

# UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO INSTITUTO DE FÍSICA

### Título da Tese (ou Dissertação)

#### Nome do Estudante

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Instituto de Física da Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ciências (Física).

Orientador: Paulo Américo Maia Neto

Coorientador: Nome do Coorientador

Rio de Janeiro

Março de 2013

P436(mudar) Fonseca, Arthur Luna da

Interação de Momento Angular de Spin e Orbital na Pinça Ótica. / Arthur Luna da Fonseca - Rio de Janeiro: UFRJ/IF, 2019.

xiv, 154f(mudar).

Orientador: Paulo Américo Maia Neto

Coorientador:

Dissertação (mestrado) - UFRJ / Instituto de Física / Programa de Pós-graduação em Física, 2019.

Referências Bibliográficas: f. 124-145.(mudar)

1. Pinça ótica. 2. Momento angular ótico. 3. Feixes não paraxiais. 4. Interação spin-órbita. 5. Astigmatismo. I. Wotzasek, Clóvis José. II. Guimarães, Marcelo Santos. III. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto de Física, Programa de Pós-graduação em Física. IV. Abordagem de Julia-Toulouse para condensação de correntes topológicas e aplicações.(mudar)

### Resumo

#### Título da Tese

Nome do Estudante

Orientador: Nome do Orientador

Coorientador: Nome do Coorientador

Resumo da Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Instituto de Física da Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ciências (Física).

Resumo da tese.

Palavras-chave: Insira as palavras-chave aqui.

### Abstract

#### Title of the Thesis

Name of the Student

Orientador: Name of the Advisor

Coorientador: Name of the Coadvisor

Abstract da Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Instituto de Física da Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ciências (Física).

Abstract in English.

**Keywords:** Insert the keywords here.

## Agradecimentos

Listar agradecimentos aqui, inclusive à agência de fomento que concedeu a bolsa de pós-graduação.

## Sumário

Su	ımário	vi
Li	sta de Figuras	vii
Li	sta de Tabelas	viii
1	Introdução	1
2	Teoria da Pinça Ótica	2
	2.1 Introdução	2
	2.2 Modelo Mie-Debye	3
	2.3 Interação Spin-Órbita	7
3	Título do Terceiro Capítulo	8
4	Título do Quarto Capítulo	9
5	Considerações Finais	10
Re	eferências Bibliográficas	11
$\mathbf{A}$	Título do Primeiro Apêndice	12
В	Título do Segundo Apêndice	13

# Lista de Figuras

2.1	Operadores vetoriais no espaço de Fourier usados para encontrar as soluções	
	vetoriais	11

## Lista de Tabelas

# Capítulo 1

# Introdução

blablabla...

blablabla...

## Capítulo 2

## Teoria da Pinça Ótica

#### 2.1 Introdução

A presente dissertação é um resultado do trabalho do grupo de pinças óticas da UFRJ, que tem sido desenvolvido há quase duas década. O primeiro artigo que diz respeito a teoria de pinças óticas foi publicado pelo grupo em 2000 [5], e deriva a força axial (na direção z) na microesfera para um feixe de polarização circular. Resultados seguintes extendem o anterior para uma posição arbitrária da microesfera em relação ao foco e derivam forças nas demais direções (em coordenadas cilindricas: azimutal e radial) [6]. O caso da polarização linear é discutido em [8]. Posteriormente também inserem correções à aberração esférica em [7] (para interface vidro-água no porta-amostra) e ao astigmatismo e coma em [9].

(paragrafo sobre modelos de fora -¿) Os primeiros modelos que tentam descrever as forças da pinça ótica fazem uso de diversas aproximações para descrever o feixe que sai da objetiva e a interação da esfera com o campo. Esse modelo, por outro lado, descreve o feixe de forma exata, de acordo com o formalismo de Richards-Wolf para um feixe fortemente focalizado.

