

INF1608 – Análise Numérica

Lab 9: Equações Diferenciais Ordinárias (EDO)

Prof. Waldemar Celes
Departamento de Informática, PUC-Rio

Considere a solução de equações diferenciais ordinárias expressas por:

$$y'(t) = f(t, y(t))$$

Considere o método iterativo de Euler para resolução de problemas de valor inicial, considerando passos h constantes.

$$y(t+h) = y(t) + hf(t, y(t))$$

Considere ainda o uso de passos adaptativos com o método de Euler. Para tanto, fazem-se um avanço com passo h , obtendo uma aproximação y_1 , e dois avanços com passos $h/2$, obtendo uma aproximação y_2 . Sabe-se que a diferença $\Delta = y_2 - y_1$ representa uma avaliação do erro de y_2 .

O método adaptativo de Euler faz um avanço computando y_1 e y_2 . O fator de alteração do passo é então dado por $\gamma = \sqrt{\frac{\tau}{|\Delta|}}$, onde τ representa a tolerância numérica adotada. Então, se:

- Se $\gamma \geq 1$, valida-se o avanço ($y = y_2 + \Delta$) e atualiza o valor do passo: $h_{\text{novo}} = \gamma h$.
- Se $\gamma < 1$, deve-se refazer o avanço com o passo atualizado: $h_{\text{novo}} = \gamma h$.

1. Pede-se:

- (a) Implemente o método de Euler com passos constantes. Sua função deve receber como parâmetros o tempo inicial t_0 , o tempo final t_1 , o passo de integração h , o valor inicial $y(t_0)$ e a função derivada $f(t, y(t))$, tendo como retorno o valor no tempo final $y(t_1)$, seguindo o protótipo:

```
double Euler (double t0, double t1, double h, double y0,  
              double (*f) (double t, double y));
```

- (b) Implemente o método de Euler adaptativo, limitando o fator de correção do passo, γ , a 1.2. Sua função deve receber como parâmetros, o tempo inicial t_0 , o tempo final t_1 , o passo de integração inicial h_0 , o valor inicial $y(t_0)$, a função derivada $f(t, y(t))$ e a tolerância, tendo como retorno o valor no tempo final $y(t_1)$, seguindo o protótipo:

```
double EulerAdapt (double t0, double t1, double h0, double y0,  
                  double (*f) (double t, double y), double tol);
```

Na implementação das duas funções, deve-se observar que, somando a t_0 valores de passos h , não necessariamente alcançamos com exatidão o valor t_1 , exigindo que a condição de alcance do tempo t_1 deva considerar imprecisões numéricas.

2. Para testar suas funções, avalie $y(2.4)$ sabendo que $y' = ty + t^3$, com $y(0) = -1$. Para o método de Euler, avalie usando $h = 0.01$, $h = 0.001$ e $h = 0.0001$; para o método de Euler adaptativo, use o valor 0.0001 tanto como passo inicial e como valor de tolerância. Sabe-se que a solução desta EDO para $y(0) = -1$ é:

$$y(t) = e^{\frac{t^2}{2}} - t^2 - 2$$

Compare os resultados obtidos pelos métodos numéricos calculando o *erro relativo* para cada caso e verificando o número de avaliações da função derivada em cada caso.

Agrupe os protótipos das funções pedidas em um módulo “ode.h” e as implementações em um módulo “ode.c”. Escreva o teste em outro módulo “main.c”.

Entrega: Entrega: O código fonte deste trabalho (isto é, os arquivos ‘ode.c’, ‘ode.h’ e

“main.c”) deve ser enviado via página da disciplina no EAD. O prazo final para envio é **quinta-feira, dia 25 de outubro**.