o projeto do filtro:

```
1  M = 50;
2  Omega_c1 = pi/4;
3  Omega_c2 = pi/2;
4  ws = 2*pi;
5  wc1 = Omega_c1*2*pi/ws; wc2 = Omega_c2*2*pi/ws;
6  n = 1:M/2;
7  h0 = 1 - (wc2 - wc1)/pi;
8  haux = (sin(wc1.*n) - sin(wc2.*n))./(pi.*n);
9  h = [fliplr(haux) h0 haux];
10  [H,w]=freqz(h,1,2048,ws);
11  plot(w,20*log10(abs(H)))
12  axis([0 ws/2 -90 10])
13  ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
14  xlabel('Frequência (rad/s)');
15  title('Resposta em Frequência');
```

1.2. Exemplo 2:

Projete um filtro rejeita-faixa que satisfaça as especificações a seguir usando as janelas retangular, de Hamming, de Hann e de Blackman:

- M = 80
- Ω c1 = 2000 rad/s
- $\Omega c2 = 4000 \text{ rad/s}$
- $\Omega s = 10\ 000\ rad/s$

```
clear all
M = 80;
Omega_c1 = 2000;
Omega_c2 = 4000;
Omega_s = 10000;
wc1 = Omega_c1*2*pi/Omega_s; wc2 = Omega_c2*2*pi/Omega_s;
n = 1:M/2;
h0 = 1 - (wc2 - wc1)/pi;
haux = (sin(wc1.*n) - sin(wc2.*n))./(pi.*n);
h_ideal = [fliplr(haux) h0 haux];
h_ret=h_ideal;
[H_ret,w]=freqz(h_ret,1,2048,Omega_s);
```

```
13 figure(1)
plot(w,20*log10(abs(H ret)))
15 axis([0 Omega s/2 -90 10])
ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
17 xlabel('Frequência (rad/s)');
18 title('Resposta em Frequência - Janela Retangular');
20 h aux=hamming(M+1);
21 h ham=h ideal.*h aux';
22 [H ham,w]=freqz(h ham,1,2048,0mega s);
23 figure(2)
24 plot(w,20*log10(abs(H_ham)))
25 axis([0 Omega s/2 -90 10])
ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
27 xlabel('Frequência (rad/s)');
title('Resposta em Frequência - Janela de Hamming');
29
30 h_aux=hanning(M+1);
31 h han=h ideal.*h aux';
32 [H_han,w]=freqz(h_han,1,2048,0mega_s);
33 figure(3)
34 plot(w,20*log10(abs(H_han)))
35 axis([0 Omega_s/2 -150 10])
36 ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
37 xlabel('Frequência (rad/s)');
38 title('Resposta em Frequência - Janela de Hanning');
39
40 h_aux=blackman(M+1);
41 h black=h ideal.*h aux';
42 [H_black,w]=freqz(h_black,1,2048,0mega_s);
43 figure(4)
plot(w,20*log10(abs(H_black)))
45 axis([0 Omega_s/2 -150 10])
46 ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
47 xlabel('Frequência (rad/s)');
48 title('Resposta em Frequência - Janela de Blackman');
```

1.3. Exemplo 3:

• Ap = 1.0 dB

Projete um filtro rejeita-faixa que satisfaça as especificações a seguir, usando a janela de Kaiser:

```
• Ar = 45 \text{ dB}

• \Omega p1 = 800 \text{ Hz}

• \Omega r1 = 950 \text{ Hz}

• \Omega r2 = 1050 \text{ Hz}

• \Omega p2 = 1200 \text{ Hz}

• \Omega s = 6000 \text{ Hz}

1 Ap = 1;

2 Ar = 45;

3 Omega_p1 = 800;
```

```
Omega r1 = 950;
^{5} Omega r2 = 1050;
6 Omega p2 = 1200;
7 Omega s = 6000;
8 delta_p = (10^{(0.05*Ap)} - 1)/(10^{(0.05*Ap)} + 1);
9 delta_r = 10^{(-0.05*Ar)};
F = [0mega p1 0mega r1 0mega r2 0mega p2];
11 A = [1 \ 0 \ 1];
ripples = [delta_p delta_r delta p];
13 [M,Wn,beta,FILTYPE] = kaiserord(F,A,ripples,Omega_s);
14 kaiser win = kaiser(M+1,beta);
15 h = fir1(M,Wn,FILTYPE,kaiser_win,'noscale');
16 figure(1)
17 stem(0:M,h)
18 ylabel('h[n]');
19 xlabel('n)');
20 title('Resposta ao Impulso');
[H,w]=freqz(h,1,2048,0mega s);
23 figure(2)
24 plot(w, 20*log10(abs(H)))
25 axis([0 Omega s/2 -90 10])
ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
27 xlabel('Frequência (Hz)');
28 title('Resposta em Frequência');
```

