



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO**  
**INSTITUTO DE FÍSICA**

**Título da Tese (ou Dissertação)**

**Nome do Estudante**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Instituto de Física da Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ciências (Física).

**Orientador: Paulo Américo Maia Neto**

**Coorientador: Nome do Coorientador**

**Rio de Janeiro**

**Março de 2013**

P436(mudar)      Fonseca, Arthur Luna da  
Interação de Momento Angular de Spin e Orbital na Pinça  
Ótica. / Arthur Luna da Fonseca - Rio de Janeiro: UFRJ/IF, 2019.  
xiv, 154f(mudar).  
Orientador: Paulo Américo Maia Neto  
Coorientador:  
Dissertação (mestrado) - UFRJ / Instituto de Física /  
Programa de Pós-graduação em Física, 2019.  
Referências Bibliográficas: f. 124-145.(mudar)  
1. Pinça ótica. 2. Momento angular ótico. 3. Feixes não  
paraxiais. 4. Interação spin-órbita. 5. Astigmatismo. I. Wotzasek,  
Clóvis José. II. Guimarães, Marcelo Santos. III. Universidade Federal  
do Rio de Janeiro, Instituto de Física, Programa de Pós-graduação  
em Física. IV. Abordagem de Julia-Toulouse para condensação de  
correntes topológicas e aplicações.(mudar)

# Resumo

**Título da Tese**

**Nome do Estudante**

**Orientador: Nome do Orientador**

**Coorientador: Nome do Coorientador**

Resumo da Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Instituto de Física da Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ciências (Física).

Resumo da tese.

**Palavras-chave:** Insira as palavras-chave aqui.

# Abstract

## Title of the Thesis

Name of the Student

**Orientador:** Name of the Advisor

**Coorientador:** Name of the Coadvisor

*Abstract* da Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Instituto de Física da Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ciências (Física).

Abstract in English.

**Keywords:** Insert the keywords here.

## Agradecimentos

Listar agradecimentos aqui, inclusive à agência de fomento que concedeu a bolsa de pós-graduação.

# Sumário

Sumário	vi
Lista de Figuras	vii
Lista de Tabelas	viii
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2 Teoria da Pinça Ótica</b>	<b>2</b>
2.1 Introdução . . . . .	2
2.2 Modelo Mie-Debye . . . . .	3
2.3 Interação Spin-Órbita. . . . .	7
<b>3 Título do Terceiro Capítulo</b>	<b>8</b>
<b>4 Título do Quarto Capítulo</b>	<b>9</b>
<b>5 Considerações Finais</b>	<b>10</b>
<b>A Título do Primeiro Apêndice</b>	<b>13</b>
<b>B Título do Segundo Apêndice</b>	<b>14</b>

# Lista de Figuras

2.1	Operadores vetoriais no espaço de Fourier usados para encontrar as soluções vetoriais. . . . .	5
-----	---	---

# Lista de Tabelas



# Capítulo 1

## Introdução

blablabla...

blablabla...

blablabla...

## Capítulo 2

# Teoria da Pinça Ótica

### 2.1 Introdução

A presente dissertação é um resultado do trabalho do grupo de pinças óticas da UFRJ, que tem sido desenvolvido há quase duas décadas **rever com Paulo-;reclamou dessa frase**. Os trabalhos de teoria do grupo têm como objetivo descrever o aparato de pinças óticas, descoberta por Arthur Ashkin em 1986[3] [2]. Suas contribuições para o ramo de armadilhamento ótico vêm desde 1970, com seu primeiro artigo publicado sobre o assunto[1]. Em 2018, seus trabalhos sobre a pinça ótica e toda a sua importancia para aplicação em biologia lhe renderam o prêmio Nobel de 2018.

A importância desse aparato exigiu uma descrição teórica satisfatória. Os primeiros modelos que tentam descrever as forças da pinça ótica fazem uso de diversas aproximações para descrever o feixe que sai da objetiva e a interação da esfera com o campo. Falarei brevemente destes na próxima seção.

