



Sistemas Fuzzy

AULA 08 – Estimadores Fuzzy Funcionais (Modelo Paramétrico de Takagi-Sugeno)

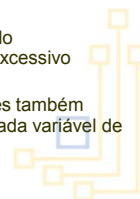
Prof. Ivan Nunes da Silva



1. Aspectos do Modelo Mamdani

Vantagens e desvantagens

- Conforme observado em unidades anteriores, verifica-se que os sistemas de inferência fuzzy do tipo Mamdani, são definidos por regras linguísticas, cujos **antecedentes** e **consequentes** são especificados por **conjuntos fuzzy**.
- As principais vantagens dos sistemas fuzzy de tipo Mamdani são as seguintes:
 - A estrutura do sistema de tipo Mamdani é formada por antecedentes e consequentes representados por conjuntos fuzzy.
 - A interpretabilidade deste sistema se torna mais intuitiva, pois tanto os antecedentes como os consequentes são conjuntos fuzzy, os quais facilitam o entendimento do comportamento entrada/saída.
 - Ambos os antecedentes e consequentes foram projetados pelo especialista que domina o processo a ser mapeado, deixando então o ajuste mais aderente.
- As principais ressalvas associadas aos sistemas fuzzy de tipo Mamdani são as seguintes:
 - Ambos os antecedentes e consequentes terão que ser ajustados pelo projetista/especialista, sendo que tal processo pode demandar um excessivo esforço.
 - A complexidade do ajuste dos consequentes frente aos antecedentes também crescerá em função da quantidade de termos fuzzy definidos para cada variável de entrada/saída.



2. Modelo Takagi-Sugeno (TS)

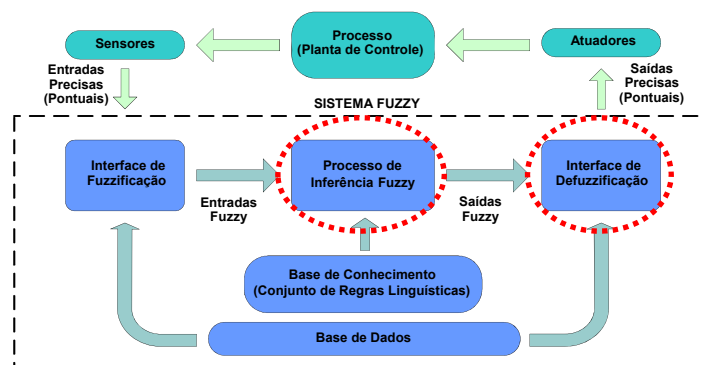
Introdução ao modelo TS

- No modelo TS (Takagi-Sugeno), os sistemas de inferência fuzzy serão constituídos pela seguinte estrutura:
 - **Antecedentes** → Definidos por conjuntos fuzzy (similar ao modelo Mamdani).
 - **Consequentes** → Definidos por **funções polinomiais**.
- As principais vantagens dos sistemas fuzzy de tipo TS são as seguintes:
 - Os consequentes das regras podem ser automaticamente obtidos por meio de regressão linear.
 - O especialista fica então responsável por ajustar somente os antecedentes das regras, economizando-se assim o esforço que se teria para também ajustar os consequentes.
 - A prototipagem dos processos a ser mapeados pode ser executada de maneira bem mais rápida e eficiente.
- As principais ressalvas associadas aos sistemas fuzzy de tipo TS são as seguintes:
 - A interpretabilidade dos consequentes pode demandar mais esforço a fim de se compreender o relacionamento entrada/saída do processo.
 - Há a necessidade de se ter disponível uma coleção de valores relacionando as entradas com as saídas, de modo que os coeficientes das funções polinomiais possam ser calculados.

3

3. Esquemático do Modelo TS

Aspectos diferenciais



Aspectos Diferenciais:

- A partir do diagrama acima, os únicos blocos do modelo TS que são diferentes do modelo Mamdani são os seguintes:
 - **Processo de Inferência Fuzzy.**
 - **Interface de Defuzzificação.**

4

4. Inferência no Modelo TS

Formato de estruturação de regras

- Conforme visto, deve-se então frisar que as únicas diferenças do sistema de inferência fuzzy TS frente ao modelo de Mamdani estão nos seguintes aspectos:
 - Consequentes** → Definidos por funções polinomiais.
 - Requisitos de Aplicabilidade** → Necessidade de uma coleção de dados entradas/saídas a fim de ajustar as funções polinomiais.

