

Relação entre Algoritmos de Ordenação

Arthur Alexsander Martins Teodoro
Sulo Ricardo Dias Fernandes

¹Instituto Federal de Minas Gerais - Campus Formiga

Resumo

Neste trabalho será mostrado uma relação entre quatro algoritmos de ordenação implementados, sendo estes dois com $O(n^2)$ e os outros $O(n * \log(n))$. Será mostrado feita comparações entre três métricas colhidas: tempo para ordenação, trocas realizadas e comparações feitas.

1. Introdução

Segundo [Ziviani 1999], ordenar corresponde ao processo de rearranjar um conjunto de objetos em uma ordem crescente ou decrescente. O objetivo principal da ordenação é facilitar a recuperação posterior de itens do conjunto ordenado. Imagine como seria difícil utilizar um catálogo telefônico se os nomes das pessoas não estivessem listados em ordem alfabética. A atividade de colocar as coisas em ordem está presente na maioria das aplicações onde os objetos armazenados têm que ser pesquisados e recuperados, tais como dicionários, índices de livros, tabelas e arquivos.

O problema de alguns métodos de ordenação é a complexidade, ou seja, o custo que o algoritmo leva para resolver o problema. Logo, para a resolução deste problema existem vários métodos, cada um usando de uma estratégia diferente.

Na terceira parte do Trabalho Multidisciplinar das disciplinas Algoritmos e Estruturas de Dados e Programação, ambas ofertadas pelo Instituto Federal de Minas Gerais - Campus Formiga, o problema de ordenação é tratado e foi implementado quatro métodos diferentes: *Bubble Sort*, *Insertion Sort*, *Quick Sort* e o *Quick Sort* Turbinado, uma mistura do método de inserção (*Insertion Sort*) e *Quick Sort*.

2. Métodos Implementados

2.1. Bubble Sort

O *BubbleSort* é um algoritmo que percorre o vetor inteiro comparando elementos adjacentes (dois a dois). Os elementos que estão fora de ordem são trocados. O resultado da ordenação se dá repetindo os dois passos acima com os primeiros $n-1$ elementos, depois com os primeiros $n-2$ elementos, até que reste apenas um elemento. Esta comparação com os elementos adjacentes faz com que o algoritmo possui ordem de complexidade de $O(n^2)$.

2.2. Insertion Sort

O método de ordenação por Inserção Direta é o mais rápido entre os outros métodos considerados básicos - sendo neste trabalho, implementado somente o *BubbleSort*. A principal característica deste método consiste em ordenarmos o arranjo utilizando um sub-arranjo ordenado localizado em seu início, e a cada novo passo, acrescentamos a este

sub-arranjo mais um elemento, até que atingimos o último elemento do arranjo fazendo assim com que ele se torne ordenado. Sua complexidade é, no melhor caso, $O(n)$, já no pior e médio caso, $O(n^2)$.

2.3. Quick Sort

Este método de classificação foi inventado por Hoare e seu desempenho é o melhor na maioria das vezes. O primeiro elemento do vetor a ser classificada é escolhido como o pivô. Depois da primeira fase da classificação, o pivô ocupa a posição que ocupará quando o vetor estiver completamente classificado. Os registros com valores de chaves menores do que o valor de chave do registro pivô o precedem no vetor e os registros com valores de chaves maiores do que o valor de chave do registro pivô o sucedem no vetor. Cada registro é comparado com o registro pivô e suas posições são permutadas se o valor de chave do registro for maior e o registro preceder o registro pivô, ou se o valor de chave do registro for menor e o registro suceder o registro pivô. A posição do registro pivô no final de uma fase divide o vetor original em dois sub-vetores (partições), cada uma delas precisando ser ordenada. A complexidade de tal algoritmo é, no melhor e médio caso $O(n * \log(n))$ e no pior caso $O(n^2)$.

2.4. Quick Sort Turbinado

Este método é a junção de dois métodos, o de inserção e o Quick Sort. O método do Quick Sort não é muito bom com partições pequenas, então, quando a partição tem tamanho menor que 40, o método da inserção é chamada, ordenando a partição. A escolha do método de inserção se dá uma vez que este método é bom para vetores pequenos e quase ordenados, situação que se encontra as partições com tamanho inferior a 40 geradas pelo método do Quick Sort. Este método possui complexidade igual ao QuickSort.

