



**INSTITUTO  
FEDERAL**

Santa Catarina

---

Câmpus  
São José

# **Projetos de Filtros Por Amostragem**

Processamento de Sinais Digitais

**Arthur Cadore Matuella Barcella**

07 de Julho de 2024

Engenharia de Telecomunicações - IFSC-SJ

# Sumário

|                           |          |
|---------------------------|----------|
| <b>1. Exemplos:</b> ..... | <b>3</b> |
| 1.1. Exemplo 1: .....     | 3        |
| 1.2. Exemplo 2: .....     | 3        |
| 1.3. Exemplo 3: .....     | 4        |
| 1.4. Exemplo 4: .....     | 5        |
| <b>2. Questões:</b> ..... | <b>6</b> |
| 2.1. Questão 1: .....     | 6        |
| 2.1.1. $M=10$ : .....     | 7        |
| 2.1.2. $M=100$ : .....    | 8        |
| 2.1.3. $M=1000$ : .....   | 9        |
| 2.2. Questão 2: .....     | 11       |
| 2.3. Questão 3: .....     | 11       |
| 2.4. Questão 4: .....     | 11       |

# 1. Exemplos:

## 1.1. Exemplo 1:

Projete um filtro que satisfaça as especificações a seguir:

- $M = 50$
- $\Omega_{c1} = \pi/4$  rad/s
- $\Omega_{c2} = \pi/2$  rad/s
- $\Omega_s = 2\pi$  rad/s

Abaixo está o exemplo apresentado em sala para entender o projeto do filtro:

```
1 M = 50;
2 Omega_c1 = pi/4;
3 Omega_c2 = pi/2;
4 ws = 2*pi;
5 wc1 = Omega_c1*2*pi/ws; wc2 = Omega_c2*2*pi/ws;
6 n = 1:M/2;
7 h0 = 1 - (wc2 - wc1)/pi;
8 haux = (sin(wc1.*n) - sin(wc2.*n))./(pi.*n);
9 h = [fliplr(haux) h0 haux];
10 [H,w]=freqz(h,1,2048,ws);
11 plot(w,20*log10(abs(H)))
12 axis([0 ws/2 -90 10])
13 ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
14 xlabel('Frequência (rad/s)');
15 title('Resposta em Frequência');
```

## 1.2. Exemplo 2:

Projete um filtro rejeita-faixa que satisfaça as especificações a seguir usando as janelas retangular, de Hamming, de Hann e de Blackman:

- $M = 80$
- $\Omega_{c1} = 2000$  rad/s
- $\Omega_{c2} = 4000$  rad/s
- $\Omega_s = 10\,000$  rad/s

```
1 clear all
2 M = 80;
3 Omega_c1 = 2000;
4 Omega_c2 = 4000;
5 Omega_s = 10000;
6 wc1 = Omega_c1*2*pi/Omega_s; wc2 = Omega_c2*2*pi/Omega_s;
7 n = 1:M/2;
8 h0 = 1 - (wc2 - wc1)/pi;
9 haux = (sin(wc1.*n) - sin(wc2.*n))./(pi.*n);
10 h_ideal = [fliplr(haux) h0 haux];
11 h_ret=h_ideal;
12 [H_ret,w]=freqz(h_ret,1,2048,Omega_s);
```

```

13 figure(1)
14 plot(w,20*log10(abs(H_ret)))
15 axis([0 Omega_s/2 -90 10])
16 ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
17 xlabel('Frequência (rad/s)');
18 title('Resposta em Frequência - Janela Retangular');
19
20 h_aux=hamming(M+1);
21 h_ham=h_ideal.*h_aux';
22 [H_ham,w]=freqz(h_ham,1,2048,Omega_s);
23 figure(2)
24 plot(w,20*log10(abs(H_ham)))
25 axis([0 Omega_s/2 -90 10])
26 ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
27 xlabel('Frequência (rad/s)');
28 title('Resposta em Frequência - Janela de Hamming');
29
30 h_aux=hanning(M+1);
31 h_han=h_ideal.*h_aux';
32 [H_han,w]=freqz(h_han,1,2048,Omega_s);
33 figure(3)
34 plot(w,20*log10(abs(H_han)))
35 axis([0 Omega_s/2 -150 10])
36 ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
37 xlabel('Frequência (rad/s)');
38 title('Resposta em Frequência - Janela de Hanning');
39
40 h_aux=blackman(M+1);
41 h_black=h_ideal.*h_aux';
42 [H_black,w]=freqz(h_black,1,2048,Omega_s);
43 figure(4)
44 plot(w,20*log10(abs(H_black)))
45 axis([0 Omega_s/2 -150 10])
46 ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
47 xlabel('Frequência (rad/s)');
48 title('Resposta em Frequência - Janela de Blackman');