1.4. Exemplo 4:

Crie um sinal de entrada composto de três componentes senoidais, nas frequências 50 Hz, 350 Hz e 900 Hz, com Ω s = 2 kHz, com amplitudes de 5, 2 e 1, respectivamente. Projete um filtro usando as janelas retangular, Hamming, Hanning e Blackman para eliminar as componentes de 50 e 900 Hz.

```
clear all
2 M = 71;
^{3} Omega c1 = 250;
4 Omega c2 = 750;
^{5} Omega_s = 2000;
6 wc1 = 0mega c1*2*pi/0mega s;
y = 0 = 0 = 0 = c2*2*pi/0 = s;
8 % Resposta ao impulso do filtro ideal h[n]
9 n = [-1*((M-1)/2):(M-1)/2];
10 h n = ((sin(wc2.*n) - sin(wc1.*n))./(pi.*n)); %resposta ao impulso para ≠0
11 h n(((M-1)/2)+1) = (wc2 - wc1)/pi; %resposta ao impulso para n=0
w hamm = 0.54 + 0.46*\cos(2*n.*pi/(M));%coeficientes da janela de hamming
w hann = 0.5 + 0.5*\cos(2*n.*pi/(M));%coeficientes da janela de hanning
  w_black = 0.42+0.5*cos(2*n.*pi/(M))+0.08*cos(4*n.*pi/(M)); %coeficientes da
   janela de blackman
15 h_ret = h_n;
16 h hamm = w hamm.*h n;
17 h hann = w hann.*h n;
18 h black = w black.*h n;
19 figure
```

```
20 freqz(h ret,1);
21 title('Filtro FIR passa-faixa - Janela Retangular')
23 figure
24 freqz(h hamm,1);
25 title('Filtro FIR passa-faixa - Janela de Hammming')
27 figure
18 freqz(h_hann,1);
29 title('Filtro FIR passa-faixa - Janela de Hanning')
31 figure
32 freqz(h black,1);
title('Filtro FIR passa-banda - Janela de Blackman')
35 %% Sinal
36 tmin = 0:
37 \text{ tmax} = 2;
38 Fs=2000;
Ts=1/Fs;
40 L=(tmax-tmin)/Ts;
t=0:Ts:tmax-Ts;
s = 5*sin(2*pi*50*t) + 2*sin(2*pi*300*t) + sin(2*pi*900*t);
43 S = fft(s);
44 S = abs(2*S/L);
45 S = fftshift(S);
46 freq = Fs*(-(L/2):(L/2)-1)/L;
47 % Gráficos do sinal
48 figure(1)
49 subplot(3,1,1),plot(t,s);
50 title('Sinal')
51 xlabel('t')
52 ylabel('s(t)')
subplot(3,1,2),plot(freq,S)
54 title('Espectro de Amplitude de s(t)')
55 xlabel('f (Hz)')
56 ylabel('|S(f)|')
h_h = w_h = w_n, *h_n;
58 h hann = w hann.*h n;
59 h black = w black.*h n;
60 s f h ret = filter(h ret,1,s);
61 S F h ret = fft(s f h ret);
S_F_h_{ret} = abs(2*S_F_h_{ret}/L);
63 S_F_h_ret = fftshift(S_F_h_ret);
64 subplot(3,1,3),plot(freq,S F h ret)
65 title('Espectro de Amplitude do sinal Filtrado ')
66 xlabel('f (Hz)')
67 ylabel('|S(f)|')
```

2. Questões:

2.1. Questão 1:

Projete um filtro passa-faixa usando a janela de Hamming, a janela de Hanning e janela de Blackman que satisfaça a especificação a seguir.

