UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA

DEPARTAMENTO DE INFORMÁTICA E MATEMÁTICA APLICADA

MESTRADO EM SISTEMAS E COMPUTAÇÃO

Algoritmos Evolutivos Aplicados ao Problema do Ridemathing com Janelas de Tempo

José Arthur Souza de Macêdo

Natal-RN

Mês (por extenso) e ano

José Arthur Souza de Macêdo

Algoritmos Evolutivos Aplicados ao Problema do Ridemathing com Janelas de Tempo

Dissertação de Mestrado apresentada ao Departamento de Informática e Matemática Aplicada do Centro de Ciências Exatas e da Terra da Universidade Federal do Rio Grande do Norte como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Ciência da Computação.

Orientador(a)

Nome e titulação do(a) professor(a) orientador(a)

Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN

Departamento de Informática e Matemática Aplicada – DIMAp

Natal-RN

Mês (por extenso) e ano

Monografia de Graduação sob o título *Algoritmos Evolutivos Aplicados ao Problema do Ridemathing com Janelas de Tempo da monografia* apresentada por José Arthur Souza de Macêdo e aceita pelo Departamento de Informática e Matemática Aplicada do Centro de Ciências Exatas e da Terra da Universidade Federal do Rio Grande do Norte, sendo aprovada por todos os membros da banca examinadora abaixo especificada:

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Titulação e nome do(a) orientador(a)

Orientador(a)

Departamento

Universidade

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Titulação e nome do membro da banca examinadora

Co-orientador(a), se houver

Departamento

Universidade

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Titulação e nome do membro da banca examinadora

Departamento

Universidade

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Titulação e nome do membro da banca examinadora

Departamento

Universidade

Natal-RN, data de aprovação (por extenso).

Homenagem que o autor presta a uma ou mais pessoas.

Agradecimentos

Agradecimentos dirigidos àqueles que contribuíram de maneira relevante à elaboração do trabalho, sejam eles pessoas ou mesmo organizações.

*Citação*

Autor

Algoritmos Evolutivos Aplicados ao Problema do Ridemathing com Janelas de Tempo

Autor: José Arthur Souza de Macêdo

Orientador(a): Titulação e nome do(a) orientador(a)

Resumo

O resumo deve apresentar de forma concisa os pontos relevantes de um texto, fornecendo uma visão rápida e clara do conteúdo e das conclusões do trabalho. O texto, redigido na forma impessoal do verbo, é constituído de uma sequência de frases concisas e objetivas e não de uma simples enumeração de tópicos, não ultrapassando 500 palavras, seguido, logo abaixo, das palavras representativas do conteúdo do trabalho, isto é, palavras-chave e/ou descritores. Por m, deve-se evitar, na redação do resumo, o uso de parágrafos (em geral resumos são escritos em parágrafo único), bem como de fórmulas, equações, diagramas e símbolos, optando-se, quando necessário, pela transcrição na forma extensa, além de não incluir citações bibliográficas.

*Palavras-chave:* Palavra-chave 1, Palavra-chave 2, Palavra-chave 3.

Evolutionary Algorithms Applied to the Ridemathing Problem With Time Windows

Author: José Arthur Souza de Macêdo

Advisor: Titulação e nome do(a) orientador(a)

Abstract

O resumo em língua estrangeira (em inglês *Abstract*, em espanhol *Resumen*, em francês *Résumé*) é uma versão do resumo escrito na língua vernácula para idioma de divulgação internacional. Ele deve apresentar as mesmas características do anterior (incluindo as mesmas palavras, isto é, seu conteúdo não deve diferir do resumo anterior), bem como ser seguido das palavras representativas do conteúdo do trabalho, isto é, palavras-chave e/ou descritores, na língua estrangeira. Embora a especificação abaixo considere o inglês como língua estrangeira (o mais comum), não fica impedida a adoção de outras línguas (a exemplo de espanhol ou francês) para redação do resumo em língua estrangeira.

*Keywords:* Keyword 1, Keyword 2, Keyword 3.