3. Comparação

Os testes mostrados nesta seção foram realizados em uma máquina usando como sistema operacional Ubuntu 14.04, processador i5 1.60GHz x 4 e 8 Gb de RAM.

O algoritmo foi escrito em linguagem C padrão ANSI, compilado com GCC 4.8.4 via terminal.

3.1. BubbleSort

| Tamanho | Execução 1 | Execução 2 | Execução 3 | Média | Desvio Padrão |
|---------|-------------|-------------|-------------|-------------|---------------|
| 500 | 124750 | 124750 | 124750 | 124750 | 0 |
| 1000 | 499500 | 499500 | 499500 | 499500 | 0 |
| 10000 | 49995000 | 49995000 | 49995000 | 49995000 | 0 |
| 100000 | 4999950000 | 4999950000 | 4999950000 | 4999950000 | 0 |
| 300000 | 44999850000 | 44999850000 | 44999850000 | 44999850000 | 0 |

Figura 1. Tabela da comparações realizados pelo algoritmo BubbleSort

| Tamanho | Execução 1 | Execução 2 | Execução 3 | Média | Desvio Padrão |
|---------|-------------|-------------|-------------|---------------|------------------|
| 500 | 62253 | 61755 | 61755 | 61921 | 287,5204340564 |
| 1000 | 260948 | 259950 | 259950 | 260282,666667 | 576,1955686512 |
| 10000 | 24934980 | 25119061 | 24827211 | 24960417,3333 | 147578,450562178 |
| 100000 | 2495458910 | 2497972044 | 2495964137 | 2496465030,33 | 1329334,88031509 |
| 300000 | 22475861296 | 22485208025 | 22485582650 | 22482217324 | 5507667,54145803 |

Figura 2. Tabela da trocas realizados pelo algoritmo BubbleSort

| Tamanho | Execução 1 | Execução 2 | Execução 3 | Média | Desvio Padrão |
|---------|------------|------------|------------|---------------|---------------|
| 500 | 0,001498 | 0,001285 | 0,001283 | 0,0013553333 | 0,000123557 |
| 1000 | 0,006063 | 0,005894 | 0,0054 | 0,0057856667 | 0,0003445204 |
| 10000 | 0,63916 | 0,652654 | 0,675291 | 0,6557016667 | 0,0182572861 |
| 100000 | 69,471099 | 69,884974 | 69,647866 | 69,6679796667 | 0,2076693251 |
| 300000 | 650,688344 | 649,966744 | 651,194943 | 650,616677 | 0,617227928 |

Figura 3. Tabela de tempo levado pelo algoritmo BubbleSort

Como pode ser visto nas imagens, o algoritmo da bolha é um dos mais lentos, gastando aproximadamente 651 segundos (10.85 minutos) para ordenar um vetor de 300000 elementos. Na contagem de tempo também deve ser levado em consideração as chamadas das funções de trocas e comparações, que levam um pouco mais de tempo. Porém, como o algoritmo faz todas as comparações possíveis, o algoritmo se torna lento.

3.2. InsertionSort

| Tamanho | Execução 1 | Execução 2 | Execução 3 | Média | Desvio Padrão |
|---------|-------------|-------------|-------------|---------------|------------------|
| 500 | 62750 | 62252 | 62252 | 62418 | 287,5204340564 |
| 1000 | 261944 | 260946 | 260946 | 261278,666667 | 576,1955686512 |
| 10000 | 24944974 | 25129052 | 24837198 | 24970408 | 147579,997276054 |
| 100000 | 2495558897 | 2498072030 | 2496064129 | 2496565018,67 | 1329333,37148826 |
| 300000 | 22476161281 | 22485508017 | 22485882637 | 22482517312 | 5507670,05300838 |

