Aplicando a Teoria Mie-Debye para Caracterização de Parâmetros Físicos em Pinças Óticas

Defesa de Dissertação de Mestrado

Arthur Luna da Fonseca
Orientadores: Paulo Américo Maia Neto, Rafael de Sousa Dutra

10 de Setembro de 2019

Instituto de Física - Universidade Federal do Rio de Janeiro

Conteúdo

Introdução

Objetivo

- Caracterização do parâmetro de astigmatismo do sistema ótico através do experimento de torque ótico $\rightarrow$ microesferas com raio da ordem do comprimento de onda.
- Caracterização do parâmetro de absorção da microesfera através da análise da posição de equilíbrio axial. $\rightarrow$ microesferas com raio maior que o comprimento de onda.

Introdução

Introdução à teoria de pinças óticas:

Modelagens da pinça ótica: interação de um campo (feixe) com o objeto espalhador (esfera pinçada).

Campo: feixe fortemente focalizado.

Objeto espalhador: simetria esférica.

Regimes de tamanhos do objeto espalhador

Regimes de tamanhos do objeto espalhador

Dois regimes distintos:

Regime Rayleigh: raio da esfera muito menor que o comprimento de onda do feixe ($a \ll \lambda$).

Aproximamos a esfera por um dipolo induzido:

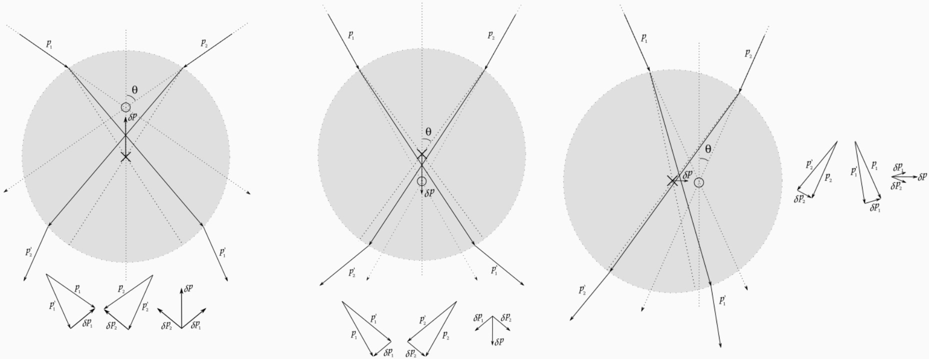
$$\mathbf{F} = \frac{1}{2}\nabla(\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}) = \frac{1}{2}\nabla(\alpha \mathbf{E}^2). \tag{1}$$

- Força aponta para região de maior intensidade do campo
- Feixe fortemente focalizado : região de maior intensidade é o foco.

Regimes de tamanhos do objeto espalhador

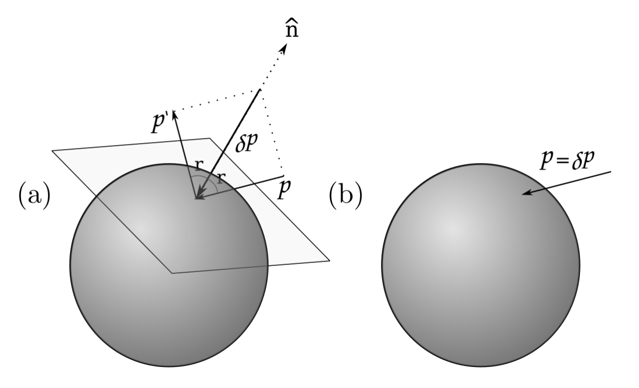
Regime de ótica geométrica: raio da esfera muito mairo que o comprimento de onda do feixe ($a \gg \lambda$).

Ignorando efeitos de reflexão e de absorção, raios diametralmente opostos transferem momento para esfera na direção do foco.