Nesse capítulo, discutirei brevemente o modelo Mie-Debye com aberração esférica e correções de astigmatismo (referido como MDSA+) para o aparato da pinça ótica. Este foi usado para obter os resultados da presente dissertação. Ele leva em conta diversos

efeitos que são ignorados pelos demais, além de ser válido para um espectro maior de razões entre o comprimento de onda  $\lambda$  e o raio a (também chamado de parametro de tamanho, ou  $\beta$ ).

O modelo MD levam em conta um efeito que a principio não se apresenta com claridade: a interação de momento angular de spin e orbital do feixe. A alta abertura numérica da objetiva e o espalhamento Mie são dois elementos importantes levados em consideração neste e que são responsáveis por efeitos de conversão de momentos angulares[?]. Faremos uma breve discussão nesse capítulo sobre esses efeitos, a fim de elucidar não só os mesmos, mas os resultados obtidos nas simulações e no experimento. (rever esse paragrafo, talvez eu esteja entendendo mal isso tudo)

#### 2.2 Modelo Mie-Debye

O cálculo da força em uma amostra na pinça ótica é feito através de[3]:

$$\vec{F} = \oint_{\sigma} \hat{n} \cdot T d\sigma - \mu \epsilon \frac{d}{dt} \int_{\nu} \vec{S} d\nu, \qquad (2.1)$$

onde  $\sigma$  é uma superfície que envolve a amostra na pinça ótica,  $\nu$  é o interior dessa superfície, T é o tensor das tensões de Maxwell e  $\mu$  e  $\epsilon$  são a permeabilidade magnética e a permissividade elétrica do meio envolvendo a amostra, respectivamente.

O primeiro passo, portanto, é calcular o campo eletromagnético incidente e espalhado nessa amostra (centro espalhador). Os detalhes de tais cálculos podem ser encontrados em [1] e [2], e não estarão no presente trabalho para evitar repetição. Começaremos, então, pelas equações de Maxwell em meios materiais [3], na ausência de correntes e cargas. Assumimos também que os campos sejam harmônicos no tempo, ou seja, sua dependência é dada por  $e^{-i\omega t}$ . As equações tomam a seguinte forma:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0, \tag{2.2}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \tag{2.3}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t},\tag{2.4}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}.$$
 (2.5)

As equações de onda para os campos podem ser obtidas tomando o rotacional ( $\nabla \times$ ) das equações 2.4 e 2.5 e usando as relações para meios lineares  $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$  e  $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$ . Substituindo também 2.2 e 2.3, obtemos:

$$(\nabla^2 - \mu \epsilon \frac{\partial^2}{\partial t^2}) \mathbf{E} = 0, \tag{2.6}$$

$$(\nabla^2 - \mu \epsilon \frac{\partial^2}{\partial t^2}) \mathbf{H} = 0. \tag{2.7}$$

Por fim, obtemos a equação de Helmholtz:

$$(\nabla^2 + \omega^2 \mu \epsilon) \mathbf{V} = 0 \tag{2.8}$$

onde V é um dos campos vetoriais E ou H. Como estamos lidando com campos vetoriais de divergência nula(2.2 e 2.3), pode-se mostrar que  $\mathbf{r} \cdot \mathbf{V}$  é solução da equação de Helmholtz escalar[1]:

$$(\nabla^2 + \omega^2 \mu \epsilon) \psi = 0. \tag{2.9}$$

Assim, uma vez encontradas as soluções escalares, temos que reobter os campos vetoriais. Fazemos isso usando um conjunto de operadores vetoriais que comutam com  $\nabla^2$  e são perpendiculares entre si:  $-i\mathbf{r} \times \nabla = \mathbf{L}, \nabla \times \mathbf{L}$  e  $\nabla$ . No espaço de Fourier, esses operadores são proporcionais a  $\mathbf{k} \times \nabla_{\mathbf{k}}$ ,  $\mathbf{k} \times (\mathbf{k} \times \nabla_{\mathbf{k}}) \propto \nabla_{\mathbf{k}}$  e  $\mathbf{k}$ , respectivamente. A figura 2.1 mostra os vetores em questão. O operador  $\mathbf{k}$  fornece a soluções com campos na direção de propagação, ou seja, campos com divergência não nula e que não são soluções do nosso problema.

