

EXTRAIT :
Contient les slides
présentés le
vendredi 15 mars

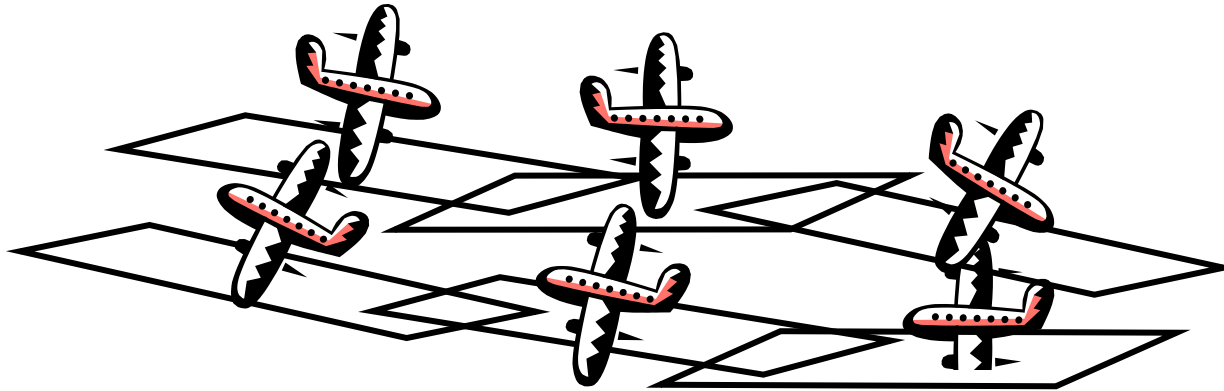
PHOTOGRAMMÉTRIE FONDAMENTALE

GÉOMÉTRIE DES IMAGES DE PERSPECTIVE CONIQUE

*Basé sur des supports de Laure Chandelier, Raphaële Héno,
Jean-François Hangouët et Jean-Pierre Papelard*

Cours ingénieur 1^{ère} année

PHOTOGRAMMÉTRIE



PHOTOGRAMMÉTRIE

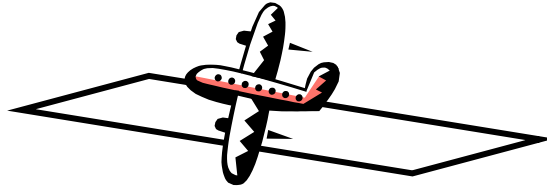
- Technique permettant de mesurer en 3D sur des images



PHOTOGRAMMÉTRIE EN 3 ÉTAPES

- **Acquisition des images (module du premier semestre)**
 - Réglages des appareils photos (géométrie et radiométrie)
 - Planification d'une prise de vues
- **Géoréférencement des images (ce module)**
 - Synonymes :
mise en place, alignement, orientation, positionnement, ... des images
estimation des poses
- **Production photogrammétrique (module en ING2)**
 - restitution 3D
 - génération de nuages de points 3D (« corrélation dense »)
 - production d'orthoimages

PHOTOGRAMMÉTRIE : MISE EN PLACE

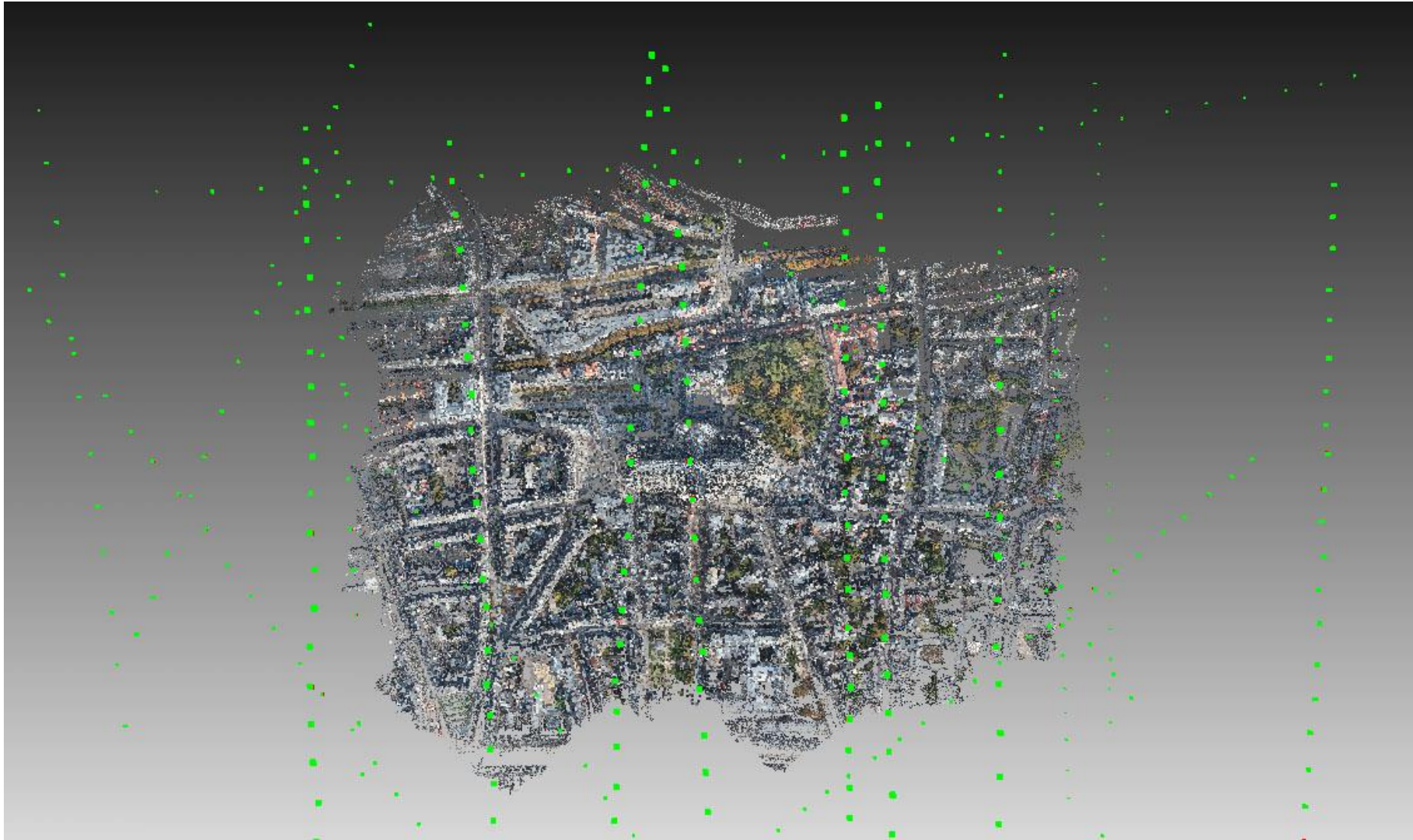


Position du cliché ?