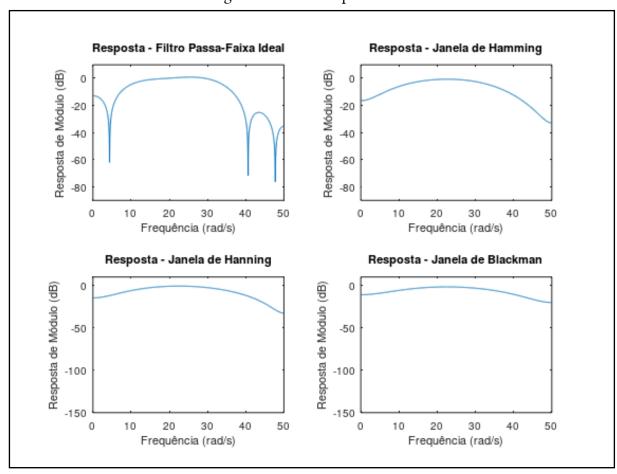
2.1.1. M=10:

```
    M = 10
    Ωc1 = 10 rad/s
    Ωc2 = 35 rad/s
    Ωs = 100 rad/s
```

```
clear all; close all; clc;
3 % Parâmetros passados pela questão:
4 M = 10;
5 0 \text{mega c1} = 10;
6 Omega c2 = 35;
^{7} Omega_s = 100;
9 % Definição das frequências de corte em radianos:
wc1 = Omega c1*2*pi/Omega s; % Frequência de corte inferior (rad/s)
wc2 = Omega c2*2*pi/Omega s; % Frequência de corte superior (rad/s)
13 % Cálculo dos coeficientes do filtro passa-faixa ideal:
14 n = 1:M/2;
15 h0 = (wc2 - wc1)/pi;
haux = (\sin(wc2.*n) - \sin(wc1.*n))./(pi.*n);
17 h ideal = [fliplr(haux) h0 haux];
18 h_ret = h_ideal;
20 % Cálculo da resposta em frequência do filtro passa-faixa ideal:
21 [H ret, w] = freqz(h ret, 1, 2048, 0mega s);
23 % Plot da resposta em frequência do filtro passa-faixa ideal:
24 figure(1)
25 subplot(2,2,1)
26 plot(w, 20*log10(abs(H ret)))
27 axis([0 Omega_s/2 -90 10])
ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
29 xlabel('Frequência (rad/s)');
30 title('Resposta - Filtro Passa-Faixa Ideal');
31
32 % Hamming:
33 % Janela de Hamming com comprimento M+1
^{34} h aux = hamming(M+1);
35 h ham = h ideal .* h aux';
  [H ham, w] = freqz(h ham, 1, 2048, Omega s);
37
38 % Plot da resposta em frequência com a janela de Hamming:
39 subplot(2,2,2)
40 plot(w, 20*log10(abs(H_ham)))
41 axis([0 Omega_s/2 -90 10])
42 ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
43 xlabel('Frequência (rad/s)');
44 title('Resposta - Janela de Hamming');
46 % Hanning:
47 % Janela de Hanning com comprimento M+1
48 h aux = hanning(M+1);
49 h han = h ideal .* h aux';
50 [H han, w] = freqz(h han, 1, 2048, 0mega s);
```

```
% Plot da resposta em frequência com a janela de Hanning:
   subplot(2,2,3)
   plot(w, 20*log10(abs(H_han)))
  axis([0 Omega_s/2 -150 10])
  ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
  xlabel('Frequência (rad/s)');
  title('Resposta - Janela de Hanning');
59
  % Blackman:
  % Janela de Blackman com comprimento M+1
  h aux = blackman(M+1);
  h black = h ideal .* h aux';
   [H_black, w] = freqz(h_black, 1, 2048, 0mega_s);
  % Plot da resposta em frequência com a janela de Blackman:
  subplot(2,2,4)
  plot(w, 20*log10(abs(H_black)))
  axis([0 Omega_s/2 -150 10])
   ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
  xlabel('Frequência (rad/s)');
  title('Resposta - Janela de Blackman');
```