Lista de figuras

[Figura 1. Teste de uma figura em formato .png. 16](#_Toc248145833)

Lista de tabelas

[Tabela 1. Tabela sem sentido. 18](#_Toc248146063)

Lista de abreviaturas e siglas

NSGA-II – *Nondominated Sorting Genetic Algorithm II*

RMJT – Ridemathing com Janelas de Tempo

UFRN – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, p.20

DIMAp – Departamento de Informática e Matemática Aplicada, p.20

HCE – Horario mais cedo de Embarque

HTE – Horario mais tarde de Embarque

HCD – Horario mais cedo de Desembarque

HTD – Horario mais tarde de Desembarque

Lista de símbolos

λ (algum símbolo)

Sumário

[1 Introdução 14](#_Toc257751268)

[1.1 Organização do trabalho 14](#_Toc257751269)

[2 Capítulo 2 15](#_Toc257751270)

[2.1 Seção 1 16](#_Toc257751271)

[2.2 Seção 2 16](#_Toc257751272)

[2.3 Seção 3 16](#_Toc257751273)

[2.4 Seção 4 16](#_Toc257751274)

[3 Capítulo 3 17](#_Toc257751275)

[3.1 Seção 1 18](#_Toc257751276)

[3.2 Seção 2 18](#_Toc257751277)

[3.2.1 Subseção 2.1 19](#_Toc257751278)

[3.3 Seção 3 19](#_Toc257751279)

[4 Capítulo 4 20](#_Toc257751280)

[4.1 Seção 1 20](#_Toc257751281)

[4.2 Seção 2 20](#_Toc257751282)

[5 Capítulo 5 21](#_Toc257751283)

[5.1 Seção 1 21](#_Toc257751284)

[5.2 Seção 2 21](#_Toc257751285)

[5.2 Seção 2 21](#_Toc257751286)

[5.2.1 Subseção 2.1 22](#_Toc257751287)

[5.3 Seção 3 22](#_Toc257751288)

[6 Considerações finais 23](#_Toc257751289)

[Referências 24](#_Toc257751290)

[APÊNDICE A – Primeiro apêndice 25](#_Toc257751291)

[ANEXO A – Primeiro anexo 26](#_Toc257751292)

# 

# 1 Introdução

Este capítulo apresenta a motivação do estudo dos algoritmos para o problema do Ridemathing com janelas de tempo. A seção 1.1 apresenta um resumo da utilidade prática da solução do problema. A seção 1.2 apresenta a organização do trabalho.

## 1.1 Motivação

Cada vez mais pessoas e bens materiais são transportados ao redor do mundo. O crescimento dessa demanda por transporte é reflexo da evolução econômica dos países, onde existe maior concentração de serviços, empregos e distribuição de bens. Por representar um custo financeiro considerável, a capacidade de transportar cargas e passageiros de modo econômico se torna um ponto chave no crescimento das economias emergentes.

Além de ser um fator de competitividade econômica, patircularmente o transporte de passageiros é responsável por gerar custos e prejuízos como manutenção de veículos com peças e reparos, combustível, tempo disponível, congestionamento do tráfego e poluição do meio ambiente. Assim, os modelos de compartilhamento de veículos, conhecidos como *ridesharing* apresentam uma solução para otimizar o uso dos recursos humanos e naturais escassos.

Um sistema de *ridesharing* permite o compartilhamento de vagas de veículos por seus motoristas com um ou mais caronas, de forma a compartilhar os custos da viagem. O termo tem um significado amplo e pode se referir tanto ao transporte recorrente de passageiros tais como *carpool* e *vanpool* como os serviços similares aos táxis (Uber e Lyft). Neste ultimo caso, sendo comumente chamados de *real-time ridesharing*. (Agatz; Erera; Savelsbergh; Wang, 2010).

Os estudos na área são justificados pelo aumento contínuo no número de veículos em circulação. A título de exemplo, no Brasil, em 2006 um estudo do DETRAN contabilizou uma frota de 43.854.594 veículos. Em junho de 2016 o mesmo estudo registrou 92.281.081 veículos em circulação (Incluíndo carros, motos, veículos utilitários, entre outros). Isso representa um aumento superior a 210% num período de 10 anos. (DETRAN) 2016.

As consequências diretas do incremento da frota de veículos nas cidades são o aumento os engarrafamentos nas grandes metrópoles, degradação da qualidade do ar e da saúde da população. Diminuindo assim a qualidade de vida dos habitantes.