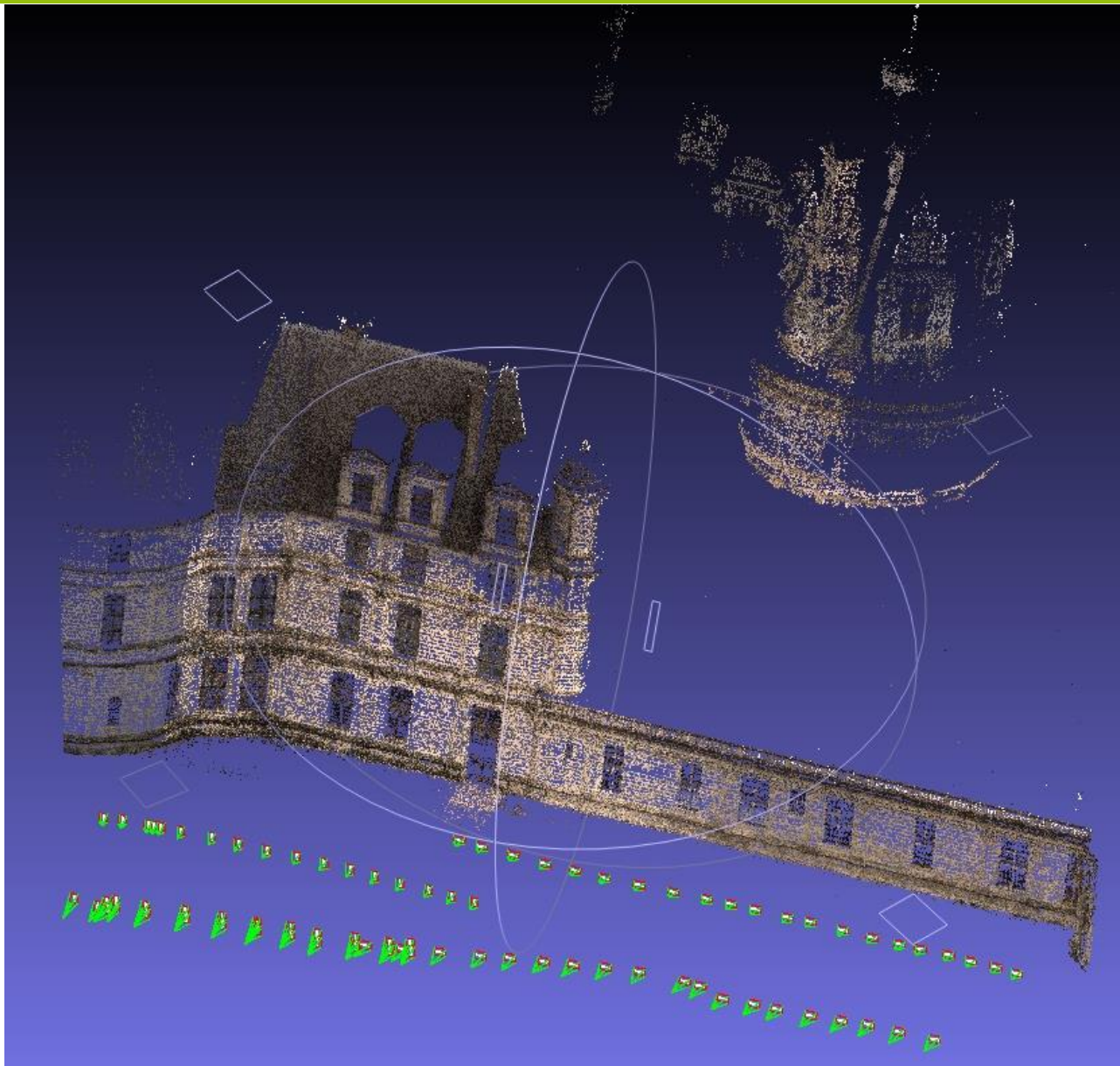
Orientation du cliché ?



PHOTOGRAMMÉTRIE : MISE EN PLACE



PHOTOGRAMMÉTRIE : MISE EN PLACE



PLAN DU MODULE

« PHOTOGRAMMÉTRIE FONDAMENTALE »

- Géométrie des images de perspective conique (A. Pinte, 15 mars)
- Géométrie d'un couple d'images (A. Pinte, 19 mars)
- Aérotriangulation numérique (A. Pinte, 22 mars)
- *TP : 26, 29 mars (x2) et 2 avril*
 - *Distorsion et étalonnage d'une caméra (JF. Hangouët)*
 - *Mise en place d'un couple (P. Pellardi)*
 - *Les éléments de mise en place (A. Pinte)*
 - *Aérotriangulation (JP. Papelard)*
- Cours synthèse (A. Pinte, 2 avril)
- Capteurs spatiaux

PLAN DU COURS

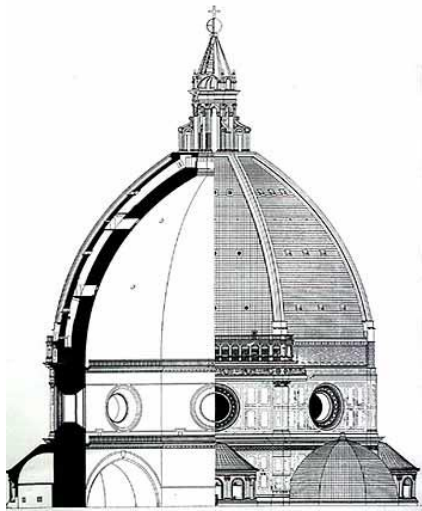
- Introduction à la perspective conique
- Rappels de mathématiques
- Modélisation géométrique d'une image
 - Perspective conique
 - Corrections dues au capteur
 - Corrections dues à l'environnement
- Résolution de la formule d'image

1. INTRODUCTION

INTRODUCTION

■ Représentation plane de notre univers par la perspective conique (peinture, architecture, ...)

« Il s'agit d'une projection selon un faisceau de droites passant par un même point (l'œil, ou l'observateur) sur une surface (le tableau) » ¹



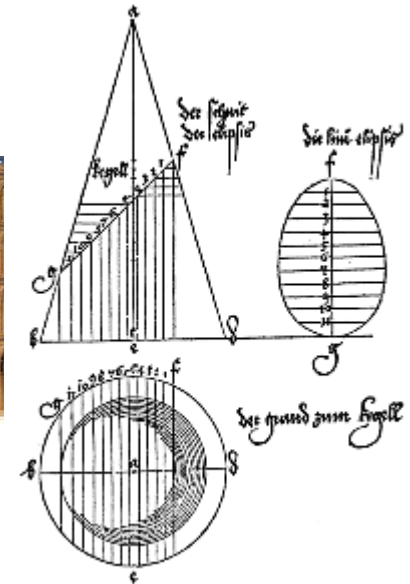
Filippo Brunelleschi

Le dôme de la cathédrale de Florence
~1420



Pietro Della Francesca

La cité idéale (1475)



Dürer : géométrie descriptive

(fin du 15ème siècle)

