



# **Aplicando a Teoria Mie-Debye para Caracterização de Parâmetros Físicos em Pinças Óticas**

Defesa de Dissertação de Mestrado

---

Arthur Luna da Fonseca

Orientadores: Paulo Américo Maia Neto, Rafael de Sousa Dutra

10 de Setembro de 2019

Instituto de Física - Universidade Federal do Rio de Janeiro

1. Introdução
2. Regimes de tamanhos do objeto espalhador
3. Introdução ao modelo MDSA+
4. Experimento de transferência de momento angular
5. Simulação do experimento de transferência de momento angular
6. Resultados da simulação do experimento
7. Caracterização do parâmetro de absorção da microesfera
8. Conclusão

# Introdução

---

## Objetivo

- Caracterização do parâmetro de astigmatismo do sistema ótico através do experimento de torque ótico → microesferas com raio da ordem do comprimento de onda.
- Caracterização do parâmetro de absorção da microesfera através da análise da posição de equilíbrio axial. → microesferas com raio maior que o comprimento de onda.

Introdução à teoria de pinças óticas:

Modelagens da pinça ótica: interação de um campo (feixe) com o objeto espalhador (esfera pinçada).

Campo: feixe fortemente focalizado.

Objeto espalhador: simetria esférica.

## **Regimes de tamanhos do objeto espalhador**

---

# Regimes de tamanhos do objeto espalhador

Dois regimes distintos:

Regime Rayleigh: raio da esfera muito menor que o comprimento de onda do feixe ( $a \ll \lambda$ ).

Aproximamos a esfera por um dipolo induzido:

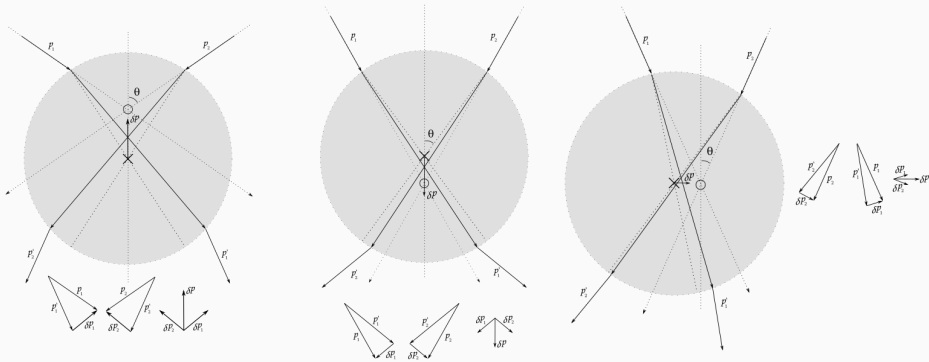
$$\mathbf{F} = \frac{1}{2} \nabla(\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}) = \frac{1}{2} \nabla(\alpha \mathbf{E}^2). \quad (1)$$

- Força aponta para região de maior intensidade do campo
- Feixe fortemente focalizado : região de maior intensidade é o foco.

# Regimes de tamanhos do objeto espalhador

Regime de ótica geométrica: raio da esfera muito maior que o comprimento de onda do feixe ( $a \gg \lambda$ ).

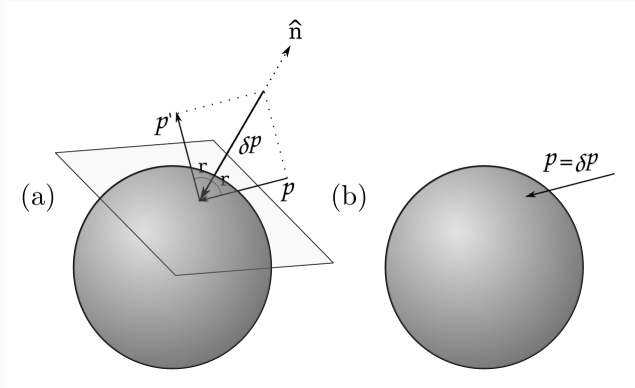
Ignorando efeitos de reflexão e de absorção, raios diametralmente opostos transferem momento para esfera na direção do foco.





