



Aplicando a Teoria Mie-Debye para Caracterização de Parâmetros Físicos em Pinças Óticas

Defesa de Dissertação de Mestrado

Arthur Luna da Fonseca

Orientadores: Paulo Américo Maia Neto, Rafael de Sousa Dutra

10 de Setembro de 2019

Instituto de Física - Universidade Federal do Rio de Janeiro

1. Introdução
2. Regimes de tamanhos do objeto espalhador
3. Introdução ao modelo MDSA+
4. Experimento de transferência de momento angular
5. Simulação do experimento de transferência de momento angular
6. Caracterização do parâmetro de absorção da microesfera
7. Conclusão

Introdução

Objetivo

- Caracterização do parâmetro de astigmatismo do sistema ótico através do experimento de torque ótico → microesferas com raio da ordem do comprimento de onda.
- Caracterização do parâmetro de absorção da microesfera através da análise da posição de equilíbrio axial. → microesferas com raio maior que o comprimento de onda.

Introdução à teoria de pinças óticas:

Modelagens da pinça ótica: interação de um campo (feixe) com o objeto espalhador (esfera pinçada).

Campo: feixe fortemente focalizado.

Objeto espalhador: simetria esférica.

Regimes de tamanhos do objeto espalhador

Regimes de tamanhos do objeto espalhador

Dois regimes distintos:

Regime Rayleigh: raio da esfera muito menor que o comprimento de onda do feixe ($a \ll \lambda$).

Aproximamos a esfera por um dipolo induzido:

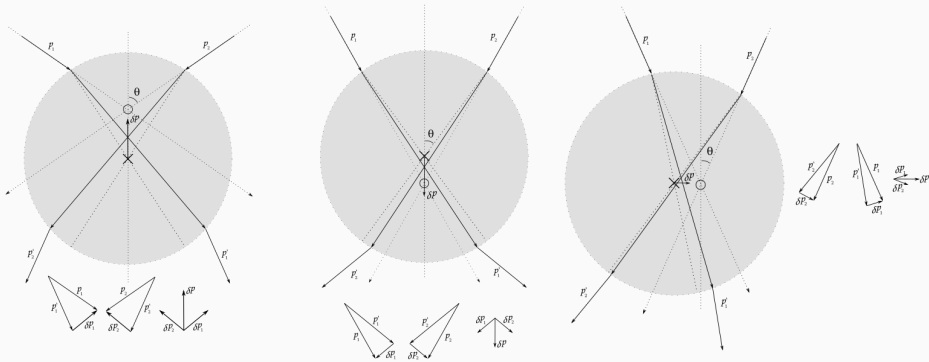
$$\mathbf{F} = \frac{1}{2} \nabla(\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}) = \frac{1}{2} \nabla(\alpha \mathbf{E}^2). \quad (1)$$

- Força aponta para região de maior intensidade do campo
- Feixe fortemente focalizado : região de maior intensidade é o foco.

Regimes de tamanhos do objeto espalhador

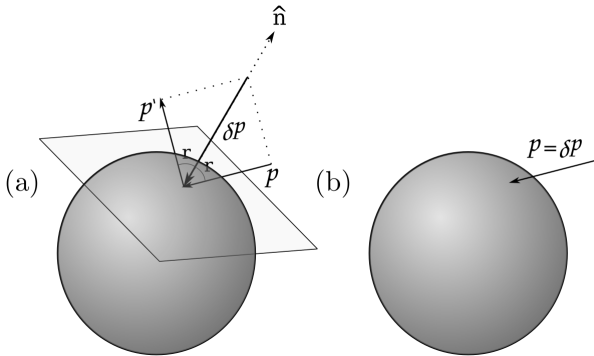
Regime de ótica geométrica: raio da esfera muito maior que o comprimento de onda do feixe ($a \gg \lambda$).

Ignorando efeitos de reflexão e de absorção, raios diametralmente opostos transferem momento para esfera na direção do foco.



Regimes de tamanhos do objeto espalhador

A posição de equilíbrio não necessariamente é no foco, pois a reflexão (a) transfere momento na direção normal ao plano tangente ao ponto de reflexão na esfera, enquanto a absorção (b) transfere na direção da propagação do raio:



Introdução ao modelo MDSA+

Modelo Mie-Debye para a pinça ótica: modelo exato para o espalhamento por uma esfera de um campo fortemente focalizado.