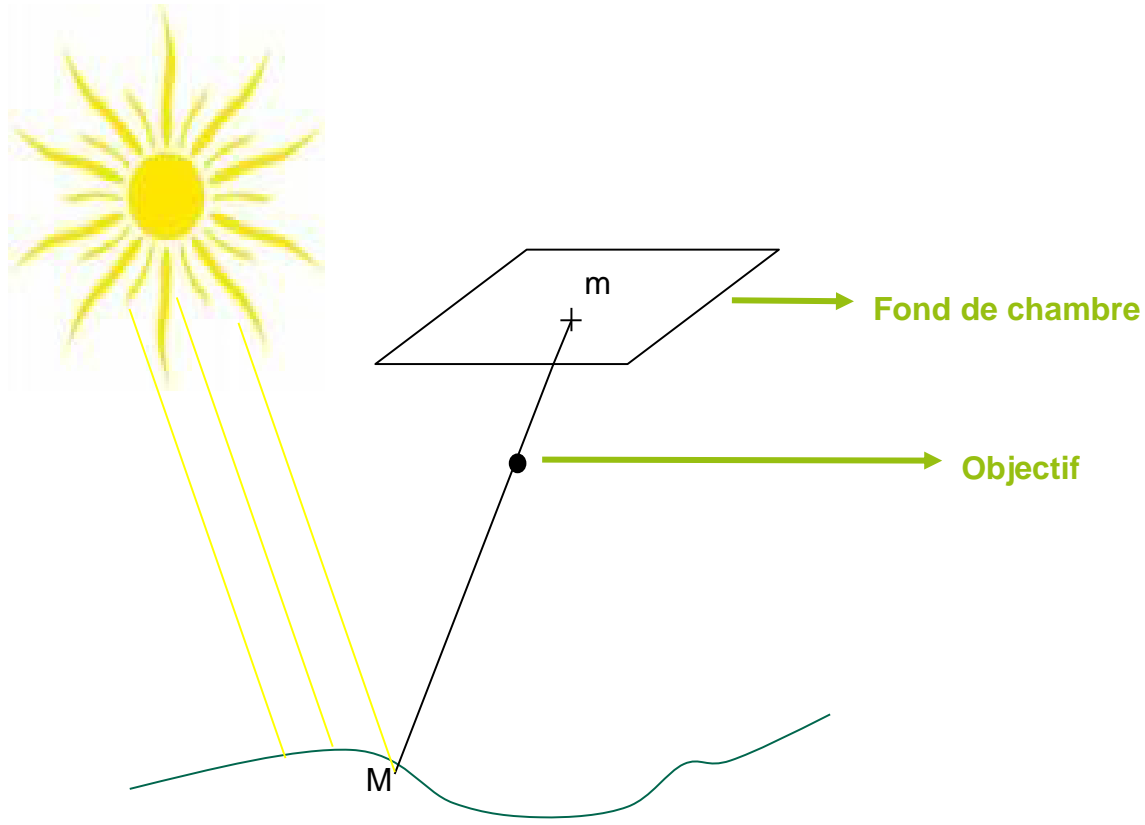
RAPPELS

Technique	Longueur d'onde	Géométrie
Capteurs actifs (LIDAR, RADAR)	UV	Balayage
Capteurs passifs (Caméras)	Visible	Barrette
	Infra-rouge	Matriciel
	Thermique	
	Ondes radio	

➤ *Module « Capteurs et acquisition »*

RAPPELS

■ Une image



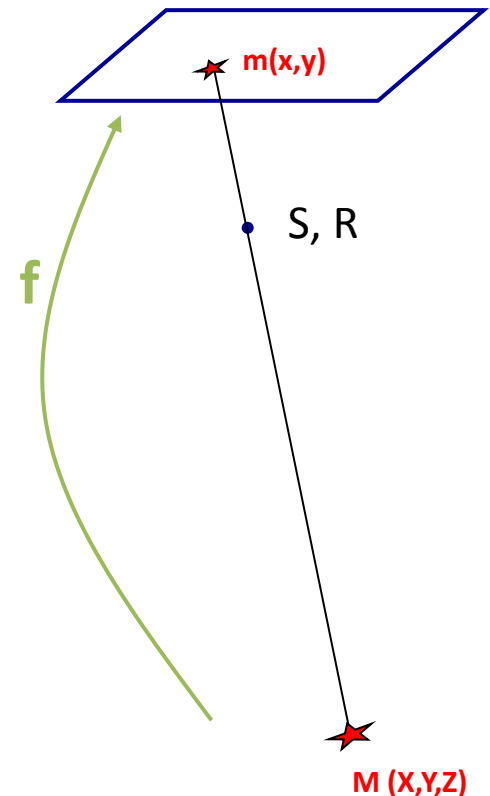
INTRODUCTION

Objectif :

Écrire mathématiquement la fonction de passage du terrain vers l'image

= formule d'image

Indispensable pour lier des mesures images et des coordonnées terrain



PHOTOGRAMMÉTRIE ANALOGIQUE

- Repositionnement physique de deux clichés tels qu'ils étaient lors de la prise de vue grâce à un appareil spécifique : problème de mécanique, de précision et d'optique (1900 à ~1970)

- Source : film photo
- Résultat : dessin sur support papier ou plastique



PHOTOGRAMMÉTRIE ANALYTIQUE

■ Écriture mathématique de la photogrammétrie (1970 - 1990)

- Source : film photo
- Résultat : base de données

■ Deux évolutions majeures :

- Écriture de la formule d'image

Terrain \rightarrow Cliché

$R^3 \rightarrow R^2$

$f : M(X,Y,Z) \rightarrow m(x,y)$

- Mise en place d'un ensemble d'images simultanément (\neq couple par couple) :

aérotriangulation



PHOTOGRAMMÉTRIE NUMÉRIQUE

- Photogrammétrie numérique (1990 ...) : systèmes entièrement numériques
 - Source: image (scannée ou numérique)
 - Résultat : base de données
- Des traitements de plus en plus automatiques



2. RAPPELS DE MATHÉMATIQUES

*Norme, produit scalaire, produit vectoriel.
Écritures vectorielle, scalaire et matricielle.*

3. MODÉLISATION GÉOMÉTRIQUE D'UNE IMAGE

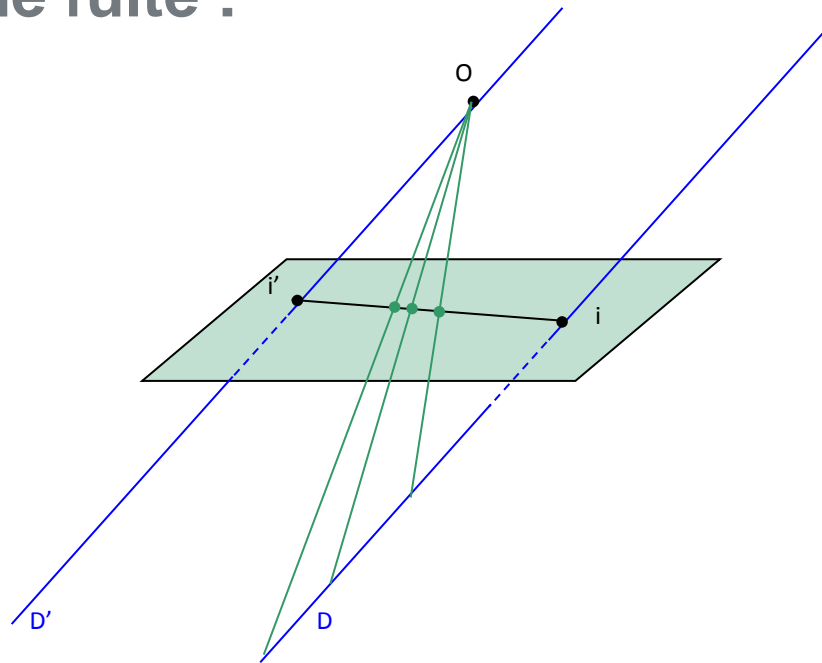
MODÉLISATION GÉOMÉTRIQUE D'UNE IMAGE

Photographie =
perspective conique + *corrections*

3.1. PERSPECTIVE CONIQUE

PROPRIÉTÉ DE LA PERSPECTIVE CONIQUE

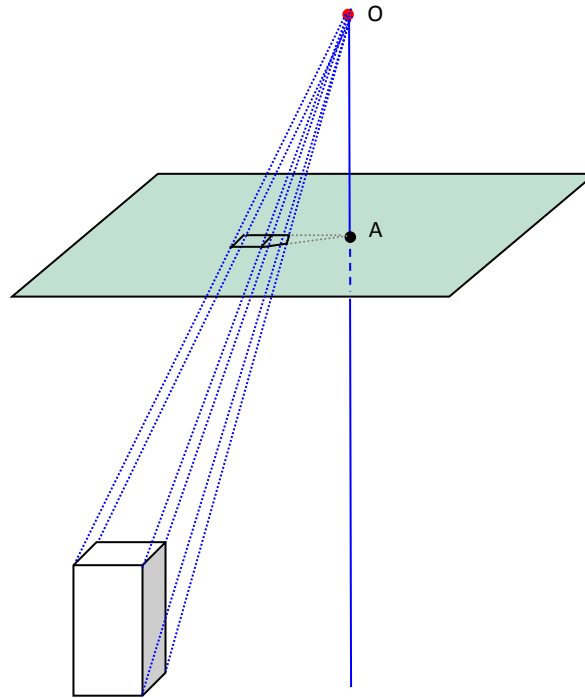
- L'image d'une droite est une droite
- Notion de point de fuite :



Soit D une droite de l'espace et D' la droite parallèle à D passant par O . L'image de la droite D est la droite (ii') où i est l'intersection de D avec le plan de projection et i' est l'intersection de D' avec le plan de projection. i' est l'image du point de D à l'infini, c'est le **point de fuite**. Il est unique.