# Regimes de tamanhos do objeto espalhador

A posição de equilíbrio não necessariamente é no foco, pois a reflexão (a) transfere momento na direção normal ao plano tangente ao ponto de reflexão na esfera, enquanto a absorção (b) transfere na direção da propagação do raio:



# Introdução ao modelo MDSA+

---

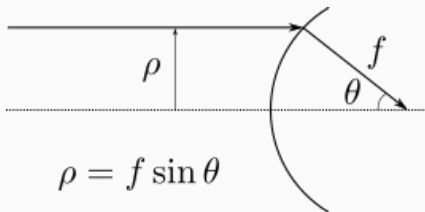
# Introdução ao modelo MDSA+

Modelo Mie-Debye para a pinça ótica: modelo exato para o espalhamento por uma esfera de um campo fortemente focalizado.

Campo expresso como uma superposição de ondas planas: vetores  $\mathbf{k}(\theta_k, \phi_k)$  formam um cone sólido de meia abertura  $\theta_0$ :

$$\mathbf{E}_{IN} = \int_0^{\theta_0} d\theta_k \sin \theta_k \int_0^{2\pi} d\phi_k \sqrt{\sin \theta_k} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \hat{\mathbf{e}}_k, \quad (2)$$

Termo  $\sqrt{\sin \theta_k}$  vem da condição de seno de Abbe :



# Introdução ao modelo MDSA+

Para encontrarmos os campos espalhados pela esfera, calculamos os potenciais de Debye do campo incidente para cada caso de polarização circular, que são definidos por:

$$\Pi^E = \sum_J \Pi_J^E = \sum_J \frac{(\mathbf{r} \cdot \mathbf{E})_J}{J(J+1)} \quad e \quad \Pi^M = \sum_J \Pi_J^M = \sum_J \frac{(\mathbf{r} \cdot \mathbf{H})_J}{J(J+1)}. \quad (3)$$

O somatório em  $J$  denota a expansão do campo em multipolos.

Cada multipolo do campo incidente será espalhado com uma amplitude, dada pelos coeficiente de Mie  $a_j$  (para os multipolos elétricos) e  $b_j$  (para o multipolo magnético).

# Introdução ao modelo MDSA+

Para introduzirmos o efeito causado pelo perfil do feixe paraxial incidente na objetiva, inserimos a amplitude de campo em cada ponto da entrada da objetiva na equação 2:

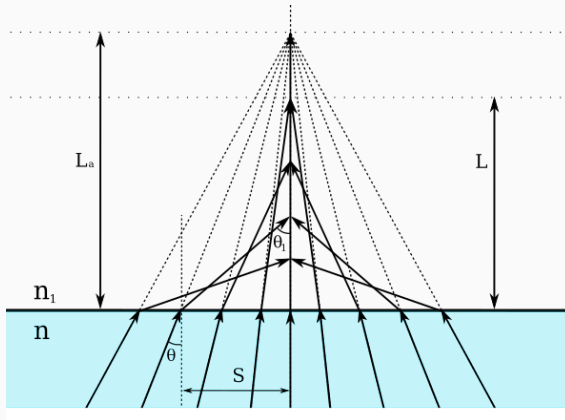
$$\mathbf{E}_{IN} = \int_0^{\theta_0} d\theta_k \sin \theta_k \int_0^{2\pi} d\phi_k \sqrt{\sin \theta_k} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} e^{-\frac{r^2 \sin^2 \theta_k}{\omega_0^2}} \hat{\mathbf{e}}_k. \quad (4)$$

O caso de um feixe elipticamente polarizado é obtido superpondo ondas circularmente polarizadas:

$$\hat{\mathbf{e}}_k = a_{\sigma+} \hat{\mathbf{e}}_{\sigma+} + a_{\sigma-} \hat{\mathbf{e}}_{\sigma-}. \quad (5)$$

# Introdução ao modelo MDSA+

Depois que o feixe focalizado é produzido pela objetiva, ele incide no porta amostra, passando por uma interface de vidro e água.