Campo expresso como uma superposição de ondas planas: vetores $\mathbf{k}(\theta_k, \phi_k)$ formam um cone sólido de meia abertura θ_0 :

$$\mathbf{E}_{IN} = \int_0^{\theta_0} d\theta_k \sin \theta_k \int_0^{2\pi} d\phi_k \sqrt{\sin \theta_k} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \hat{\mathbf{e}}_k, \quad (2)$$

Termo $\sqrt{\sin \theta_k}$ vem da condição de seno de Abbe ($f \sin \theta_k = \rho$):

Introdução ao modelo MDSA+

Para encontrarmos os campos espalhados pela esfera, calculamos os potenciais de Debye do campo incidente para cada caso de polarização circular, que são definidos por:

$$\Pi^E = \sum_J \Pi_J^E = \sum_J \frac{(\mathbf{r} \cdot \mathbf{E})_J}{J(J+1)} \quad e \quad \Pi^M = \sum_J \Pi_J^M = \sum_J \frac{(\mathbf{r} \cdot \mathbf{H})_J}{J(J+1)}. \quad (3)$$

O somatório em J denota a expansão do campo em multipolos.

Cada multipolo do campo incidente será espalhado com uma amplitude, dada pelos coeficiente de Mie a_j (para os multipolos elétricos) e b_j (para o multipolo magnético).

Introdução ao modelo MDSA+

Para introduzirmos o efeito causado pelo perfil do feixe paraxial incidente na objetiva, inserimos a amplitude de campo em cada ponto da entrada da objetiva na equação 2:

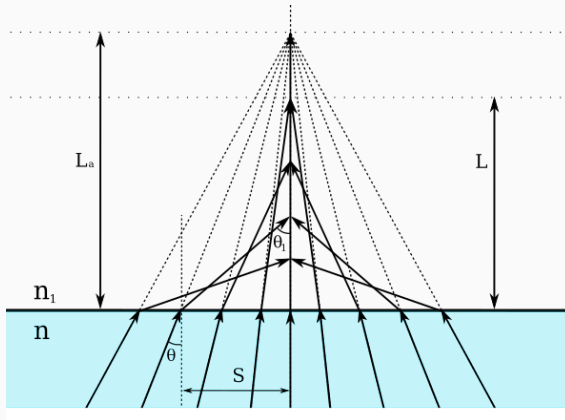
$$\mathbf{E}_{IN} = \int_0^{\theta_0} d\theta_k \sin \theta_k \int_0^{2\pi} d\phi_k \sqrt{\sin \theta_k} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} e^{-\frac{r^2 \sin^2 \theta_k}{\omega_0^2}} \hat{\mathbf{e}}_k. \quad (4)$$

O caso de um feixe elipticamente polarizado é obtido superpondo ondas circularmente polarizadas:

$$\hat{\mathbf{e}}_k = a_{\sigma+} \hat{\mathbf{e}}_{\sigma+} + a_{\sigma-} \hat{\mathbf{e}}_{\sigma-}. \quad (5)$$

Introdução ao modelo MDSA+

Depois que o feixe focalizado é produzido pela objetiva, ele incide no porta amostra, passando por uma interface de vidro e água.



Esse efeito insere uma fase em cada componente de onda plana do campo, de acordo com seu ângulo de incidência, que pode ser obtida através da lei de Snell:

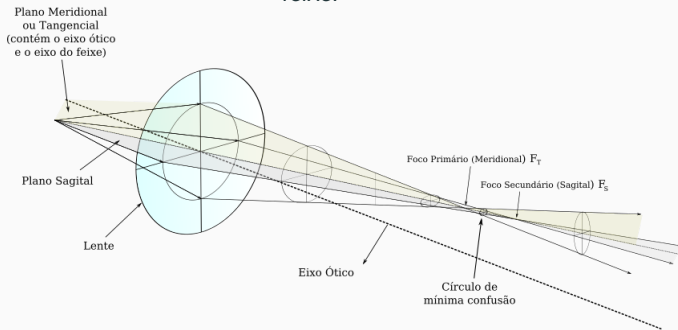
$$\Psi(z, \theta) = k \left(-\frac{L}{N} \cos \theta + NL \cos \theta_1 \right). \quad (6)$$

Também haverá reflexão nessa interface, e portanto devemos levar a amplitude de transmissão de Fresnel em consideração:

$$T(\theta) = \frac{2 \cos \theta}{\cos \theta + N \cos \theta_1}. \quad (7)$$

Introdução ao modelo MDSA+

Outras aberrações óticas também podem ser incluídas no modelo usado o formalismo de Zernike, que utiliza um conjunto de polinômios que formam uma base para descrever as fases de cada aberração ótica de um feixe.