PROPRIÉTÉ DE LA PERSPECTIVE CONIQUE

- Le point de fuite des droites perpendiculaires au plan de projection est le point A



A est appelé PPA = Point Principal d'Autocollimation

PERSPECTIVE CONIQUE

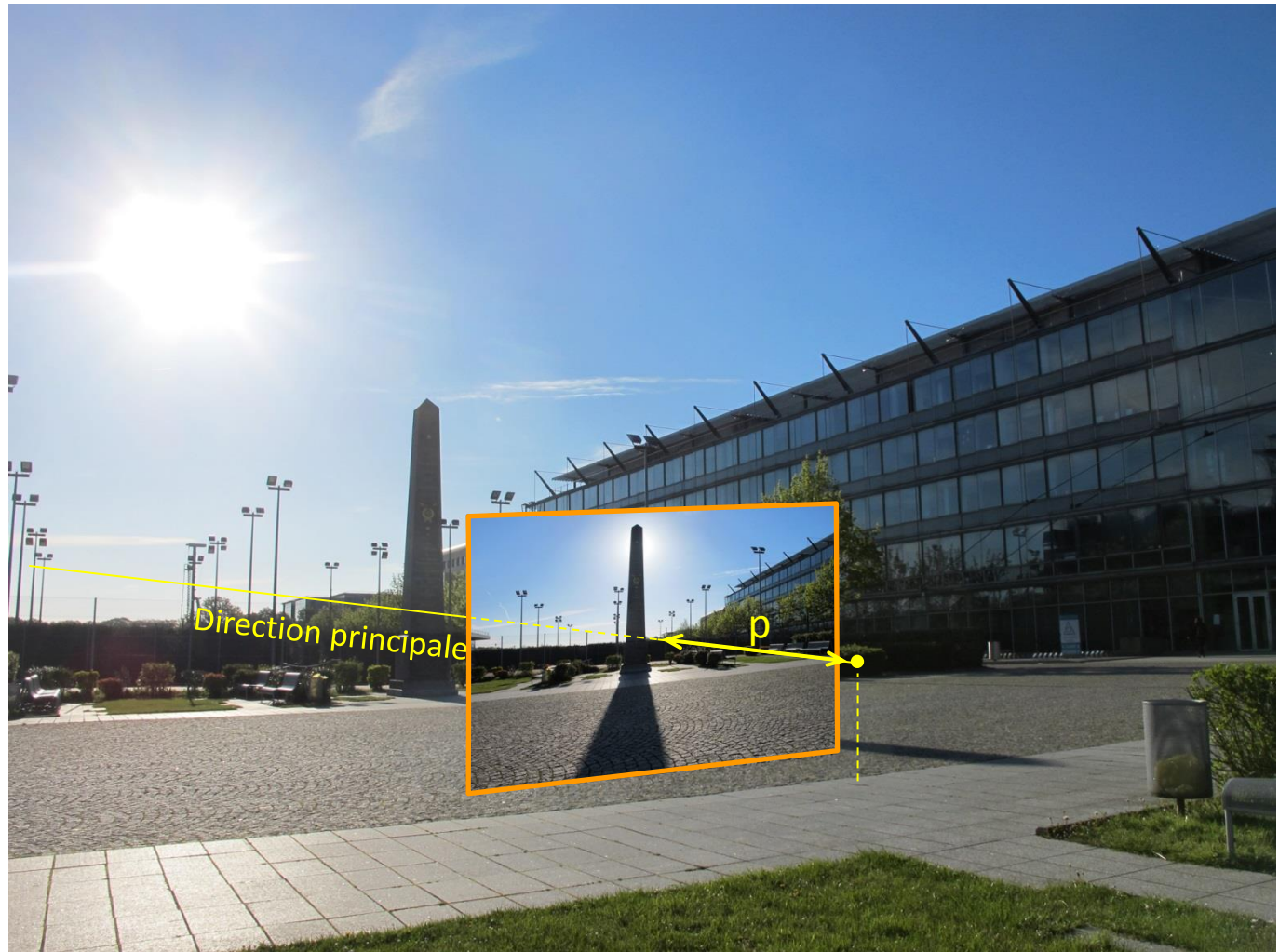
- Le monde et un point de vue dans le monde
- Un enregistrement en perspective (dessin ou photo) depuis ce point de vue
- Des détails sur l'enregistrement perspectif
- Ils sont alignés avec les détails du monde
- Les angles internes à la perspective depuis le point de vue sont égaux aux angles du monde depuis le point de vue



