EA721 - Princípios de Controle e Servomecanismos

Lista de Exercícios 01
Revisão, Introdução e Modelos Dinâmicos

Prof. Matheus Souza (Sala 216)
msouza@fee.unicamp.br

Exercícios

► **Exercício 1:** Para cada uma das funções $f_i : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$ dadas abaixo, calcule a respectiva transformada de Laplace $\hat{f}_i$, determinando também o seu domínio.

(a) $f_1(t) = e^{-2t}\sin(t)$;

(b) $f_2(t) = \cosh(3t)$;

(c) $f_3(t) = e^t + e^{-t}\cos(t)$;

(d) $f_4(t) = \frac{1}{k!}t^k$, $k \in \mathbb{N}$.

► **Exercício 2:** Use a transformada de Laplace para resolver cada um dos problemas de valor inicial dados abaixo, para $t \in \mathbb{R}_+$.

(a) $\ddot{y}(t) + 4\dot{y}(t) + 4y(t) = \dot{w}(t) + w(t)$, com $y(0^-) = 2$, $\dot{y}(0^-) = 1$ e $w(t) = e^{-t}$;

(b) $\ddot{y}(t) + 6\dot{y}(t) + 25y(t) = \dot{w}(t) + 2w(t)$, com $y(0^-) = \dot{y}(0^-) = 1$ e $w(t) = 25$;

(c) $\ddot{y}(t) + 3\dot{y}(t) + 2y(t) = w(t)$, com condições iniciais nulas e $w(t) = \delta(t)$;

► **Exercício 3:** Determine a solução $y : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$ para a equação diferencial ordinária

$$\dot{y}(t) + y(t) = w(t),$$

com condições iniciais nulas e com w sendo um pulso de altura unitária de duração τ. Esboce o gráfico de $t \times y$ e calcule

$$I = \int_0^\infty y(t)dt.$$

► **Exercício 4:** Um sistema linear e invariante no tempo, a tempo contínuo, é descrito pelas seguintes equações de estado

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} w(t), \\ y(t) &= \begin{bmatrix} 1 & 3 \end{bmatrix} x(t),\end{aligned}$$

válida para $t \in \mathbb{R}_+$, com condição inicial $x(0^-) = 0$.

(a) Este sistema é BIBO estável?

(b) Determine a função de transferência deste sistema.

(c) Determine a saída do sistema acima para o *degrau suavizado* $w(t) = 1 - e^{-3t}$, $t \in \mathbb{R}_+$.

(d) As saídas em regime permanente para o degrau suavizado e para o degrau unitário são as mesmas?

► **Exercício 5:** Encontre uma representação de estado para cada uma das funções de transferência abaixo.

(a) $H_1(s) = \dfrac{s^4 + 8s^3 + 10s^2 + 8s + 4}{(s+2)^2(s^2+1)}$;

(b) $H_2(s) = \dfrac{s+1}{s^2(s^3+1)}$;

► **Exercício 6:** Determine a resposta em regime permanente para as entradas do tipo degrau e rampa unitários dos sistemas com as seguintes funções de transferência BIBO estáveis:

(a) $H_1(s) = \dfrac{12}{s^5 + 7s^4 + 20s^3 + 32s^2 + 28s + 12}$;

(b) $H_2(s) = \dfrac{s^2 + 5s + 5}{s^3 + 8s^2 + 17s + 10}$;

▶ **Exercício 7:** Esboce os diagramas assintóticos de Bode dos sistemas LTI com as seguintes funções de transferência:

(a) $H_1(s) = \dfrac{1}{(s+2)^2}$;

(b) $H_2(s) = \dfrac{s+1}{(s+2)^2}$;

(c) $H_3(s) = \dfrac{s+1}{s^2+2s+4}$;

(d) $H_4(s) = \dfrac{s+1}{s+2}$;

(e) $H_5(s) = \dfrac{s+2}{s+1}$;

(f) $H_6(s) = \dfrac{s(s+100)}{(s+2)(s+20)}$;

(g) $H_7(s) = \dfrac{s^2}{(s+1)(s^2+4s+16)}$;

(h) $H_8(s) = \dfrac{s}{(s+1)(s^2+10\sqrt{2}s+100)}$;

(i) $H_9(s) = \dfrac{(s+10)(s+20)}{s^2(s+100)}$;

(j) $H_{10}(s) = \dfrac{s+10}{s(s^2+10\sqrt{2}s+100)}$;

▶ **Exercício 8:** Considere o sistema linear de fase mínima com realimentação dado pelo diagrama de blocos da Figura 1, sendo G a função de transferência de um sistema LTI de fase mínima a tempo contínuo.