Estruturação de Regras:

- Sem nenhuma perda de generalidade, considera-se aqui um sistema composto de duas entradas (x e y) e uma saída (z). As variáveis linguísticas de entrada (x e y) são definidas respectivamente no conjunto de termos $\{A_1, A_2\}$ e $\{B_1, B_2\}$. Portanto, tem-se:

Fato 1: x é A'

Fato 2: y é B'

Regra 1: **Se** (x é A_1) **E** (y é B_1) **então** $z_1 = f_1(x, y)$

Regra 2: **Se** (x é A_1) **E** (y é B_2) **então** $z_2 = f_2(x, y)$

Regra 3: **Se** (x é A_2) **E** (y é B_1) **então** $z_3 = f_3(x, y)$

Regra 4: **Se** (x é A_2) **E** (y é B_2) **então** $z_4 = f_4(x, y)$

Consequência: $z = f(z_1, z_2, z_3, z_4)$

5

4. Inferência no Modelo TS

Procedimentos operacionais

- Assim, mediante essas regras, basta-se especificar agora o formato das funções polinomiais $f_i(x, y)$ envolvidas com o sistema.

Fato 1: x é A'

Fato 2: y é B'

Regra 1: **Se** (x é A_1) **E** (y é B_1) **então** $z_1 = f_1(x, y)$

Regra 2: **Se** (x é A_1) **E** (y é B_2) **então** $z_2 = f_2(x, y)$

Regra 3: **Se** (x é A_2) **E** (y é B_1) **então** $z_3 = f_3(x, y)$

Regra 4: **Se** (x é A_2) **E** (y é B_2) **então** $z_4 = f_4(x, y)$

Consequência: $z = f(z_1, z_2, z_3, z_4)$

- As funções polinomiais $f_i(x, y)$ no modelo TS são assumidas funções lineares, sendo que neste caso tem-se duas alternativas, ou sejam:
 - $z_i = f_i(x, y) = \gamma_i$ {constante} → **Modelo TS de ordem 0**
 - $z_i = f_i(x, y) = a_i x + b_i y + c_i$ → **Modelo TS de ordem 1**
- Portanto, há aqui a necessidade de se obter os coeficientes das funções polinomiais.
- Tais coeficientes são obtidos a partir dos valores de entradas/saídas que foram disponibilizados, usando-se o método da regressão linear.

6

5. Defuzzificação no Modelo TS

Produção da resposta final crisp

- Portanto, por meio agora dos diversos valores fornecidos por z_i , basta-se agora combinar esses valores a fim de se produzir o resultado final defuzzificado, o qual será atribuído à própria variável z .

Fato 1: x é A'

Fato 2: y é B'

Regra 1: **Se** (x é A_1) **E** (y é B_1) **então** $z_1 = f_1(x, y)$

Regra 2: **Se** (x é A_1) **E** (y é B_2) **então** $z_2 = f_2(x, y)$

Regra 3: **Se** (x é A_2) **E** (y é B_1) **então** $z_3 = f_3(x, y)$

Regra 4: **Se** (x é A_2) **E** (y é B_2) **então** $z_4 = f_4(x, y)$

Consequência:

$z = f(z_1, z_2, z_3, z_4)$

- Neste caso, um dos operadores de defuzzificação mais utilizados é aquele dado pela **média ponderada**, considerando-se aqui o grau de ativação μ_i de cada regra ativada R_i , isto é:

$$z = \frac{\sum \mu_i \cdot z_i}{\sum \mu_i}$$

7

6. Projeto de Sistemas Fuzzy

Principais fases de projeto

- Em resumo, o projeto de Sistemas de Inferência Fuzzy do tipo TS é constituído de 5 fases principais:

1. Fuzzificação das entradas.
2. Aplicação de operadores fuzzy (conectivos).
3. Identificação de todas as regras que estejam ativadas.
4. Determinação das contribuições individuais produzidas pelas funções polinomiais associadas aos consequentes das regras.
5. Combinação das contribuições individuais com o intuito de se produzir o resultado final (defuzzificado), a ser atribuído como resposta do sistema.

8

7. Exemplo Completo

Fase de definição do problema (I)

Especificação das Variáveis do Problema

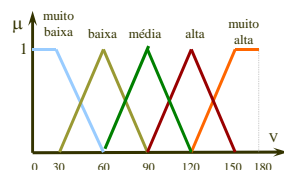
- A determinação da pressão a ser imprimida num sistema automatizado para freios automotivos pode ser estimada a partir da quantidade de movimento (massa e velocidade) do veículo.
- Os especialistas envolvidos com o projeto do sistema especificaram o seguinte sistema fuzzy para ser aplicado neste problema:
 - **Variáveis de Entrada:**
 Velocidade (km/h) $\rightarrow v \in [0; 180]$
 Massa do veículo (ton) $\rightarrow m \in [0; 2,4]$
 - **Variáveis de Saída:**
 Pressão no freio (atm) $\rightarrow p \in [0; 1]$
- **Deseja-se então conhecer qual seria a pressão a ser exercida nos freios para um veículo com massa de 1,5 ton e com uma velocidade instantânea de 155 km/h.**
- Os operadores fuzzy a serem utilizados serão os seguintes:
 - **Conectivo** \rightarrow **E** (Mínimo), **OU** (Máximo)
 - **Implicação** \rightarrow **Takagi-Sugeno**
 - **Defuzzificação** \rightarrow **Média Ponderada**