Jean-François Hangouët

PERSPECTIVE CONIQUE

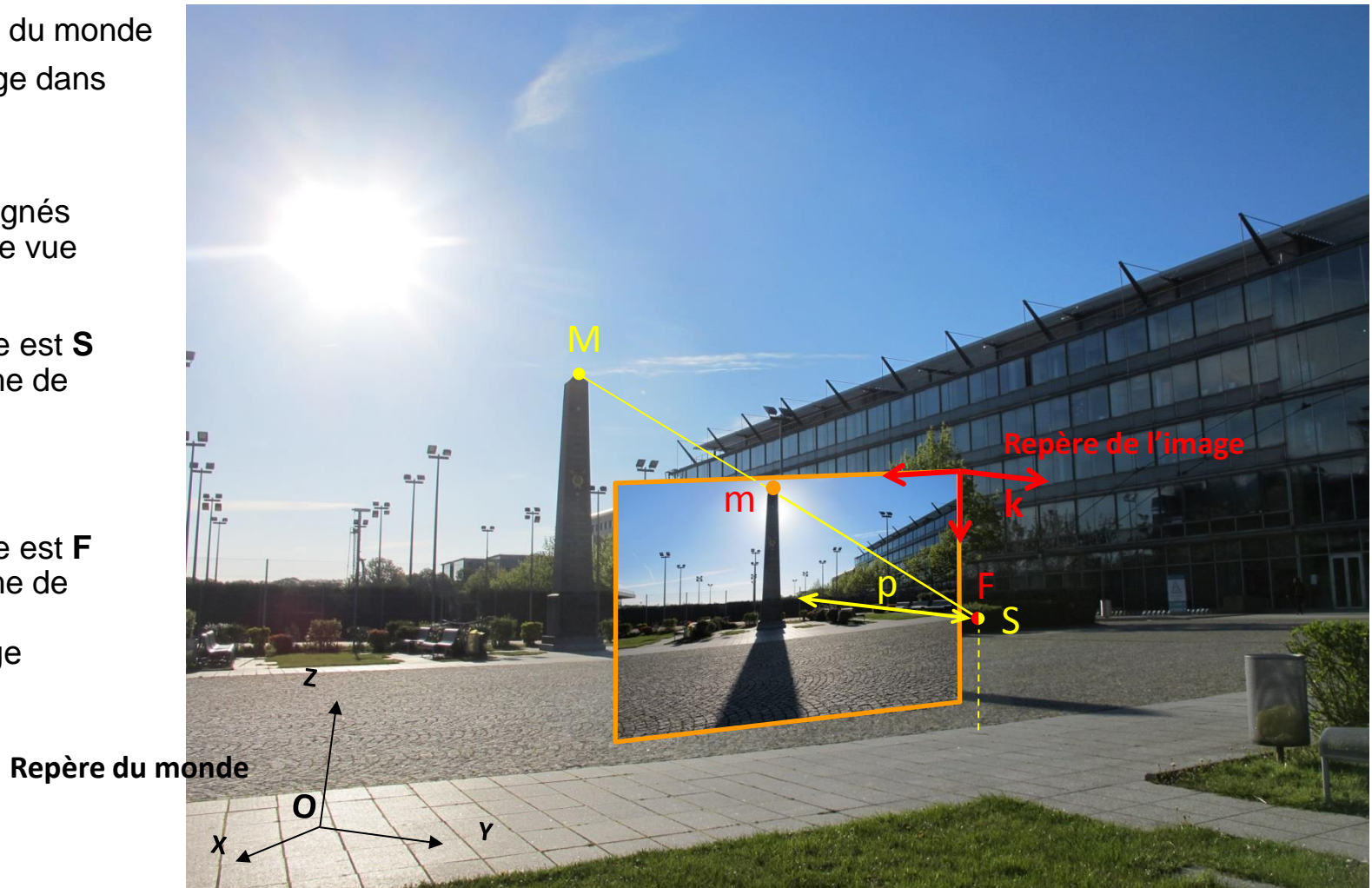
- Plan de la représentation :
« plan de projection »
- Direction orthogonale
au plan de projection :
« direction principale »
- Distance du point de vue
au plan de projection :
« distance principale », p



Jean-François Hangouët

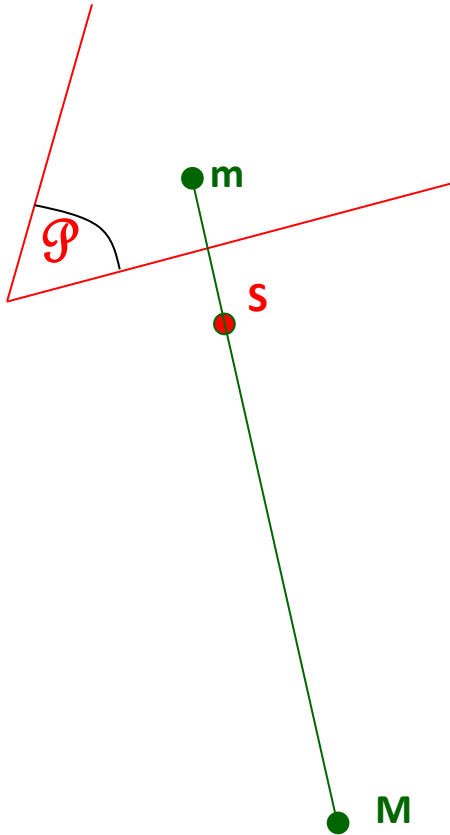
PERSPECTIVE CONIQUE

- M est un détail du monde
- m est son image dans l'image
- M et m sont alignés avec le point de vue
- Le point de vue est S dans le système de coordonnées du monde
- Le point de vue est F dans le système de coordonnées propre à l'image



Jean-François Hangouët

PERSPECTIVE CONIQUE



La perspective est définie par :

→ \mathcal{P} plan du cliché (positif ou négatif)

→ S sommet de la perspective

Elle associe :

→ M le point objet

à

→ m le point image

La perspective m d'un point M de l'espace est l'intersection de la droite (SM) avec le plan P du cliché

PERSPECTIVE : ÉCRITURE MATRICIELLE

On définit :

→ (O, X, Y, Z) un repère terrain

→ (o, x, y, z) un repère « image » tel que (o, x, y) soit confondu avec \mathcal{P}

On note :

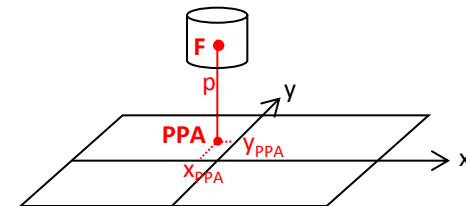
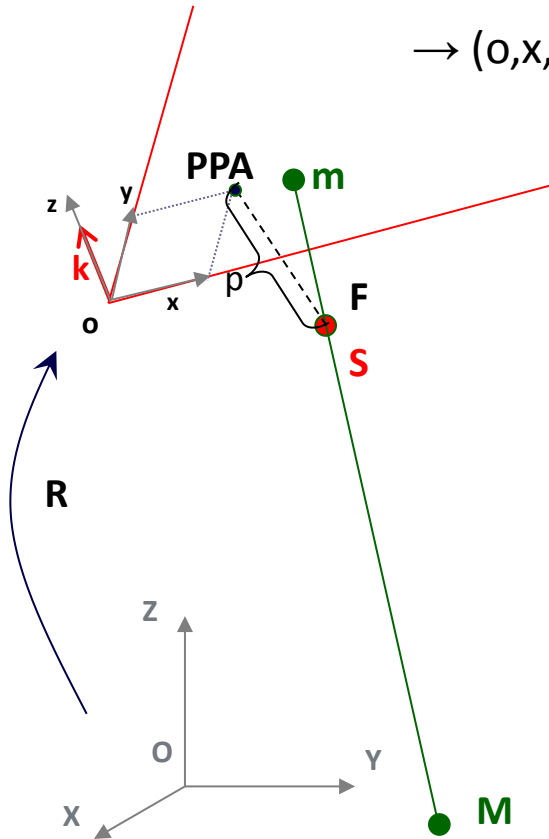
$$\rightarrow M \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}, S \begin{bmatrix} X_s \\ Y_s \\ Z_s \end{bmatrix} \text{ dans } (O, X, Y, Z) \text{ et } m \begin{bmatrix} x \\ y \\ 0 \end{bmatrix} \text{ dans } (o, x, y, z)$$

On définit :

→ R matrice de rotation du repère terrain (O,X,Y,Z) vers le repère image (o,x,y,z)

→ $F [x_{ppa}, y_{ppa}, p]$ le point S exprimé dans le repère image, p est la distance principale

→ PPA, la projection de F sur P : c'est le **point principal d'autocollimation**



PERSPECTIVE : ÉCRITURE MATRICIELLE

Équation de colinéarité ou de la perspective

$$\mathbf{m} = \mathbf{F} - \frac{{}^t\mathbf{kFR}(\mathbf{M} - \mathbf{S})}{{}^t\mathbf{kR}(\mathbf{M} - \mathbf{S})}$$

Combien de paramètres inconnus (paramètres physiques) ?