Figura 1: Elaborada pelo Autor



Forma de filtragem do filtro projetado

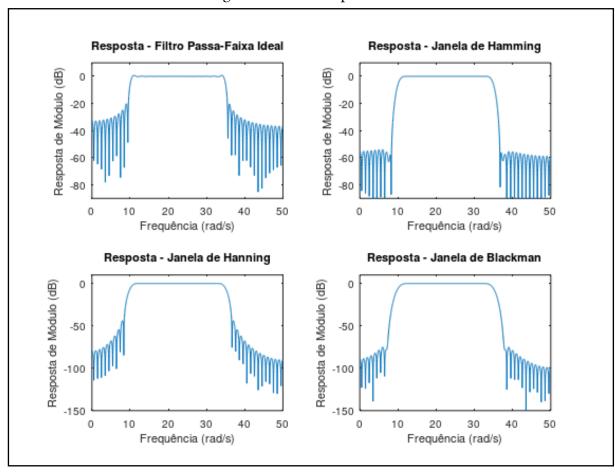
2.1.2. M=100:

```
    M = 100
    Ωc1 = 10 rad/s
    Ωc2 = 35 rad/s
    Ωs = 100 rad/s
```

```
clear all; close all; clc;
3 % Parâmetros passados pela questão:
4 M = 100;
^{5} Omega_c1 = 10;
6 Omega c2 = 35;
7 Omega s = 100;
9 % Definição das frequências de corte em radianos:
wc1 = Omega c1*2*pi/Omega s; % Frequência de corte inferior (rad/s)
wc2 = 0mega c2*2*pi/0mega s; % Frequência de corte superior (rad/s)
13 % Cálculo dos coeficientes do filtro passa-faixa ideal:
14 n = 1:M/2;
15 h0 = (wc2 - wc1)/pi;
16 haux = (\sin(wc2.*n) - \sin(wc1.*n))./(pi.*n);
17 h ideal = [fliplr(haux) h0 haux];
18 h_ret = h_ideal;
20 % Cálculo da resposta em frequência do filtro passa-faixa ideal:
21 [H_ret, w] = freqz(h_ret, 1, 2048, 0mega_s);
22
23 % Plot da resposta em frequência do filtro passa-faixa ideal:
24 figure(1)
25 subplot(2,2,1)
26 plot(w, 20*log10(abs(H ret)))
27 \text{ axis}([0 \text{ Omega s/2} -90 10])
ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
29 xlabel('Frequência (rad/s)');
title('Resposta - Filtro Passa-Faixa Ideal');
32 % Hamming:
33 % Janela de Hamming com comprimento M+1
h_{aux} = hamming(M+1);
35 h_ham = h_ideal .* h_aux';
36 [H ham, w] = freqz(h ham, 1, 2048, Omega s);
37
38 % Plot da resposta em frequência com a janela de Hamming:
39 subplot(2,2,2)
40 plot(w, 20*log10(abs(H ham)))
41 axis([0 Omega s/2 -90 10])
42 ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
  xlabel('Frequência (rad/s)');
44 title('Resposta - Janela de Hamming');
46 % Hanning:
47 % Janela de Hanning com comprimento M+1
48 h_{aux} = hanning(M+1);
49 h han = h ideal .* h aux';
50 [H_han, w] = freqz(h_han, 1, 2048, 0mega_s);
52 % Plot da resposta em frequência com a janela de Hanning:
53 subplot(2,2,3)
```

```
plot(w, 20*log10(abs(H han)))
  axis([0 \text{ Omega s/2 } -150 \text{ } 10])
  ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
   xlabel('Frequência (rad/s)');
   title('Resposta - Janela de Hanning');
60
   % Blackman:
   % Janela de Blackman com comprimento M+1
   h aux = blackman(M+1);
   h black = h ideal .* h aux';
   [H_black, w] = freqz(h_black, 1, 2048, 0mega_s);
66
  % Plot da resposta em frequência com a janela de Blackman:
   subplot(2,2,4)
  plot(w, 20*log10(abs(H_black)))
  axis([0 Omega_s/2 -150 10])
   ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
  xlabel('Frequência (rad/s)');
72 title('Resposta - Janela de Blackman');
```

