



Sistemas Fuzzy

AULA 06 – Estimadores Fuzzy Linguísticos (Aplicação em Aproximação Funcional)

Prof. Ivan Nunes da Silva



1. Introdução aos Estimadores Fuzzy *Aspectos conceituais & aspectos de utilização*

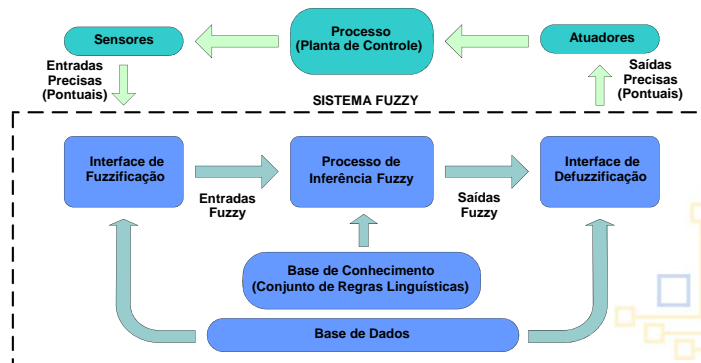
- Conforme aula anterior, o antecedente de uma regra fuzzy estará sempre associado com o seu respectivo consequente.
- A ativação de uma regra fuzzy sempre é efetivada quando o grau de pertinência relacionada à respectiva função de pertinência de seu antecedente for diferente de zero, ou seja, $\mu(x) > 0$.
- Os estimadores/controladores fuzzy permite o tratamento de diversas regras fuzzy que estejam ativadas, em determinado momento, frente aos seus sinais de entrada (sinais pontuais ou “crisp”).
- Os estimadores/controladores fuzzy são sistemas especialistas compostos por uma coleção de regras fuzzy, cujo objetivo é então modelar problemas de engenharia quando uma das seguintes situações é observada:
 - Quando os modelos matemáticos já disponíveis para o problema são demasiadamente complexos, ou ainda, são também inexistentes.
 - Quando os modelos matemáticos, embora existentes, exigem elevado esforço computacional para a produção de suas respostas, inviabilizando-se então o seu uso prático em aplicações de tempo real.
 - Quando o comportamento a respeito da dinâmica do processo é mais bem formulado a partir da experiência de especialistas.
 - Quando os dados relacionados ao processo estão imersos em universos de imprecisão e incerteza.
 - Quando há pouca informação quantitativa descrevendo o comportamento do processo, isto é, há poucos dados que relacionam as entradas com as respectivas saídas.

2. Diagrama Esquemático

Aspectos do diagrama de blocos

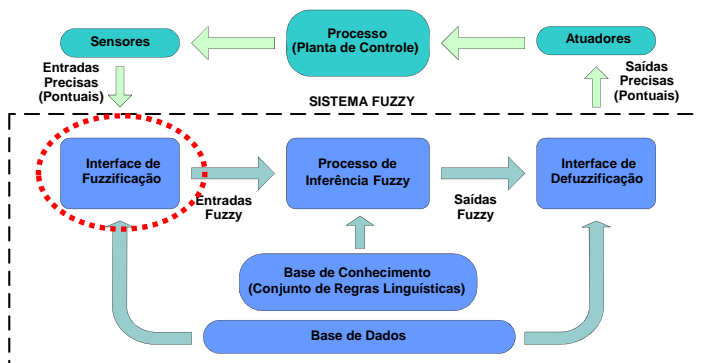
Aspectos do diagrama de blocos:

- As variáveis de entrada do processo são aferidas por meio de sensores, cujos valores não fuzzy são fuzzificados mediante a "Interface de Fuzzificação".
- No bloco "Processo de Inferência Fuzzy", as entradas são processadas por meio de um conjunto de regras linguísticas definidas na "Base de Conhecimento", fornecendo-se então a resposta ou a ação de controle em sua saída.
- O valor é defuzzificado na "Interface de Defuzzificação" para que os atuadores sejam devidamente acionados. Os detalhes de cada bloco serão descritos na sequência.