A fase associada ao astigmatismo é:

$$\Phi_{astigmatismo}(\theta, \phi) = 2\pi A_{ast} \left(\frac{\sin \theta}{\sin \theta_0} \right)^2 \cos 2(\phi - \varphi_a), \quad (8)$$

onde o círculo unitário foi definido como o círculo formado pela entrada da objetiva, que tem raio $R_p = f \sin \theta_0$.

O parâmetro A_{ast} é o chamado parâmetro de astigmatismo.

Um dos objetivos do trabalho é a determinação desse parâmetro por meio de ajustes do modelo.

Introdução ao modelo MDSA+

Finalmente, expressamos a força em termos do fator de eficiência \mathbf{Q} :

$$\mathbf{Q} = \frac{\langle \mathbf{F} \rangle}{n_1 P / c} = |a_+|^2 \mathbf{Q}^{(\sigma+)} + |a_-|^2 \mathbf{Q}^{(\sigma-)} + \mathbf{Q}^{(cross,+-)} + \mathbf{Q}^{(cross,-+)} . \quad (9)$$

onde n_1 é o índice de refração do meio em que a microesfera está inserida e P é a potência do laser.

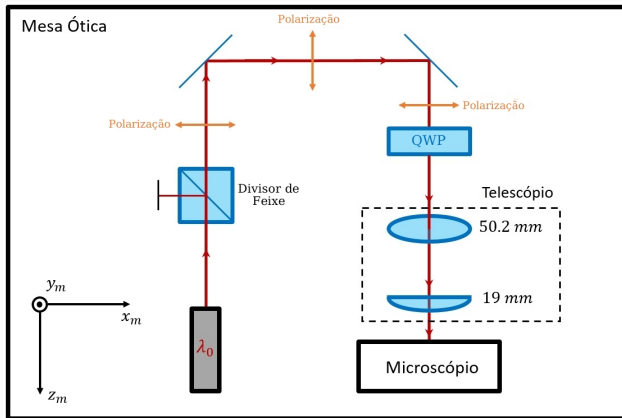
- Fator de eficiência na direção z (Q_z) \rightarrow calcular a posição de equilíbrio axial nas simulações.
- Grandezas medidas experimentalmente \rightarrow constante elásticas κ_ρ e κ_ϕ , definidas como:

$$\kappa_\rho = - \frac{n_1 P}{c} \frac{\partial Q_\rho}{\partial \rho} \Big|_{\rho=0, z=z_{eq}} , \quad \kappa_\phi = \frac{n_1 P}{c} \frac{\partial Q_\phi}{\partial \rho} \Big|_{\rho=0, z=z_{eq}} . \quad (10)$$

Experimento de transferência de momento angular

Experimento de transferência de momento angular

Para entender a simulação, é necessário discutir o experimento que mede o torque ótico na microesfera. Começamos pela geração do feixe paraxial na mesa ótica, ilustrada a seguir:



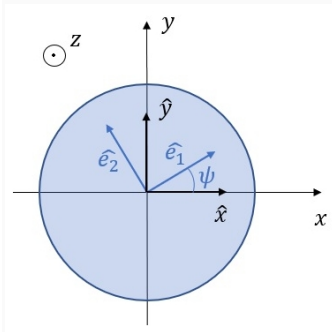
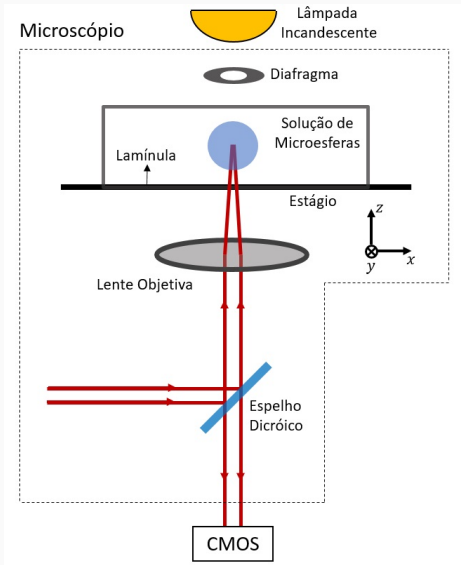
Experimento de transferência de momento angular

Dessa forma, o feixe entra no microscópio com polarização definida e cintura bem determinada, parâmetros estes que são de grande importância para simulação.

