UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA

DEPARTAMENTO DE INFORMÁTICA E MATEMÁTICA APLICADA

MESTRADO EM SISTEMAS E COMPUTAÇÃO

Algoritmos Evolutivos Aplicados ao Problema do Ridemathing com Janelas de Tempo

José Arthur Souza de Macêdo

Natal-RN

Mês (por extenso) e ano

José Arthur Souza de Macêdo

Algoritmos Evolutivos Aplicados ao Problema do Ridemathing com Janelas de Tempo

Dissertação de Mestrado apresentada ao Departamento de Informática e Matemática Aplicada do Centro de Ciências Exatas e da Terra da Universidade Federal do Rio Grande do Norte como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Ciência da Computação.

Orientador(a)

Nome e titulação do(a) professor(a) orientador(a)

Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN

Departamento de Informática e Matemática Aplicada – DIMAp

Natal-RN

Mês (por extenso) e ano

Dissertação de Mestrado sob o título *Algoritmos Evolutivos Aplicados ao Problema do Ridemathing com Janelas de Tempo* apresentada por José Arthur Souza de Macêdo e aceita pelo Departamento de Informática e Matemática Aplicada do Centro de Ciências Exatas e da Terra da Universidade Federal do Rio Grande do Norte, sendo aprovada por todos os membros da banca examinadora abaixo especificada:

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Titulação e nome do(a) orientador(a)

Orientador(a)

Departamento

Universidade

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Titulação e nome do membro da banca examinadora

Co-orientador(a), se houver

Departamento

Universidade

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Titulação e nome do membro da banca examinadora

Departamento

Universidade

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Titulação e nome do membro da banca examinadora

Departamento

Universidade

Natal-RN, data de aprovação (por extenso).

Homenagem que o autor presta a uma ou mais pessoas.

Agradecimentos

Agradecimentos dirigidos àqueles que contribuíram de maneira relevante à elaboração do trabalho, sejam eles pessoas ou mesmo organizações.

*Citação*

Autor

Algoritmos Evolutivos Aplicados ao Problema do Ridemathing com Janelas de Tempo

Autor: José Arthur Souza de Macêdo

Orientador(a): Titulação e nome do(a) orientador(a)

Resumo

O resumo deve apresentar de forma concisa os pontos relevantes de um texto, fornecendo uma visão rápida e clara do conteúdo e das conclusões do trabalho. O texto, redigido na forma impessoal do verbo, é constituído de uma sequência de frases concisas e objetivas e não de uma simples enumeração de tópicos, não ultrapassando 500 palavras, seguido, logo abaixo, das palavras representativas do conteúdo do trabalho, isto é, palavras-chave e/ou descritores. Por m, deve-se evitar, na redação do resumo, o uso de parágrafos (em geral resumos são escritos em parágrafo único), bem como de fórmulas, equações, diagramas e símbolos, optando-se, quando necessário, pela transcrição na forma extensa, além de não incluir citações bibliográficas.

*Palavras-chave:* Palavra-chave 1, Palavra-chave 2, Palavra-chave 3.

Evolutionary Algorithms Applied to the Ridemathing Problem With Time Windows

Author: José Arthur Souza de Macêdo

Advisor: Titulação e nome do(a) orientador(a)

Abstract

O resumo em língua estrangeira (em inglês *Abstract*, em espanhol *Resumen*, em francês *Résumé*) é uma versão do resumo escrito na língua vernácula para idioma de divulgação internacional. Ele deve apresentar as mesmas características do anterior (incluindo as mesmas palavras, isto é, seu conteúdo não deve diferir do resumo anterior), bem como ser seguido das palavras representativas do conteúdo do trabalho, isto é, palavras-chave e/ou descritores, na língua estrangeira. Embora a especificação abaixo considere o inglês como língua estrangeira (o mais comum), não fica impedida a adoção de outras línguas (a exemplo de espanhol ou francês) para redação do resumo em língua estrangeira.

*Keywords:* Keyword 1, Keyword 2, Keyword 3.