2. Diagrama Esquemático

Interface de fuzzificação

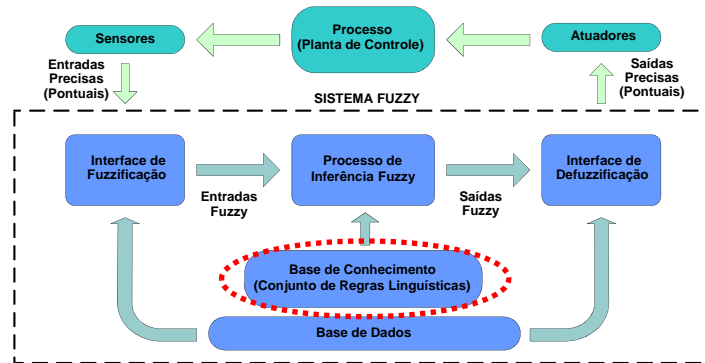


Interface de Fuzzificação:

- As entradas precisas (pontuais) são apresentadas ao sistema fuzzy por meio de medições ou observações de sinais advindas de sensores (ou do meio externo).
- Desta forma, a interface de fuzzificação consiste na identificação de quais variáveis linguísticas essas entradas pertencem e seus respectivos graus de pertinência.
- Na interface de fuzzificação também ocorre a ativação das regras associadas às variáveis linguísticas ativadas.

2. Diagrama Esquemático

Base de conhecimento

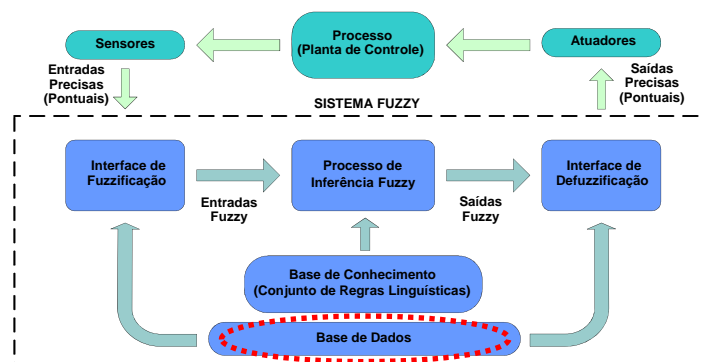


Base de Conhecimento:

- Representa o conjunto de regras linguísticas, na forma de “*Se (antecedente) Então (consequente)*”, as quais definem as decisões associadas ao controle do processo.
- As regras podem ser fornecidas por especialistas em forma de sentenças linguísticas. O desempenho será confiável somente se essas regras forem consistentes.
- Os formatos das funções de pertinências que constituem os termos linguísticos (triangulares, trapezoidais ou gaussianas) são também definidos aqui e seus parâmetros são ajustados pelo projetista.

2. Diagrama Esquemático

Base de dados

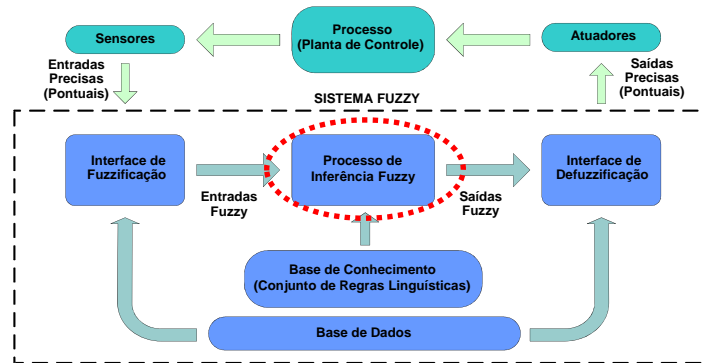


Base de Dados:

- Armazena as definições das funções de pertinência que constituem a base de conhecimento, na forma de discretizações e normalizações dos seus universos de discurso, bem como as partições fuzzy de entrada e saída, de forma que todo o processo de inferência seja computacionalmente viável.