Na prática, um sistema de ridesharing, como o *carpool*, exige um conjunto de participantes atuando como motoristas ou caronas, o objetivo mútuo é definir qual carona será levado por qual motorista para seu destino. À partir desses requisitos básicos, inúmeros problemas podem ser modelados para se adequar a um aspecto que deseja ser atendido. Como do quanto cada motorista está disposto a desviar de seu caminho para atender um carona, e se o motorista possui ou não rota definida, entre outros.

Nas últimas décadas, inúmeros modelos foram propostos nesse intuito. (SOLOMON, 1987); (Jaw, J. et al, 1986), (N. A. Agatz et al, 2011). Particularmente, o modelo adotado neste trabalho é recente e foi descrito de forma inédita no trabalho de (HERBAWI) 2012. Que por sua vez é similar aos modelos propostos por (JORGENSEN, 2002). No problema do Ridemathing com Janelas de Tempo (RMJT) caronas devem ser atribuídos às rotas de cada motorista, definindo o horário e a sequência de embarque e desembarque de cada um, sujeito à um critério de otimização multi-objetivo. O problema pode ser estendido de uma versão estática, onde todos os motoristas e caronas são conhecidos antes da execução do algoritmo, para uma versão dinâmica, onde uma porcentagem dos caronas não são conhecidos no momento da execução do algoritmo. Mais detalhes serão apresentados no capítulo 2.

## 

## 1.2 Organização do trabalho

Nesta seção são apresentados a forma como o restante da dissertação está organizada:

O Capítulo 2 apresenta o problema do Ridemathing com janelas de tempo e sua formulação matemática.

O Capítulo 3 apresenta o algoritmo do estado da arte com a descrição dos operadores genéticos utilizados.

O Capítulo 4 apresenta a descrição clássica do algoritmo NSGA-II, e sua adaptação ao problema desenvolvido à partir do estado da arte.

O Capítulo 5 apresenta os operadores desenvolvidos para o algoritmo aprimorado à partir do NSGA-II.

O capítulo 6 apresenta os experimentos computacionais

O capítulo 7 apresenta as conclusões finais.

# 2 O problema do Ridemathing com Janelas de tempo (RMJT)

No problema do ridemathing com janelas de tempo (RMJT), descrito em (Herbawi) 2012 um conjunto de motoristas e caronas desejam se deslocar entre seus pontos de origem e destino, com distância e tempo de viagem conhecidos previamente. Durante o espaço de 24 horas, os participantes desse modelo (motoristas e caronas) anunciam a intenção de viagem, definindo o ponto de partida e de destino como coordenadas geográficas (longitude e latitude). A cada participante está associado também uma hora mais cedo de partida e uma hora mais tarde de chegada , usadas para computar suas janelas de tempo. Motoristas definem um tempo máximo de viagem e uma distância máxima de viagem. Similarmente, os caronas definem um tempo máximo de viagem.

O objetivo do RMPTW é o de atribuir caronas nas rotas dos motoristas de forma a minimizar:

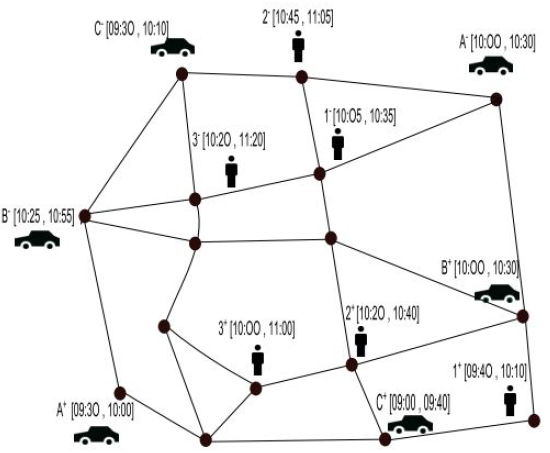
1)O tempo total de viagem dos motoristas

2)A distância total de viagem dos motoristas

3)O tempo total de viagem dos caronas

4)O número de caronas não atribuidos à alguma rota.