Esse efeito insere uma fase em cada componente de onda plana do campo, de acordo com seu ângulo de incidência, que pode ser obtida através da lei de Snell:

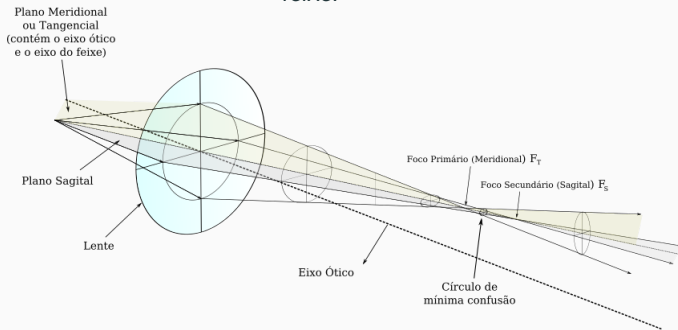
$$\Psi(z, \theta) = k \left( -\frac{L}{N} \cos \theta + NL \cos \theta_1 \right). \quad (6)$$

Também haverá reflexão nessa interface, e portanto devemos levar a amplitude de transmissão de Fresnel em consideração:

$$T(\theta) = \frac{2 \cos \theta}{\cos \theta + N \cos \theta_1}. \quad (7)$$

# Introdução ao modelo MDSA+

Outras aberrações óticas também podem ser incluídas no modelo usado o formalismo de Zernike, que utiliza um conjunto de polinômios que formam uma base para descrever as fases de cada aberração ótica de um feixe.





A fase associada ao astigmatismo é:

$$\Phi_{astigmatismo}(\theta, \phi) = 2\pi A_{ast} \left( \frac{\sin \theta}{\sin \theta_0} \right)^2 \cos 2(\phi - \varphi_a), \quad (8)$$

onde o círculo unitário foi definido como o círculo formado pela entrada da objetiva, que tem raio  $R_p = f \sin \theta_0$ .

O parâmetro  $A_{ast}$  é o chamado parâmetro de astigmatismo.

Um dos objetivos do trabalho é a determinação desse parâmetro por meio de ajustes do modelo.

# Introdução ao modelo MDSA+

Finalmente, expressamos a força em termos do fator de eficiência  $\mathbf{Q}$ :

$$\mathbf{Q} = \frac{\langle \mathbf{F} \rangle}{n_1 P / c} = |a_+|^2 \mathbf{Q}^{(\sigma+)} + |a_-|^2 \mathbf{Q}^{(\sigma-)} + \mathbf{Q}^{(cross,+-)} + \mathbf{Q}^{(cross,-+)} . \quad (9)$$

onde  $n_1$  é o índice de refração do meio em que a microesfera está inserida e  $P$  é a potência do laser.

- Fator de eficiência na direção  $z$  ( $Q_z$ )  $\rightarrow$  calcular a posição de equilíbrio axial nas simulações.
- Grandezas medidas experimentalmente  $\rightarrow$  constante elásticas  $\kappa_\rho$  e  $\kappa_\phi$ , definidas como:

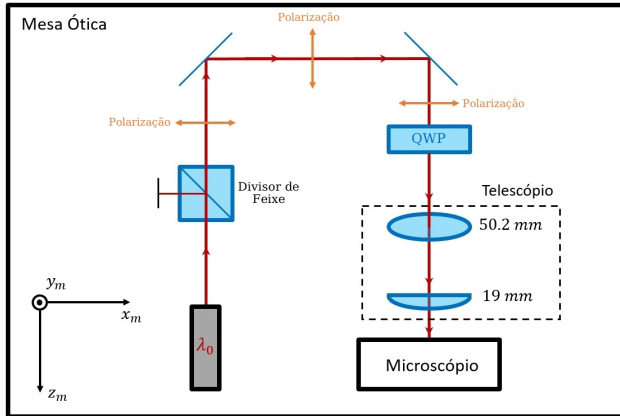
$$\kappa_\rho = - \frac{n_1 P}{c} \frac{\partial Q_\rho}{\partial \rho} \Big|_{\rho=0, z=z_{eq}} , \quad \kappa_\phi = \frac{n_1 P}{c} \frac{\partial Q_\phi}{\partial \rho} \Big|_{\rho=0, z=z_{eq}} . \quad (10)$$