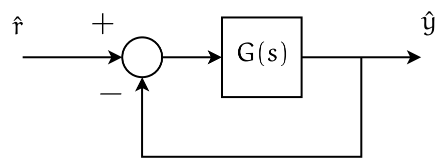

Figura 1: Sistema com realimentação.

O diagrama de Bode de módulo para a função de transferência de malha fechada F do sistema é dado na Figura 2.

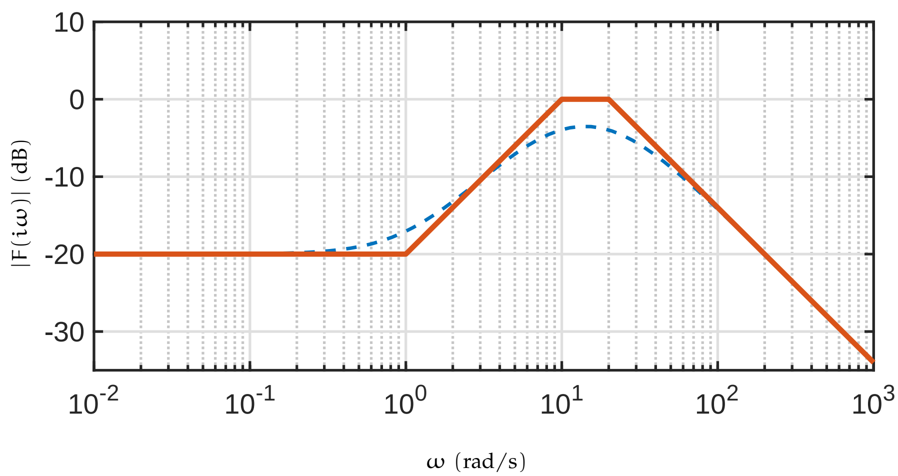

Figura 2: Diagrama de Bode de F.

(a) Determine $F(s)$.

(b) Se uma entrada $r(t) = \sin(2t) + \cos(200t)$, $t \in \mathbb{R}_+$, for aplicada no sistema, determine a sua saída em regime permanente.

(c) Determine $G(s)$.

Problemas

► **Problema 1: (Franklin et al., 7a. Ed., cap. 2)** Escreva as equações do movimento para o sistema mecânico da Figura 3. Decida se o sistema, partindo de condições iniciais não-nulas, irá ou não eventualmente voltar ao repouso. Justifique a sua resposta.

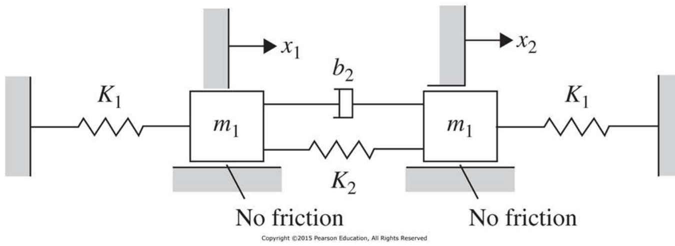

Figura 3: Sistema mecânico.

► **Problema 2: (Franklin et al., 7a. Ed., cap. 2)** Obtenha a função de transferência dos controladores do tipo avanço passivo e ativo, implementados pelos circutos da Figura 4. Compare as duas implementações.

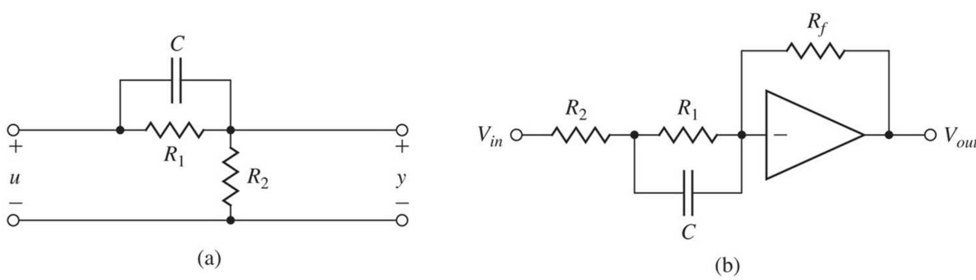

Figura 4: Controladores avanço.