Figura 4. Tabela da comparações realizados pelo algoritmo InsertionSort

| Tamanho | Execução 1 | Execução 2 | Execução 3 | Média | Desvio Padrão |
|---------|-------------|-------------|-------------|---------------|------------------|
| 500 | 62253 | 61755 | 61755 | 61921 | 287,5204340564 |
| 1000 | 260948 | 259950 | 259950 | 260282,666667 | 576,1955686512 |
| 10000 | 24934980 | 25119061 | 24827211 | 24960417,3333 | 147578,450562178 |
| 100000 | 2495458910 | 2497972044 | 2495964137 | 2496465030,33 | 1329334,88031509 |
| 300000 | 22475861296 | 22485208025 | 22485582650 | 22482217324 | 5507667,54145803 |

Figura 5. Tabela da trocas realizados pelo algoritmo InsertionSort

| Tamanho | Execução 1 | Execução 2 | Execução 3 | Média | Desvio Padrão |
|---------|------------|------------|------------|---------------|---------------------|
| 500 | 0,000792 | 0,000809 | 0,000784 | 0,000795 | 1,276714533480E-005 |
| 1000 | 0,003449 | 0,003442 | 0,003308 | 0,0033996667 | 7,946277954699E-005 |
| 10000 | 0,313443 | 0,315917 | 0,315121 | 0,314827 | 0,0012629315 |
| 100000 | 33,163838 | 33,541754 | 33,144296 | 33,283296 | 0,2240443612 |
| 300000 | 309,493404 | 310,608375 | 310,047587 | 310,049788667 | 0,5574887606 |

Figura 6. Tabela de tempo levado pelo algoritmo InsertionSort

Pode ser visto que o algoritmo de inserção é um mais rápido que o algoritmo da bolha, uma vez que este realiza uma menor quantidade de comparações e para quando o

vetor já se encontra ordenado, diferente do BubbleSort. Nos teste realizados, o algoritmo de Inserção acabou realizando a mesma quantidade de trocas que o da Bolha, isso se dá porque foi contabilizada cada operação de mover um elemento para trás na hora da inserção do valor.

3.3. QuickSort

| Tamanho | Execução 1 | Execução 2 | Execução 3 | Média | Desvio Padrão |
|---------|------------|------------|------------|---------------|------------------|
| 500 | 3707 | 3581 | 3581 | 3623 | 72,7461339179 |
| 1000 | 8001 | 8204 | 8204 | 8136,33333333 | 117,2021046455 |
| 10000 | 105348 | 109615 | 104521 | 106494,666667 | 2733,7414532712 |
| 100000 | 1324484 | 1340717 | 1338156 | 1334452,33333 | 8727,2809243964 |
| 300000 | 4552012 | 4474470 | 4388470 | 4471650,66667 | 81807,4441682011 |

Figura 7. Tabela da comparações realizados pelo algoritmo QuickSort

| Tamanho | Execução 1 | Execução 2 | Execução 3 | Média | Desvio Padrão |
|---------|------------|------------|------------|---------------|------------------|
| 500 | 3510 | 3338 | 3338 | 3395,33333333 | 99,3042463006 |
| 1000 | 7518 | 7566 | 7566 | 7550 | 27,7128129211 |
| 10000 | 101490 | 106194 | 101626 | 103103,333333 | 2677,4594923796 |
| 100000 | 1285880 | 1309924 | 1274589 | 1290131 | 18046,9888624114 |
| 300000 | 4427404 | 4474470 | 4293547 | 4398473,66667 | 93866,9596947368 |

Figura 8. Tabela da trocas realizados pelo algoritmo QuickSort

| Tamanho | Execução 1 | Execução 2 | Execução 3 | Média | Desvio Padrão |
|---------|------------|------------|------------|--------------|---------------------|
| 500 | 0,000753 | 0,000761 | 0,000805 | 0,000773 | 0,000028 |
| 1000 | 0,001549 | 0,001721 | 0,001602 | 0,001624 | 8,808518604169E-005 |
| 10000 | 0,015724 | 0,014966 | 0,01501 | 0,0152333333 | 0,0004254989 |
| 100000 | 0,170873 | 0,162163 | 0,176148 | 0,169728 | 0,0070624588 |
| 300000 | 0,523315 | 0,536791 | 0,547767 | 0,5359576667 | 0,0122472817 |

Figura 9. Tabela de tempo levado pelo algoritmo QuickSort

Percebemos que o QuickSort é dos um dos métodos mais rápidos de todos, uma vez que a estratégia "dividir para conquistar" aumenta muito a velocidade do algoritmo. Um dos únicos contras do algoritmo QuickSort é que sua implementação é recursiva, criando uma certa estranheza para programadores menos experientes.