Lista de figuras

[Figura 1. Teste de uma figura em formato .png. 16](#_Toc248145833)

Lista de tabelas

[Tabela 1. Tabela sem sentido. 18](#_Toc248146063)

Lista de abreviaturas e siglas

NSGA-II – *Nondominated Sorting Genetic Algorithm II*

RMJT – Ridemathing com Janelas de Tempo

UFRN – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, p.20

DIMAp – Departamento de Informática e Matemática Aplicada, p.20

HCP – Horario mais cedo de Partida

HTP – Horario mais tarde de Partida

HCC – Horario mais cedo de Chegada

HTC – Horario mais tarde de Chegada

Lista de símbolos

λ (algum símbolo)

Sumário

[1 Introdução 14](#_Toc257751268)

[1.1 Organização do trabalho 14](#_Toc257751269)

[2 Capítulo 2 15](#_Toc257751270)

[2.1 Seção 1 16](#_Toc257751271)

[2.2 Seção 2 16](#_Toc257751272)

[2.3 Seção 3 16](#_Toc257751273)

[2.4 Seção 4 16](#_Toc257751274)

[3 Capítulo 3 17](#_Toc257751275)

[3.1 Seção 1 18](#_Toc257751276)

[3.2 Seção 2 18](#_Toc257751277)

[3.2.1 Subseção 2.1 19](#_Toc257751278)

[3.3 Seção 3 19](#_Toc257751279)

[4 Capítulo 4 20](#_Toc257751280)

[4.1 Seção 1 20](#_Toc257751281)

[4.2 Seção 2 20](#_Toc257751282)

[5 Capítulo 5 21](#_Toc257751283)

[5.1 Seção 1 21](#_Toc257751284)

[5.2 Seção 2 21](#_Toc257751285)

[5.2 Seção 2 21](#_Toc257751286)

[5.2.1 Subseção 2.1 22](#_Toc257751287)

[5.3 Seção 3 22](#_Toc257751288)

[6 Considerações finais 23](#_Toc257751289)

[Referências 24](#_Toc257751290)

[APÊNDICE A – Primeiro apêndice 25](#_Toc257751291)

[ANEXO A – Primeiro anexo 26](#_Toc257751292)

# 

# 1 Introdução

Este capítulo apresenta a motivação da pesquisa dos algoritmos para o problema do Ridemathing com Janelas de Tempo. A seção 1.1 apresenta um resumo da utilidade prática das soluções do problema. A seção 1.2 apresenta a organização do trabalho.

## 1.1 Motivação

Cada vez mais pessoas e bens materiais são transportados ao redor do mundo. O crescimento dessa demanda por transporte é reflexo da evolução econômica dos países, onde existe maior concentração de serviços, empregos e distribuição de bens. Por representar um custo financeiro considerável, a capacidade de transportar cargas e passageiros de modo econômico se torna um ponto chave no crescimento das economias emergentes.

Além de ser um fator de competitividade econômica, patircularmente o transporte de passageiros é responsável por gerar custos e prejuízos como manutenção de veículos com peças e reparos, combustível, tempo disponível, congestionamento do tráfego e poluição do meio ambiente. Assim, os modelos de compartilhamento de veículos, conhecidos como *ridesharing* apresentam uma solução para otimizar o uso dos recursos humanos e naturais escassos.

Um sistema de *ridesharing* permite o compartilhamento de vagas de veículos por seus motoristas com um ou mais caronas, de forma a compartilhar os custos da viagem. O termo tem um significado amplo e pode se referir tanto ao transporte recorrente de passageiros tais como *carpool* e *vanpool* como os serviços de frete similares aos táxis (Uber e Lyft). Neste ultimo caso, sendo comumente chamados de sistemas de *real-time ridesharing*. (Agatz; Erera; Savelsbergh; Wang, 2010).

Os estudos na área são justificados pelo aumento contínuo no número de veículos em circulação. A título de exemplo, no Brasil, Em um estudo nacional realizado pelo DETRAN em 2006, foi contabilizado uma frota de 43.854.594 veículos. Em junho de 2016 um novo estudo do mesmo orgão registrou 92.281.081 veículos em circulação (Incluíndo carros, motos, veículos utilitários, entre outros). Isso representa um aumento superior a 210% num período de 10 anos. (DETRAN) 2016.

As consequências diretas do incremento da frota de veículos nas cidades são o aumento dos engarrafamentos nas grandes metrópoles, degradação da qualidade do ar, número de acidentes por ano, entre outros. Que de forma indireta pioram a saúde e qualidade de vida da população.

Na prática, um sistema de ridesharing, como o *carpool*, exige um conjunto de participantes atuando como motoristas ou caronas, o objetivo mútuo é definir qual carona será levado por qual motorista para seu destino. À partir desses requisitos básicos, inúmeros problemas podem ser modelados para se adequar a um aspecto que deseja ser atendido. Como do quanto cada motorista está disposto a desviar de seu caminho para atender um carona, e se o motorista possui ou não rota definida, janela de tempo, entre outros.