2. Diagrama Esquemático

Processo de inferência fuzzy

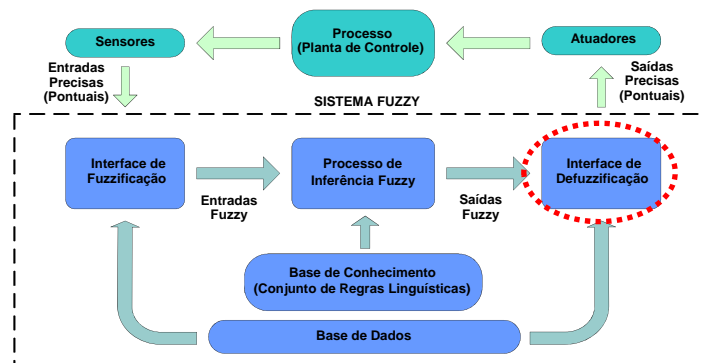


Processo de Inferência Fuzzy:

- A partir dos conjuntos e das regras linguísticas definidas na base de conhecimento, as operações dos conjuntos fuzzy são realizadas no estágio de inferência.
- As operações fuzzy consistem no processamento (implicação) das regras linguísticas ativadas a fim de produzir um conjunto fuzzy que será resultante da contribuição de todas essas regras.

2. Diagrama Esquemático

Interface de defuzzificação



Interface de Defuzzificação:

- Uma vez obtido o conjunto fuzzy de saída através do processo de inferência, na defuzzificação é feita a interpretação dessa informação para saídas precisas (pontuais).
- Isto se faz necessário, já que, em aplicações práticas são requeridos valores precisos, ao invés de quantificações fuzzy.
- Existem diversas técnicas de defuzzificação, sendo o método do centro de área e o método da média dos máximos os mais utilizados, conforme detalhado na sequência.

3. Procedimento de Inferência Fuzzy

Aspectos introdutórios

- Após a fuzzificação dos sinais de entradas, realizam-se os procedimentos de inferência.
- O resultado da aplicação do procedimento de inferência é a produção de uma região fuzzy de saída, a qual estará relacionada com a resposta final para o processo.
- Os passos para o alcance dessa região fuzzy de saída são os seguintes:
 - Encontrar todas as regras que estejam ativadas;
 - Determinar a contribuição para a região fuzzy de saída advinda de cada uma das regras ativadas.
 - Combinar todas as contribuições fuzzy produzidas a partir de cada regra ativada.
- Sem nenhuma perda de generalidade, considera-se aqui um sistema composto de duas entradas e uma saída. As variáveis linguísticas de entrada (x e y) são compostas respectivamente pelos conjuntos de termos fuzzy $\{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ e $\{B_1, B_2, \dots, B_m\}$. A variável de saída z é definida no conjunto de termos $\{C_1, C_2, \dots, C_p\}$. Então, tem-se as seguintes regras:

Fato 1: x é A'

Fato 2: y é B'

Regra 1: Se (x é A_1) E (y é B_1) então z é C_1

Regra 2: Se (x é A_1) E (y é B_2) então z é C_2

(...)

Regra (.): Se (x é A_n) E (y é B_m) então z é C_p

Consequência: z é C'

9

3. Procedimento de Inferência Fuzzy

Aplicação da implicação fuzzy

- Assim, sejam as seguintes regras:

Fato 1: x é A'

Fato 2: y é B'

Regra 1: Se (x é A_1) E (y é B_1) então z é C_1

Regra 2: Se (x é A_1) E (y é B_2) então z é C_2

(...)

Regra (.): Se (x é A_n) E (y é B_m) então z é C_p

Consequência: z é C'

- Para obter a relação de implicação $R_{A' \text{ e } B' \rightarrow C'}$, basta-se aplicar o conectivo lógico E em todas as regras que estejam ativadas. Em termos de graus de pertinência, tem-se:

$$\mu_{R_{A' \text{ e } B' \rightarrow C'}} \Leftrightarrow \mu_{R_{AB \rightarrow C}}$$

$$\text{onde: } AB \rightarrow \mu_A(x) \text{ T } \mu_B(y) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(y)\}$$