3.4. QuickSort Turbinado

| Tamanho | Execução 1 | Execução 2 | Execução 3 | Média | Desvio Padrão |
|---------|------------|------------|------------|---------------|------------------|
| 500 | 5618 | 5119 | 5119 | 5285,33333333 | 288,0977843256 |
| 1000 | 11146 | 11169 | 11169 | 11161,3333333 | 13,2790561914 |
| 10000 | 135973 | 140517 | 135598 | 137362,666667 | 2738,1600269768 |
| 100000 | 1633871 | 1654240 | 1662449 | 1650186,66667 | 14713,8592603482 |
| 300000 | 5372195 | 5444042 | 5292963 | 5369733,33333 | 75569,5766319577 |

Figura 10. Tabela da comparações realizados pelo algoritmo QuickSort Turbinado

| Tamanho | Execução 1 | Execução 2 | Execução 3 | Média | Desvio Padrão |
|---------|------------|------------|------------|----------------|------------------|
| 500 | 5396 | 4801 | 4801 | 4999,33333333 | 343,5234101678 |
| 1000 | 10710 | 10489 | 10489 | 10562,66666667 | 127,5944094909 |
| 10000 | 131656 | 137712 | 132695 | 134021 | 3238,4395933845 |
| 100000 | 1618374 | 1625074 | 1598071 | 1613839,66667 | 14060,961429907 |
| 300000 | 5262913 | 5279397 | 5156755 | 5233021,66667 | 66561,1290268827 |

Figura 11. Tabela da trocas realizados pelo algoritmo QuickSort Turbinado

| Tamanho | Execução 1 | Execução 2 | Execução 3 | Média | Desvio Padrão |
|---------|------------|------------|------------|--------------|---------------------|
| 500 | 0,000117 | 0,000112 | 0,000112 | 0,0001136667 | 2,886751345948E-006 |
| 1000 | 0,000243 | 0,000268 | 0,000258 | 0,0002563333 | 1,258305739212E-005 |
| 10000 | 0,003249 | 0,00294 | 0,002925 | 0,003038 | 0,0001828852 |
| 100000 | 0,038304 | 0,038446 | 0,03833 | 0,03836 | 7,560423268575E-005 |
| 300000 | 0,10825 | 0,122211 | 0,121558 | 0,1173396667 | 0,0078786504 |

Figura 12. Tabela de tempo levado pelo algoritmo QuickSort Turbinado

Pelas Tabelas apresentadas com os valores colhidos do algoritmo QuickSort Turbinado percebemos que, mesmo realizando mais trocas e comparações que o QuickSort, este algoritmo tem seu tempo de execução menor em alguns casos. Isso se dá ao fato de quando a partição se encontra em um tamanho pequeno e quase ordenada, o algoritmo de inserção é chamado para ordenar tal partição, diminuindo o tempo, uma vez que a partição se encontra em um ótimo estado para o algoritmo de inserção.