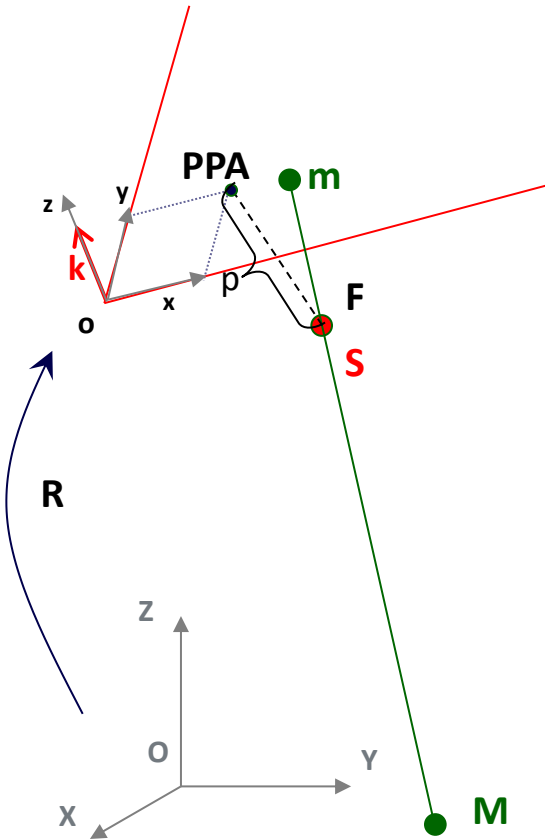
→ 3 pour F, sommet dans le repère image

→ **3 pour R, matrice de rotation**

→ **3 pour S, sommet dans le repère terrain**

} 6 « inconnues de faisceau »

« Équation aux 9 paramètres »



PERSPECTIVE : ÉCRITURE CARTÉSIENNE

$$\begin{aligned} x &= \frac{a_1X + a_2Y + a_3Z + a_4}{c_1X + c_2Y + c_3Z + 1} \\ y &= \frac{b_1X + b_2Y + b_3Z + b_4}{c_1X + c_2Y + c_3Z + 1} \end{aligned}$$

*Homographie
de R^3 dans R^2*

« Équation aux 11 paramètres »

PERSPECTIVE : PASSAGE ENTRE LES ÉCRITURES

- Paramètres physiques → 11 paramètres :

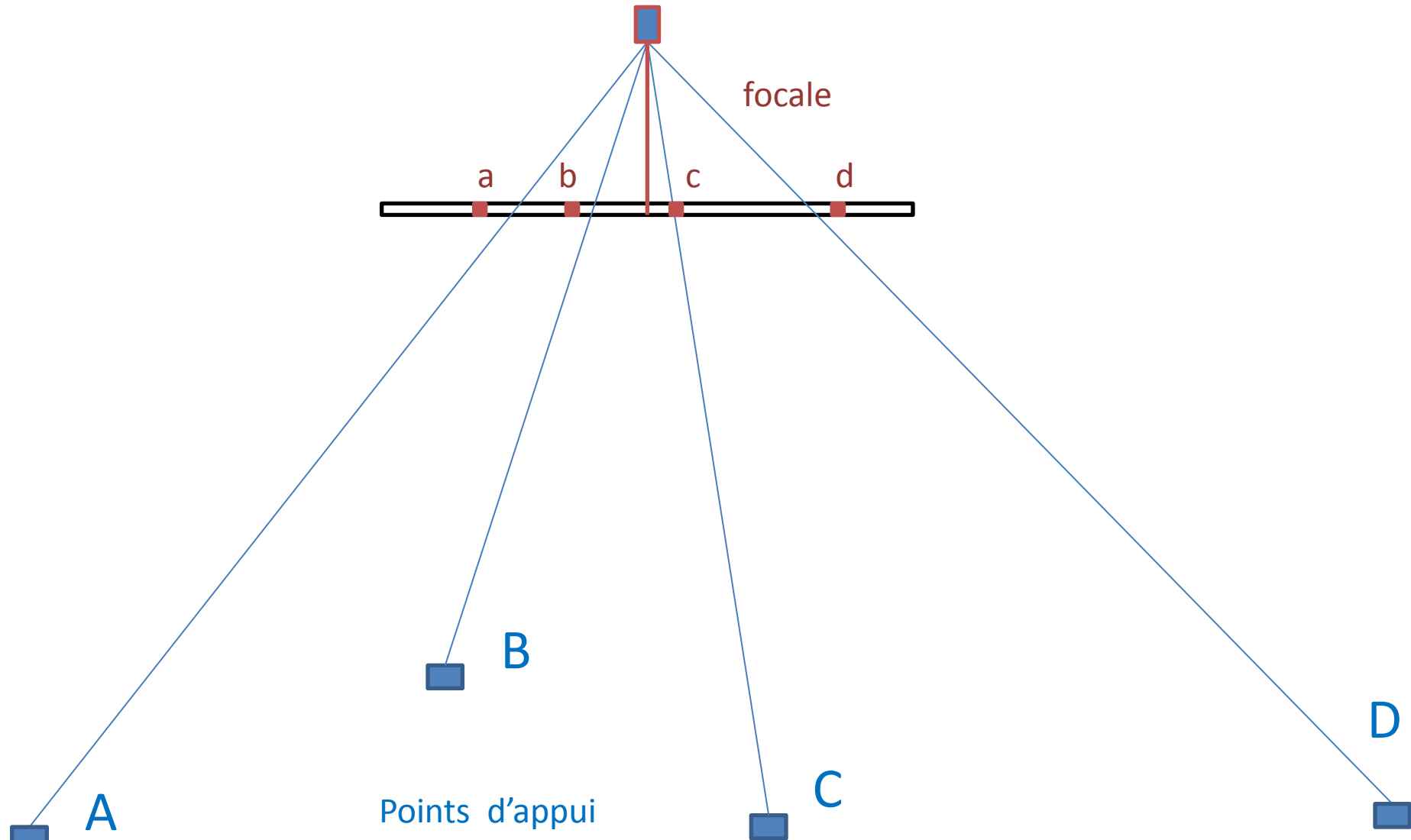
$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{pmatrix} \quad \begin{aligned} \mathbf{A} &= (a_1 \quad a_2 \quad a_3) = \frac{p\mathbf{L}_1 - x_{PPA}\mathbf{L}_3}{\mathbf{L}_3\mathbf{S}} \\ \mathbf{B} &= (b_1 \quad b_2 \quad b_3) = \frac{p\mathbf{L}_2 - y_{PPA}\mathbf{L}_3}{\mathbf{L}_3\mathbf{S}} \\ \mathbf{C} &= (c_1 \quad c_2 \quad c_3) = -\frac{\mathbf{L}_3}{\mathbf{L}_3\mathbf{S}} \end{aligned} \quad \begin{aligned} a_4 &= -\mathbf{A}\mathbf{S} \\ b_4 &= -\mathbf{B}\mathbf{S} \end{aligned}$$

- 11 paramètres → paramètres physiques :