Regimes de tamanhos do objeto espalhador

A posição de equilíbrio não necessariamente é no foco,
pois a reflexão (a) transfere momento na direção normal ao plano
tangente ao ponto de reflexão na esfera,
enquanto a absorção (b) transfere na direção da propagação do raio:



Introdução ao modelo MDSA+

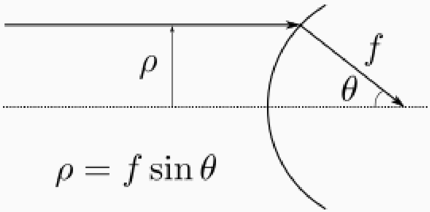
Introdução ao modelo MDSA+

Modelo Mie-Debye para a pinça ótica: modelo exato para o espalhamento por uma esfera de um campo fortemente focalizado.

Campo expresso como uma superposição de ondas planas: vetores $\mathbf{k}(\theta_k, \phi_k)$ formam um cone sólido de meia abertura θ_0:

$$\mathbf{E}_{IN} = \int_0^{\theta_0} d\theta_k \sin\theta_k \int_0^{2\pi} d\phi_k \sqrt{\sin\theta_k}\, e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \hat{\varepsilon}_k, \qquad (2)$$

Termo $\sqrt{\sin\theta_k}$ vem da condição de seno de Abbe :



Para encontrarmos os campos espalhados pela esfera, calculamos os potenciais de Debye do campo incidente para cada caso de polarização circular, que são definidos por:

$$\Pi^E = \sum_J \Pi_J^E = \sum_J \frac{(\mathbf{r}\cdot\mathbf{E})_J}{J(J+1)} \qquad e \qquad \Pi^M = \sum_J \Pi_J^M = \sum_J \frac{(\mathbf{r}\cdot\mathbf{H})_J}{J(J+1)}. \tag{3}$$

O somatório em J denota a expansão do campo em multipolos.

Cada multipolo do campo incidente será espalhado com uma amplitude, dada pelos coeficiente de Mie a_j (para os multipolos elétricos) e b_j (para o multipolo magnético).

Introdução ao modelo MDSA+

Para introduzirmos o efeito causado pelo perfil do feixe paraxial incidente na objetiva, inserimos a amplitude de campo em cada ponto da entrada da objetiva na equação 2:

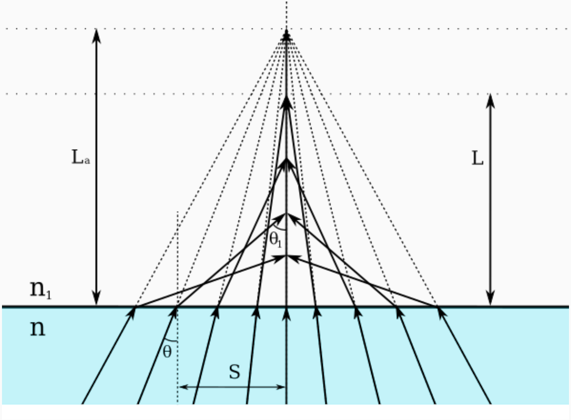
$$\mathbf{E}_{IN} = \int_0^{\theta_0} d\theta_k \sin\theta_k \int_0^{2\pi} d\phi_k \sqrt{\sin\theta_k} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} e^{-\frac{f^2 \sin^2 \theta_k}{\omega_0^2}} \hat{\varepsilon}_k. \tag{4}$$

O caso de um feixe elipticamente polarizado é obtido superpondo ondas circularmente polarizadas:

$$\hat{\varepsilon}_k = a_{\sigma+}\hat{\epsilon}_{\sigma+} + a_{\sigma-}\hat{\epsilon}_{\sigma-}. \tag{5}$$

Introdução ao modelo MDSA+

Depois que o feixe focalizado é produzido pela objetiva, ele incide no porta amostra, passando por uma interface de vidro e água.