O modelo é altruísta, no sentido de que os motoristas estão dispostos à compartilhar assentos de seu carro para caronas, inicialmente sem intenção econômica. Desde que valores de tempo e distância de sua viagem não ultrapassem um determinado limite.

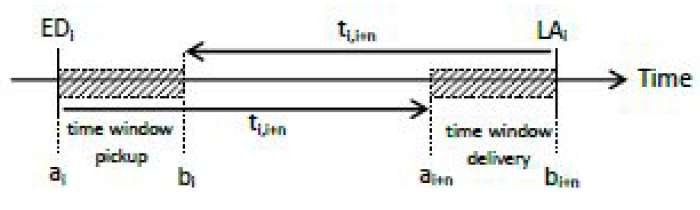


**Figura 1.** Exemplo de instância do problema.

A distância entre cada ponto de origem e destino é a distância em linha reta. Mais precisamente, é calculada utilizando a fórmula de harversine entre dois pontos da terra. Assim, cada rota inicia com seu valor objetivo de tempo e distância mínimos. A inserção de um carona provoca um “detour‘ na rota, que pode acrescentar em tempo e distância o valor objetivo. Além disso é admitido ao motorista um tempo de espera em cada ponto de carona. O tempo então é uma variável descorrelacionada à distância.

## 2.1 Definição Formal do Problema e Modelagem Matemática.

Apresentamos a definição formal do problema, extraída de [5]. O problema do ridesharing do janela de tempo (RMPTW) consiste em um conjunto R = {1,2,...,n} de n pedidos de carona e um conjunto V = {2n+1, 2n+2, …, 2n+v} de v ofertas de veículos. Onde R ∩ V = ∅. Para cada pedido de carona i ∈ R, temos um ponto de ‘coleta’ i e um ponto de entrega i+n , A demanda dm i definindo o número de pessoas que devem ser levadas do ponto i para o ponto i+n . A hora mais cedo de partida ED i do ponto i, a hora mais tarde de chegada LA i no ponto i+n . E as constantes AT i e BT i usadas para definir o tempo máximo de viagem do carona MTT i . Seja t i,j o tempo de viagem direto entre i e j , MTT i é calculado da seguinte forma: MTT i = AT i + BT i t i,i+n . Para cada ponto de coleta i e ponto de entrega i+n , computamos uma janela de tempo da seguinte forma: [a i , b i ] = [ED i LA i t i,i+n ] representando a hora mais cedo e mais tarde de coleta e [a i+n , b i+n ] = [ED i +t i,i+n , LA i ] representando a hora mais cedo e mais tarde de chegada. A imagem seguinte exemplifica o cálculo da janela de tempo:

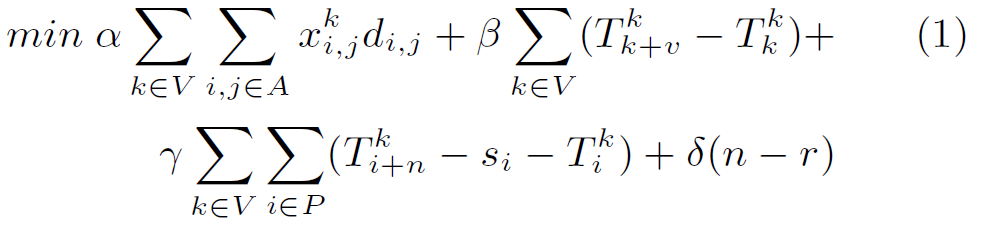


Para cada veículo *k* ∈ V temos um ponto de origem *k,* um ponto de destino *k+v,* uma capacidade máxima C k , a hora mais cedo de partida ED k do ponto *k* para o ponto *k+v,* a hora mais tarde de chegada LA k para o ponto *k+v,* e as constantes AT k , BT k , AD k e BD k para definir o tempo máximo de viagem do veículo MTT k e a distância máxima de viagem do veículo