## **Experimento de transferência de momento angular**

---

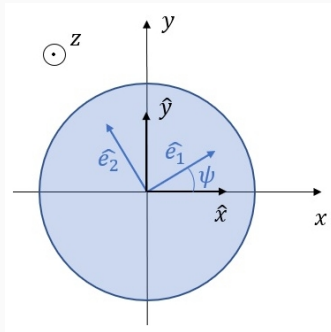
# Experimento de transferência de momento angular

Para entender a simulação, é necessário discutir o experimento que mede o torque ótico na microesfera. Começamos pela geração do feixe paraxial na mesa ótica, ilustrada a seguir:



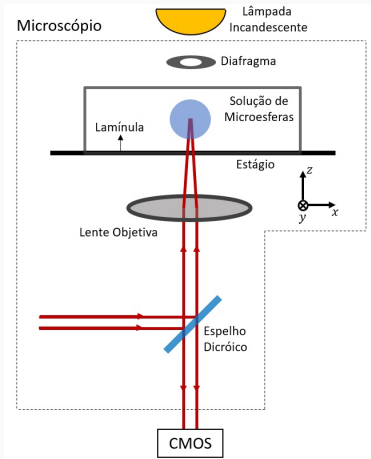
# Experimento de transferência de momento angular

- Feixe entra no microscópio com polarização bem definida (dado o ângulo  $\psi$  da placa de quarto de onda).
- A cintura do feixe que entra na objetiva é medida.
- Parâmetros experimentais importantes para a simulação.
- A direção  $\hat{x}$  é definida a partir da direção de polarização linear.



# Experimento de transferência de momento angular

- Feixe é refletido por um espelho dicróico, passa pela objetiva e incide no porta amostra, onde há a solução de microesfera.
- Através do espelho dicróico podemos tomar as imagens da amostra com uma câmera (CMOS).



# Experimento de transferência de momento angular

Procedimento do experimento de torque ótico:

- Encostar a microesfera na lamínula.
- Abaixar o estágio em uma distância bem determinada.
- Deslocar a bandeja do microscópio com várias velocidades diferentes.

Haverá uma força de arrasto do líquido (força de Stokes) na microesfera, proporcional à velocidade de deslocamento da bandeja.

# Experimento de transferência de momento angular

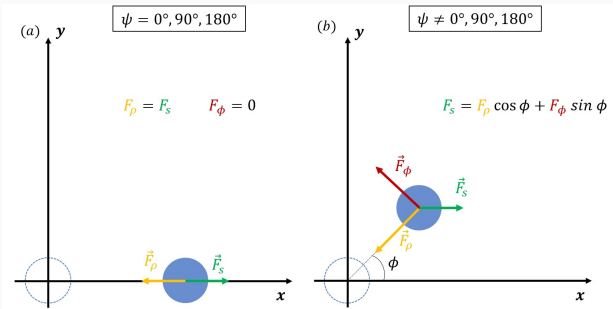
Teremos, então, no equilíbrio de forças,  $\vec{F}_\phi + \vec{F}_\rho = -\vec{F}_s$ .

Assumimos que as forças óticas são harmônicas próximo à posição de equilíbrio.

Observando a projeção na direção  $y$ , onde  $\vec{F}_s \cdot \hat{y} = 0$  e  $F_\rho \sin \phi = F_\phi \cos \phi$ :

$$\frac{F_\phi}{F_\rho} = \frac{\kappa_\phi}{\kappa_\rho} = \tan \phi \approx \phi, \quad (11)$$

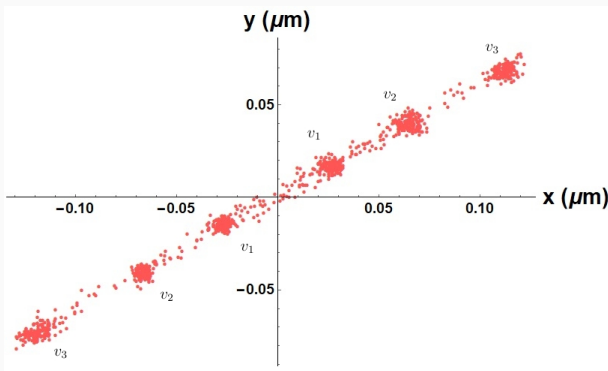
onde  $\phi$  é a coordenada angular da posição de equilíbrio.