Introdução ao modelo MDSA+

Esse efeito insere uma fase em cada componente de onda plana do campo, de acordo com seu ângulo de incidência, que pode ser obtida através da lei de Snell:

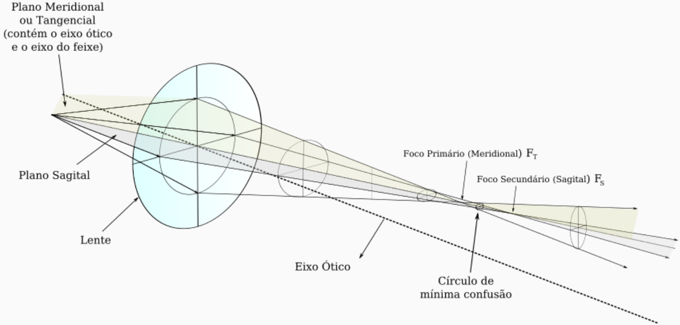
$$\Psi(z, \theta) = k \left(-\frac{L}{N} \cos\theta + NL \cos\theta_1 \right). \tag{6}$$

Também haverá reflexão nessa interface, e portanto devemos levar a amplitude de transmissão de Fresnel em consideração:

$$T(\theta) = \frac{2\cos\theta}{\cos\theta + N\cos\theta_1}. \tag{7}$$

Introdução ao modelo MDSA+

Outras aberrações óticas também podem ser incluidas no modelo usado o formalismo de Zernike, que utiliza um conjunto de polinômios que formam uma base para descrever as fases de cada aberração ótica de um feixe.



A fase associada ao astigmatismo é:

$$\Phi_{astigmatismo}(\theta, \phi) = 2\pi A_{ast} \left(\frac{\sin\theta}{\sin\theta_0} \right)^2 \cos 2(\phi - \varphi_a), \tag{8}$$

onde o círculo unitário foi definido como o círculo formado pela entrada da objetiva, que tem raio $R_p = f \sin\theta_0$.

O parâmetro A_{ast} é o chamado parâmetro de astigmatismo.

Um dos objetivos do trabalho é a determinação desse parâmetro por meio de ajustes do modelo.

Introdução ao modelo MDSA+

Finalmente, expressamos a força em termos do fator de eficiência $\mathbf{Q}$:

$$\mathbf{Q} = \frac{\langle \mathbf{F} \rangle}{n_1 P/c} = |a_+|^2 \mathbf{Q}^{(\sigma+)} + |a_-|^2 \mathbf{Q}^{(\sigma-)} + \mathbf{Q}^{(cross,+-)} + \mathbf{Q}^{(cross,-+)}. \quad (9)$$

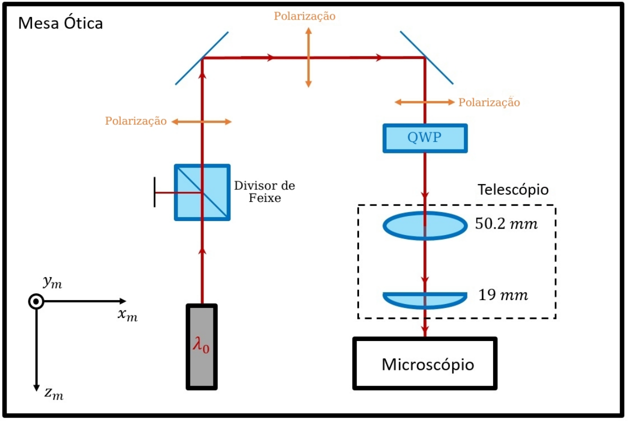
onde n_1 é o índice de refração do meio em que a microesfera está inserida e P é a potência do laser.

