



**INSTITUTO  
FEDERAL**

Santa Catarina

---

Câmpus  
São José

# **Determinação da aceleração da gravidade com pêndulo simples**

Metodologia de Pesquisa

Arthur Cadore Matuella Barcella, Faber Bernardo Junior

03 de Junho de 2025

Engenharia de Telecomunicações - IFSC-SJ

# Sumário

<b>1. Introdução:</b> .....	<b>3</b>
<b>2. Revisão de literatura:</b> .....	<b>3</b>
<b>3. Materiais e métodos:</b> .....	<b>3</b>
<b>4. Calculos e resultados obtidos:</b> .....	<b>4</b>
4.1. Calculo do comprimento do pêndulo: .....	4
4.2. Valores amostrados: .....	4
4.3. Cálculo do período médio e vetor $\Delta T$ : .....	4
4.4. Calculo do desvio padrão $\sigma$ : .....	6
4.5. Calculo do $\Delta T_m$ e período médio: .....	7
4.6. Calculo da aceleração da gravidade $g$ : .....	7
4.7. Calculo da incerteza propagada de $g$ : .....	8
<b>5. Conclusão:</b> .....	<b>9</b>
<b>6. Referências:</b> .....	<b>9</b>

## 1. Introdução:

A atividade teve como tema central a análise da aceleração da gravidade utilizando um pêndulo simples, montado com um fio, um gancho e um corpo esférico como peso. O estudo foi desenvolvido com o intuito de aplicar conhecimentos práticos de física clássica, mais especificamente da cinemática e da dinâmica de corpos oscilantes, com foco em movimentos periódicos.

O principal objetivo do experimento foi determinar o valor da aceleração da gravidade local ( $g$ ) com base em medições do período de oscilação de um pêndulo simples. Para isso, foi necessário realizar medidas de comprimento do pêndulo e do tempo gasto para completar oscilações completas, analisando a média dos dados e os erros associados, de forma a obter um resultado confiável e com incerteza propagada corretamente.

## 2. Revisão de literatura:

O pêndulo simples é um sistema físico idealizado formado por um corpo puntiforme suspenso por um fio leve e inextensível, que oscila em torno de um ponto fixo sob a ação da gravidade. Quando deslocado de sua posição de equilíbrio e liberado, o sistema realiza um movimento harmônico simples (MHS) aproximado, desde que o ângulo de oscilação seja pequeno. A equação fundamental que relaciona o período ( $T$ ) do pêndulo ao comprimento ( $L$ ) e à gravidade ( $g$ ) é dada por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \rightarrow g = \frac{(2\pi^2)L}{T^2} \rightarrow g = \frac{4\pi^2 L}{T^2} \quad (1)$$

Essa relação foi utilizada para calcular o valor experimental de ( $g$ ). Além disso, os conceitos de propagação de incerteza foram empregados, aplicando as derivadas parciais da equação em relação às variáveis ( $L$ ) e ( $T$ ), para determinar o erro associado ao valor obtido.

## 3. Materiais e métodos:

O experimento foi realizado com os seguintes materiais: um fio com comprimento de aproximadamente 62 cm, um gancho de 2,3 cm e uma esfera metálica com diâmetro de 2,85 cm. O comprimento efetivo ( $L$ ) do pêndulo foi considerado como a soma do comprimento do fio, do gancho e do raio da esfera. As medições foram feitas com régua milimetrada, assumindo uma incerteza de  $\Delta L = 0.05$  mm para o comprimento total do pêndulo.

Para a medição dos períodos, utilizou-se um cronômetro digital. O peso foi deslocado para um pequeno ângulo e solto, sendo registrado o tempo para completar cinco oscilações, repetindo o processo cinco vezes. Os dados obtidos foram convertidos para o tempo de uma única oscilação e analisados estatisticamente. O valor médio do período foi usado na equação de ( $g$ ), e os erros foram estimados com base no desvio padrão e na propagação de incertezas.