- Em seguida, deve-se detectar todas as regras ativadas e suas respectivas regiões fuzzy de saída. Usando a operação de composição Max-Min, tem-se para cada regra ativada k a seguinte relação:

$$C_k'(z) = AB'(x, y) \circ R_{AB \rightarrow C}(x, y, z)$$

10

3. Procedimento de Inferência Fuzzy

Aplicação do operador de agregação

- A partir do slide anterior, tem-se que cada regra ativada produzirá uma contribuição C_k para a saída final do procedimento de inferência fuzzy, isto é:

$$C_k'(z) = AB'(x, y) \circ R_{AB \rightarrow C}(x, y, z)$$

- Finalmente, basta-se agora combinar todas as regiões fuzzy de saída $C_k'(z)$ visando a produção de uma única região fuzzy $\{C'(z)\}$ que representa a agregação de todas as contribuições $C_k'(z)$, ou seja:

$$C'(z) = Agr(C_1'(z), C_2'(z), \dots, C_k'(z), \dots)$$

- Os principais operadores de agregação usados no tratamento de problemas de engenharia são definidos por:

$$\text{Máximo} \rightarrow Agr(.) = \max\{C_1'(z), C_2'(z), \dots, C_k'(z), \dots\}$$

$$\text{Mínimo} \rightarrow Agr(.) = \min\{C_1'(z), C_2'(z), \dots, C_k'(z), \dots\}$$



11

4. Métodos de Defuzzificação

Finalidade do processo de defuzzificação

- Conforme slide anterior, a operação de agregação resulta em uma região fuzzy de saída que leva em conta a contribuição de todas as regras que foram ativadas.
- Entretanto, as respostas que são esperadas são sinais pontuais de saída (ao invés de regiões fuzzy), os quais são pertencentes ao universo de discurso da variável de saída.
- De fato, os atuadores ou especialistas que irão tomar decisões sobre o processo conseguem manipular mais facilmente a dinâmica do processo quando as informações de saída são fornecidas de forma precisa (pontual).
- Os operadores de defuzzificação permite então obter um sinal de saída pontual (crisp) a partir da região fuzzy produzida pela agregação de todas as regras que estavam ativadas.
- Para esta finalidade, de conversão de região fuzzy para valores pontuais (crisp), deve-se então adotar um mecanismo de defuzzificação que permite realizar tal tarefa.



12

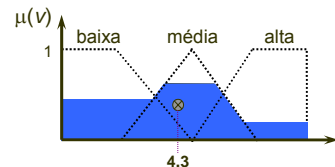
4. Métodos de Defuzzificação

Principais métodos de defuzzificação

- Método do Centro de Área (CDA)

$$CDA = \frac{\sum_{k=1}^N \mu(v_k) \cdot v_k}{\sum_{k=1}^N \mu(v_k)}$$

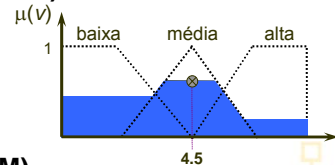
Onde N é o número de discretizações do universo de discurso.



- Método da Média dos Máximos (MDM)

$$MDM = \frac{\sum_{k=1}^M v_k}{M}$$

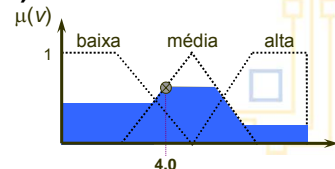
Onde v_k são os valores que contêm graus de pertinência máximos e M é a quantidade destes elementos.



- Método do Primeiro Máximo (MPM)

$$MPM = \min_v \{ \max \{ \mu(v) \} \}$$

MPM é o valor do universo de discurso onde ocorre o primeiro maior máximo.