Nas últimas décadas, inúmeros modelos foram propostos nesse intuito. (SOLOMON, 1987); (Jaw, J. et al, 1986), (N. A. Agatz et al, 2011). Particularmente, o modelo adotado neste trabalho é recente e foi descrito de forma inédita no trabalho de (HERBAWI) 2012. Que por sua vez é similar aos modelos propostos por (JORGENSEN, 2002). No problema do Ridemathing com Janelas de Tempo (RMJT) caronas devem ser atribuídos às rotas de cada motorista, definindo o horário e a sequência de embarque e desembarque de cada um, sujeito à um critério de otimização multi-objetivo. O problema pode ser estendido de uma versão estática, onde todos os motoristas e caronas são conhecidos antes da execução do algoritmo, para uma versão dinâmica, onde uma porcentagem dos caronas não são conhecidos no momento da execução do algoritmo. Mais detalhes serão apresentados no capítulo 2.

## 

## 1.2 Objetivos da pesquisa

Este trabalho tem por objetivo fazer um estudo da aplicação de diferentes algoritmos genéticos sobre o problema do Ridemathing com Janelas de Tempo (RMJT).

Inicialmente é apresentado o algoritmo proposto pelo estado da arte em (HERBAWI) 2012. Um algoritmo genético com operadores adaptados ao problema proposto. O algoritmo apresenta o método de crossover e mutação em um gene desenvolvido à partir do modelo do problema.

O algoritmo original é analisado e sua propriedades e limitações são discutidas. São definidos as estruturas de dados em que se baseam todos os demais algoritmos e os operadores de crossover e mutação originais.

É apresentado a implementação de um novo algoritmo para o problema utilizando a arquitetura do NSGA-II. O NSGA-II foi a opção escolhida por sua capacidade de gerar um conjunto de soluções *não-dominadas*  de maneira relativamente rápida. As soluções geradas são incomparáveis entre si e não favorecem o peso de um objetivo sobre outro.

A partir do algoritmo desenvolvido com o NSGA-II, um operador de inserção melhorado é implementado. O operador aproveita aspectos do modelo do problema para atingir soluções de maior qualidade (em número de caronas combinados) em um menor tempo de execução. Esse novo algoritmo denominado NSGA-II melhorado é apresentado, com suas propriedades em relação ao original.

Por fim são realizados testes de comparação entre os 3 algoritmos utilizando os indicadores de qualidade hipervolume e épsilon binário. Testes estatisticos entre os 3 algoritmos são realizados para indicar melhoria real de desempenho.

## 1.2 Organização do trabalho

Nesta seção são apresentados a forma como o restante da dissertação está organizada:

O Capítulo 2 apresenta o problema do Ridemathing com janelas de tempo e sua formulação matemática.

O Capítulo 3 apresenta o algoritmo do estado da arte com a descrição dos operadores genéticos utilizados.

O Capítulo 4 apresenta a descrição clássica do algoritmo NSGA-II, e sua adaptação ao problema desenvolvido à partir do estado da arte.

O Capítulo 5 apresenta os operadores desenvolvidos para o algoritmo aprimorado à partir do NSGA-II.

O capítulo 6 apresenta os experimentos computacionais

O capítulo 7 apresenta as conclusões finais.

# 2 O problema do Ridemathing com Janelas de tempo (RMJT)

No problema do ridemathing com janelas de tempo (RMJT), descrito em (Herbawi) 2012 um conjunto de motoristas e caronas desejam se deslocar entre seus pontos de origem e destino, com distância e tempo de viagem conhecidos previamente. Durante o espaço de 24 horas, os participantes desse modelo (motoristas e caronas) anunciam a intenção de viagem, definindo o ponto de partida e de destino como coordenadas geográficas (longitude e latitude).

Cada participante define uma hora de saída ou de chegada. De forma que a janela de tempo para realizar a carona é computada usando a distância a ser percorrida por cada participante e uma quantidade de tempo constante de tolerância, definido para cada instância do problema.

Motoristas definem um tempo máximo de viagem e uma distância máxima de viagem. Similarmente, os caronas definem um tempo máximo de viagem. A rota de cada motorista é formada por pontos de serviço, representando a hora e local de atendimento de um carona (partida ou chegada).