9

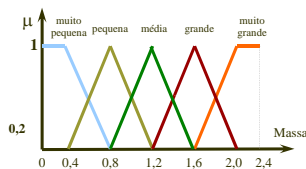
7. Exemplo Completo

Fase de definição do problema (II)

Especificação de Funções de Pertinência



Variável de ENTRADA (Velocidade)
 $v \in [0; 180] \rightarrow \text{km/h}$



Variável de ENTRADA (Massa)
 $m \in [0; 2,4] \rightarrow \text{Tonelada}$

$$z = \frac{\mu_1 \cdot z_1 + \mu_2 \cdot z_2}{\mu_1 + \mu_2} \Leftrightarrow p = \frac{\mu_1 \cdot p_1 + \mu_2 \cdot p_2}{\mu_1 + \mu_2}$$

Variável de SAÍDA (Pressão)
 $p \in [0; 1] \rightarrow \text{atm}$

10

7. Exemplo Completo

Fase de fuzzificação das variáveis

Especificação das Regras Fuzzy

- Após análise preliminar do problema, os projetistas definiram que todas as regras do sistema fuzzy seriam do seguinte tipo:

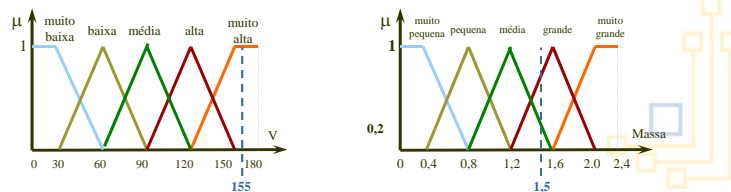
- Se (velocidade é "alta") E (massa é "grande")
Então a pressão no freio é " $p = a.v + b.m + c$ "

Conjunto de Termos:

- Velocidade (v) → MB (muito baixa), BA (baixa), ME (média), AL (alta), MA (muito alta)
- Massa (m) → MP (muito pequena), PE (pequena), ME (média), GR (grande), MG (muito grande)
- Pressão (p) → $p = a.v + b.m + c$

Fuzzificação das Variáveis

- Portanto, para ($v = 155$ km/h) e ($m = 1,5$ ton), tem-se duas regras ativadas, conforme a examinação (abaixo) das funções de pertinência das entradas.



11

7. Exemplo Completo

Fase de aplicação da implicação (I)

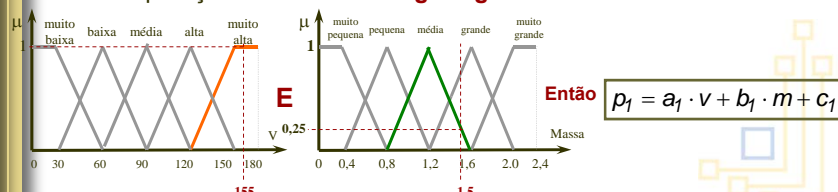
Aplicação da Implicação

- Assumindo-se então que se tem os seguintes valores de entrada:
($v = 155$ km/h) e ($m = 1,5$ ton)
- Primeiramente, identifica-se todas as regras ativadas.
- Do slide anterior, constata-se que se tem duas regras ativadas, isto é:

- 1ª: Se (velocidade é "muito alta") E (massa é "média")
Então a pressão no freio é ($p_1 = a_1.v + b_1.m + c_1$) } Primeira Regra
- 2ª: Se (velocidade é "muito alta") E (massa é "grande")
Então a pressão no freio é ($p_2 = a_2.v + b_2.m + c_2$) } Segunda Regra

● Realizando a Implicação (Primeira Regra):

- Conectivo E (AND) → Mínimo
- Implicação ENTÃO → Takagi-Sugeno



12

Se (velocidade é "muito alta") E (massa é "média") Então ($p_1 = a_1.v + b_1.m + c_1$)

7. Exemplo Completo

Fase de aplicação da implicação (II)

Aplicação da Implicação

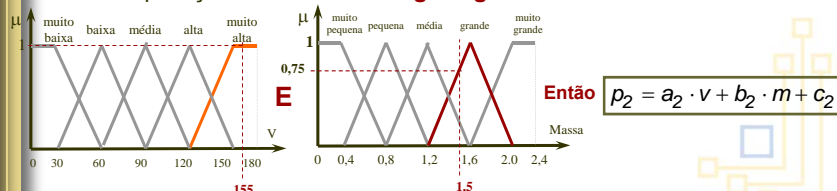
- Assumindo-se então que se tem os seguintes valores de entrada:
($v = 155 \text{ km/h}$) e ($m = 1,5 \text{ ton}$)
- Primeiramente, identifica-se todas as regras ativadas.
- Do slide anterior, constata-se que se tem duas regras ativadas, isto é:

1ª: Se (velocidade é "muito alta") E (massa é "média") } Primeira Regra
Então a pressão no freio é ($p_1 = a_1 \cdot v + b_1 \cdot m + c_1$)

2ª: Se (velocidade é "muito alta") E (massa é "grande") } Segunda Regra
Então a pressão no freio ($p_2 = a_2 \cdot v + b_2 \cdot m + c_2$)

● Realizando a Implicação (Segunda Regra):

- Conectivo E (AND) → Mínimo
- Implicação ENTÃO → Takagi-Sugeno

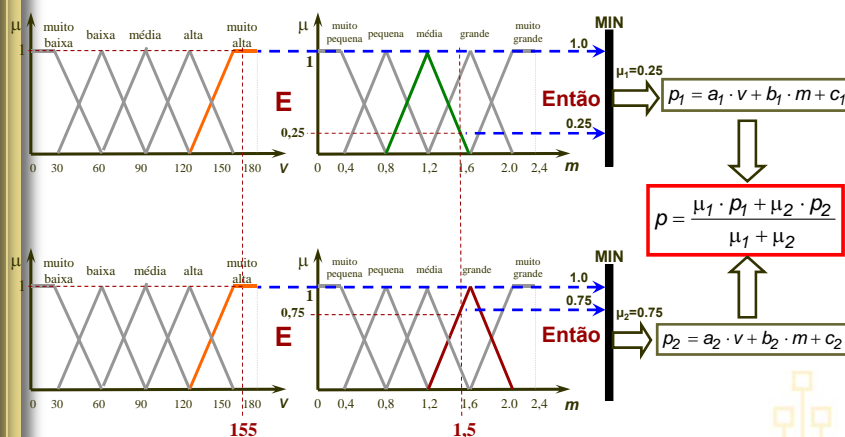


Se (velocidade é "muito alta") E (massa é "grande") Então ($p_2 = a_2 \cdot v + b_2 \cdot m + c_2$)

13

7. Exemplo Completo

Resumo do processo de inferência



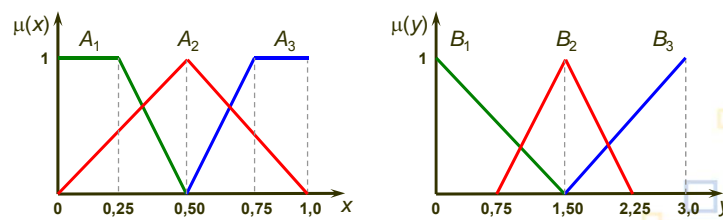
- Portanto, para produzir a resposta final (já defuzzificada) de p , basta-se obter então os valores dos coeficientes ($a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$) associados a p_1 e p_2 .

14

8. Funções de Regressão

Procedimentos de obtenção das funções de regressão (I)

- Considerando-se que se tem à disposição um conjunto de entradas/saídas conhecidas, torna-se então possível obter as respectivas funções de regressão.
- Como exemplo, sejam duas variáveis linguísticas de entrada (x e y), compostas respectivamente pelos conjuntos de termos fuzzy $\{A_1, A_2, A_3\}$ e $\{B_1, B_2, B_3\}$, cujas funções de pertinência são dadas por:



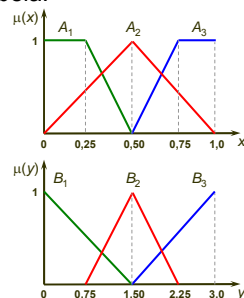
15

8. Funções de Regressão

Procedimentos de obtenção das funções de regressão (II)

- O relacionamento das duas variáveis de entrada (x e y) com a variável de saída z é dada pela seguinte tabela:

	x	y	z
Amostras	1	0,15	2,36
	2	0,20	2,84
	3	0,29	2,96
	4	0,35	1,81
	5	0,48	1,12
	6	0,62	0,83
	7	0,74	2,15
	8	0,81	0,27
	9	0,93	0,89
	10	0,94	2,25



- Assim, para cada regra que compõem o sistema, pode-se então aplicar a regressão nos pontos pertencentes ao seu domínio de ativação.
- Como exemplo, seja a regra R dada por:
 R : Se (x é " A_3 ") e (y é " B_2 ") então $z_R = f(x,y)$
- Neste caso, basta-se então realizar regressão linear $\{z_R = a.x + b.y + c\}$ nos pontos em que $(0,5 < x < 1,0)$ e $(0,75 < y < 2,25)$. Portanto, os pontos considerados nesta regressão seriam as amostras 6, 7 e 9.

16

Fim da Apresentação

EPC-6

(Data de Entrega → 18/11/2019)