O primeiro artigo publicado pelo grupo que diz respeito a teoria de pinças óticas foi em 2000 [9], e deriva a força axial (na direção  $z$ ) na microesfera em cima do eixo para um feixe de polarização circular. Resultados seguintes estendem o anterior para uma posição arbitrária da microesfera em relação ao foco do feixe e derivam forças nas demais direções (em coordenadas cilíndricas: azimutal e radial) [8]. O caso da polarização linear é discutido em [5]. Posteriormente, eles também inserem correções à aberração esférica

em [10] (para interface vidro-água no porta-amostra) e ao astigmatismo e coma em [6].

Na seção **inserir seção**, discutirei brevemente o modelo desenvolvido pelo grupo (MDSA+, do inglês Mie-Debye Spherical Aberration, com correção de outras aberrações). Este foi usado para obter os resultados da presente dissertação. Ele leva em conta diversos efeitos [CITAR EXEMPLOS] que são ignorados pelos demais, além de ser válido para um espectro maior de razões entre o comprimento de onda  $\lambda$  e o raio  $a$  (também chamado de parâmetro de tamanho, ou  $\beta$ ).

Ajustes de dados experimentais com o modelo MDSA foram feitos e publicados pelo grupo [?, ?]. Uma vez demonstrada que a teoria tem boa concordância com o experimento, podemos tentar prever parâmetros experimentais a partir dela. Esse é um dos objetivos do presente trabalho, e, para tal, discutiremos nas próximas seções um pouco sobre o modelo Mie-Debye e suas extensões. Esse tema já foi abordado em teses de doutorado de ex-alunos do grupo [7, ?], que tomaremos e recomendamos como referência para este texto.

O modelo MD levam em conta um efeito que a princípio não se apresenta com clareza: a interação de momento angular de spin e orbital do feixe. A alta abertura numérica da objetiva e o espalhamento Mie são dois elementos importantes levados em consideração e que são responsáveis por efeitos de conversão de momentos angulares[4]. Faremos uma breve discussão nesse capítulo sobre esses efeitos, a fim de elucidar não só os mesmos, mas os resultados obtidos nas simulações e no experimento. **(rever esse paragrafo)**

## 2.2 Modelo Mie-Debye

Discutiremos brevemente nessa seção o modelo MDSA+. Os detalhes de tais cálculos podem ser encontrados em [?] e [?], e não estarão no presente trabalho para evitar repetição.

Começamos pela forma como se faz o cálculo da força em uma amostra na pinça ótica [?]:

$$\vec{F} = \oint_{\sigma} \hat{n} \cdot T d\sigma - \mu\epsilon \frac{d}{dt} \int_{\nu} \vec{S} d\nu, \quad (2.1)$$

onde  $\sigma$  é uma superfície que envolve a amostra na pinça ótica,  $\nu$  é o interior dessa superfície,  $T$  é o tensor das tensões de Maxwell e  $\mu$  e  $\epsilon$  são a permeabilidade magnética e a permissividade elétrica do meio envolvendo a amostra, respectivamente.

O primeiro passo, portanto, é calcular o campo eletromagnético incidente e espalhado nessa amostra (centro espalhador). O campo incidente na amostra tem formato cônico sólido, gerado pela objetiva. Montaremos esse campo superpondo ondas planas. Para tanto, começamos tratando do caso de uma onda plana se propagando na direção  $z$ , com polarização circular. Essa é a polarização conveniente para expansão do campo em multipolo (ondas esféricas ou ondas parciais). Outros casos de polarização serão discutidos adiante. A base de multipolos é a ideal para problemas com simetria esférica, pois são compostas pelos harmônicos esféricos na parte radial, que são autofunções dos operadores de momento angular  $L^2$  e  $L_z$ . Esse fato será importante para obter os campos vetoriais a partir dos potenciais de Debye, que serão definidos a seguir:

$$\Pi^E = \sum_J \Pi_J^E = \sum_J \frac{(\mathbf{r} \cdot \mathbf{E})_J}{J(J+1)} \quad e \quad \Pi^M = \sum_J \Pi_J^M = \sum_J \frac{(\mathbf{r} \cdot \mathbf{H})_J}{J(J+1)}. \quad (2.2)$$