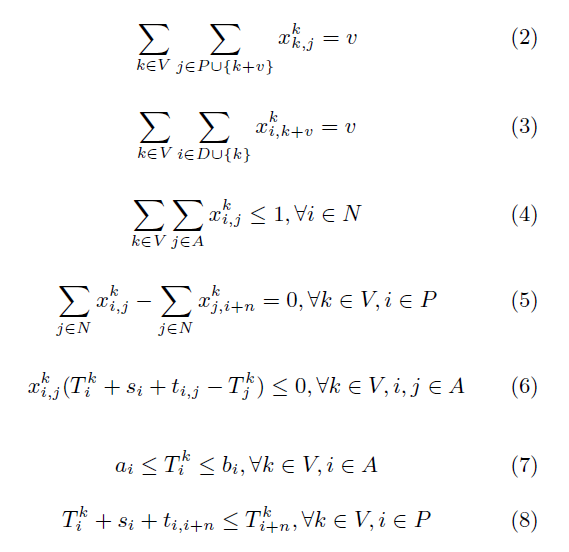
MTD k . O cálculo da janela de tempo para os pontos *k* e *k+v* ([a k , b k ] e [a k+v , b k+v ]) que representam a hora mais cedo e a mais tarde de saída, e a hora mais cedo e mais tarde de chegada do veículo *k* é o mesmo dos caronas. O cálculo do MTT k é também o mesmo para os caronas. Seja d i,j a distância de viagem direta entre os pontos i e j, então a distância máxima de viagem do veículo *k* é MTT k = AD k + BD k d k,k+v .

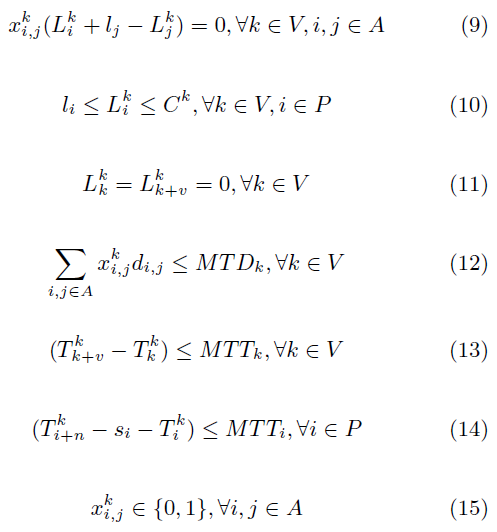
Seja P = {1,..., n} o conjunto dos pontos de coleta e D = {n+1, n+2,..., 2n} o conjunto dos pontos de destino. O conjunto de todos os pontos de coleta e destino é N = P ∪ D e o conjunto de todos os pontos incluindo as origens e destinos dos veículos é A = N ∪ { *k, k+v* } ∀k ∈ V. Seja l i = *dm i* (demanda no ponto i) e l i+n = *dm* *i* representando as mudanças de carga nos pontos *i* e *i+n* respectivamente. A carga depois de servir o ponto i é L k i . Seja T k i representando a hora de início de atendimento no local i pelo veículo k. Isso representa as horas de coleta e entrega dos caronas e as horas de saída e chegada dos veículos. O tempo de atendimento no ponto *i* ∈ N (hora de coleta ou entrega) é s i e ∀i ∈ { *k,k+v* }, s i = 0. Uma variável binária de decisão x i,j k é configurada para 1 se o veículo *k* atende o ponto *i* e viaja diretamente para o ponto j para servilo. é configurado com 0 caso contrario. Aqui cabe uma rápida explicação: T k i é o momento em que o veículo k chega no ponto i. já s i representa o tempo que é gasto no ponto *i.*

No trabalho original, o autor transforma o problema multiobjetivo em mono objetivo. Dando Pesos a cada um dos critérios. A seguinte função é usada para a minimização. Os pesos α, β ɣ e δ definem a importância relativa dos diferentes componentes, De forma que o problema do Ridesharing com Janelas de tempo é o da minimização da seguinte função:



Sujeito a:





## 2.2 A base de Dados

Para este problema, foi adotada a mesma base de dados do artigo original. Denominada RMPTW698\_L. A base é formada por informações com pontos geográficos, com latitude e longitude da origem e o destino, as janelas de tempo, o número de cada requisição, e o tempo de cada requisição. O tempo representa o momento do dia em que aquela requisição pode ser considerada (para matchs). Este tempo é utilizado na versão dinâmica do problema. Já que o problema aqui definido é estático. o tempo considerado é sempre 0 (Equivalente a dizer que todas as caronas são conhecidas às 00:00h do dia, e que todo o procedo do ridesharing ocorre dentro de um dia). Abaixo um exemplo dos dados da base:

n rAT stS long lat [a,] [,b] stdD long2 lat2 [a,] [,b]