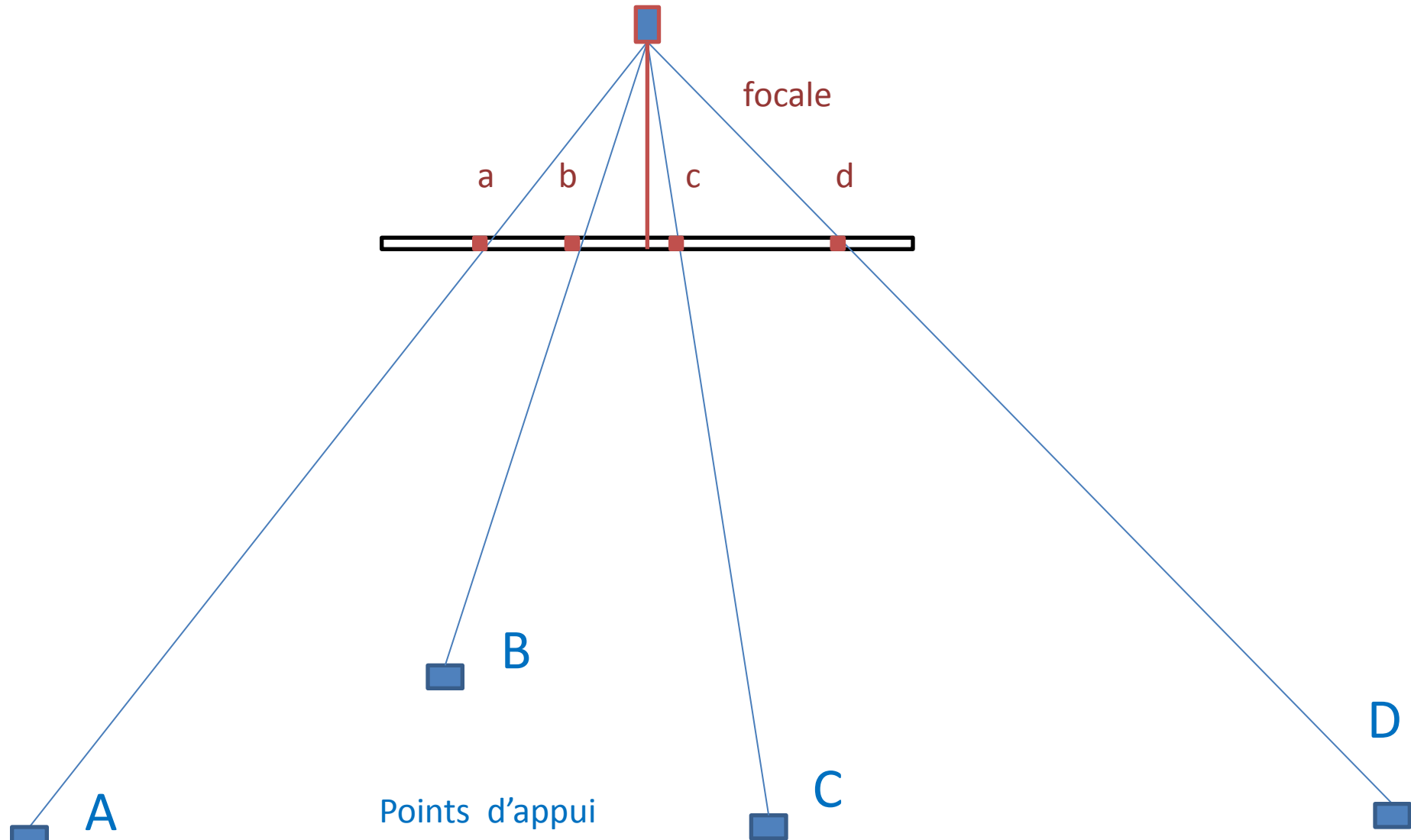
$$\begin{aligned} \text{F : } x_{PPA} &= \frac{\mathbf{A}^t \mathbf{C}}{\|\mathbf{C}\|^2} & y_{PPA} &= \frac{\mathbf{B}^t \mathbf{C}}{\|\mathbf{C}\|^2} & p &= \sqrt{\frac{\|\mathbf{A}\|^2}{\|\mathbf{C}\|^2} - x_{PPA}^2} = \sqrt{\frac{\|\mathbf{B}\|^2}{\|\mathbf{C}\|^2} - y_{PPA}^2} \\ \text{R : } \mathbf{L}_1 &= \frac{\mathbf{A} - x_{PPA}\mathbf{C}}{p\|\mathbf{C}\|} & \mathbf{L}_2 &= \frac{\mathbf{B} - y_{PPA}\mathbf{C}}{p\|\mathbf{C}\|} & \mathbf{L}_3 &= -\frac{\mathbf{C}}{\|\mathbf{C}\|} \\ \text{S : } \mathbf{S} &= \mathbf{D}^{-1}\mathbf{E} & \text{avec } \mathbf{D} &= \begin{pmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{B} \\ \mathbf{C} \end{pmatrix} & \mathbf{E} &= \begin{pmatrix} -a_4 \\ -b_4 \\ -1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