## 4. Calculos e resultados obtidos:

### 4.1. Calculo do comprimento do pêndulo:

Inicialmente, foi necessário calcular o comprimento efetivo do pêndulo ( L ), que é a soma do comprimento do fio, do gancho e da metade do diâmetro do peso.

```
1 # Variaveis do cenário de medição:
2 l1 = 62 # Comprimento da corda (cm)
3 l2 = 2.3 # comprimento gancho (cm)
4 D = 2.85 # Diâmetro do peso (cm)
5
6 # Calculo de L (Comprimento do fio + comprimento do gancho + diâmetro do
7   peso / 2 )
8 L_cm = l1 + l2 + D / 2
9
10 # Convertendo para metros
11 L = L_cm / 100
12
13 # Calculo de deltaL seguindo menor valor de escala /2
14 DeltaL = 0.0005
15 print(f"DeltaL: {DeltaL:.4f} m")
16
17 # Calculo do L total
18 L = DeltaL + L
19 print(f"Comprimento L: {L:.8f} m")
```

Dessa forma, o comprimento obtido do pêndulo foi de:

```
1 DeltaL: 0.0005 m
2 Comprimento L: 0.65775000 m
```

### 4.2. Valores amostrados:

Considerando os periodos amostrados de 5 oscilações do pêndulo simples, temos os seguintes valores (valores em segundos):

```
1 periodos = [8.19, 8.14, 8.17, 8.22, 8.05]
```

### 4.3. Cálculo do período médio e vetor $\Delta T$ :

Em seguida, foi calculado o período médio de oscilação do pêndulo, bem como o vetor de diferenças entre cada período amostrado e o período médio. Para isso, utilizamos a seguinte formula:

$$T_m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_i \quad (2)$$

Dessa forma, o período médio é dado pela seguinte célula:

```

1 # Cálculo do período médio
2 periodo_medio = np.array(list(periodos))
3 periodo_medio = np.mean(periodo_medio)
4 print(f"Período médio: {periodo_medio:.4f} s")

```

Valor do período médio obtido:

```

1 Período médio: 8.1540 s

```

Em seguida, foi criado um vetor de diferenças ( Delta T<sub>s</sub> ) entre cada período amostrado e o período médio, que é dado por:

```

1 # Cria um vetor de deltaTs diminuindo o periodo médio de cada valor do
  vetor periodos
2 deltaTs = np.array(list(periodos)) - periodo_medio
3 print(f"Delta Ts: {deltaTs}")

```

Vetor de diferenças ( Delta T<sub>s</sub> ) obtido:

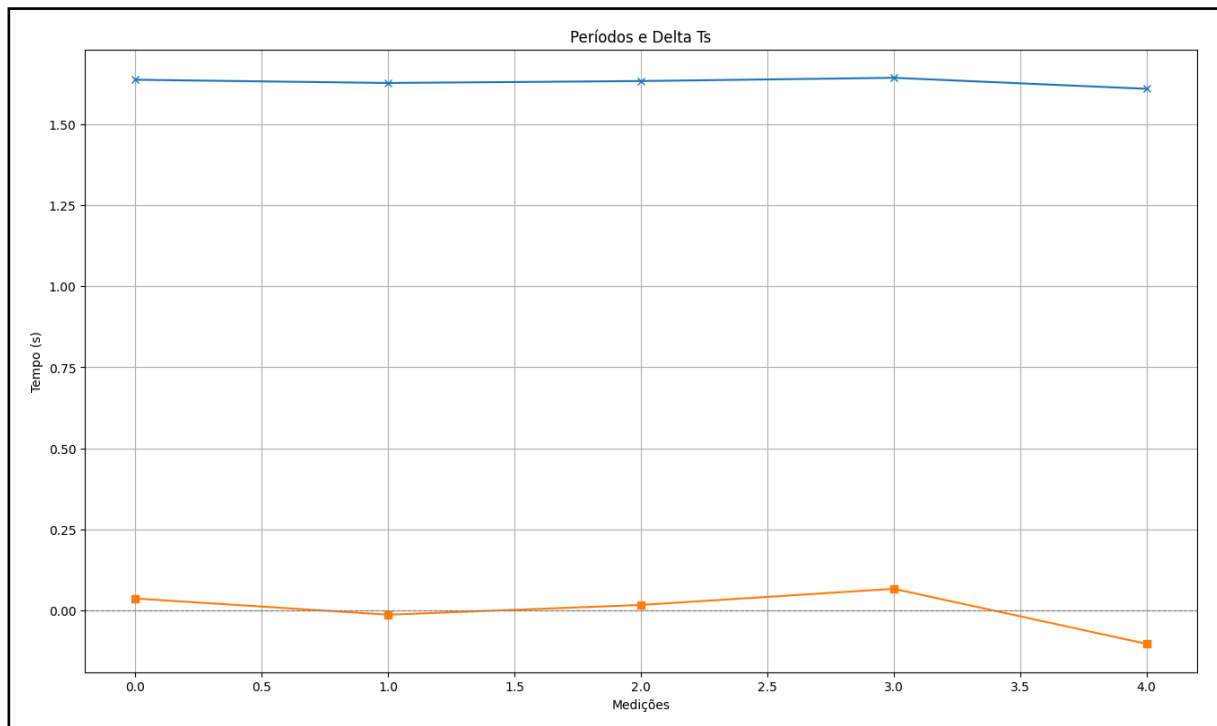
```

1 Delta Ts: [ 0.036 -0.014  0.016  0.066 -0.104]