Finalmente, cada carona define a hora de anunciação da carona e o tempo de serviço da partida e da chegada, isto é, o tempo necessário para realizar a partida ou chegada do carona. Por exemplo, carga e descarga de malas. É importante não confundir esta ultima definição com o tempo de espera do motorista, que é tempo transcorrido entre a hora de chegada do motorista no ponto de serviço e a hora de serviço real do carona.

O objetivo do RMPTW é o de atribuir caronas nas rotas dos motoristas de forma a minimizar:

* O tempo total de viagem dos motoristas
* A distância total de viagem dos motoristas
* O tempo total de viagem dos caronas
* O número de caronas não atribuidos à alguma rota.

Dessa forma, não existe uma motivação econômica explícita no modelo. Mas que pode ser encaixada dado a intenção de maximização do uso dos assentos e minimização do tempo. Desde que valores de tempo e distância de sua viagem dos motoristas não ultrapassem um determinado limite.

O problema não define a otimização dos caminhos entre cada ponto de serviço das rotas dos motoristas. Isto é, Inicialmente cada rota é o menor caminho assumido entre a origem e o destino. Para efeitos de simplificação é usado a distância entre dois pontos cardeais. A distância total de uma rota é formada pela soma das distâncias em linha reta entre cada ponto de serviço de um motorista ou carona.



**Figura 1.** Exemplo de instância do problema.

Inicialmente cada rota é formada apenas pelos pontos de saída e chegada do motorista. Assim como dos caronas. A figura 1 apresenta uma instância do problema, com 4 motoristas e 6 caronas. Nessa instância, a distância é calculada utilizando a fórmula de haversine para distâncias entre dois pontos. cada rota inicia com seu valor objetivo de tempo e distância mínimos. A inserção de um carona provoca um “detour" na rota, que pode acrescentar em tempo e distância o valor objetivo. Além disso é admitido ao motorista um tempo de espera em cada ponto de carona. O tempo então é uma variável descorrelacionada à distância.



**Figura 2.** Exemplo de solução para uma instância do problema.

Na solução do problema, as rotas geradas devem respeitar as restrições das janelas de tempo. A figura 2 apresenta uma solução válida para uma instância do problema. No exemplo, o carona 6 não pôde ser combinado a nenhum motorista.

## 2.1 Definição Formal do Problema e Modelagem Matemática.

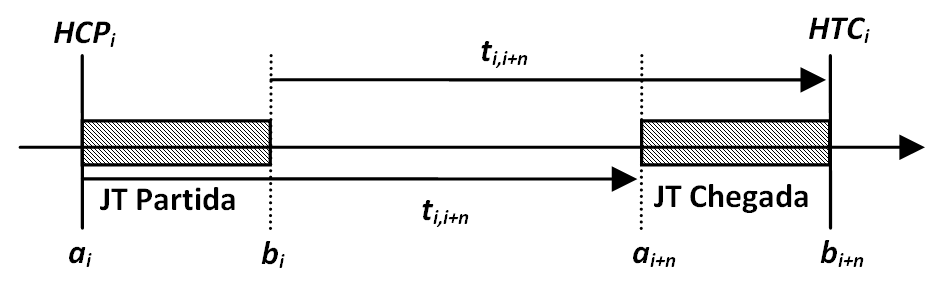
Apresentamos a definição formal do problema, extraída de (HERBAWI) 2012. O problema do Ridesharing com Janela de Tempo (RMJT) consiste em um conjunto *C =* {1,2,...,n} de *n* pedidos de carona e um conjunto *V =* {2n+1, 2n+2, …, 2n+v} de *v* ofertas de veículos. Onde *C* ∩ *V* = ∅. Para cada pedido de carona *i* ∈ *C*, temos um ponto de partida *i* e um ponto de chegada *i+n*, A demanda *dmi* definine o número de pessoas que devem ser levadas do ponto *i* para o ponto *i+n*.

A hora mais cedo de partida *HCPi* no ponto *i*, a hora mais tarde de chegada *HTCi+n* no ponto *i+n* e as constantes *ATi* e *BTi* são usadas para definir o tempo máximo de viagem do carona *MTTi*.

Seja *ti,j* o tempo de viagem direta entre *i* e *j*. *MTTi* é calculado da seguinte forma: *MTTi = ATi + BTi* ***·****ti,i+n*. Para cada ponto de partida *i* e ponto de chegada *i+n*, a janela de tempo é computada da seguinte forma: [*ai,bi*] = [*HCPi*, *HTCi+n* - ti,i+n] representando a hora mais cedo e mais tarde de partida e [*ai+n,bi+n*] = [*HCPi + ti,i+n, HTCi+n*] representando a hora mais cedo e mais tarde de chegada.