- Fator de eficiência na direção z (Q_z) $\rightarrow$ calcular a posição de equilíbrio axial nas simulações.
- Grandezas medidas experimentalmente $\rightarrow$ constante eláticas κ_ρ e κ_ϕ, definidas como:

$$\kappa_\rho = -\frac{n_1 P}{c} \frac{\partial Q_\rho}{\partial \rho}\bigg|_{\rho=0,\, z=z_{eq}} \quad , \quad \kappa_\phi = \frac{n_1 P}{c} \frac{\partial Q_\phi}{\partial \rho}\bigg|_{\rho=0,\, z=z_{eq}} . \quad (10)$$

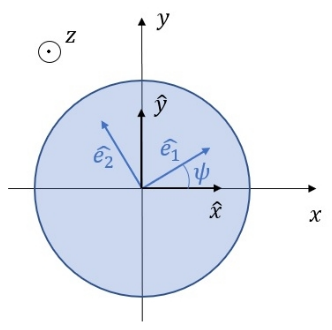
Experimento de transferência de momento angular

Para entender a simulação, é necessário discutir o experimento que mede o torque ótico na microesfera. Começamos pela geração do feixe paraxial na mesa ótica, ilustrada a seguir:



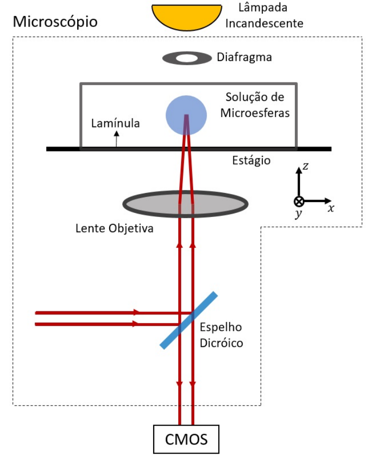
Experimento de transferência de momento angular

- Feixe entra no microscópio com polarização bem definida (dado o ângulo ψ da placa de quarto de onda).
- A cintura do feixe que entra na objetiva é medida.
- Parâmetros experimentais importantes para a simulação.
- A direção $\hat{x}$ é definida a partir da direção de polarização linear.



Experimento de transferência de momento angular

- Feixe é refletido por um espelho dicróico, passa pela objetiva e incide no porta amostra, onde há a solução de microesfera.
- Através do espelho dicróico podemos tomar as imagens da amostra com uma câmera (CMOS).



Experimento de transferência de momento angular

Procedimento do experimento de torque ótico:

- Encostar a microesfera na lamínula.
- Abaixar o estágio em uma distância bem determinada.
- Deslocar a bandeja do microscópio com várias velocidades diferentes.

Haverá uma força de arrasto do líquido (força de Stokes) na microesfera, proporcional à velocidade de deslocamento da bandeja.

Experimento de transferência de momento angular

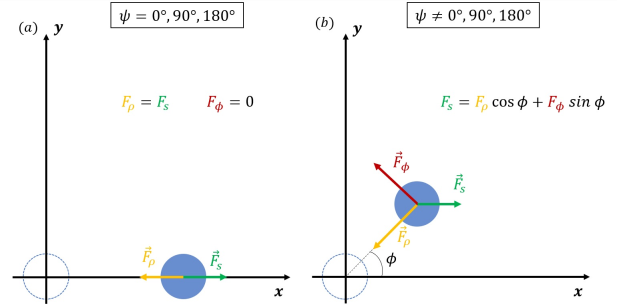
Teremos, então, no equilíbrio de forças, $\vec{F_\phi} + \vec{F_\rho} = -\vec{F_s}$.

Assumimos que as forças óticas são harmônicas próximo à posição de equilíbrio.

Observando a projeção na direção y, onde $\vec{F_s} \cdot \hat{y} = 0$ e $F_\rho \sin\phi = F_\phi \cos\phi$:

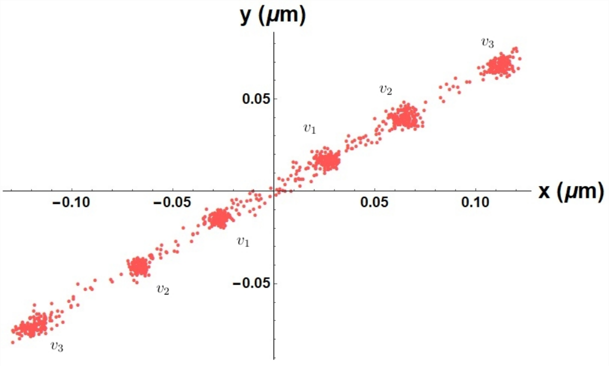
$$\frac{F_\phi}{F_\rho} = \frac{\kappa_\phi}{\kappa_\rho} = \tan\phi \approx \phi, \tag{11}$$

onde ϕ é a coordenada angular da popsição de equilíbrio.