```

Com base no vetor de diferenças, foi criado um DataFrame para melhor visualização dos dados amostrados e calculados. Para cada período, foi calculado o tempo de uma oscilação dividindo o período por 5, e o vetor de diferenças ( Delta T<sub>s</sub> ) foi adicionado ao DataFrame.

Figura 1: Elaborada pelo Autor



DataFrame com os valores amostrados e calculados

#### 4.4. Cálculo do desvio padrão $\sigma$ :

Para calcular o desvio padrão dos  $\Delta T_s$ , utilizamos a seguinte fórmula:

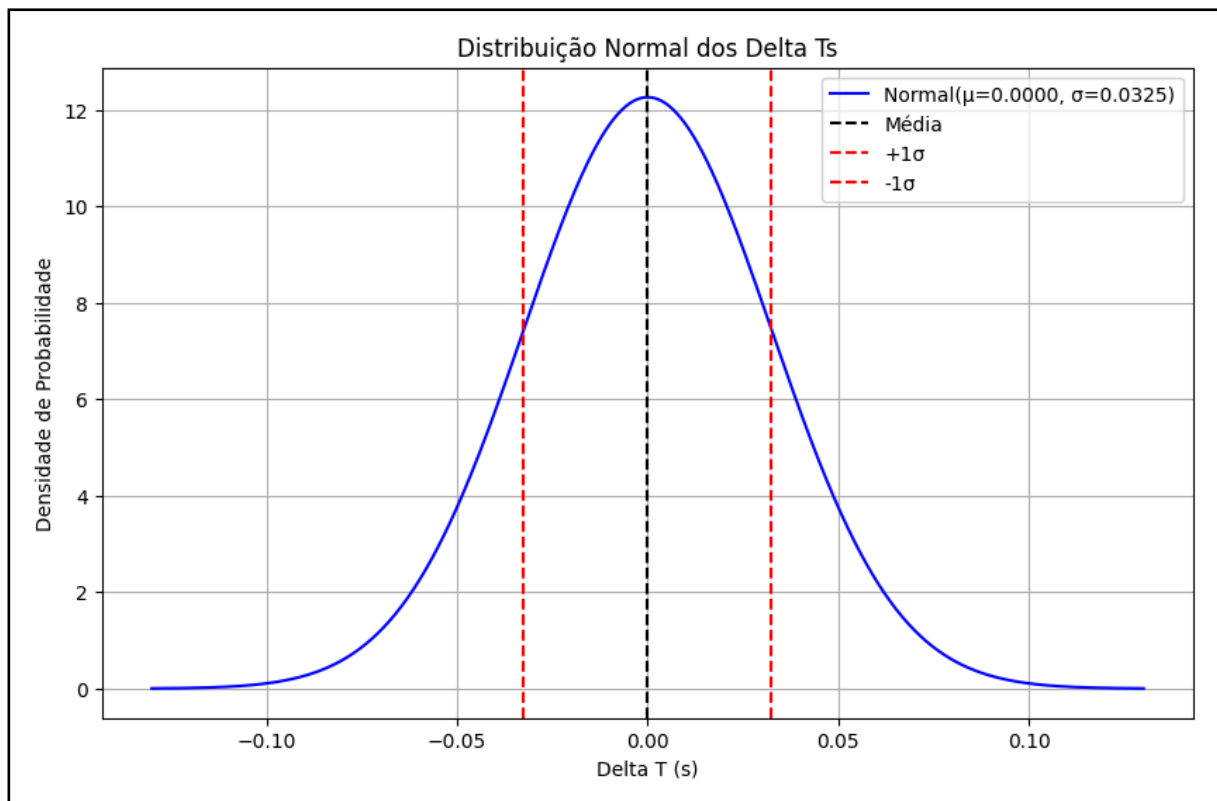
$$\sigma = \frac{\sqrt{\sum(\Delta T_s^2)}}{n - 1} \quad (3)$$