0 472 0 87.691 41.891 472 502 0 88.010 41.975 500 530

1 855 0 87.597 41.340 855 885 0 88.289 42.208 967.3 997.3

2 525 0 88.237 42.455 525 555 0 88.203 41.680 611.3 641.3

3 615 0 88.203 41.680 615 645 0 88.182 42.448 700.4 730.4

4 955 0 88.484 41.594 955 985 0 87.794 41.831 1018.1 1048.1

N - número da requisição

rAT-Request Arrival Time (desconsiderado)

sTS - Service time at source (custo em tempo da operação de embarque do carona)

long-longitude do ponto de origem

lat-latitude do ponto de origem

[a,]-parte ‘a’ da janela de tempo. O minuto mais cedo em que pode partir

[,b]-parte ‘b’ da janela de tempo. O minuto mais tarde em que pode partir

stdD-Service time at delivery (custo em tempo da operação de desembarque do carona)

long2-longitude do ponto de destino

lat2-latitude do ponto de destino

[a,]-parte ‘a’ da janela de tempo. O minuto mais cedo em que pode CHEGAR;

[,b]-parte ‘b’ da janela de tempo. O minuto mais tarde em que pode CHEGAR;

À partir da latitude e longitude. As distâncias entre os pontos são calculados usando a fórmula de haversine. O tempo é medido em minutos e a distância é medida em metros.

# 

# 3 Algoritmo Genético do estado da Arte

No algoritmo genético descrito por (HERBAWI, 2012) uma populaçao inicial de indivíduos é gerada aleatoriamente. Cada indivíduo é formado por uma lista de rotas associadas a cada motorista. As rotas por sua vez, são sequências de pontos de embarque e desembarque de tamanho variável. O primeiro e último ponto são os pontos de embarque e desembarque do motorista respectivamente. Os dois primeiros pontos são inseridos então, de forma aleatória os caronas combináveis são adicionados à rota. Isso é repetido para todas as rotas.

Após a geração da população inicial, o algoritmo repete as operações de crossover e mutação N vezes, definido parametricamente.

## 2.2 O operador de crossover

O crossover é realizado da seguinte forma: um ponto aleatório *n* é escolhido ao longo do número de rotas. Todas as rotas anteriores a n vão pro indivíduo 2 e todas as rotas depois do ponto n vão pro indivíduo 1.

(continua)

## 2.2 Operadores de mutação

# (continua)

# 3 Novo método de inserção

O método original de inserção construía a rota incrementalmente. De forma que os tempos de serviço já estabelecidos para uma rota não eram alterados ao inserir um novo carona. Esse procedimento de alteração das horas de atendimento era realizado depois, no operador de mutação (empurrão para frente ou para traz).

Esse trabalho propõe um operador de inserção que deterministicamente verifica se uma dada sequência de caronas é válida ou não para uma rota específica. O operador foi desenvolvido à partir da idéia generalizada de como verificar se um determinado carona pode fazer parte de uma rota qualquer. O operador funciona construindo uma rota com tempo de espera WT sempre minimizado a cada inserção de um novo ponto. Abaixo está descrito o funcionamento em detalhes e como o algoritmo garante encontrar a posição que posibilita combinação do carona, se essa posição válida existir:

Considerando uma rota inicialmente vazia. Ao inserir os pontos de origem e destino do motorista, estes serão colocados no tempo mais cedo. Vide figura 1.

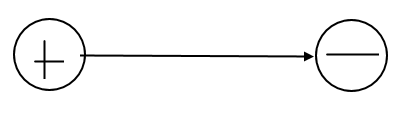


Figura 1. Rota inicial com os pontos de embarque e desembarque do motorista.

