INF1608 – Análise Numérica
Lab 9: Equações Diferenciais Ordinárias (EDO)

Prof. Waldemar Celes
Departamento de Informática, PUC-Rio

Considere a solução de equações diferenciais ordinárias expressas por:

$$x'(t) = f(t, x(t))$$

Considere o método iterativo de Euler para resolução de problemas de valor inicial, considerando passos h constantes.

$$x(t+h) = x(t) + hf(t, x(t))$$

Considere ainda o uso de passos adaptativos com o método de Euler. Para tanto, fazem-se um avanço com passo h, obtendo uma aproximação x_1, e dois avanços com passos $h/2$, obtendo uma aproximação x_2. Sabe-se que a diferença $\Delta = x_2 - x_1$ representa uma avaliação do erro de x_2.

O método adaptativo de Euler faz um avanço computando x_1 e x_2. O fator de alteração do passo é então dado por $\gamma = \sqrt{\frac{\tau}{|\Delta|}}$, onde τ representa a tolerância numérica adotada. Então, se:

- Se $\gamma >= 1$, valida-se o avanço ($x = x_2 + \Delta$) e atualiza o valor do passo: $h_{novo} = \gamma\, h$.
- Se $\gamma < 1$, deve-se refazer o avanço com o passo atualizado: $h_{novo} = \gamma\, h$.

1. Pede-se:

   (a) Implemente o método de Euler com passos constantes. Sua função deve receber como parâmetros o tempo inicial t_0, o tempo final t_1, o passo de integração h, o valor inicial $x(t_0)$ e a função derivada $f(t, x(t))$, tendo como retorno o valor no tempo final $x(t_1)$, seguindo o protótipo:

   ```
   double Euler (double t0, double t1, double h, double x0,
                 double (*f) (double t, double x));
   ```

   (b) Implemente o método de Euler adaptativo, limitando o fator de correção do passo, γ, a 1.2. Sua função deve receber como parâmetros, o tempo inicial t_0, o tempo final t_1, o passo de integração inicial h_0, o valor inicial $x(t_0)$, a função derivada $f(t, x(t))$ e a tolerância, tendo como retorno o valor no tempo final $x(t_1)$, seguindo o protótipo:

   ```
   double Euler (double t0, double t1, double h0, double x0,
                 double (*f) (double t, double x), double tol);
   ```

Na implementação das duas funções, deve-se observar que, somando a t_0 valores de passos h, não necessariamente alcançamos com exatidão o valor t_1, exigindo que a condição de alcance do tempo t_1 deva considerar imprecisões numéricas.

2. Para testar suas funções, avalie $x(2.4)$ sabendo que $x' = tx + t^3$, com $y(0) = -1$. Para o método de Euler, avalie usando $h = 0.1$, $h = 0.01$ e $h = 0.001$; para o método de Euler adaptativo, use esses valores como passos iniciais e use-os também como valor de tolerância. Sabe-se que a solução desta EDO para $y(0) = -1$ é:

$$y(t) = e^{\frac{t^2}{2}} - t^2 - 2$$

   Compare os resultados obtidos pelos métodos numéricos calculando o *erro relativo* para cada caso, verificando o número de avaliações da função derivada em cada caso.

Agrupe os protótipos das funções pedidas em um módulo "ode.h" e as implementações em um módulo "ode.c". Escreva o teste em outro módulo "main.c".

Entrega: **Entrega:** O código fonte deste trabalho (isto é, os arquivos 'ode.c", "ode.h"

e "main.c") devem ser enviados via página da disciplina no EAD. O prazo final para envio é **sexta-feira, dia 25 de maio**.