4. Avaliação

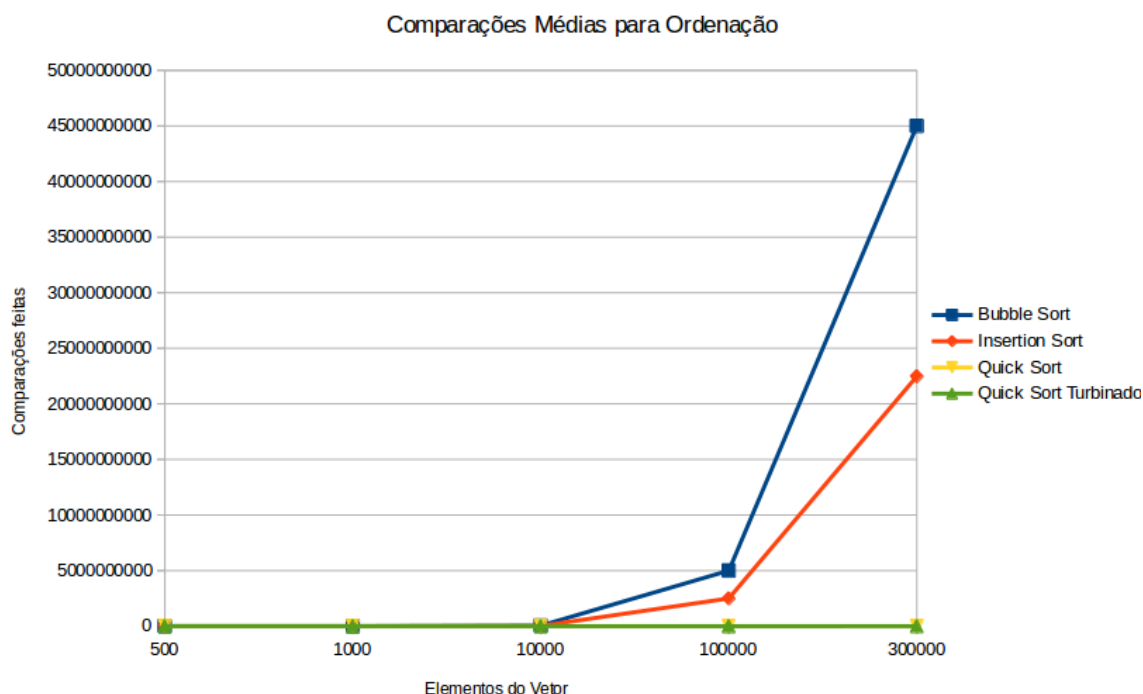


Figura 13. Gráfico da média de comparações de cada algoritmo

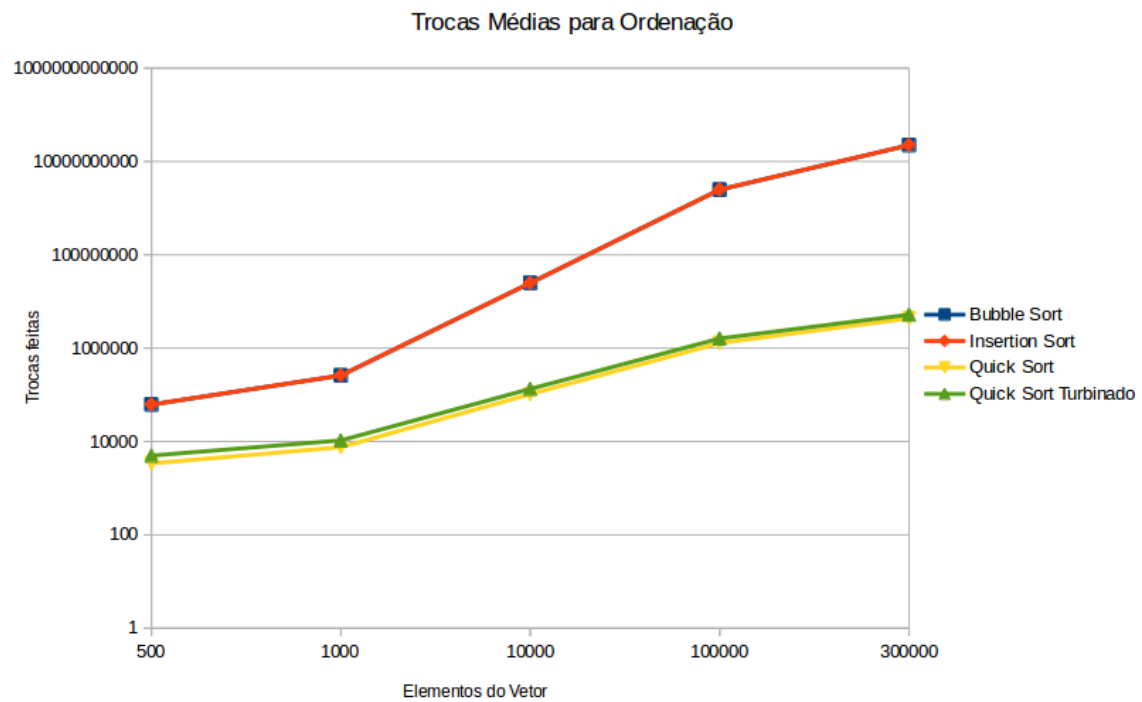


Figura 14. Gráfico da média de trocas de cada algoritmo

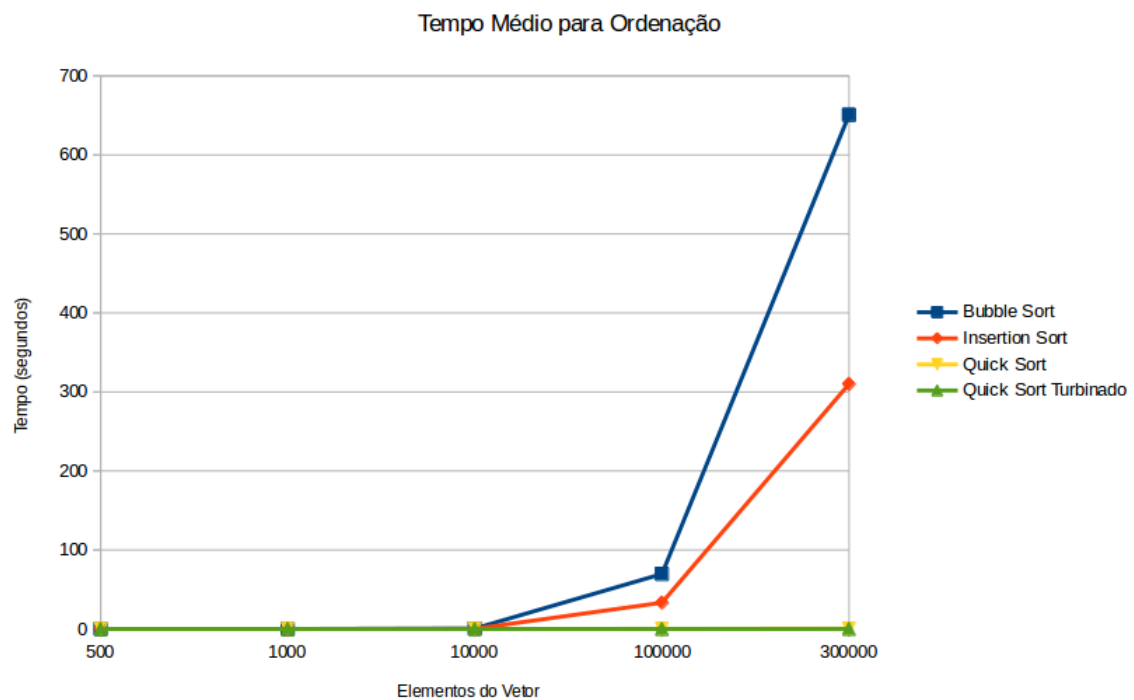


Figura 15. Gráfico da média de tempo de cada algoritmo

Como previsto, os algoritmos QuickSort e QuickSort Turbinado foram os que possuíram uma melhor performance nas três métricas colhidas. Os algoritmos BubbleSort e InsertionSort também atuaram como previsto, com o BubbleSort sendo o pior de todos.

e o InsertionSort, o meio termo. A diferença entre os algoritmos de mesma ordem de complexidade se dá por causa da constante que multiplica tal ordem, causando assim a diferença. Porém, todos os algoritmos seguem sua ordem de complexidade, sendo visível pelo gráfico o arco gerado pelos algoritmos $O(n^2)$ e uma leve curva dos algoritmos $O(n * \log(n))$.

5. Conclusão

Foi concluído que, em casos de uma pequena massa de dados, qualquer um dos algoritmos pode ser escolhidos, porém, quando a massa de dados se torna grande ou é necessário velocidade, é preferível escolher os algoritmos QuickSort ou o QuickSort Turbinado. Também é preciso notar que, mesmo com uma massa de dados pequena porém com elementos grandes, é preferível o algoritmo QuickSort, uma vez que este faz uma quantidade de trocas menor.

Com a implementação deste trabalho multidisciplinar foi aprimorado os conhecimentos, tanto de programação com estruturação de dados. Também foi um teste empírico de quais algoritmos de ordenação utilizar dependendo de cada situação, como tamanho de massa de dados.

Referências

Ziviani, N. (1999). *Projeto de algoritmos com implementação em Pascal e C*. Pioneira, 4th edition.