O feixe, então, é refletido por um espelho dicróico, passa pela objetiva e incide no porta amostra, onde há a solução de microesfera.

Através do espelho dicróico podemos tomar as imagens da amostra com uma câmera (CMOS).

Experimento de transferência de momento angular



Experimento de transferência de momento angular

O procedimento do experimento começa encostando a microesfera na lamínula. Em seguida, abaixa-se o estágio por uma distância bem determinada e o deslocamos na direção de \hat{x} com velocidades bem definidas. A força de arrasto do líquido (força de Stokes) é proporcional à velocidade de deslocamento do fluido, e desloca a microesfera na mesma direção e sentido.

Assumimos que as forças que são realizadas na esfera pelo feixe ao ser deslocada do eixo em que $\rho = 0$ são harmônicas.

Teremos, então, no equilíbrio de forças, $\vec{F}_\phi + \vec{F}_\rho = -\vec{F}_s$. Observando a projeção na direção y , onde $\vec{F}_s \cdot \hat{y} = 0$ e $F_\rho \sin \phi = F_\phi \cos \phi$:

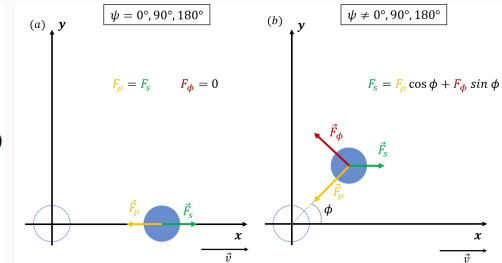
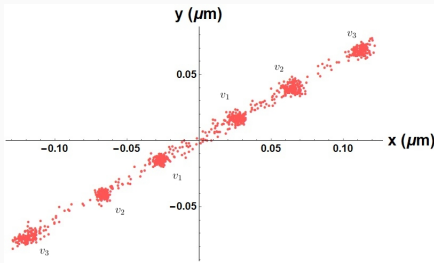
$$\frac{F_\phi}{F_\rho} = \tan \phi \approx \phi, \quad (11)$$

onde ϕ é a coordenada angular da posição de equilíbrio. Como as forças óticas são lineares, temos:

$$\frac{\kappa_\phi}{\kappa_\rho} \approx \phi. \quad (12)$$

Experimento de transferência de momento angular

É importante destacar que o ângulo ϕ não varia com a velocidade. Podemos ver abaixo o diagrama de forças da microesfera deslocada do eixo, e a reta formada pelas posições de equilíbrio de várias velocidades do estágio diferentes.



Simulação do experimento de transferência de momento angular

Simulação do experimento

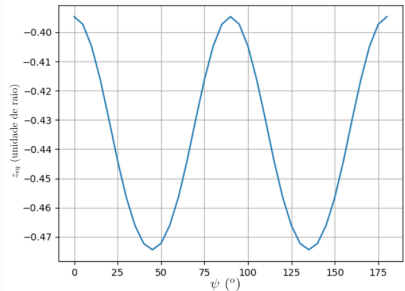
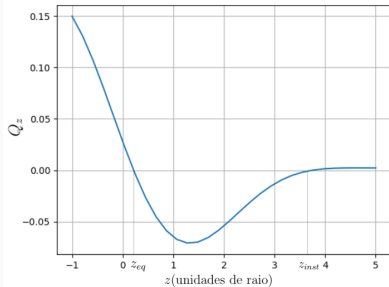
Para iniciar a simulação, calcula-se a posição do foco do feixe em relação à interface, quando a microesfera está encostada na lamínula e em uma posição de equilíbrio estável, com ângulo ψ da placa de quarto de onda (QWP) $\psi = 0$ (polarização linear). Esta posição será chamada de L_0 .

A seguir, desloca-se o estágio do microscópio na direção z por uma distância de $\delta z = 3\mu m$. O feixe, portanto, estará a uma distância

$$L = L_0 + 3\mu m \frac{n_1}{n} \text{ da interface vidro-água.}$$

Simulação do experimento

Uma vez que a posição do foco esteja determinada, calculamos a posição de equilíbrio para varias polarizações do feixe incidente diferentes, ou seja, variando ψ .