# Experimento de transferência de momento angular

É importante destacar que o ângulo  $\phi$  não varia com a velocidade. Podemos ver abaixo a reta formada pelas posições de equilíbrio de várias velocidades do estágio diferentes.



# **Simulação do experimento de transferência de momento angular**

---

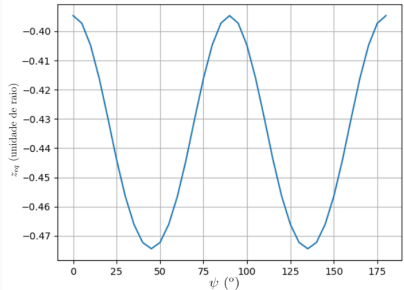
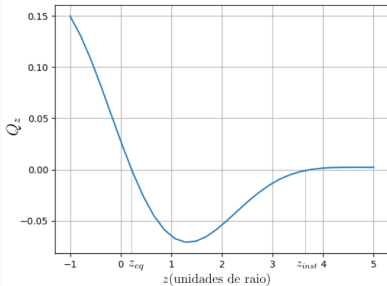
# Simulação do experimento

Para iniciar a simulação, calcula-se a posição do foco do feixe em relação à interface ( $L_0$ ), quando a microesfera está encostada na lamínula e em uma posição de equilíbrio estável.

Move-se, então, o foco na direção  $z$  por uma distância de  $\delta z = 3 \frac{n_1}{n} \mu m$ . O feixe, portanto, estará a uma distância  $L = L_0 + 3 \mu m \frac{n_1}{n}$  da interface vidro-água.

# Simulação do experimento

Uma vez determinada a posição do foco, calculamos a posição de equilíbrio para varias polarizações do feixe incidente diferentes.



# Simulação do experimento

- Usando as posições de equilíbrio, calculamos  $\kappa_\phi$  e  $\kappa_\rho$ , e temos assim o ângulo da posição de equilíbrio.
- Simulamos várias vezes o experimento com parâmetros de astigmatismo diferentes.
- Usamos uma função erro para determinar qual simulação tem maior verossimilhança com o experimento.

A função erro é definida como:

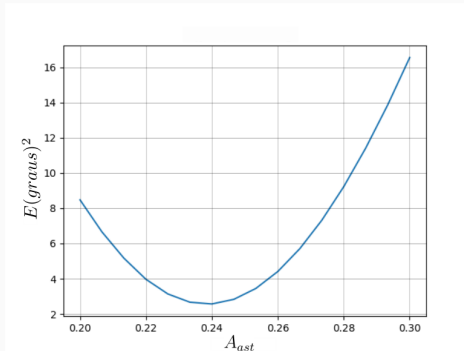
$$E(A_{ast}) = \sum_i [\phi_i^{exp} - \phi_i^{sim}(A_{ast})]^2. \quad (12)$$

## **Resultados da simulação do experimento**

---

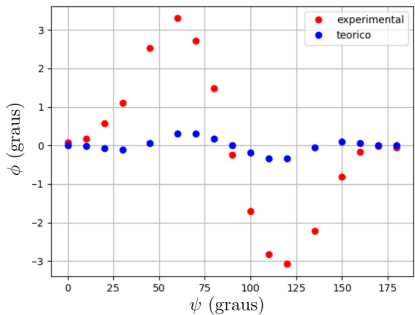
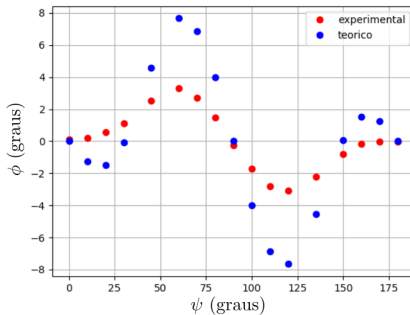
# Resultados da simulação do experimento