Figura 2: Elaborada pelo Autor



Forma de filtragem do filtro projetado

2.1.3. M=1000:

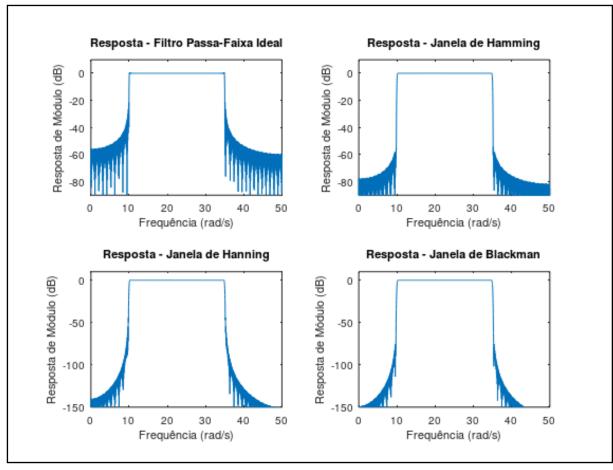
- M = 1000
- Ω c1 = 10 rad/s

- Ω c2 = 35 rad/s
- $\Omega s = 100 \text{ rad/s}$

```
1 clear all; close all; clc;
3 % Parâmetros passados pela questão:
4 M = 1000;
5 0 \text{mega c1} = 10;
6 Omega c2 = 35;
7 \text{ Omega}_s = 100;
9 % Definição das frequências de corte em radianos:
wc1 = Omega_c1*2*pi/Omega_s; % Frequência de corte inferior (rad/s)
wc2 = Omega_c2*2*pi/Omega_s; % Frequência de corte superior (rad/s)
13 % Cálculo dos coeficientes do filtro passa-faixa ideal:
14 n = 1:M/2;
15 h0 = (wc2 - wc1)/pi;
haux = (\sin(wc2.*n) - \sin(wc1.*n))./(pi.*n);
17 h ideal = [fliplr(haux) h0 haux];
18 h_ret = h_ideal;
19
20 % Cálculo da resposta em frequência do filtro passa-faixa ideal:
21 [H ret, w] = freqz(h ret, 1, 2048, 0mega s);
22
23 % Plot da resposta em frequência do filtro passa-faixa ideal:
24 figure(1)
25 subplot(2,2,1)
26 plot(w, 20*log10(abs(H ret)))
27 \text{ axis}([0 \text{ Omega s/2 } -90 \text{ 10}])
ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
29 xlabel('Frequência (rad/s)');
30 title('Resposta - Filtro Passa-Faixa Ideal');
31
32 % Hamming:
33 % Janela de Hamming com comprimento M+1
^{34} h aux = hamming(M+1);
35 h ham = h ideal .* h aux';
36 [H ham, w] = freqz(h ham, 1, 2048, 0mega s);
37
38 % Plot da resposta em frequência com a janela de Hamming:
39 subplot(2,2,2)
40 plot(w, 20*log10(abs(H ham)))
41 axis([0 Omega s/2 -90 10])
42 ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
43 xlabel('Frequência (rad/s)');
44 title('Resposta - Janela de Hamming');
45
46 % Hanning:
47 % Janela de Hanning com comprimento M+1
48 h_aux = hanning(M+1);
49 h han = h ideal .* h aux';
50 [H han, w] = freqz(h han, 1, 2048, 0mega s);
52 % Plot da resposta em frequência com a janela de Hanning:
53 subplot(2,2,3)
54 plot(w, 20*log10(abs(H han)))
55 axis([0 Omega s/2 -150 10])
```

```
ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
  xlabel('Frequência (rad/s)');
  title('Resposta - Janela de Hanning');
59
  % Blackman:
  % Janela de Blackman com comprimento M+1
  h aux = blackman(M+1);
  h_black = h_ideal .* h_aux';
   [H black, w] = freqz(h black, 1, 2048, Omega s);
64
  % Plot da resposta em frequência com a janela de Blackman:
67 subplot(2,2,4)
68 plot(w, 20*log10(abs(H black)))
69 axis([0 Omega_s/2 -150 10])
70 ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
71 xlabel('Frequência (rad/s)');
72 title('Resposta - Janela de Blackman');
```

Figura 3: Elaborada pelo Autor



Forma de filtragem do filtro projetado

2.2. Questão 2:

Projete um filtro que satisfaça as especificações a seguir, usando a janela de Kaiser:

- Ap = 1.0 dB
- Ar = 40 dB

Engenharia de Telecomunicações - IFSC-SJ

Ωp = 1000 rad/s
 Ωr = 1200 rad/s
 Ωs = 5000 rad/s

```
pkg load signal;
  % Parâmetros passados pela questão:
5 Omega p = 1000;
6 Omega r = 1200;
7 \text{ Omega\_s} = 5000;
9 % Ripple de passagem em dB
10 Ap = 1.0;
12 % Atenuação mínima em dB
13 \text{ Ar} = 40;
14
16 % Convertendo Ap para amplitude
delta_p = (10^{\circ}(0.05*Ap) - 1) / (10^{\circ}(0.05*Ap) + 1);
19 % Convertendo Ar para amplitude
20 delta_r = 10^{(-0.05*Ar)};
22 % Definição das frequências de corte em radianos:
F = [Omega p Omega r];
24 A = [1 \ 0];
  ripples = [delta_p delta_r];
27 % Determinação dos parâmetros do filtro usando Kaiserord:
  [M, Wn, beta, FILTYPE] = kaiserord(F, A, ripples, Omega s);
30 % Geração da janela de Kaiser:
31 kaiser win = kaiser(M+1, beta);
32
33 % Projeto do filtro FIR usando firl com a janela de Kaiser:
34 h = fir1(M, Wn, FILTYPE, kaiser win, 'noscale');
36 % Plot da resposta ao impulso:
37 figure(1)
38 stem(0:M, h)
39 ylabel('h[n]');
40 xlabel('n');
41 title('Resposta ao Impulso');
42
43 % Cálculo e plot da resposta em frequência:
44 [H, w] = freqz(h, 1, 2048, 0mega_s);
45 figure(2)
46 plot(w, 20*log10(abs(H)))
47 axis([0 Omega s/2 -90 10])
48 ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
49 xlabel('Frequência (rad/s)');
50 title('Resposta em Frequência');
```

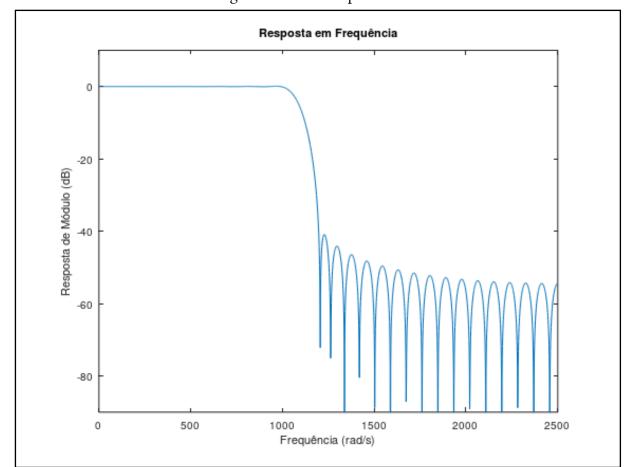


Figura 4: Elaborada pelo Autor

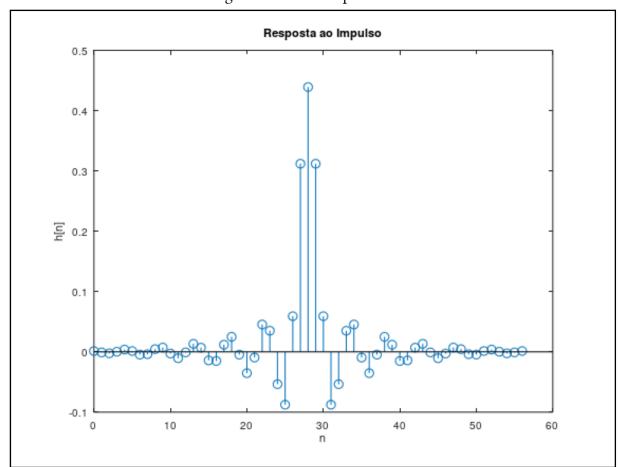


Figura 5: Elaborada pelo Autor

2.3. Questão 3:

Projete um filtro que satisfaça as especificações a seguir, usando a janela de Kaiser:

- Ap = 1,0 dB
- Ar = 80 dB
- $\Omega r1 = 800 \text{ rad/s}$
- $\Omega p1 = 1000 \text{ rad/s}$
- $\Omega p2 = 1400 \text{ rad/s}$
- $\Omega r2 = 1600 \text{ rad/s}$
- $\Omega s = 10000 \text{ rad/s}$

```
pkg load signal;

% Parâmetros passados pela questão:
Omega_r1 = 800;
Omega_p1 = 1000;
Omega_p2 = 1400;
Omega_r2 = 1600;
Omega_r = 10000;
Omega_s = 10000;
% Ripple de passagem em dB
```

```
11 Ap = 1.0;
12
13 % Atenuação mínima em dB
14 Ar = 80.0;
15
16 % Convertendo Ap para amplitude
delta_p = (10^{\circ}(0.05*Ap) - 1) / (10^{\circ}(0.05*Ap) + 1);
18
19 % Convertendo Ar para amplitude
20 delta r = 10^{(-0.05*Ar)};
21
22 % Definição das frequências de corte em radianos:
F = [Omega_r1 Omega_p1 Omega_p2 Omega_r2];
24 A = [0 \ 1 \ 0];
ripples = [delta_r delta_p delta_r];
27 % Determinação dos parâmetros do filtro usando Kaiserord:
28 [M, Wn, beta, FILTYPE] = kaiserord(F, A, ripples, Omega s);
29
30 % Geração da janela de Kaiser:
31 kaiser win = kaiser(M+1, beta);
33 % Projeto do filtro FIR usando firl com a janela de Kaiser:
34 h = fir1(M, Wn, FILTYPE, kaiser win, 'noscale');
36 % Plot da resposta ao impulso:
37 figure(1)
38 stem(0:M, h)
39 ylabel('h[n]');
40 xlabel('n');
41 title('Resposta ao Impulso');
42
43 % Cálculo e plot da resposta em frequência:
44 [H, w] = freqz(h, 1, 2048, 0mega_s);
45 figure(2)
46 plot(w, 20*log10(abs(H)))
47 axis([0 Omega_s/2 -90 10])
48 ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
49 xlabel('Frequência (rad/s)');
50 title('Resposta em Frequência');
```

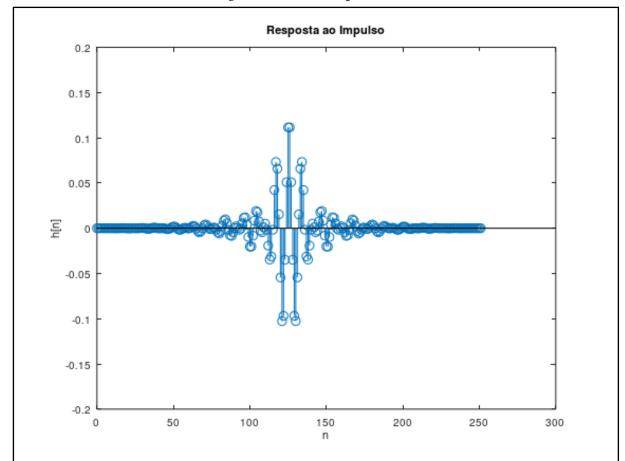


Figura 6: Elaborada pelo Autor

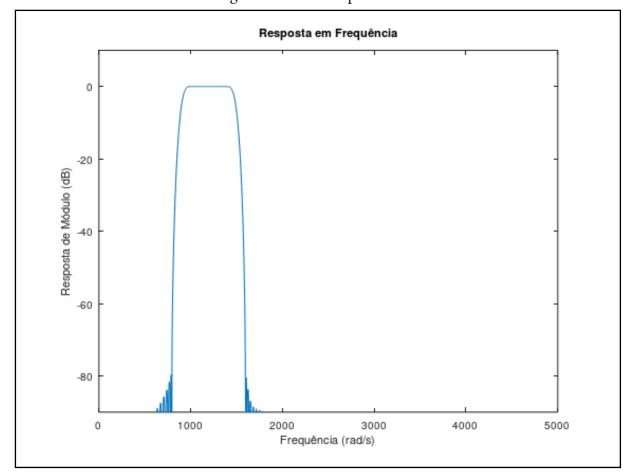


Figura 7: Elaborada pelo Autor

2.4. Questão 4:

Crie um sinal de entrada composto de três componentes senoidais, nas frequências 770 Hz, 852 Hz e 941 Hz, com Ωs = 8 kHz. Projete três filtros passa-faixa digitais, o primeiro com frequência central em 770 Hz, o segundo em 852 Hz e o terceiro em 941 Hz. Para o primeiro filtro, as extremidades das faixas de rejeição estão nas frequências 697 e 852; para o segundo, em 770 e 941 Hz; para o terceiro. Em 852 e 1209 Hz. Nos três filtros, a atenuação mínima na faixa de rejeição é 60 dB.

1 % Parâmetros do filtro