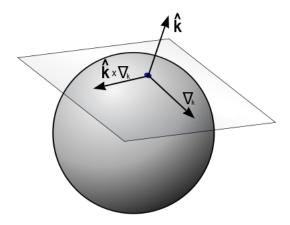


Figura 2.1: Operadores vetoriais no espaço de Fourier usados para encontrar as soluções vetoriais.

Levando em conta que o centro espalhador no nosso problema é uma microesfera, vamos fazer uma descrição dos campos escalares de forma a aproveitar tal simetria. Assumiremos uma solução de ondas planas para o campo elétrico, de polarização circular (direita ou esquerda) e se propagando na direção z:

$$\mathbf{E} = E_0(\hat{x} \pm i\hat{y})e^{ikz - i\omega t}.$$
(2.10)

Obtemos H levando 2.10 em 2.4:

$$\mathbf{H} = \frac{n_1}{\mu c} E_0(\hat{y} \mp i\hat{x}) e^{ikz - i\omega t} = \frac{n_1}{\mu c} (\mp i) \mathbf{E}, \tag{2.11}$$

onde  $n_1$  é o índice de refração do meio ao redor da amostra. Definimos os potenciais de Debye como:

$$\Pi^{E} = \sum_{J} \Pi_{J}^{E} = \sum_{J} \frac{(\mathbf{r} \cdot \mathbf{E})_{J}}{J(J+1)} \qquad e \qquad \Pi^{M} = \sum_{J} \Pi_{J}^{M} = \sum_{J} \frac{(\mathbf{r} \cdot \mathbf{H})_{J}}{J(J+1)}. \tag{2.12}$$

Onde o somatório em J significa que estaremos expandindo nossa onda plana em ondas esféricas (parciais), e cada um dos termos possui um potencial de Debye correspondente. Assim, nossa solução 2.10, junto com 2.12, ficará na forma[1]:

$$\Pi^{E} = \pm \frac{E_{0}e^{-i\omega t}}{k} \sum_{J=1} \inf(i)^{J+1} j_{J}(kr) \sqrt{\frac{4\pi(2J+1)}{J(J+1)}} Y_{J}^{\pm 1}(\theta,\phi), \qquad (2.13)$$

enquanto o potencial magnético será:

$$\Pi^M = \frac{n_1}{\mu c} (\mp i) \Pi^E. \tag{2.14}$$

Obtemos, até então, os potenciais de ondas planas incidentes na direção z em coordenadas esféricas. Queremos usa-las para montar um feixe cônico de alta abertura numérica. Faremos isso rotacionando e superpondo diversas ondas planas usando o operador  $\mathbf{J}$ , que é o gerador de rotações no espaço. Como a dependência angular nos potenciais de Debye estão contidas nos harmôncos esféricos, o procedimento se resume em fazer a rotação dos mesmos. A relação

$$Y_{JM}(\theta', \phi') = \sum_{M'=-J}^{J} Y_{JM'}(\theta, \phi) D_{M',M}^{J}(\alpha, \beta, \gamma)$$
 (2.15)

representa um harmônico esférico em um eixo rodado com coordenadas  $\theta'$  e  $\phi'$ , onde  $D^J_{M',M}$  é o elemento da matriz de rotação  $D(\alpha,\beta,\gamma)$  de Wigner e  $\alpha,\beta,$  e  $\gamma$  são os ângulos de Euler. Os elementos  $D^J_{M',M}$  tomam a forma:

$$D_{M',M}^{J}(\alpha,\beta,\gamma) = \langle JM' | D(\alpha,\beta,\gamma) | JM \rangle = \langle JM' | e^{-i\alpha J_z} e^{-i\beta J_y} e^{-i\gamma J_z} | JM \rangle, \qquad (2.16)$$

onde podemos substituir os autovalores de  $J_z$ : M e M'. Substituindo tambem  $\langle JM'|\,e^{-i\beta J_y}\,|JM\rangle$  por  $d^J_{M'M}(\beta)$ , a equação 2.15 fica:

$$Y_{JM}(\theta', \phi') = \sum_{M'=-J}^{J} Y_{JM'}(\theta, \phi) e^{-i(\alpha M' + \gamma M)} d_{M'M}^{J}(\beta).$$
 (2.17)