O gráfico da função erro pelo parâmetro de astigmatismo apresenta um mínimo em  $A_{ast} = 0.24$ , que corresponde ao valor mais provável do parâmetro de astigmatismo:



# Resultados da simulação do experimento

A seguir, dois exemplos de conjuntos de pontos teóricos com parâmetros de astigmatismo diferentes ( $A_{ast} = 0$  na esquerda e  $A_{ast} = 0.36$  na direita):

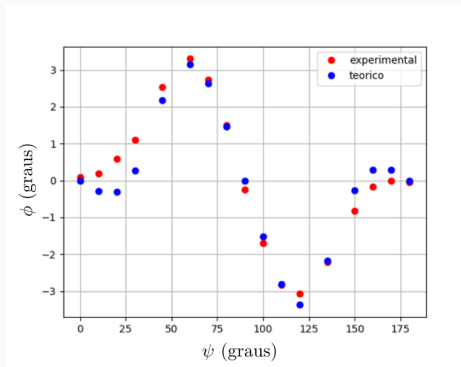




# Resultados da simulação do experimento

Por último, mostramos o gráfico da posição angular  $\phi$  em função do ângulo da placa de quarto de onda  $\psi$  para o valor ajustado de

$$A_{ast} = 0.24:$$



## **Caracterização do parâmetro de absorção da microesfera**

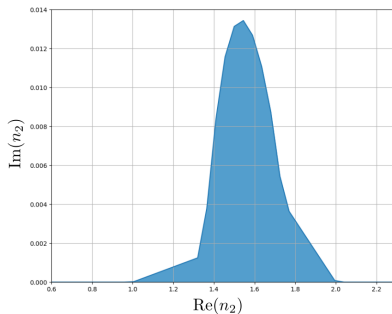
---

# Caracterização do parâmetro de absorção da microesfera

- Parâmetro de absorção da microesfera: parte imaginária do seu índice de refração.
- O poliestireno é um material amplamente usado em experimentos de pinças óticas. Seu parâmetro de absorção de acordo com a literatura é  $Im(n_{poli}) = 2 \times 10^{-3}$ .
- Simulações com esferas grandes que foram aprisionadas em laboratório não apresentaram qualquer posição de equilíbrio axial (na presença de astigmatismo).
- Há uma forte dependência do fator de eficiência na direção  $z$  com esse parâmetro.
- Essa foi a motivação para o estudo e caracterização dessa grandeza.

# Caracterização do parâmetro de absorção da microesfera

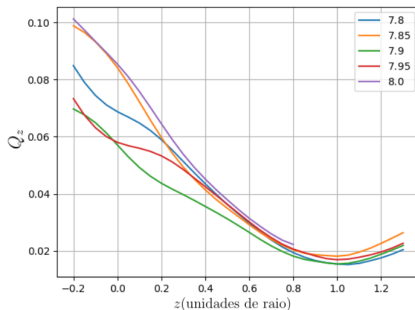
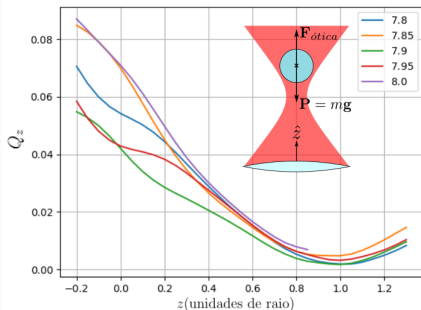
- Podemos buscar uma região dos valores complexos do índice de refração  $n$  da esfera em que seja possível seu aprisionamento.
- Fazemos esse cálculo com esferas menores por ser mais rápido e o resultado equivalente.
- Dessa forma, os valores de  $n$  tais que a posição de equilíbrio esteja ao menos 3 raios de distância do plano focal estão representados pela parte preenchida do gráfico:



# Resultados da simulação do experimento

Os maiores valores de  $Im(n_{poli})$  que apresentaram uma posição próxima ao plano  $z = 0$  (possibilitando contrabalancear o peso) foram para  $Im(n_{poli}) = 0.0004$ .