com

$$\mathbf{E} = E_0(\hat{x} \pm i\hat{y})e^{ikz-i\omega t} \quad e \quad \mathbf{H} = \frac{n_1}{\mu c}(\mp i)\mathbf{E}. \quad (2.3)$$

onde  $n_1$  é o índice de refração do meio ao redor da amostra. Tais potenciais serão úteis para resolver o problema do espalhamento Mie. Estes decompõem os campos em dois modos, um deles com o campo  $\mathbf{E}$  paralelo à superfície do objeto espalhador ( $\Pi^M$ , modo transversal elétrico) e outra perpendicular ( $\Pi^E$ , modo transversal magnético). Essa decomposição forma a base para se aplicar as condições de contorno e obter os coeficientes de Mie,

que podemos entender como as amplitudes de espalhamento de cada onda parcial. Os coeficientes de Mie para o espalhamento são:

$$a_J = \frac{\psi_J(\beta)\psi'_J(\alpha) - N\psi'_J(\beta)\psi_J(\alpha)}{\zeta_J^{(1)}(\beta)\psi'_J(\alpha) - N\zeta_J^{(1)}(\beta)\psi_J(\alpha)} \quad e \quad b_J = \frac{\psi'_J(\beta)\psi_J(\alpha) - N\psi_J(\beta)\psi'_J(\alpha)}{\zeta_J^{(1)}(\beta)\psi_J(\alpha) - N\zeta_J^{(1)}(\beta)\psi'_J(\alpha)}, \quad (2.4)$$

onde  $\beta = ka$ ,  $\alpha = Nka$ ,  $a$  é o raio da esfera,  $\psi_J = xj_J(x)$  e  $\zeta_J^{(1)} = xh_J^{(1)}(x)$  são as funções de Bessel-Riccati e  $j_J(x)$  e  $h_J^{(1)}(x)$  são as funções esféricas de Bessel e Henkel, respectivamente. Os campos espalhados provenientes de  $\Pi^E$  e  $\Pi^M$  terão os termos  $a_J$  e  $b_J$  respectivamente multiplicando as expressões dentro dos somatórios em  $J$ .

Assim, uma vez encontradas as soluções escalares para os campos espalhados e incidentes, temos que reobter os campos vetoriais. Fazemos isso usando um conjunto de operadores vetoriais que comutam com  $\nabla^2$  e são perpendiculares entre si:  $-i\mathbf{r} \times \nabla = \mathbf{L}, \nabla \times \mathbf{L}$  e  $\nabla$ . No espaço de Fourier, esses operadores são proporcionais a  $\mathbf{k} \times \nabla_{\mathbf{k}}$ ,  $\mathbf{k} \times (\mathbf{k} \times \nabla_{\mathbf{k}}) \propto \nabla_{\mathbf{k}}$  e  $\mathbf{k}$ , respectivamente. A figura 2.1 mostra os vetores em questão. O operador  $\mathbf{k}$  fornece a soluções com campos na direção de propagação, ou seja, campos com divergência não nula e que não são soluções do nosso problema. Obtemos, até então, os potenciais de

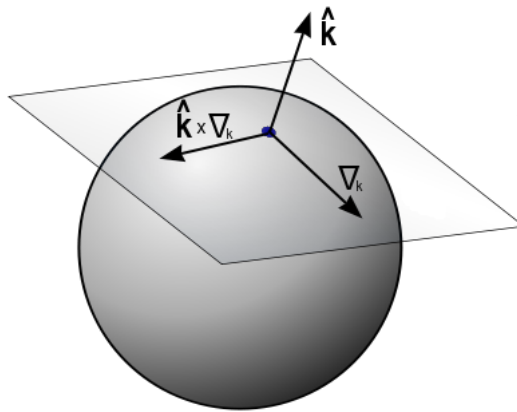


Figura 2.1: Operadores vetoriais no espaço de Fourier usados para encontrar as soluções vetoriais.