A rotação é feita de forma que o eixo z coincida com o eixo  $\hat{\mathbf{k}}$  de propagação. Para isso,  $\alpha = \phi_k$  e  $\beta = \theta_k$ . Usamos o último ângulo de Euler para determinar corretamente a

direção de polarização do feixe fazendo  $\gamma = -\phi_k$ . Substituindo em 2.12, os potenciais de Debye rotacionados ficam:

$$\Pi^{E} = \pm \frac{E_{0}e^{-i\omega t}}{k} \sum_{J=1} \inf(i)^{J+1} j_{J}(kr) \sqrt{\frac{4\pi(2J+1)}{J(J+1)}} \sum_{M'=-J}^{J} e^{i\phi_{k}(M'\mp1)} d_{M',\pm1}^{J}(\theta_{k}) Y_{JM'}(\theta,\phi),$$
(2.18)

е

$$\Pi^{M} = \frac{H_{0}e^{-i\omega t}}{k} \sum_{J=1} \inf(i)^{J} j_{J}(kr) \sqrt{\frac{4\pi(2J+1)}{J(J+1)}} \sum_{M'=-J}^{J} e^{i\phi_{k}(M'\mp1)} d_{M',\pm1}^{J}(\theta_{k}) Y_{JM'}(\theta,\phi).$$
(2.19)

### 2.3 Interação Spin-Órbita.

blablabla...

# Capítulo 3 Título do Terceiro Capítulo

blablabla...

blablabla...

# Capítulo 4 Título do Quarto Capítulo

blablabla...

blablabla...

## Capítulo 5

## Considerações Finais

blablabla...

blablabla...

## Referências Bibliográficas

- [1] A. Mazolli, Teoria das Pinças Óticas Uma Aplicação da Teoria de Espalhamento Mie (Tese de doutorado, Instituto de Física/UFRJ, 2003. 3, 4, 6
- [2] R. S. Dutra, Tese 3
- [3] J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, John Wiley and Sons, New York, (1975) 3,
- [4] J. Maldacena, The Large N Limit of Superconformal Field Theories and Supergravity, Adv. Theor. Math. Phys. 2, 231 (1998), [arXiv:hep-th/9711200].
- [5] P. A. Maia Neto, H. M. Nussenzveig Theory of optical tweezers Europhys. Lett., 50(5), pp. 702708 (2000) 2
- [6] Mazolli, A., Maia Neto, P. A., Nussenzveig, H. M. Theory of trapping forces in optical tweezers. Proc. R. Soc. Lond. A (2003) 2
- [7] Viana, N. B., Rocha, M. S., Mesquita, O. N., Mazolli, A., Maia Neto, P. A., Nussenzveig, H. M. Towards absolute calibration of optical tweezers. Physical Review E 75, 021914 (2007) 2
- [8] Dutra, R. S., Viana, N. B., Neto, P. A. M., Nussenzveig, H. M. Polarization effects in optical tweezers J. Opt. A: Pure Appl. Opt. 9 (2007) 2
- [9] Dutra, R. S., Viana, N. B., Maia Neto, P. A., Nussenzveig, H. M. Absolute calibration of forces in optical tweezers. Physical Review A 90, 013825 (2014) 2

# Apêndice A Título do Primeiro Apêndice

blablabla...

blablabla...

# Apêndice B Título do Segundo Apêndice

blablabla...

blablabla...