```

### 1.3. Exemplo 3:

Projete um filtro rejeita-faixa que satisfaça as especificações a seguir, usando a janela de Kaiser:

- $A_p = 1,0$  dB
- $A_r = 45$  dB
- $\Omega_{p1} = 800$  Hz
- $\Omega_{r1} = 950$  Hz
- $\Omega_{r2} = 1050$  Hz
- $\Omega_{p2} = 1200$  Hz
- $\Omega_s = 6000$  Hz

```

1 Ap = 1;
2 Ar = 45;
3 Omega_p1 = 800;

```

```

4  Omega_r1 = 950;
5  Omega_r2 = 1050;
6  Omega_p2 = 1200;
7  Omega_s = 6000;
8  delta_p = (10^(0.05*Ap) - 1)/(10^(0.05*Ap) + 1);
9  delta_r = 10^(-0.05*Ar);
10 F = [Omega_p1 Omega_r1 Omega_r2 Omega_p2];
11 A = [1 0 1];
12 ripples = [delta_p delta_r delta_p];
13 [M,Wn,beta,FILTYPE] = kaiserord(F,A,ripples,Omega_s);
14 kaiser_win = kaiser(M+1,beta);
15 h = fir1(M,Wn,FILTYPE,kaiser_win,'noscale');
16 figure(1)
17 stem(0:M,h)
18 ylabel('h[n]');
19 xlabel('n');
20 title('Resposta ao Impulso');
21
22 [H,w]=freqz(h,1,2048,Omega_s);
23 figure(2)
24 plot(w,20*log10(abs(H)))
25 axis([0 Omega_s/2 -90 10])
26 ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
27 xlabel('Frequência (Hz)');
28 title('Resposta em Frequência');

```

#### 1.4. Exemplo 4:

Crie um sinal de entrada composto de três componentes senoidais, nas frequências 50 Hz, 350 Hz e 900 Hz, com  $\Omega_s = 2$  kHz, com amplitudes de 5, 2 e 1, respectivamente. Projete um filtro usando as janelas retangular, Hamming, Hanning e Blackman para eliminar as componentes de 50 e 900 Hz.

```

1  clear all
2  M = 71;
3  Omega_c1 = 250;
4  Omega_c2 = 750;
5  Omega_s = 2000;
6  wc1 = Omega_c1*2*pi/Omega_s;
7  wc2 = Omega_c2*2*pi/Omega_s;
8  %% Resposta ao impulso do filtro ideal h[n]
9  n = [-1*((M-1)/2):(M-1)/2];
10 h_n = ((sin(wc2.*n) - sin(wc1.*n))./(pi.*n)); %resposta ao impulso para n≠0
11 h_n(((M-1)/2)+1) = (wc2 - wc1)/pi; %resposta ao impulso para n=0
12 w_hamm = 0.54 + 0.46*cos(2*n.*pi/(M)); %coeficientes da janela de hamming
13 w_hann = 0.5 + 0.5*cos(2*n.*pi/(M)); %coeficientes da janela de hanning
14 w_black = 0.42+0.5*cos(2*n.*pi/(M))+0.08*cos(4*n.*pi/(M)); %coeficientes da
    janela de blackman
15 h_ret = h_n;
16 h_hamm = w_hamm.*h_n;
17 h_hann = w_hann.*h_n;
18 h_black = w_black.*h_n;
19 figure