► **Problema 3: (Franklin et al., 7a. Ed., cap. 2)** O sistema de suspensão de um carro pode ser interpretado com quatro sistemas massa-mola, cada um contendo um quarto da massa do carro e uma das rodas, como na Figura 5. Obtenha as equações que descrevem o movimento vertical do sistema e a função de transferência do padrão da rua, r, para a posição vertical do carro, y.

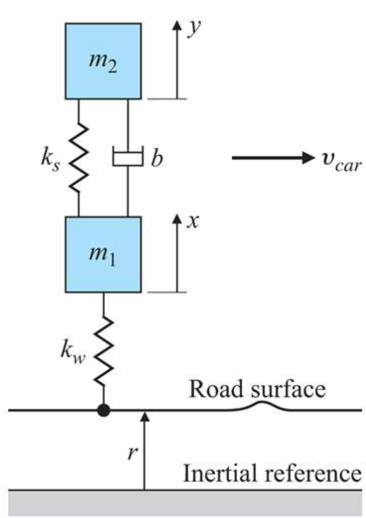

Figura 5: Sistema de suspensão de um carro.

▶ **Problema 4: (Franklin et al., 7a. Ed., cap. 2)** Um problema típico de controle eletromecânico de posição é formado por um motor DC ligado a uma carga com um modo de vibração dominante. Este problema surge, por exemplo, no controle de posição da agulha de leitura de um disco rígido de computador. A partir do esquemático da Figura 6, obtenha as equações de estado que descrevem a dinâmica deste sistema. O motor tem resistência de armadura R_a, indutância de armadura L_a e constantes elétrica e de torque K_e e K_t, respectivamente; estas constantes são iguais, quando em unidades consistentes. O rotor tem inércia J_1 e coeficiente de atrito viscoso B e este está ligado a uma carga com inércia J_2 por uma haste com constante elástica torcional k e atrito viscoso b.

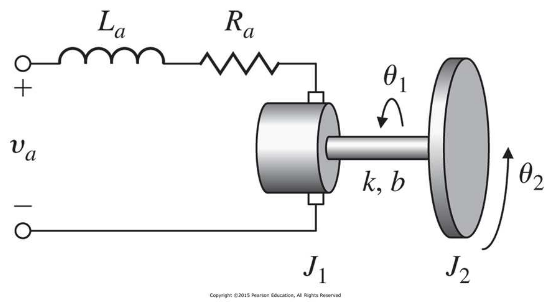

Figura 6: Motor DC com carga acoplada.

Atividades Computacionais

▶ **Atividade 1: (Simulação de um sistema não-linear)** Considere o sistema mecânico da Figura 7, que composto de um carro e de um pêndulo, ligado ao carro por uma haste inextensível e de massa desprezível. Para este problema, desconsidere possíveis atritos.

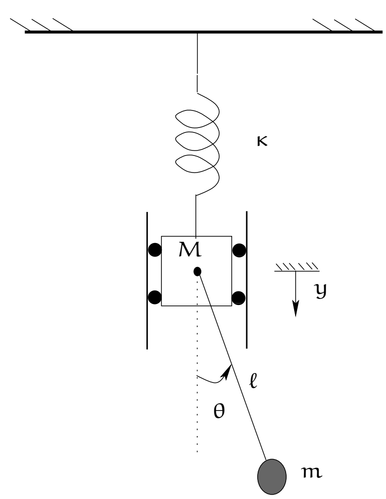

Figura 7: Sistema massa-mola-pêndulo

(a) Obtenha as equações do movimento para este sistema.

(b) Determine um ponto de equilíbrio estável para este sistema e linearize o modelo do item anterior em torno deste ponto. Aponte uma característica importante apresentada pelas oscilações das massas no modelo linearizado.

(c) Para algum conjunto de valores dos parâmetros do sistema, simule numericamente ambas as equações diferenciais e compare-as.