



Sistemas Fuzzy

AULA 02 – Fundamentos e Aspectos da Lógica Clássica

Prof. Ivan Nunes da Silva



1. Conceito de Lógica

Qual é a definição de lógica?

- **Houaiss** → Parte da ciência (filosofia) que trata das formas do pensamento em geral (dedução, indução, hipótese, inferência, etc.) e das operações intelectuais que visam à determinação do que é verdadeiro ou não.
- A Lógica, do grego “λογική” (logos) é o estudo filosófico do raciocínio válido.
- Para Aristóteles, a Lógica não era uma ciência teórica, prática ou produtiva, mas, sim, um instrumento para todas as ciências.



2. Lógica Matemática

De que se trata a lógica matemática?

- A **Lógica Matemática** lida com a formalização e a análise de tipos de argumentação utilizados na Matemática.
- A **Lógica Matemática** é uma extensão da lógica simbólica, em especial para o estudo da teoria dos modelos, teoria da demonstração, teoria dos conjuntos e teoria da recursão.
- **Exemplos**: Qual a lógica envolvida com as sequências dos números e quem é x:
 - 2, 4, 4, 6, 5, 4, 4, 4, 4, x ?
 - 2, 10, 12, 16, 17, 18, 19, x ?
 - 1, 11, 21, 1211, 111221, x ?
 - Você é prisioneiro de uma tribo. Você está para receber sua sentença de morte. O cacique o desafia: "Faça uma afirmação qualquer. Se o que você falar for mentira você morrerá na fogueira, se falar uma verdade você será afogado. Se não pudermos definir sua afirmação como verdade ou mentira, nós te libertaremos. O que você diria?"
- **Conclusão** → Raciocinar é fundamental para as tarefas da lógica clássica.

3

3. Definições da Lógica Clássica

Universo de Discurso e função característica

- **Lógica Clássica (Simbólica)** → Estudo das notações puramente formais consignadas aos conceitos, visando estabelecer sistema restrito de relações simbólicas capaz de exprimir a inclusão, a disjunção, a implicação e a transformação dos conjuntos.
- Na **Lógica Clássica**, os objetos são classificados em categorias (enumerável ou não) muito bem definidas, ou seja, um objeto pertence (ou não) a uma categoria.
- **DEFINIÇÃO 1. Universo de Discurso**
 - Refere-se ao domínio ou espaço onde estão definidos os elementos do conjunto.
- **DEFINIÇÃO 2. Função Característica (Inclusão)**
 - É a função que mapeia cada elemento de um universo de discurso X de um conjunto A para o conjunto {0;1}, considerando se um elemento é ou não membro do conjunto.

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \in A \\ 0, & \text{se } x \notin A \end{cases}$$

4

3. Definições da Lógica Clássica

Universo de Discurso e função característica

- **Lógica Clássica (Simbólica)** → Estudo das notações puramente formais consignadas aos conceitos, visando estabelecer sistema restrito de relações simbólicas capaz de exprimir a inclusão, a disjunção, a implicação e a transformação dos conjuntos.
- Na **Lógica Clássica**, os objetos são classificados em categorias (enumerável ou não) muito bem definidas, ou seja, um objeto pertence (ou não) a uma categoria.
- **DEFINIÇÃO 1. Universo de Discurso**
 - Refere-se ao domínio ou espaço onde estão definidos os elementos do conjunto.
- **DEFINIÇÃO 2. Função Característica (Inclusão)**
 - É a função que mapeia cada elemento de um universo de discurso X de um conjunto A para o conjunto $\{0;1\}$, considerando se um elemento é ou não membro do conjunto.

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \in A \\ 0, & \text{se } x \notin A \end{cases}$$

5

3. Definições da Lógica Clássica

Exemplo das definições 1 e 2

- **Exemplo** → sejam os seguintes conjuntos:

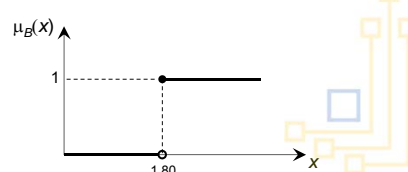
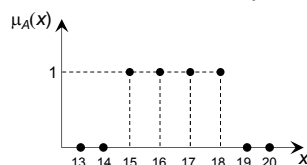
$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid 15 \leq x \leq 18\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 1,80\}$$

Então, têm-se:

$$\text{Universo de Discurso} = \begin{cases} X_A: \text{Todos os naturais entre 15 e 18.} \\ X_B: \text{Todos os reais maior ou igual a 1,80.} \end{cases}$$

$$\text{Função Característica} = \begin{cases} \mu_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \in \{15, 16, 17, 18\} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \\ \mu_B(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \geq 1,80 \\ 0, & \text{se } x < 1,80 \end{cases} \end{cases}$$



6

3. Definições da Lógica Clássica

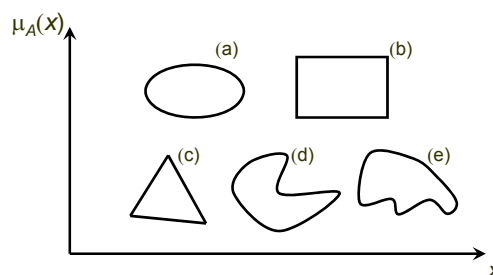
Definição de conjunto convexo

● DEFINIÇÃO 3. Conjunto Convexo

- Um conjunto A em \mathbb{R}^N é chamado convexo se todo x , pertencente ao segmento de reta unindo dois pontos P_1 e P_2 em A , pertence também ao conjunto A . Em termos matemáticos, tem-se:

$$\text{convex}(A) = \{ \forall x \in A \mid x = \lambda \cdot P_1 + (1 - \lambda) \cdot P_2 \}, \lambda \in [0; 1]$$

