

Lab 4: Interpolação de Polinômios

Prof. Waldemar Celes
Departamento de Informática, PUC-Rio

1. Implemente as seguintes funções de interpolação de polinômios:

- (a) Implemente uma função que retorne as n amostras de Chebyshev para a aproximação de uma função qualquer, dentro do intervalo $[a, b]$.

$$x_i = \frac{b-a}{2} \cos \frac{\beta\pi}{2n} + \frac{a+b}{2}, \quad \beta = 1, 3, 5, \dots, 2n-1$$

A função deve calcular as amostras x_i preenchendo o vetor `xi`, pré-alocado, passado como parâmetro, seguindo o protótipo:

```
void Chebyshev (int n, double a, double b, double* xi);
```

- (b) O polinômio interpolante por diferenças divididas de Newton pode ser expresso por:

$$P_{n-1}(x) = b_0 + b_1(x - x_0) + b_2(x - x_0)(x - x_1) + \dots + b_{n-1}(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{n-2})$$

onde:

$$\begin{aligned} b_0 &= F[x_0 \dots x_0] \\ b_1 &= F[x_0 \dots x_1] \\ &\dots \\ b_{n-1} &= F[x_0 \dots x_{n-1}] \end{aligned}$$

A expressão $F[x_i \dots x_j]$ representa a diferença finita de Newton e é dada por:

$$F[x_i \dots x_j] = \begin{cases} f(x_i) & \text{se } i = j \\ \frac{F[x_{i+1} \dots x_j] - F[x_i \dots x_{j-1}]}{x_j - x_i} & \text{se } i < j \end{cases}$$

Escreva uma função para calcular os n coeficientes b_i . Num primeiro momento, pode-se usar uma implementação recursiva simples para teste. Em seguida, tente fazer uma implementação com melhor desempenho, usando, por exemplo, uma estratégia de *cache*.

A função deve receber as abscissas das amostras x_i e a função que se deseja interpolar, e deve preencher o vetor `bi`, pré-alocado, com os coeficientes calculados:

```
void NewtonCoef (int n, double* xi, double (*f) (double), double* bi);
```

- (c) Escreva uma função para avaliar o polinômio interpolante de Newton em um ponto x dado. A função recebe como parâmetros as amostras x_i , os coeficientes b_i e o valor x onde o polinômio deve ser avaliado, e deve retornar o valor do polinômio no ponto x , seguindo o protótipo:

```
double NewtonAval (int n, double* xi, double* bi, double x);
```

2. Para testar sua implementação, codifique um código cliente que ache o polinômio interpolante da função cosseno no intervalo $[0, \pi/2]$. Seu programa deve:
- (a) Calcular as amostras considerando $n = 6$, usando a função `Chebyshev`. Avalie o valor “real” da função $\cos x$ usando a biblioteca padrão de C.
 - (b) Calcular o polinômio interpolante de Newton, usando a função `NewtonCoef`.
 - (c) Avaliar diferentes pontos $x \in [-2\pi, 2\pi]$, fazendo a avaliação equivalente no intervalo $[0, \pi/2]$. Compare o valor da avaliação por interpolação de polinômio, função `NewtonEval`, com os valores “reais” de $\cos x$ usando a biblioteca padrão, e verifique se a precisão requisitada foi atendida. Saiba-se que o erro da avaliação usando as amostras de Chebyshev deve estar limitado a:

$$\frac{\left(\frac{b-a}{2}\right)^n}{2^{n-1}} \frac{f^{(n)}(c)}{n!}$$

Agrupe os protótipos das funções em um módulo “interp.h” e as implementações em um módulo “interp.c”. Escreva um outro módulo “main.c” para testar sua implementação.

Entrega: O código fonte deste trabalho (isto é, os arquivos “interp.h”, “interp.c” e “main.c”) devem ser enviados via página da disciplina no EAD. O prazo final para envio é **quinta-feira, dia 13 de abril**.