Para realizar esse cálculo, utilizamos a célula abaixo:

```
1 # Calcula o desvio padrão dos deltaTs
2 print("\nDesvio Padrão dos Delta Ts:")
3 sigma = np.sqrt(np.sum(deltaTs ** 2)) / (len(deltaTs) - 1)
4 print(f"sigma: {sigma:.4f} s")
5
6 # Média dos deltaTs
7 mu = np.mean(deltaTs)
8
9 # Geração dos pontos do eixo x
10 x = np.linspace(mu - 4*sigma, mu + 4*sigma, 1000)
11
12 # Função densidade da normal
13 y = norm.pdf(x, mu, sigma)
```

O desvio padrão obtido foi de  $\sigma : 0.0325s$ , podendo ser visualizado no gráfico abaixo, que mostra a distribuição dos  $\Delta T_s$  em relação à média e ao desvio padrão.

Figura 2: Elaborada pelo Autor



Distribuição dos Delta Ts

#### 4.5. Cálculo do $\Delta T_m$ e período médio:

Para calcular o erro médio (  $\Delta T_m$  ), utilizamos a seguinte fórmula:

$$\Delta T_m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (4)$$

Dessa forma, podemos calcular o  $\Delta T_m$  através da célula abaixo:

```
1 # Calcula o deltaTm (erro médio)
2 print("\nCálculo do Delta Tm:")
3 DeltaTm = sigma / np.sqrt(len(deltaTs))
4 print(f"Delta Tm: {DeltaTm:.8f} s")
```

O valor do erro médio  $\Delta T_m$  obtido foi de:

```
1 Delta Tm: 0.01454304 s
```

Em seguida calculamos o período médio de  $T$  com base na fórmula:

$$T = \frac{T_m + \Delta T_m}{5} \quad (5)$$

Para isso, utilizamos a célula abaixo:

```
1 T = (período_medio + DeltaTm) / 5
2 print(f"Período médio: {T:.4f} s")
```

Resultando no período médio de:

```
1 Período médio: 1.6337 s
```

#### 4.6. Cálculo da aceleração da gravidade $g$ :

Para calcular a aceleração da gravidade (  $g$  ), utilizamos a fórmula rearranjada do período de um pêndulo simples:

$$g = \frac{L(2\pi)^2}{T^2} \rightarrow g = \frac{4\pi^2 L}{T^2} \quad (6)$$

```
1 # Calculando G
2 print("\nCálculo da aceleração da gravidade:")
3 g1 = L * (2 * pi) ** 2 / T ** 2
4 print(f"Aceleração da gravidade: {g1:.4f} m/s²")
```

Obtendo o valor da aceleração da gravidade  $g$  :

```
1 Aceleração da gravidade: 9.7291 m/s²
```

#### 4.7. Cálculo da incerteza propagada de $g$ :

Para calcular completamente a aceleração da gravidade  $g$ , precisamos considerar a incerteza propagada. Para isso, utilizamos as derivadas parciais da equação de  $g$  em relação a  $L$  e  $T$ :

Para isso, devemos considerar que a fórmula de  $g$  é dada por:

$$g = \frac{L(2\pi)^2}{T^2} \rightarrow g = \frac{4\pi^2 L}{T^2} \quad (7)$$

Com isso, as derivadas parciais são dadas por:

$$\Delta g = \sqrt{\left(\left(\frac{\partial g}{\partial L}\right) \cdot \Delta L\right)^2 + \left(\left(\frac{\partial g}{\partial T}\right) \cdot \Delta T\right)^2} \quad (8)$$