```

```

20 freqz(h_ret,1);
21 title('Filtro FIR passa-faixa - Janela Retangular')
22
23 figure
24 freqz(h_hamm,1);
25 title('Filtro FIR passa-faixa - Janela de Hamming')
26
27 figure
28 freqz(h_hann,1);
29 title('Filtro FIR passa-faixa - Janela de Hanning')
30
31 figure
32 freqz(h_black,1);
33 title('Filtro FIR passa-banda - Janela de Blackman')
34
35 %% Sinal
36 tmin = 0;
37 tmax = 2;
38 Fs=2000;
39 Ts=1/Fs;
40 L=(tmax-tmin)/Ts;
41 t=0:Ts:tmax-Ts;
42 s = 5*sin(2*pi*50*t) + 2*sin(2*pi*300*t) + sin(2*pi*900*t);
43 S = fft(s);
44 S = abs(2*S/L);
45 S = fftshift(S);
46 freq = Fs*(-(L/2):(L/2)-1)/L;
47 %% Gráficos do sinal
48 figure(1)
49 subplot(3,1,1),plot(t,s);
50 title('Sinal')
51 xlabel('t')
52 ylabel('s(t)')
53 subplot(3,1,2),plot(freq,S)
54 title('Espectro de Amplitude de s(t)')
55 xlabel('f (Hz)')
56 ylabel('|S(f)|')
57 h_hamm = w_hamm.*h_n;
58 h_hann = w_hann.*h_n;
59 h_black = w_black.*h_n;
60 s_f_h_ret = filter(h_ret,1,s);
61 S_F_h_ret = fft(s_f_h_ret);
62 S_F_h_ret = abs(2*S_F_h_ret/L);
63 S_F_h_ret = fftshift(S_F_h_ret);
64 subplot(3,1,3),plot(freq,S_F_h_ret)
65 title('Espectro de Amplitude do sinal Filtrado ')
66 xlabel('f (Hz)')
67 ylabel('|S(f)|')

```

## 2. Questões:

### 2.1. Questão 1:

Projete um filtro passa-faixa usando a janela de Hamming, a janela de Hanning e janela de Blackman que satisfaça a especificação a seguir.

### 2.1.1. M=10:

- $M = 10$
- $\Omega_{c1} = 10 \text{ rad/s}$
- $\Omega_{c2} = 35 \text{ rad/s}$
- $\Omega_s = 100 \text{ rad/s}$

```
1  clear all; close all; clc;
2
3  % Parâmetros passados pela questão:
4  M = 10;
5  Omega_c1 = 10;
6  Omega_c2 = 35;
7  Omega_s = 100;
8
9  % Definição das frequências de corte em radianos:
10 wc1 = Omega_c1*2*pi/Omega_s; % Frequência de corte inferior (rad/s)
11 wc2 = Omega_c2*2*pi/Omega_s; % Frequência de corte superior (rad/s)
12
13 % Cálculo dos coeficientes do filtro passa-faixa ideal:
14 n = 1:M/2;
15 h0 = (wc2 - wc1)/pi;
16 haux = (sin(wc2.*n) - sin(wc1.*n))./(pi.*n);
17 h_ideal = [fliplr(haux) h0 haux];
18 h_ret = h_ideal;
19
20 % Cálculo da resposta em frequência do filtro passa-faixa ideal:
21 [H_ret, w] = freqz(h_ret, 1, 2048, Omega_s);
22
23 % Plot da resposta em frequência do filtro passa-faixa ideal:
24 figure(1)
25 plot(w, 20*log10(abs(H_ret)))
26 axis([0 Omega_s/2 -90 10])
27 ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
28 xlabel('Frequência (rad/s)');
29 title('Resposta em Frequência - Filtro Passa-Faixa Ideal');
30
31 % Hamming:
32 % Janela de Hamming com comprimento M+1
33 h_aux = hamming(M+1);
34 h_ham = h_ideal .* h_aux';
35 [H_ham, w] = freqz(h_ham, 1, 2048, Omega_s);
36
37 % Plot da resposta em frequência com a janela de Hamming:
38 figure(2)
39 plot(w, 20*log10(abs(H_ham)))
40 axis([0 Omega_s/2 -90 10])
41 ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
42 xlabel('Frequência (rad/s)');
43 title('Resposta em Frequência - Janela de Hamming');
44
45 % Hanning:
46 % Janela de Hanning com comprimento M+1
47 h_aux = hanning(M+1);
48 h_han = h_ideal .* h_aux';
49 [H_han, w] = freqz(h_han, 1, 2048, Omega_s);
50
```

```

51 % Plot da resposta em frequência com a janela de Hanning:
52 figure(3)
53 plot(w, 20*log10(abs(H_han)))
54 axis([0 Omega_s/2 -150 10])
55 ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
56 xlabel('Frequência (rad/s)');
57 title('Resposta em Frequência - Janela de Hanning');
58
59 % Blackman:
60 % Janela de Blackman com comprimento M+1
61 h_aux = blackman(M+1);
62 h_black = h_ideal .* h_aux';
63 [H_black, w] = freqz(h_black, 1, 2048, Omega_s);
64
65 % Plot da resposta em frequência com a janela de Blackman:
66 figure(4)
67 plot(w, 20*log10(abs(H_black)))
68 axis([0 Omega_s/2 -150 10])
69 ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
70 xlabel('Frequência (rad/s)');
71 title('Resposta em Frequência - Janela de Blackman');