Resultados da simulação do experimento

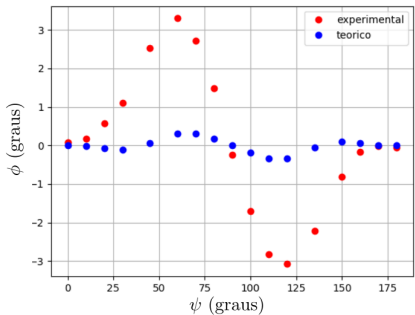
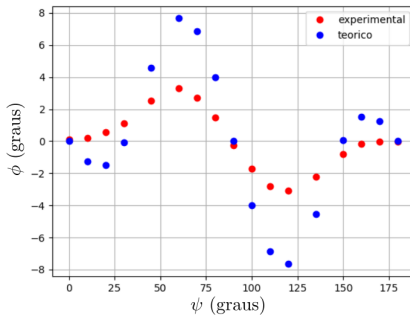
Usando as posições de equilíbrio, calculamos as derivadas do fator de eficiência nas direções ρ e ϕ , e temos assim o ângulo da posição de equilíbrio.

Variando o parâmetro de astigmatismo, usamos uma função erro para determinar qual conjunto de pontos numéricos tem maior verossimilhança com os dados experimentais. A função erro é definida como:

$$E(A_{ast}) = \sum_i [\phi_i^{exp} - \phi_i^{sim}(A_{ast})]^2. \quad (13)$$

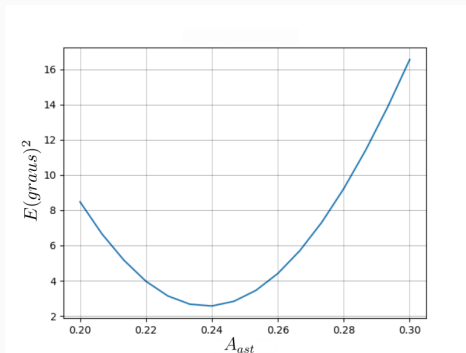
Resultados da simulação do experimento

A seguir, dois exemplos de conjuntos de pontos teóricos com parâmetros de astigmatismo diferentes ($A_{ast} = 0$ na esquerda e $A_{ast} = 0.36$ na direita):



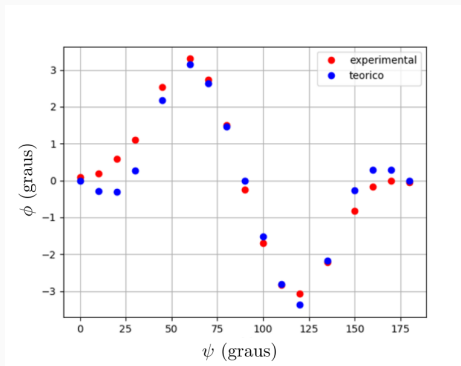
Resultados da simulação do experimento

O gráfico da função erro pelo parâmetro de astigmatismo apresenta um mínimo em $A_{ast} = 0.24$, que corresponde ao valor mais provável do parâmetro de astigmatismo:



Resultados da simulação do experimento

A seguir, mostramos o gráfico da posição angular ϕ em função do ângulo da placa de quarto de onda ψ para o valor de $A_{ast} = 0.24$:



Caracterização do parâmetro de absorção da microesfera

Caracterização do parâmetro de absorção da microesfera

O que chamamos de parâmetro de absorção da microesfera é a parte imaginária do seu índice de refração.

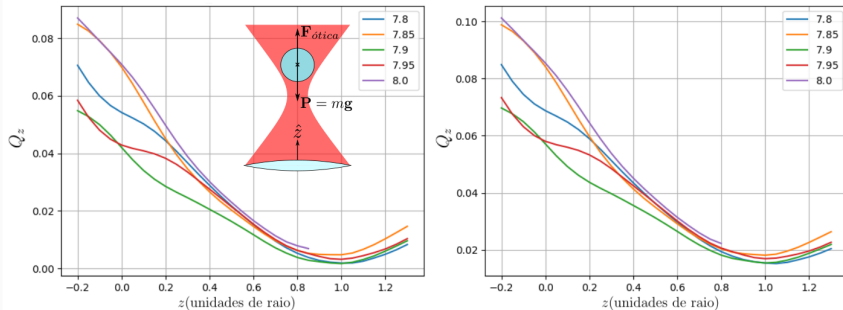
O poliestireno é um material amplamente usado em experimentos de pinças óticas, e seu parâmetro de absorção é fornecido na literatura como

$$\text{Im}(n_{\text{poli}}) = 0.002.$$

Simulações com esferas grandes usadas e aprisionadas em laboratório não apresentaram qualquer posição de equilíbrio axial para esse valor quando o feixe incidente possui astigmatismo. Essa foi a motivação para o estudo da caracterização dessa grandeza, juntamente com o fato de haver uma forte dependência do fator de eficiência na direção z com ela.