Experimento de transferência de momento angular

É importante destacar que o ângulo ϕ não varia com a velocidade. Podemos ver abaixo a reta formada pelas posições de equilíbrio de várias velocidades do estágio diferentes.



Simulação do experimento de transferência de momento angular

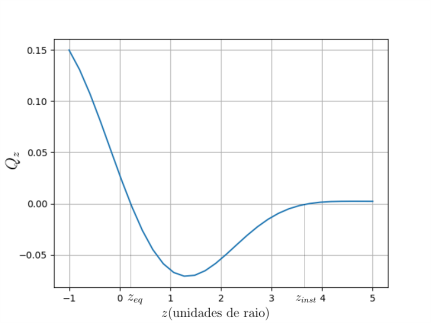
Simulação do experimento

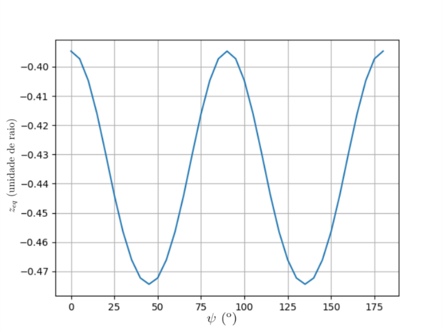
Para iniciar a simulação, calcula-se a posição do foco do feixe em relação à interface (L_0), quando a microesfera está encostada na lamínula e em uma posição de equilíbrio estável.

Move-se, então, o foco na direção z por uma distância de $\delta z = 3\frac{n_1}{n}\mu m$. O feixe, portanto, estará a uma distância $L = L_0 + 3\mu m\frac{n_1}{n}$ da interface vidro-água.

Simulação do experimento

Uma vez determinada a posição do foco, calculamos a posição de equilíbrio para varias polarizações do feixe incidente diferentes.





Simulação do experimento

- Usando as posições de equilíbrio, calculamos κ_ϕ e κ_ρ, e temos assim o ângulo da posição de equilíbrio.
- Simulamos várias vezes o experimento com parâmetros de astigmatismo diferentes.
- Usamos uma função erro para determinar qual simulação tem maior verossimilhança com o experimento.

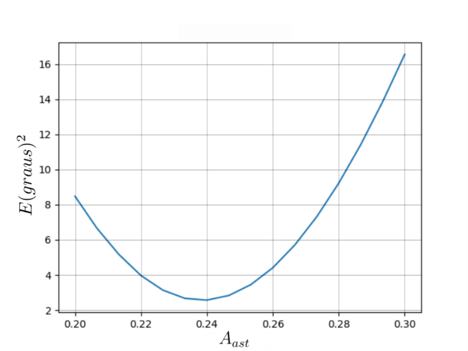
A função erro é definida como:

$$E(A_{ast}) = \sum_i \left[\phi_i^{exp} - \phi_i^{sim}(A_{ast})\right]^2. \tag{12}$$