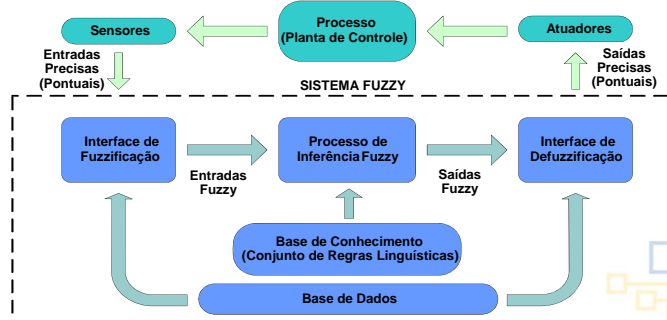
13

5. Projeto de Sistemas Fuzzy

Principais fases de projeto

- Em resumo, o projeto de Sistemas de Inferência Fuzzy é constituído de 5 fases principais:

1. Fuzzificação das entradas.
2. Aplicação de operadores fuzzy (conectivos).
3. Aplicação da implicação da inferência.
4. Agregação de contribuições das regras ativadas.
5. Defuzzificação da região fuzzy de saída.



14

6. Exemplo Completo

Fase de definição do problema (I)

Especificação das Variáveis do Problema

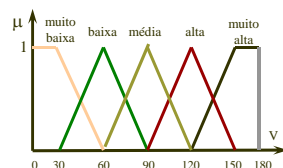
- A determinação da pressão a ser imprimida num sistema automatizado para freios automotivos pode ser estimada a partir da quantidade de movimento (massa e velocidade) do veículo.
- Os especialistas envolvidos com o projeto do sistema especificaram o seguinte sistema fuzzy para ser aplicado neste problema:
 - **Variáveis de Entrada:**
Velocidade (km/h) $\rightarrow v \in [0; 180]$
Massa do veículo (ton) $\rightarrow m \in [0; 2,4]$
 - **Variáveis de Saída:**
Pressão no freio (atm) $\rightarrow p \in [0; 1]$
- **Deseja-se então conhecer qual seria a pressão a ser exercida nos freios para um veículo com massa de 1,5 ton e com uma velocidade instantânea de 155 km/h.**
- Os operadores fuzzy a serem utilizados serão os seguintes:
 - Conectivo \rightarrow **E** (Mínimo), **OU** (Máximo)
 - Implicação \rightarrow **Mamdani**
 - Agregação \rightarrow **Máximo**
 - Defuzzificação \rightarrow **Centro de Área (CDA)**

15

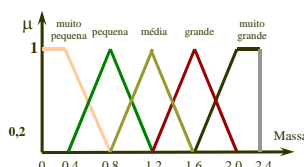
6. Exemplo Completo

Fase de definição do problema (II)

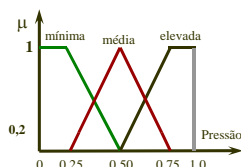
Especificação de Funções de Pertinência



Variável de ENTRADA (Velocidade)
 $v \in [0; 180] \rightarrow \text{km/h}$



Variável de ENTRADA (Massa)
 $m \in [0; 2,4] \rightarrow \text{Tonelada}$



Variável de SAÍDA (Pressão)
 $p \in [0; 1] \rightarrow \text{atm}$

16

6. Exemplo Completo

Fase de fuzzificação das Variáveis

Especificação das Regras Fuzzy

➤ Após análise preliminar do problema, os projetistas definiram que todas as regras do sistema fuzzy seriam do seguinte tipo:

- Se (velocidade é “alta”) E (massa é “grande”) Então a pressão no freio é “elevada”

➤ Assim, todas as outras regras podem ser compiladas a partir da tabela ao lado.

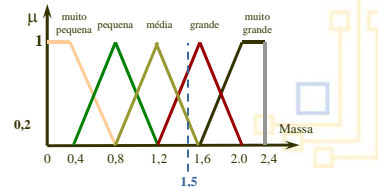
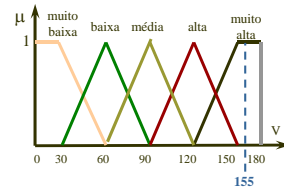
Conjunto de Termos:

- Velocidade → MB (muito baixa), BA (baixa), ME (média), AL (alta), MA (muito alta)
- Massa → MP (muito pequena), PE (pequena), ME (média), GR (grande), MG (muito grande)
- Pressão → MI (mínima), ME (média), EL (elevada)

		velocidade				
		MB	BA	ME	AL	MA
massa	MP	MI	MI	MI	ME	ME
	PE	MI	MI	MI	ME	ME
	ME	MI	MI	ME	ME	ME
	GR	ME	ME	EL	EL	EL
	MG	ME	ME	EL	EL	EL

Fuzzificação das Variáveis

➤ Portanto, para ($v = 155$ km/h) e ($m = 1,5$ ton), tem-se duas regras ativadas, conforme a examinação (abaixo) das funções de pertinência das entradas. As regras ativadas estão circuladas em azul na tabela acima.