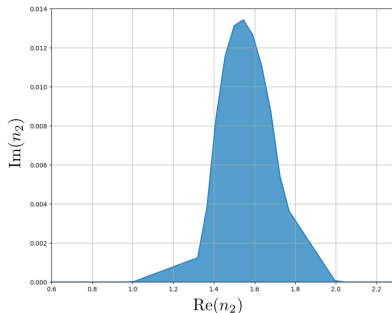
Resultados da simulação do experimento

Os maiores valores de $Im(n_{poli})$ que apresentaram uma posição próxima ao eixo $z = 0$ foram para $Im(n_{poli}) = 0.0004$, o que poderia indicar um equilíbrio com a força peso. O comportamento do fator de eficiência Q_z em função de z para vários raios está apresentado no gráfico a seguir:



Caracterização do parâmetro de absorção da microesfera

Para voltar a observar posições de equilíbrio, podemos levar o parâmetro de astigmatismo a 0 e procurar parâmetros de absorção que apresentem uma posição de equilíbrio próxima ao foco. Para fazer isso, o cálculo numérico para esferas menores é mais rápido, e o resultado é equivalente. Dessa forma, os valores de n_{poli} tais que a posição de equilíbrio esteja ao menos 3 raios de distância do plano focal estão representados pela parte preenchida do gráfico:



Caracterização do parâmetro de absorção da microesfera

Podemos propor um experimento para tentar caracterizar esse parâmetro. Como a força em z tem uma dependência forte com $Im(n_{poli})$, podemos testar a condição de pinçamento observando as flutuações de energia potencial da pinça e calculando o tamanho da barreira potencial em z que a esfera deve ultrapassar para sair do aprisionamento.

Definimos o potencial efetivo para microesfera confinada no eixo z :

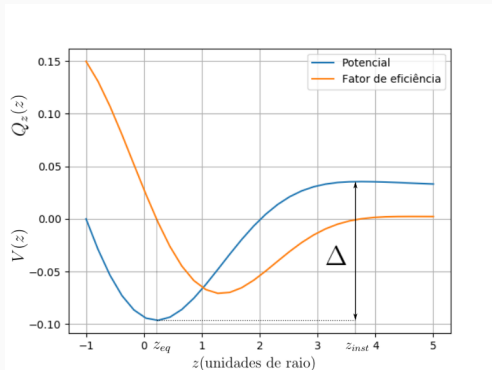
$$V(z) = - \int_{z_0}^z \frac{n_1 P}{c} Q_z dz + V(z_0). \quad (14)$$

O tamanho da barreira potencial é, então:

$$\Delta = \int_{z_{eq}}^{z_{inst}} Q_z \frac{dz}{a}. \quad (15)$$

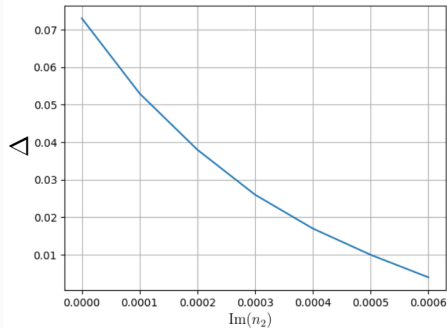
Caracterização do parâmetro de absorção da microesfera

A seguir, ilustramos as grandezas discutidas anteriormente. Em laranja, o fator de eficiência $Q_z(z)$, e em azul o potencial $V(z)$:



Caracterização do parâmetro de absorção da microesfera

Fialmente, calculamos o tamanho da barreira potencial Δ para vários valores de $\text{Im}(n_{\text{poli}})$:



Caracterização do parâmetro de absorção da microesfera

Multiplicamos o valor de Δ por $(n_1 Pa)/c$ para obter o valor da barreira potencial de fato.

Podemos medir os valores máximos de flutuações de energia potencial da microesfera para tempos curtos, calibrando a constante elástica experimentalmente e observando as amplitudes de oscilação da microesfera. Ao diminuir a potencial P do laser, podemos procurar o valor em que a microesfera escapa da pinça pelo eixo z .

Medimos, então, a energia potencial máxima que a microesfera pode obter e a potencia do laser que permite a microesfera escapar. Portanto, podemos procurar o valor de $Im(n_{poli})$ que fornece uma barreira menor ou igual à energia da microesfera

Conclusão

- bla