Resultados da simulação do experimento

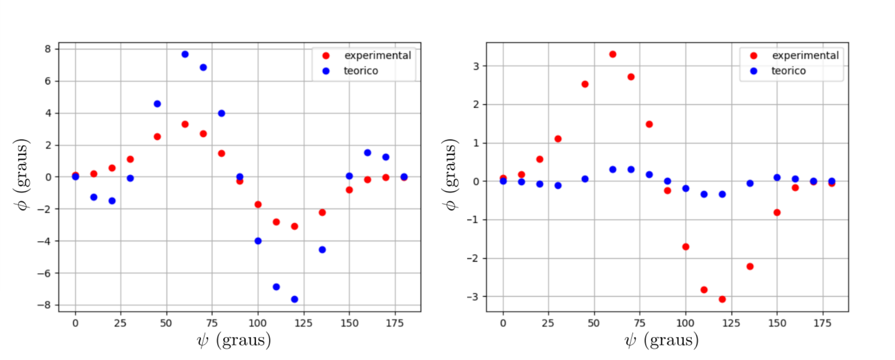
Resultados da simulação do experimento

O gráfico da função erro pelo parâmetro de astigmatismo apresenta um mínimo em $A_{ast} = 0.24$, que corresponde ao valor mais provável do parâmetro de astigmatismo:



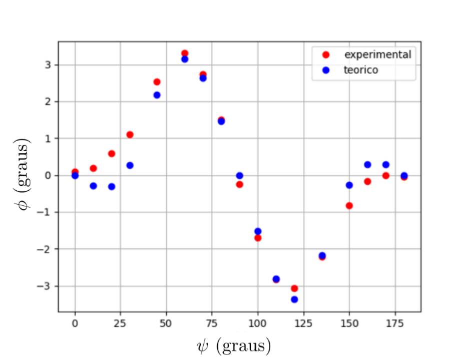
Resultados da simulação do experimento

A seguir, dois exemplos de conjuntos de pontos teóricos com paprâmetros de astigmatismo diferentes ($A_{ast} = 0$ na esquerda e $A_{ast} = 0.36$ na direita):



Resultados da simulação do experimento

Por último, mostramos o gráfico da posição angular ϕ em função do ângulo da placa de quarto de onda ψ para o valor ajustado de $A_{ast} = 0.24$:



Caracterização do parâmetro de absorção da microesfera

Caracterização do parâmetro de absorção da microesfera

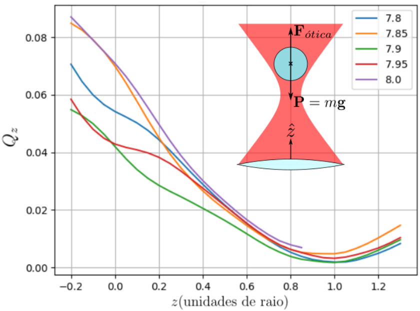
O que chamamos de parâmetro de absorção da microesfera é a parte imagináraa do seu índice de refração.

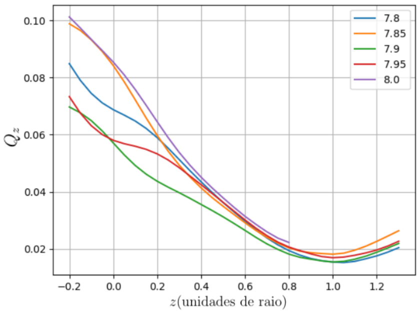
O poliestireno é um material amplamente usado em experimentos de pinças óticas, e seu parâmetro de absorção é fornecido na literatura como $Im(n_{poli}) = 0.002$.

Simulações com esferas grandes usadas e aprisionadas em laboratório não apresentaram qualquer posição de equilíbrio axial para esse valor quando o feixe incidente possui astigmatismo. Essa foi a motivação para o estudo da caracterização dessa grandeza, juntamente com o fato de haver uma forte dependência do fator de eficiência na direção z com ela.

Resultados da simulação do experimento

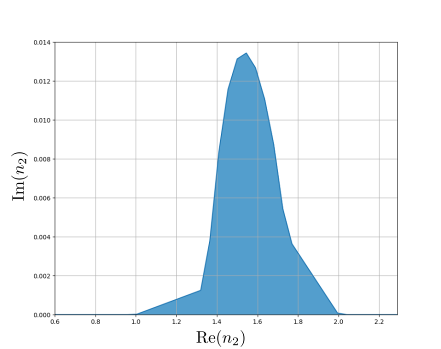
Os maiores valores de $Im(n_{poli})$ que apresentaram uma posição próxima ao eixo $z = 0$ foram para $Im(n_{poli}) = 0.0004$, o que poderia indicar um equilíbrio com a força peso. O comportamento do fator de eficiência Q_z em função de z para vários raios está apresentado no gráfico a seguir:





Caracterização do parâmetro de absorção da microesfera

Para voltar a observar posições de equilíbrio, podemos levar o parâmetro de astigmatismo a 0 e procurar parâmetros de abosorção que apresentem uma posição de equilíbrio próxima ao foco. Para fazer isso, o cálculo numérico para esferas menores é mais rápido, e o resultado é equivalente. Dessa forma, os valores de n_{poli} tais que a posição de equilíbrio esteja ao menos 3 raios de de distância do plano focal estão representados pela parte preenchida do gráfico:



Caracterização do parâmetro de absorção da microesfera

Podemos propor um experimento para tentar caracterizar esse parâmetro. Como a força em z tem uma dependência forte com $Im(n_{poli})$, podemos testar a condição de pinçamento observando as flutuações de energia potencial da pinça e calculando o tamanho da berreira potencial em z que a esfera deve ultrapassar para sair do aprisionamento.

Definimos o potencial efetivo para microesfera confinada no eixo z:

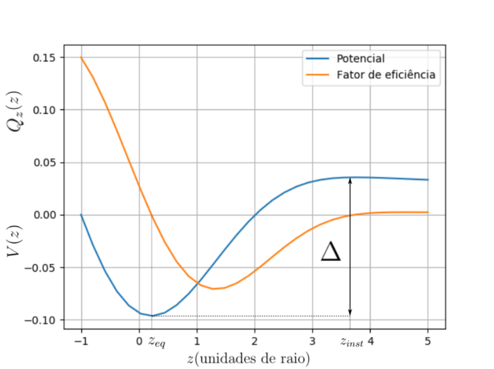
$$V(z) = -\int_{z_0}^{z} \frac{n_1 P}{c} Q_z dz + V(z_0). \tag{13}$$

O tamanho da barreira potencial é, então:

$$\Delta = \int_{z_{eq}}^{z_{inst}} Q_z \frac{dz}{a}. \tag{14}$$

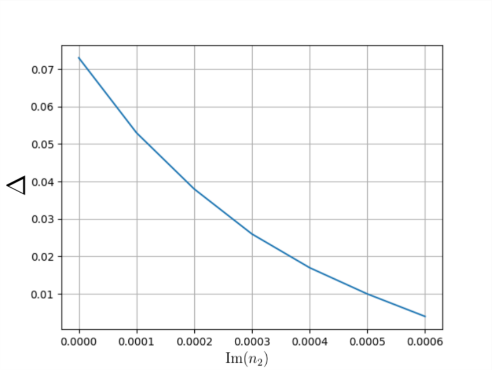
Caracterização do parâmetro de absorção da microesfera

A seguir, ilustramos as grandezas discutidas anteriormente. Em laranja, o fator de eficiência $Q_z(z)$, e em azul o potencial $V(z)$:



Caracterização do parâmetro de absorção da microesfera

Fialmente, calculamos o tamanho da barreira potencial Δ para vários valores de $Im(n_{poli})$:



Caracterização do parâmetro de absorção da microesfera

Multiplicamos o valor de Δ por $(n_1 Pa)/c$ para obter o valor da barreira potencial de fato.

Podemos medir os valores máximos de flutuações de energia potencial da microesfera para tempos curtos, calibrando a constante elástica experimentalmente e observando as amplitudes de oscilação da microesfera. Ao diminuir a potencial P do laser, podemos procurar o valor em que a microesfera escapa da pinça pelo eixo z.

Medimos, então, a energia potencial máxima que a microesfera pode obter e a potencia do laser que permite a microesfera escapar. Portanto, podemos procurar o valor de $Im(n_{poli})$ que fornece uma barreira menor ou igual à energia da microesfera

Conclusão

Conclusão

- bla