17

6. Exemplo Completo

Fase de aplicação da implicação (I)

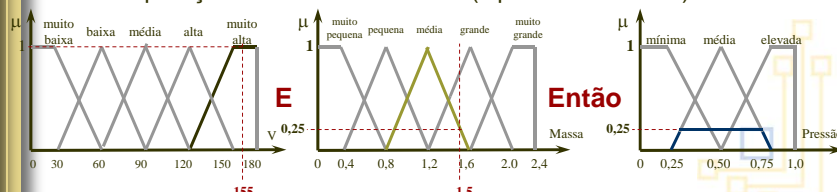
Aplicação da Implicação

- Assumindo-se então que se tem os seguintes valores de entrada: ($v = 155$ km/h) e ($m = 1,5$ ton)
- Primeiramente, identifica-se todas as regras ativadas.
- Do slide anterior, constata-se que se tem duas regras ativadas, isto é:

- 1ª: Se (velocidade é “muito alta”) E (massa é “média”) Então a pressão no freio é “média” } Primeira Regra
- 2ª: Se (velocidade é “muito alta”) E (massa é “grande”) Então a pressão no freio é “elevada” } Segunda Regra

● Realizando a Implicação (Primeira Regra):

- Conectivo E (AND) → Mínimo
- Implicação ENTÃO → Mamdani (Operador “Mínimo”)



18

Se (velocidade é “muito alta”) E (massa é “média”) Então (pressão é “média”)

6. Exemplo Completo

Fase de aplicação da implicação (II)

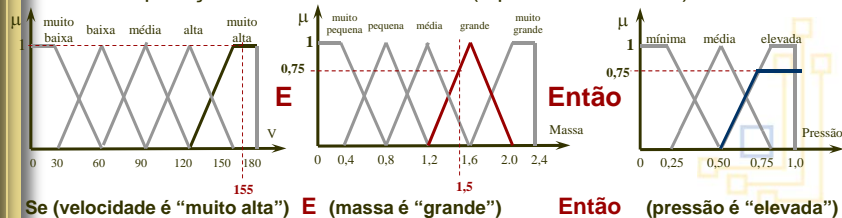
Aplicação da Implicação

- Assumindo-se então que se tem os seguintes valores de entrada:
($v = 155 \text{ km/h}$) e ($m = 1,5 \text{ ton}$)
- Primeiramente, identifica-se todas as regras ativadas.
- Do slide anterior, constata-se que se tem duas regras ativadas, isto é:

- 1ª: Se (velocidade é "muito alta") E (massa é "média")
Então a pressão no freio é "média" } Primeira Regra
- 2ª: Se (velocidade é "muito alta") E (massa é "grande")
Então a pressão no freio é "elevada" } Segunda Regra

Realizando a Implicação (Segunda Regra):

- Conectivo E (AND) → Mínimo
- Implicação ENTÃO → Mamdani (Operador "Mínimo")



19

6. Exemplo Completo

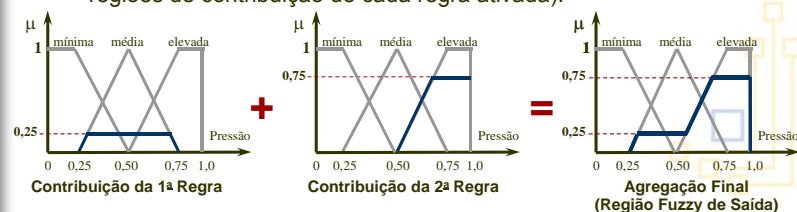
Fase de agregação de contribuições das regras ativadas