Ao inserir um único ponto *i* de saída ou chegada de um carona, este ponto será inserido na hora de serviço k = T(i-1) + d(i-1, i). Se a hora k < HMC então a hora de serviço sv = HMC, e o tempo de espera no ponto i será WT = sv – HMC. Por outro lado, se o tempo k > HMT a inserção do ponto do carona torna rota inválida e a inserção é interrompida. Pois, dado que todos os pontos estavam em seus tempos mais cedos, não é possível retroceder a hora de serviço dos pontos antes de i para acomoda-lo dentro dos limites, vide figura 2. Por fim, o processo de inserção do carona continua quando k >= HMC && k <= HMT.

A esta altura, temos 3 pontos na rota, exemplificados na figura 4. Se existe tempo de espera associado ao ponto *i,* É determinado valor mPush = menor dentre todos os HMT(x) – st(x) com x ⊂ {1,..,i-1}. Este será o valor máximo que os pontos anteriores a *i* poderão ser empurrados para reduzir o tempo de espera em i, sem invalidar a rota até então construída. Em seguinda, o valor mPush é aplicado a todos os pontos antes de i. Empurrando os tempos de serviço.

Figura 2. Demonstração dos limites extrapolados.

Ao inserir um novo ponto de saída ou chegada de um carona,

Em vez de o algoritmo se apoiar nos operadores de empurrão para frente e para traz da hora de serviço de atendimento dos caronas.

## 3.1 Seção 1

Teste de uma tabela:

Tabela 1. Tabela sem sentido.

|  |  |
| --- | --- |
| Título Coluna 1 | Título Coluna 2 |
| X | Y |
| X | W |

# 

# 4 Capítulo 4

## 4.1 Seção 1

Teste de símbolo:

λ

## 4.2 Seção 2

Teste de abreviaturas:

UFRN

DIMAp

# 6 Considerações finais

As considerações finais formam a parte final (fechamento) do texto, sendo dito de forma resumida (1) o que foi desenvolvido no presente trabalho e quais os resultados do mesmo, (2) o que se pôde concluir após o desenvolvimento bem como as principais contribuições do trabalho, e (3) perspectivas para o desenvolvimento de trabalhos futuros. O texto referente às considerações finais do autor deve salientar a extensão e os resultados da contribuição do trabalho e os argumentos utilizados estar baseados em dados comprovados e fundamentados nos resultados e na discussão do texto, contendo deduções lógicas correspondentes aos objetivos do trabalho, propostos inicialmente.

# Referências

SOLOMON, M. Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints. *Operations Research 35* (1987), 254-265.

BAKER, E. An Exact Algorithm for the Time-Constrained Traveling Salesman Problem. *Opns.Res.* 31,938-945, 1983.

Jaw, J.; Odoni, A.; Psaraftis, H.; Wilson, N. A heuristic algorithm for the multi-vehicle advance request dial-a-ride problem with time windows. *Transportation Research Part B: Methodological* 20, 3, 243-257,1986.

N. A. Agatz; A. L. Erera; M. W. Savelsbergh; X. Wang. Dynamic ride-sharing: A simulation study in metro Atlanta. *Transportation Research Part B: Methodological*, vol. 45, no. 9, pp. 1450 – 1464, 2011.

Nelson D. Chan; Susan A. Shaheen, Ridesharing in North America: Past, Present, and Future

Herbawi; W. Weber, M. A Genetic and Insertion Heuristic algorithm for solving the dynamic ridemathing problem with time windows. *WCCI 2012 . IEEE World Congress on Computational Intelligence*, June, 10-15, 2012 - Brisbane, Australia.

R. Jorgensen, Dial-a-ride, *Ph.D. dissertation*, Technical University of Denmark, 2002.

Agatz, N.; Erera, A.; Savelsbergh, M.; Wang, X. Sustainable passenger transportation: Dynamic ride-sharing. *Tech. rep*., Erasmus Research Inst. of Management (ERIM), Erasmus Uni., Rotterdam, 2010.

DETRAN, Departamento Nacional de Trânsito, Dados da frota de veículos por ano*.* *http://www.denatran.gov.br/frota.htm*, 2016.

# 

# APÊNDICE A – Primeiro apêndice

Os anexos são textos ou documentos não elaborados pelo autor, que servem de fundamentação, comprovação e ilustração.

# ANEXO A – Primeiro anexo

Os apêndices são textos ou documentos elaborados pelo autor, a fim de complementar sua argumentação, sem prejuízo da unidade nuclear do trabalho.