ondas planas incidentes e espalhadas na direção  $z$  em coordenadas esféricas. Queremos usa-las para montar um feixe cônico de alta abertura numérica. Faremos isso rotacionando e superpondo diversas ondas planas usando o operador  $\mathbf{J}$ , que é o gerador de rotações no espaço. Como a dependência angular dos potenciais de Debye estão contidas nos harmônicos esféricos, o procedimento se resume em fazer a rotação dos mesmos. Usando o operador  $D(\alpha, \beta, \gamma) = e^{-i\alpha J_z} e^{-i\beta J_y} e^{-i\gamma J_z}$  e o fato de que os harmônicos esféricos são autofunções de  $J_z$ , obtemos:

$$Y_{JM}(\theta', \phi') = \sum_{M'=-J}^J Y_{JM'}(\theta, \phi) e^{-i(\alpha M' + \gamma M)} d_{M'M}^J(\beta), \quad (2.5)$$

que representa um harmônico esférico em um eixo rodado com coordenadas  $\theta'$  e  $\phi'$ , onde  $d_{M',M}^J(\beta) = e^{-i\beta J_y}$  é o elemento da matriz- $d$  de Wigner e  $\alpha$ ,  $\beta$ , e  $\gamma$  são os ângulos de Euler. A rotação é feita de forma que o eixo  $z$  coincida com o eixo  $\hat{\mathbf{k}}$  de propagação. Para isso,  $\alpha = \phi_k$  e  $\beta = \theta_k$ . Usamos o último ângulo de Euler para determinar corretamente a direção de polarização do feixe fazendo  $\gamma = -\phi_k$ . Substituindo em 2.2, os potenciais de Debye rotacionados ficam:

$$\Pi^E = \pm \frac{E_0 e^{-i\omega t}}{k} \sum_{J=1}^{\infty} (i)^{J+1} j_J(kr) \sqrt{\frac{4\pi(2J+1)}{J(J+1)}} \sum_{M'=-J}^J e^{i\phi_k(M' \mp 1)} d_{M', \pm 1}^J(\theta_k) Y_{JM'}(\theta, \phi), \quad (2.6)$$

e

$$\Pi^M = \frac{H_0 e^{-i\omega t}}{k} \sum_{J=1}^{\infty} (i)^J j_J(kr) \sqrt{\frac{4\pi(2J+1)}{J(J+1)}} \sum_{M'=-J}^J e^{i\phi_k(M' \mp 1)} d_{M', \pm 1}^J(\theta_k) Y_{JM'}(\theta, \phi). \quad (2.7)$$

O próximo passo é integrar no ângulo solido do cone. Começando pela varável  $\phi_k$  (ou seja, componente  $\phi$  da direção do vetor de onda  $\mathbf{k}$ ; notação que será usada para  $\theta_k$  também), obtemos:

$$\begin{aligned} \Pi_{\theta_k}^E = & \pm \frac{E_0 e^{-i\omega t}}{k} \sqrt{\cos(\theta_k)} \sum_{J=1}^{\infty} (i)^{J+1} j_J(kr) \sqrt{\frac{4\pi(2J+1)}{J(J+1)}} \times \\ & \times \sum_{M'=-J}^J d_{M',\pm 1}^J(\theta_k) Y_{JM'}(\theta, \phi) \int_0^{2\pi} d\phi_k e^{-i\phi_k(M' \mp 1)}, \end{aligned} \quad (2.8)$$

onde o termo  $\sqrt{\cos(\theta_k)}$  vem da condição do seno de Abbe. O cone sólido se obtém integrando em  $\theta_k$ :

$$\begin{aligned} \Pi^E &= \int_0^{\theta_0} d\theta_k \sin \theta_k \Pi_{\theta_k}^E, \\ \Pi^M &= \int_0^{\theta_0} d\theta_k \sin \theta_k \Pi_{\theta_k}^M, \end{aligned} \quad (2.9)$$

onde  $\theta_0$  é a meia abertura do feixe.