Agregação das Regras Ativadas

- Primeiramente, deve-se então disponibilizar todas as contribuições produzidas pelas regras ativadas.
 - A partir dos dois slides anteriores, tem-se duas regras ativadas quando se assume ($v = 155 \text{ km/h}$) e ($m = 1,5 \text{ ton}$), isto é:
- 1ª: Se (velocidade é "muito alta") E (massa é "média")
Então a pressão no freio é "média" } Primeira Regra
 - 2ª: Se (velocidade é "muito alta") E (massa é "grande")
Então a pressão no freio é "elevada" } Segunda Regra

Realizando a Agregação:

- Sua função é agregar (combinar) as contribuições das regras ativadas.
- Operador de Agregação → Máximo (entre as curvas que delimitam as regiões de contribuição de cada regra ativada).



20

6. Exemplo Completo

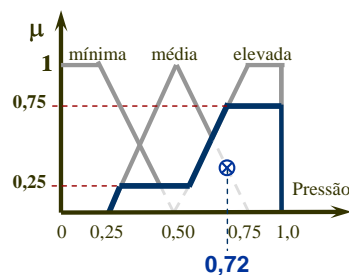
Fase de defuzzificação

Defuzzificação da Região Fuzzy de Saída

- Aqui, deve-se então já se ter disponível a região fuzzy computada a partir das contribuições individuais de cada regra ativada (conforme já obtida no slide anterior).
- De posse desta região fuzzy de saída, aplica-se então um operador de defuzzificação a fim de fornecer um valor pontual (crisp) de saída.
- Este valor pontual de saída pertence ao universo de discurso da respectiva variável fuzzy de saída.

● Realizando a Defuzzificação:

- Operador de Defuzzificação → **Centro de Área (CDA)**



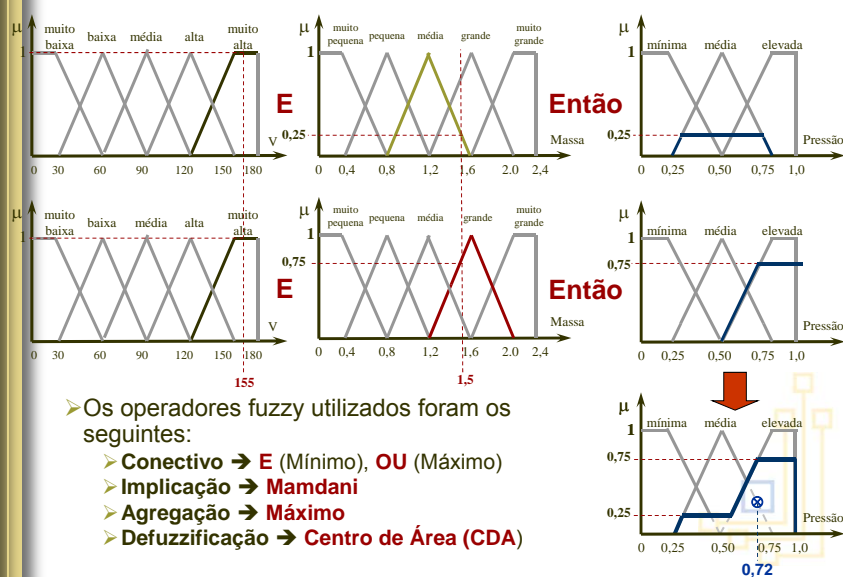
$$CDA = \frac{\sum_{k=1}^N \mu(p_k) \cdot p_k}{\sum_{k=1}^N \mu(p_k)}$$

Onde p_k é o k -ésimo valor de discretização do universo de discurso da pressão, sendo N é a quantidade de tais elementos.

21

6. Exemplo Completo

Resumo do processo de inferência



- Os operadores fuzzy utilizados foram os seguintes:
 - Conectivo → **E** (Mínimo), **OU** (Máximo)
 - Implicação → **Mamdani**
 - Agregação → **Máximo**
 - Defuzzificação → **Centro de Área (CDA)**

22

Fim da Apresentação

EPC-4

(Data de Entrega → 07/10/2019)