```

### 2.1.2. M=100:

- $M = 100$
- $\Omega_{c1} = 10$  rad/s
- $\Omega_{c2} = 35$  rad/s
- $\Omega_s = 100$  rad/s

```

1  clear all; close all; clc;
2
3  % Parâmetros passados pela questão:
4  M = 100;
5  Omega_c1 = 10;
6  Omega_c2 = 35;
7  Omega_s = 100;
8
9  % Definição das frequências de corte em radianos:
10 wc1 = Omega_c1*2*pi/Omega_s; % Frequência de corte inferior (rad/s)
11 wc2 = Omega_c2*2*pi/Omega_s; % Frequência de corte superior (rad/s)
12
13 % Cálculo dos coeficientes do filtro passa-faixa ideal:
14 n = 1:M/2;
15 h0 = (wc2 - wc1)/pi;
16 haux = (sin(wc2.*n) - sin(wc1.*n))./(pi.*n);
17 h_ideal = [fliplr(haux) h0 haux];
18 h_ret = h_ideal;
19
20 % Cálculo da resposta em frequência do filtro passa-faixa ideal:
21 [H_ret, w] = freqz(h_ret, 1, 2048, Omega_s);
22
23 % Plot da resposta em frequência do filtro passa-faixa ideal:
24 figure(1)
25 plot(w, 20*log10(abs(H_ret)))
26 axis([0 Omega_s/2 -90 10])
27 ylabel('Resposta de Módulo (dB)');

```



```

28 xlabel('Frequência (rad/s)');
29 title('Resposta em Frequência - Filtro Passa-Faixa Ideal');
30
31 % Hamming:
32 % Janela de Hamming com comprimento M+1
33 h_aux = hamming(M+1);
34 h_ham = h_ideal .* h_aux';
35 [H_ham, w] = freqz(h_ham, 1, 2048, Omega_s);
36
37 % Plot da resposta em frequência com a janela de Hamming:
38 figure(2)
39 plot(w, 20*log10(abs(H_ham)))
40 axis([0 Omega_s/2 -90 10])
41 ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
42 xlabel('Frequência (rad/s)');
43 title('Resposta em Frequência - Janela de Hamming');
44
45 % Hanning:
46 % Janela de Hanning com comprimento M+1
47 h_aux = hanning(M+1);
48 h_han = h_ideal .* h_aux';
49 [H_han, w] = freqz(h_han, 1, 2048, Omega_s);
50
51 % Plot da resposta em frequência com a janela de Hanning:
52 figure(3)
53 plot(w, 20*log10(abs(H_han)))
54 axis([0 Omega_s/2 -150 10])
55 ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
56 xlabel('Frequência (rad/s)');
57 title('Resposta em Frequência - Janela de Hanning');
58
59 % Blackman:
60 % Janela de Blackman com comprimento M+1
61 h_aux = blackman(M+1);
62 h_black = h_ideal .* h_aux';
63 [H_black, w] = freqz(h_black, 1, 2048, Omega_s);
64
65 % Plot da resposta em frequência com a janela de Blackman:
66 figure(4)
67 plot(w, 20*log10(abs(H_black)))
68 axis([0 Omega_s/2 -150 10])
69 ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
70 xlabel('Frequência (rad/s)');
71 title('Resposta em Frequência - Janela de Blackman');

```

### 2.1.3. M=1000:

- $M = 1000$
- $\Omega_{c1} = 10 \text{ rad/s}$
- $\Omega_{c2} = 35 \text{ rad/s}$
- $\Omega_s = 100 \text{ rad/s}$

```

1 clear all; close all; clc;
2
3 % Parâmetros passados pela questão:
4 M = 1000;