Dessa forma, a derivada parcial de  $g$  em relação a  $L$  é:

$$\frac{\partial g}{\partial L} = \frac{d}{dL} \left( \frac{4\pi^2 L}{T^2} \right) \rightarrow \frac{\partial g}{\partial L} = \frac{4\pi^2}{T^2} \quad (9)$$

E a derivada parcial de  $g$  em relação a  $T$  é dada por:

$$\frac{\partial g}{\partial T} = \frac{d}{dT} \left( \frac{4\pi^2 L}{T^2} \right) \quad (10)$$

Aplicando a regra do quociente, temos:

$$\frac{d}{dT} \left( \frac{1}{T^2} \right) = -\frac{2}{T^3} \rightarrow \frac{\partial g}{\partial T} = 4\pi^2 L \left( -\frac{2}{T^3} \right) \rightarrow -\frac{8\pi^2 L}{T^3} \quad (11)$$

$$\frac{\partial g}{\partial T} = -\frac{8\pi^2 L}{T^3} \quad (12)$$

Rearranjando a equação de  $g$  e aplicando as derivadas parciais, temos:

$$\Delta g = \sqrt{\left(\left(\frac{4\pi^2}{T^2}\right) \cdot \Delta L\right)^2 + \left(\left(\frac{8\pi^2 L}{T^3}\right) \cdot \Delta T\right)^2} \quad (13)$$

Assim, podemos calcular a incerteza propagada de  $g$  utilizando as derivadas parciais e os erros associados às medições de  $L$  e  $T$  utilizando a célula abaixo:

```
1 # Calculando as derivadas parciais
2
3 # Derivadas parciais
4 dg_dL = (4 * pi**2) / T**2
5 dg_dT = (-8 * pi**2 * L) / T**3
6
7 # Cálculo da incerteza propagada
8 delta_g = np.sqrt((dg_dL * DeltaL)**2 + (dg_dT * DeltaTm)**2)
9
10 # Exibição dos resultados
```



```

11 print(f"∂g/∂L = {dg_dL:.6f}")
12 print(f"∂g/∂T = {dg_dT:.6f}")
13 print(f"Erro propagado Δg = {delta_g:.6f} m/s²")
14
15 # Valor final de g com incerteza
16 print(f"Aceleração da gravidade: {g1:.4f} ± {delta_g:.4f} m/s²")

```

```

1  ∂g/∂L = 14.791443
2  ∂g/∂T = -11.910412
3  Erro propagado Δg = 0.173371 m/s²
4  Aceleração da gravidade: 9.7291 ± 0.1734 m/s²

```

Assim, somando o valor de  $g$  com a incerteza propagada, obtemos o resultado final de aproximadamente  $g = 9.90 \frac{m}{s^2}$

## 5. Conclusão:

O experimento permitiu a determinação da aceleração da gravidade local por meio da análise do movimento oscilatório de um pêndulo simples. Utilizando medições precisas do comprimento do fio e do tempo de oscilações, foi possível calcular o valor de  $g$  com boa aproximação ao valor de referência  $9,81 \frac{m}{s^2}$ . O resultado obtido demonstra a eficácia do método, apesar das limitações experimentais como tempo de reação humana e pequenas imprecisões nas medições.

A aplicação da propagação de incertezas com derivadas parciais contribuiu significativamente para uma avaliação mais precisa do erro associado, oferecendo uma abordagem quantitativa rigorosa à análise dos dados. O experimento também reforçou conceitos fundamentais da física e da estatística experimental, como o uso de médias, desvios e curvas normais para representar incertezas. Em suma, a atividade foi bem-sucedida tanto no aspecto técnico quanto didático, promovendo uma compreensão prática das leis do movimento e da metodologia científica.

## 6. Referências:

- HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. Fundamentos de Física – Volume 1: Mecânica. 10. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016.
- IPLER, P. A.; MOSCA, G. Física para Cientistas e Engenheiros – Volume 1: Mecânica, Oscilações e Termodinâmica. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2015.
- HEWITT, P. G. Física Conceitual. 12. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2015.