- **Exemplo** → Quais desses conjuntos são convexas:



7

3. Definições da Lógica Clássica

Conceito de subconjunto e de cardinalidade

● DEFINIÇÃO 4. Conceito de Subconjunto

- Um conjunto A é um subconjunto de um conjunto B se todos os elementos de A forem também elementos de B .

$$\text{Sub}(A, B) = \begin{cases} V, & \text{se } A \subset B \\ F, & \text{se } A \not\subset B \end{cases}$$

● DEFINIÇÃO 5. Conceito de Cardinalidade

- É o número de elementos contidos em um determinado conjunto.

$$\text{Card}(A) = |A|; \{\text{Quantidade de elementos de } A\}$$

$$A \subset B \Rightarrow |A| \leq |B|$$

8

3. Definições da Lógica Clássica

Conceito de conjunto potência

● DEFINIÇÃO 6. Conjunto Potência

- É a família de todos os subconjuntos derivados de um conjunto primitivo A .

$$P(A) = \{\text{Todos os subconjuntos de } A\}$$

$$|P(A)| = 2^{|A|}$$

- **Exemplo** → Dado o conjunto $A = \{2,3,5\}$, obtenha os seguintes valores:

(a) $|A|$

(b) $|P(A)|$

(c) $P(A)$



9

3. Definições da Lógica Clássica

Conceito de conjunto complemento

● DEFINIÇÃO 7. Conjunto Complemento

- O conjunto complemento de um conjunto A em relação a um conjunto B é o conjunto contendo todos os elementos de B que não pertencem a A .

$$\bar{C} = B - A = \{x \mid x \in B \text{ e } x \notin A\}$$

- **Exemplo** → Dado o conjunto $A = \{1,2,3\}$ e $B = \{1,2,3,4\}$, obtenha os seguintes valores:

(a) $B - A$

(b) \bar{A}

(c) $\bar{\emptyset}$



10

3. Definições da Lógica Clássica

Conceito de conjunto união

● DEFINIÇÃO 8. Conjunto União

- O conjunto União entre dois conjuntos A e B é formado por todos os elementos de A e de B .

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$$

$$\bigcup_{i \in I} A_i = \{x \mid x \in A_i, \text{ para algum } i \in I\}$$

- **Exemplo** → Dados os conjuntos $A = \{1,2,3,4\}$ e $B = \{4,5,6\}$, obtenha os seguintes valores:

- (a) $A \cup B$
- (b) $A \cup X$
- (c) $A \cup \emptyset$
- (d) $A \cup \bar{A}$ {lei do terceiro excluído}



11

3. Definições da Lógica Clássica

Conceito de conjunto interseção

● DEFINIÇÃO 9. Conjunto Interseção

- O conjunto Interseção entre dois conjuntos A e B é formado por todos os elementos que pertencem simultaneamente a A e B .

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}$$

$$\bigcap_{i \in I} A_i = \{x \mid x \in A_i, \text{ para todo } i \in I\}$$

- **Conjunto Disjunto** → Dois conjuntos A e B são disjuntos se e somente se $A \cap B = \emptyset$.
- **Exemplo** → Dados os conjuntos $A = \{1,2,3,4\}$ e $B = \{4,5,6\}$, obtenha os seguintes valores:

- (a) $A \cap B$
- (b) $A \cap X$
- (c) $A \cap \emptyset$
- (d) $A \cap \bar{A}$ {lei da contradição}



12

3. Definições da Lógica Clássica

Propriedades relacionadas às operações básicas

● PROPRIEDADES DAS OPERAÇÕES

$$\text{Comutativa} \begin{cases} A \cup B = B \cup A \\ A \cap B = B \cap A \end{cases}$$

$$\text{Associativa} \begin{cases} A \cup B \cup C = (A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C) \\ A \cap B \cap C = (A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C) \end{cases}$$

$$\text{Indepotência} \begin{cases} A \cup A = A \\ A \cap A = A \end{cases}$$

$$\text{Distributiva} \begin{cases} A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \\ A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \end{cases}$$

$$\text{Identidade} \begin{cases} A \cup \emptyset = A \\ A \cap X = A \end{cases}$$

$$\text{De Morgan} \begin{cases} \overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B} \\ \overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B} \end{cases}$$

13



4. Paradoxos da Lógica Clássica

O que são os paradoxos da lógica clássica?

- Na lógica clássica os elementos pertencem ou não pertencem a um determinado conjunto.
- Os paradoxos demonstram que cenários aparentemente plausíveis é logicamente impossível.
- Exemplos de paradoxos:
 - Paradoxo do monte de areia.
 - Paradoxo do mentiroso.
 - Paradoxo do todo-poderoso.
 - Paradoxo do desconhecido.
 - Paradoxo do barbeiro.

14



3. Lógicas Não-Clássicas

O que são as lógicas não-clássicas?

- **Lógicas Não-clássicas** → Nome dado aos sistemas formais que diferem de maneira significativa dos sistemas lógicos padrão, como a lógica clássica (simbólica). Exemplos:
 - **Lógica Modal** → Aquela que investiga as noções de necessidade e possibilidade, contrariamente à simples afirmação ou negação (Estende a lógica clássica c/ operadores não-verdade funcionais).
 - **Lógica Fuzzy** → Aquela que considera os graus de aplicabilidade dos predicados e reconhece que uma proposição e sua negação partilham de uma quantidade determinada de crédito (Rejeita a lei do terceiro excluído, permitindo que um valor verdade seja qualquer número real entre 0 e 1).
 - **Outras** → Lógica Material, Lógica Paraconsistente, Lógica Intuicionista, Lógica Transcendental, etc.

15

Fim da Apresentação



16