```

```

5  Omega_c1 = 10;
6  Omega_c2 = 35;
7  Omega_s = 100;
8
9  % Definição das frequências de corte em radianos:
10 wc1 = Omega_c1*2*pi/Omega_s; % Frequência de corte inferior (rad/s)
11 wc2 = Omega_c2*2*pi/Omega_s; % Frequência de corte superior (rad/s)
12
13 % Cálculo dos coeficientes do filtro passa-faixa ideal:
14 n = 1:M/2;
15 h0 = (wc2 - wc1)/pi;
16 haux = (sin(wc2.*n) - sin(wc1.*n))./(pi.*n);
17 h_ideal = [fliplr(haux) h0 haux];
18 h_ret = h_ideal;
19
20 % Cálculo da resposta em frequência do filtro passa-faixa ideal:
21 [H_ret, w] = freqz(h_ret, 1, 2048, Omega_s);
22
23 % Plot da resposta em frequência do filtro passa-faixa ideal:
24 figure(1)
25 plot(w, 20*log10(abs(H_ret)))
26 axis([0 Omega_s/2 -90 10])
27 ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
28 xlabel('Frequência (rad/s)');
29 title('Resposta em Frequência - Filtro Passa-Faixa Ideal');
30
31 % Hamming:
32 % Janela de Hamming com comprimento M+1
33 h_aux = hamming(M+1);
34 h_ham = h_ideal .* h_aux';
35 [H_ham, w] = freqz(h_ham, 1, 2048, Omega_s);
36
37 % Plot da resposta em frequência com a janela de Hamming:
38 figure(2)
39 plot(w, 20*log10(abs(H_ham)))
40 axis([0 Omega_s/2 -90 10])
41 ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
42 xlabel('Frequência (rad/s)');
43 title('Resposta em Frequência - Janela de Hamming');
44
45 % Hanning:
46 % Janela de Hanning com comprimento M+1
47 h_aux = hanning(M+1);
48 h_han = h_ideal .* h_aux';
49 [H_han, w] = freqz(h_han, 1, 2048, Omega_s);
50
51 % Plot da resposta em frequência com a janela de Hanning:
52 figure(3)
53 plot(w, 20*log10(abs(H_han)))
54 axis([0 Omega_s/2 -150 10])
55 ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
56 xlabel('Frequência (rad/s)');
57 title('Resposta em Frequência - Janela de Hanning');
58
59 % Blackman:
60 % Janela de Blackman com comprimento M+1
61 h_aux = blackman(M+1);
62 h_black = h_ideal .* h_aux';

```

```

63 [H_black, w] = freqz(h_black, 1, 2048, Omega_s);
64
65 % Plot da resposta em frequência com a janela de Blackman:
66 figure(4)
67 plot(w, 20*log10(abs(H_black)))
68 axis([0 Omega_s/2 -150 10])
69 ylabel('Resposta de Módulo (dB)');
70 xlabel('Frequência (rad/s)');
71 title('Resposta em Frequência - Janela de Blackman');

```

## 2.2. Questão 2:

Projete um filtro que satisfaça as especificações a seguir, usando a janela de Kaiser:

- $A_p = 1,0$  dB
- $A_r = 40$  dB
- $\Omega_p = 1000$  rad/s
- $\Omega_r = 1200$  rad/s
- $\Omega_s = 5000$  rad/s

```

1 % Parâmetros do filtro

```

## 2.3. Questão 3:

Projete um filtro que satisfaça as especificações a seguir, usando a janela de Kaiser:

- $A_p = 1,0$  dB
- $A_r = 80$  dB
- $\Omega_{r1} = 800$  rad/s
- $\Omega_{p1} = 1000$  rad/s
- $\Omega_{p2} = 1400$  rad/s
- $\Omega_{r2} = 1600$  rad/s
- $\Omega_s = 10000$  rad/s

```

1 % Parâmetros do filtro

```

## 2.4. Questão 4:

Crie um sinal de entrada composto de três componentes senoidais, nas frequências 770 Hz, 852 Hz e 941 Hz, com  $\Omega_s = 8$  kHz. Projete três filtros passa-faixa digitais, o primeiro com frequência central em 770 Hz, o segundo em 852 Hz e o terceiro em 941 Hz. Para o primeiro filtro, as extremidades das faixas de rejeição estão nas frequências 697 e 852; para o segundo, em 770 e 941 Hz; para o terceiro, em 852 e 1209 Hz. Nos três filtros, a atenuação mínima na faixa de rejeição é 60 dB.

```

1 % Parâmetros do filtro

```