voir « *Mathématiques de la photogrammétrie numérique* » de J-F Haas – p.15

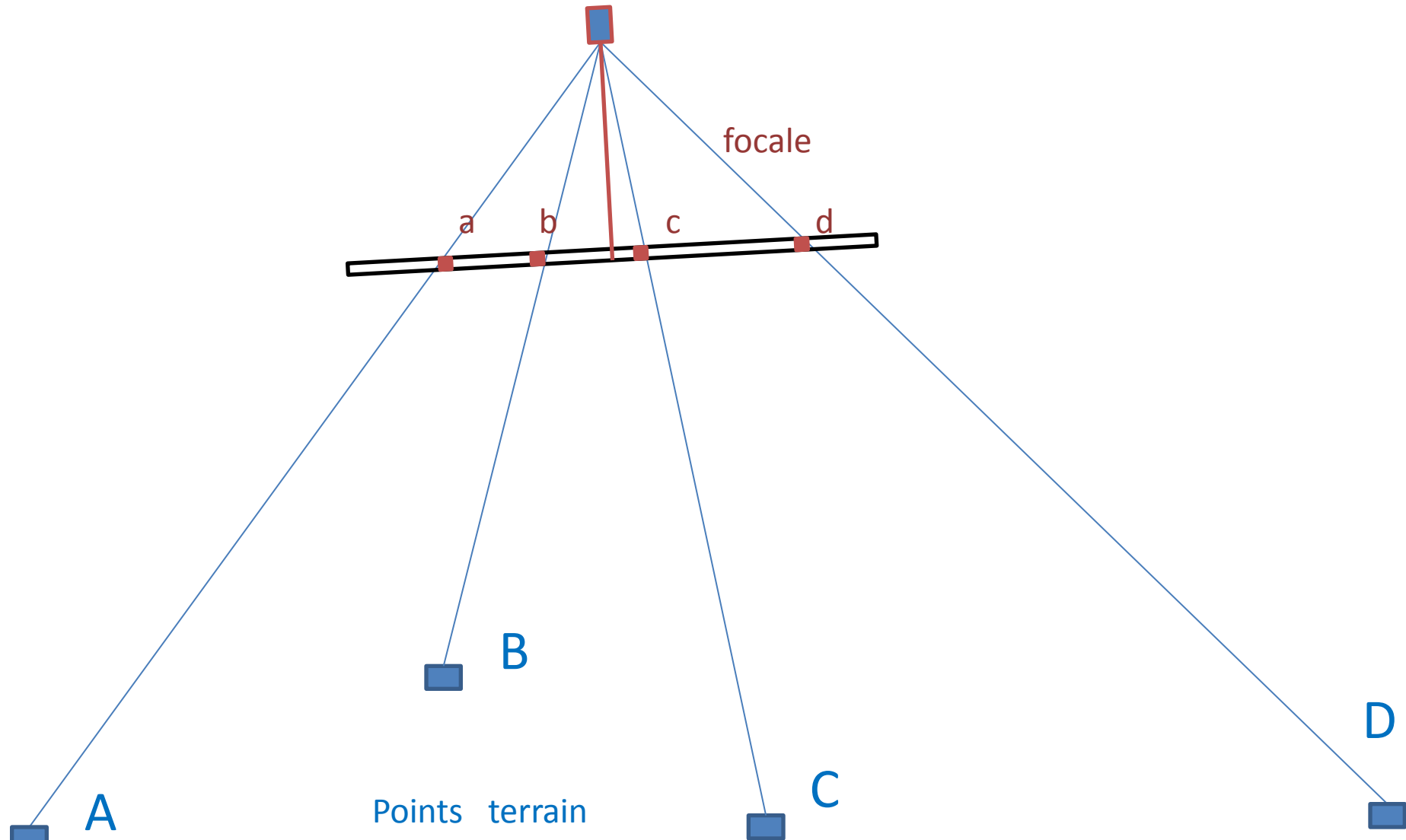
UTILISATION DES POINTS D'APPUI



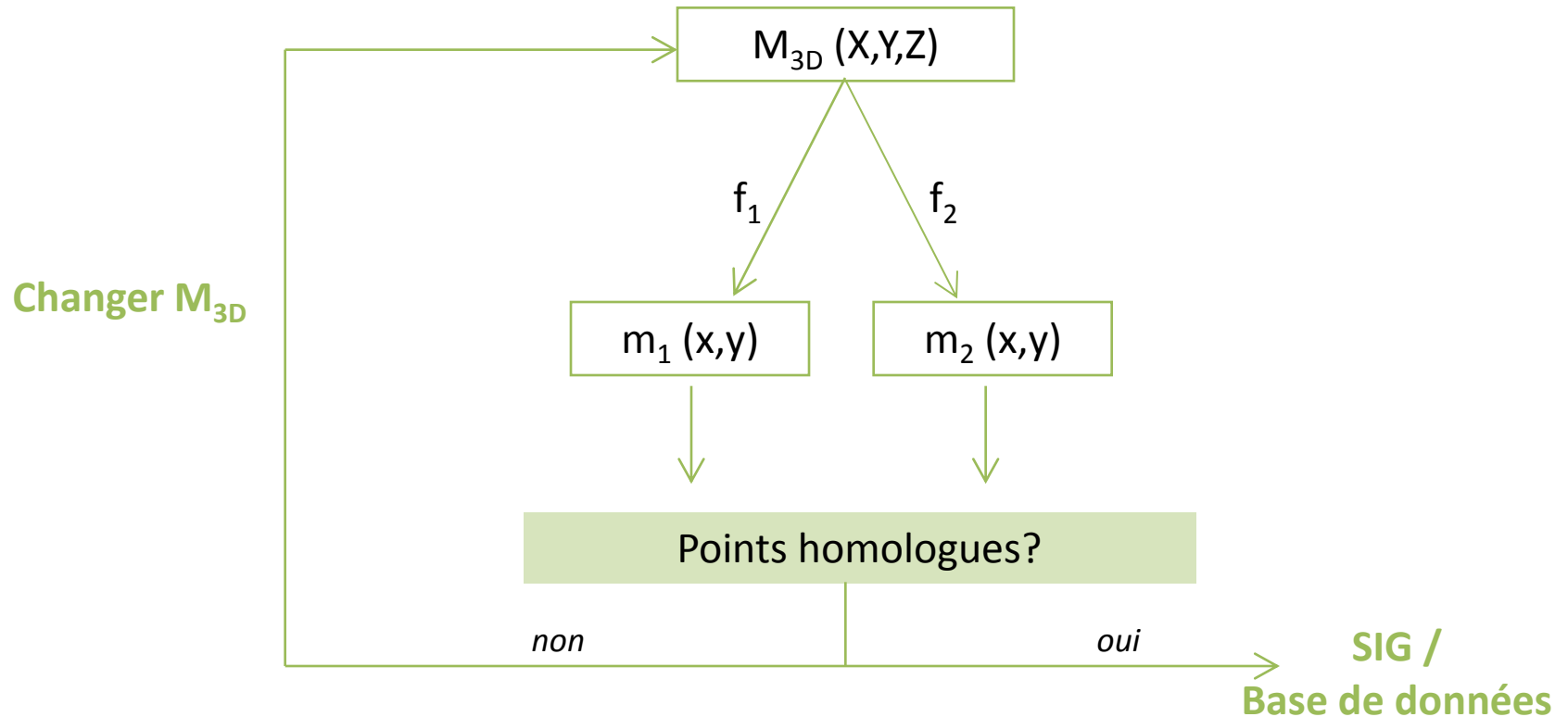
UTILISATION DES POINTS D'APPUI



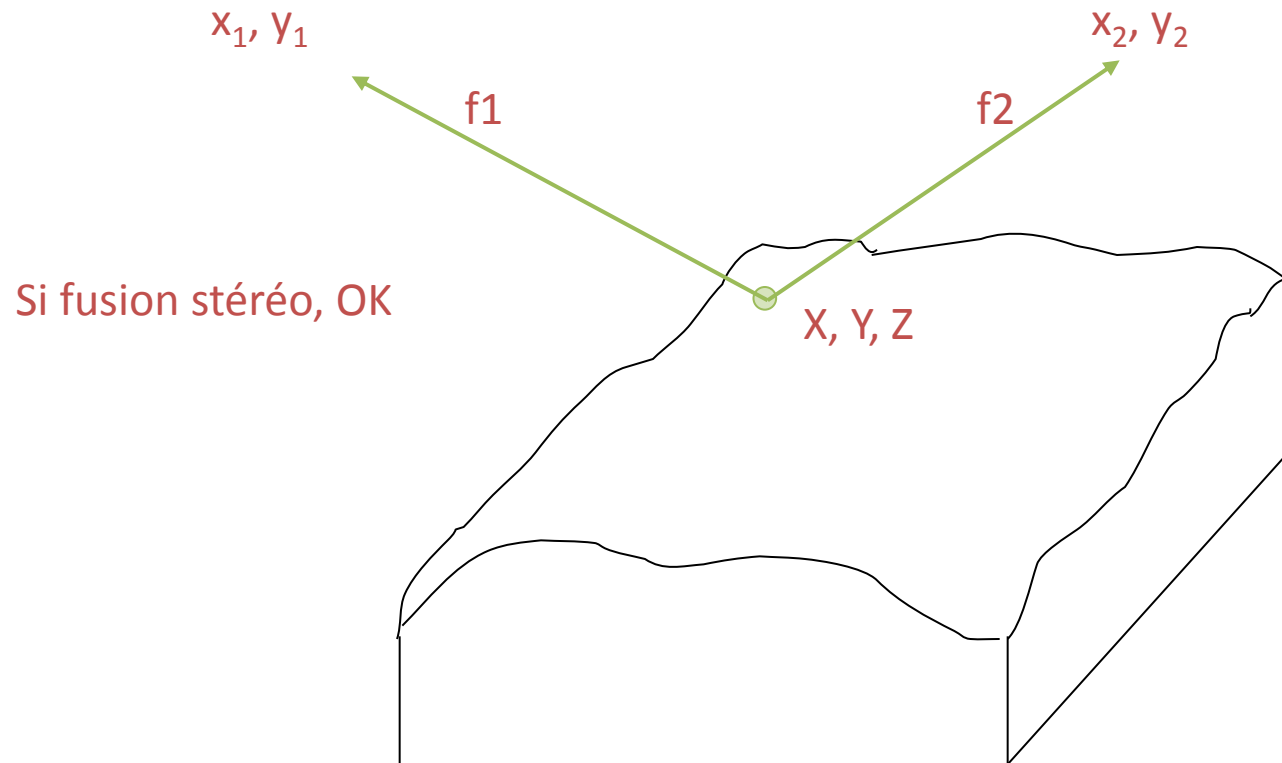
UTILISATION DES POINTS D'APPUI



FORMULE D'IMAGE : APPLICATION À LA RESTITUTION



FORMULE D'IMAGE : APPLICATION À LA RESTITUTION



FORMULE D'IMAGE : APPLICATION À LA RESTITUTION