O comportamento do fator de eficiência  $Q_z$  em função de  $z$  para vários raios está apresentado no gráfico a seguir:



# Caracterização do parâmetro de absorção da microesfera

Podemos propor um experimento para tentar caracterizar esse parâmetro. Como a força em  $z$  tem uma dependência forte com  $Im(n_{poli})$ , podemos testar a condição de pinçamento observando as flutuações de energia potencial da pinça e calculando o tamanho da barreira potencial em  $z$  que a esfera deve ultrapassar para sair do aprisionamento.

Definimos o potencial efetivo para microesfera confinada no eixo  $z$ :

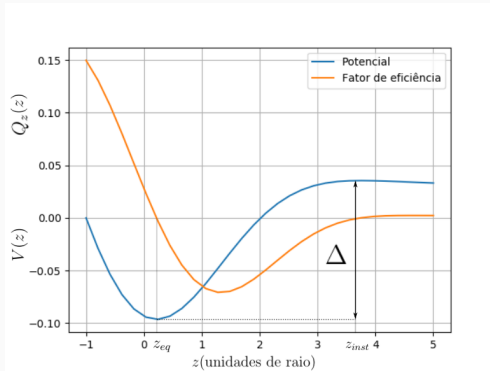
$$V(z) = - \int_{z_0}^z \frac{n_1 P}{c} Q_z dz + V(z_0). \quad (13)$$

O tamanho da barreira potencial é, então:

$$\Delta = \int_{z_{eq}}^{z_{inst}} Q_z \frac{dz}{a}. \quad (14)$$

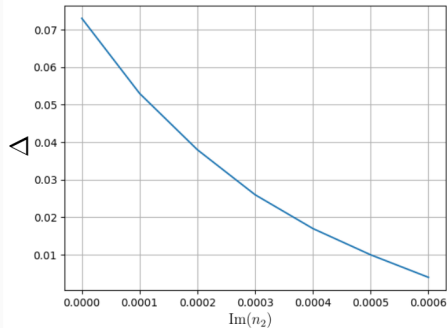
# Caracterização do parâmetro de absorção da microesfera

A seguir, ilustramos as grandezas discutidas anteriormente. Em laranja, o fator de eficiência  $Q_z(z)$ , e em azul o potencial  $V(z)$ :



# Caracterização do parâmetro de absorção da microesfera

Fialmente, calculamos o tamanho da barreira potencial  $\Delta$  para vários valores de  $\text{Im}(n_{\text{poli}})$ :





# Caracterização do parâmetro de absorção da microesfera

Multiplicamos o valor de  $\Delta$  por  $(n_1 Pa)/c$  para obter o valor da barreira potencial de fato.

Podemos medir os valores máximos de flutuações de energia potencial da microesfera para tempos curtos, calibrando a constante elástica experimentalmente e observando as amplitudes de oscilação da microesfera. Ao diminuir a potencial  $P$  do laser, podemos procurar o valor em que a microesfera escapa da pinça pelo eixo  $z$ .

Medimos, então, a energia potencial máxima que a microesfera pode obter e a potencia do laser que permite a microesfera escapar. Portanto, podemos procurar o valor de  $Im(n_{poli})$  que fornece uma barreira menor ou igual à energia da microesfera

# Conclusão

---

- Desenvolvimento de um método para caracterizar o parâmetro de astigmatismo do sistema. Microesferas da ordem do comprimento de onda.
- Proposição de um experimento para determinar um parâmetro que apresenta certa dificuldade de ser medido.
- Desenvolvimento de um código otimizado para cálculo de forças óticas. Funciona bem para microesferas grandes, que precisam de muito poder computacional para que os cálculos sejam realizados.