Para derivar a força na microesfera em função da sua posição relativa ao foco do feixe, temos que calcular os campos deslocados em relação ao centro do objeto espalhador, ou seja, a origem. Fazemos isso usando o gerador de translações no espaço  $\mathbf{k}$ , com o operador  $e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{R}}$ , onde  $\mathbf{R} = q_x \hat{x} + q_y \hat{y} + q_z \hat{z}$  é o vetor de deslocamento. Multiplicamos esse operador em cada coeficiente de multipolo, e dessa forma, o operador fica dentro da integral em  $\phi_k$ , que leva ao seguinte resultado:

$$\int_0^{2\pi} d\phi_k e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{R}} e^{-i\phi_k(M' \mp 1)} = e^{-ikz \cos \theta_k} 2\pi (-i)^{M' \mp 1} J_{M' \mp 1} \left( k \sin \theta_k \sqrt{q_x^2 + q_y^2} \right) e^{-i(M' \mp 1)\phi} \quad (2.10)$$

Finalmente, podemos obter os campos espalhados e incidentes aplicando os operadores  $-i\nabla \times \mathbf{L}$  e  $-i\mathbf{L}$ :

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_T &= \mathbf{E}_{IN} + \mathbf{E}_S = -i\nabla \times \mathbf{L}(\Pi_{IN}^E + \Pi_S^E) + i\omega\mu(-i)\mathbf{L}(\Pi_{IN}^M + \Pi_S^M) \\ \mathbf{H}_T &= \mathbf{H}_{IN} + \mathbf{H}_S = -i\nabla \times \mathbf{L}(\Pi_{IN}^M + \Pi_S^M) - i\omega\epsilon(-i)\mathbf{L}(\Pi_{IN}^E + \Pi_S^E) \end{aligned} \quad (2.11)$$

## 2.3 Interação Spin-Órbita.

blablabla...

blablabla...



## Capítulo 3

### Título do Terceiro Capítulo

blablabla...

blablabla...

blablabla...

## Capítulo 4

### Título do Quarto Capítulo

blablabla...

blablabla...

blablabla...

## Capítulo 5

# Considerações Finais

blablabla...

blablabla...

blablabla...

# Referências Bibliográficas

- [1] A. Ashkin. Acceleration and trapping of particles by radiation pressure. *Physical Review Letters*, 24(4):156–159, jan 1970. 2
- [2] A. Ashkin and J. M. Dziedzic. Observation of Resonances in the Radiation Pressure on Dielectric Spheres. *Physical Review Letters*, 38(23):1351–1354, jun 1977. 2
- [3] A. Ashkin, J. M. Dziedzic, J. E. Bjorkholm, and Steven Chu. Observation of a single-beam gradient force optical trap for dielectric particles. *Optics Letters*, 11(5):288, may 1986. 2
- [4] K. Y. Bliokh, F. J. Rodríguez-Fortuño, F. Nori, and A. V. Zayats. Spin–orbit interactions of light. *Nature Photonics*, 9(12):796–808, nov 2015. 3
- [5] R S Dutra, N B Viana, P A Maia Neto, and H M Nussenzveig. Polarization effects in optical tweezers. *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*, 9(8):S221–S227, jul 2007. 2
- [6] R. S. Dutra, N. B. Viana, P. A. Maia Neto, and H. M. Nussenzveig. Absolute calibration of forces in optical tweezers. *Physical Review A*, 90(1), jul 2014. 3
- [7] A. Mazolli. *Teoria das Pinças Óticas*. PhD thesis, 2003. 3
- [8] A. Mazolli, P. A. Maia Neto, and H. M. Nussenzveig. Theory of trapping forces in optical tweezers. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 459(2040):3021–3041, dec 2003. 2

- [9] P. A. Maia Neto and H. M Nussenzveig. Theory of optical tweezers. *Europhysics Letters (EPL)*, 50(5):702–708, jun 2000. 2
- [10] N. B. Viana, M. S. Rocha, O. N. Mesquita, A. Mazolli, P. A. Maia Neto, and H. M. Nussenzveig. Towards absolute calibration of optical tweezers. *Physical Review E*, 75(2), feb 2007. 3

# Apêndice A

## Título do Primeiro Apêndice

blablabla...

blablabla...

blablabla...

## Apêndice B

### Título do Segundo Apêndice

blablabla...

blablabla...

blablabla...