A hora mais cedo de partida *HCPi* é derivada da hora de saída do participante - a tolerância em minutos do modelo. Assim como a hora mais tarde de partida do participante *HTPi*. A hora mais cedo de chegada *HCCi* é derivada de *HCPi* + *ti,j*.

A imagem seguinte exemplifica o cálculo da janela de tempo:



**Figura 3.** Janela de tempo do veículo *i*.

Para cada veículo *k* ∈ *V* temos um ponto de origem *k,* um ponto de destino *k+v,* uma capacidade máxima *Ck*, a hora mais cedo de partida *HCPk* do ponto *k* para o ponto *k+v,* a hora mais tarde de chegada *HTCk* para o ponto *k+v,* e as constantes *ATk*, *BTk*, *ADk* e *BDk* para definir o tempo máximo de viagem do veículo *MTTk* e a distância máxima de viagem do veículo *MTDk*.

Também é definido o cálculo da janela de tempo para os pontos *k* e *k+v* ([*ak,bk*] e [*ak+v,bk+v*]) que representam a hora mais cedo e a mais tarde de saída, e a hora mais cedo e mais tarde de chegada do veículo *k* é o mesmo dos caronas. O cálculo do *MTTk* é também o mesmo para os caronas. Seja *di,j* a distância de viagem direta entre os pontos *i* e *j*, então a distância máxima de viagem do veículo *k* é *MTTk* = *ADk + BDk dk,k+v*.

Seja *P* = {1,..., n} o conjunto dos pontos de partida e *D* = {n+1, n+2,..., 2n} o conjunto dos pontos de destino. O conjunto de todos os pontos de partida e destino é *N* = *P* ∪ *D* e o conjunto de todos os pontos incluindo as origens e destinos dos veículos é *A* = *N* ∪ {*k, k+v*} ∀k ∈ *V*. Seja l i = *dmi* (demanda no ponto i) e l i+n = *dmi* representando as mudanças de carga nos pontos *i* e *i+n* respectivamente. A carga depois de servir o ponto *i* é *Lki* . Seja *Tki* representando a hora de início de atendimento no local *i* pelo veículo *k*. Isso representa as horas de partida e chegada dos caronas e as horas de saída e chegada dos veículos. O tempo de atendimento no ponto *i* ∈ *N* (hora de partida ou chegada) é *si* e ∀i ∈ {*k,k+v*}, *si* = 0. Uma variável binária de decisão xki,j é configurada para 1 se o veículo *k* atende o ponto *i* e viaja diretamente para o ponto *j* para servilo. É configurado com 0 caso contrario. Aqui cabe uma rápida explicação: *Tki* é o momento em que o veículo *k* chega no ponto *i*. já *si* representa o tempo que é gasto no ponto *i.*

No trabalho original, o autor transforma o problema multiobjetivo em mono objetivo. Definindo pesos para cada um dos critérios. A seguinte função é usada para a minimização. Os pesos *α*, *β* *ɣ* e *δ* definem a importância relativa dos diferentes componentes, Assim, o problema do Ridesharing com Janelas de tempo é o da minimização da seguinte função:

Sujeito a:

## 2.2 A base de Dados

Para este problema, foi adotada a mesma base de dados do artigo original. Denominada RMPTW698\_L. A base é formada por informações com pontos geográficos, com latitude e longitude da origem e o destino, as janelas de tempo, o número de cada requisição, e o tempo de cada requisição. O tempo representa o momento do dia em que aquela requisição pode ser considerada (para matchs). Este tempo é utilizado na versão dinâmica do problema. Já que o problema aqui definido é estático. o tempo considerado é sempre 0 (Equivalente a dizer que todas as caronas são conhecidas às 00:00h do dia, e que todo o procedo do ridesharing ocorre dentro de um dia). Abaixo um exemplo dos dados da base:

Tabela 1. Dados de rota de cinco veículos.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| N | Rat | Sts | Long | Lat | [ak,] | [,bk] | Std | Long2 | Lat2 | [ak+v,] | [,bk+v] |
| 0 | 472 | 0 | 87.691 | 41.891 | 472 | 502 | 0 | 88.010 | 41.975 | 500 | 530 |
| 1 | 855 | 0 | 87.597 | 41.340 | 855 | 885 | 0 | 88.289 | 42.208 | 967.3 | 997.3 |
| 2 | 525 | 0 | 88.237 | 42.455 | 525 | 555 | 0 | 88.203 | 41.680 | 611.3 | 641.3 |
| 3 | 615 | 0 | 88.203 | 41.680 | 615 | 645 | 0 | 88.182 | 42.448 | 700.4 | 730.4 |
| 4 | 955 | 0 | 88.484 | 41.594 | 955 | 985 | 0 | 87.794 | 41.831 | 1018.1 | 1048.1 |

N - número da requisição.  
Rat-do inglês *Request Arrival Time* (desconsiderado).  
Sts - *Service time at source* (custo em minutos da operação de embarque do carona).  
Long-longitude do ponto de origem.  
Lat-latitude do ponto de origem.  
[ai,]-parte ‘a’ da janela de tempo. O momento mais cedo em que pode partir.  
[,bi]-parte ‘b’ da janela de tempo. O momento mais tarde em que pode partir.  
Std-*Service time at delivery* (custo em minutos da operação de desembarque do carona).  
Long2-longitude do ponto de destino.  
Lat2-latitude do ponto de destino.  
[ai+k,]-parte ‘a’ da janela de tempo. O minuto mais cedo em que pode chegar.  
[,bi+k]-parte ‘b’ da janela de tempo. O minuto mais tarde em que pode chegar.

À partir da latitude e longitude. As distâncias entre os pontos são calculados usando a fórmula de haversine. O tempo é medido em minutos e a distância é medida em metros.

# 

# 3 Algoritmo Genético do estado da Arte

No algoritmo genético descrito por (HERBAWI, 2012) uma populaçao inicial de indivíduos é gerada aleatoriamente. Cada indivíduo é formado por uma lista de rotas associadas a cada motorista. As rotas por sua vez, são sequências de pontos de embarque e desembarque de tamanho variável. O primeiro e último ponto são os pontos de embarque e desembarque do motorista respectivamente. Os dois primeiros pontos são inseridos então, de forma aleatória os caronas combináveis são adicionados à rota. Isso é repetido para todas as rotas.

Após a geração da população inicial, o algoritmo repete as operações de crossover e mutação N vezes, definido parametricamente.

## 2.2 O operador de crossover

O crossover é realizado da seguinte forma: um ponto aleatório *n* é escolhido ao longo do número de rotas. Todas as rotas anteriores a n vão pro indivíduo 2 e todas as rotas depois do ponto n vão pro indivíduo 1.

(continua)

## 2.2 Operadores de mutação

# (continua)

# 3 Novo método de inserção

O método original de inserção construía a rota incrementalmente. De forma que os tempos de serviço já estabelecidos para uma rota não eram alterados ao inserir um novo carona. Esse procedimento de alteração das horas de atendimento era realizado depois, no operador de mutação (empurrão para frente ou para traz).

Esse trabalho propõe um operador de inserção que deterministicamente verifica se uma dada sequência de caronas é válida ou não para uma rota específica. O operador foi desenvolvido à partir da idéia generalizada de como verificar se um determinado carona pode fazer parte de uma rota qualquer. O operador funciona construindo uma rota com tempo de espera WT sempre minimizado a cada inserção de um novo ponto. Abaixo está descrito o funcionamento em detalhes e como o algoritmo garante encontrar a posição que posibilita combinação do carona, se essa posição válida existir:

Considerando uma rota inicialmente vazia. Ao inserir os pontos de origem e destino do motorista, estes serão colocados no tempo mais cedo. Vide figura 1.

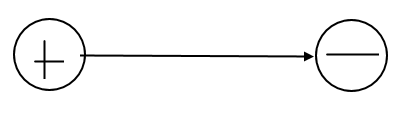


Figura 1. Rota inicial com os pontos de embarque e desembarque do motorista.

Ao inserir um único ponto *i* de saída ou chegada de um carona, este ponto será inserido na hora de serviço k = T(i-1) + d(i-1, i). Se a hora k < HMC então a hora de serviço sv = HMC, e o tempo de espera no ponto i será WT = sv – HMC. Por outro lado, se o tempo k > HMT a inserção do ponto do carona torna rota inválida e a inserção é interrompida. Pois, dado que todos os pontos estavam em seus tempos mais cedos, não é possível retroceder a hora de serviço dos pontos antes de i para acomoda-lo dentro dos limites, vide figura 2. Por fim, o processo de inserção do carona continua quando k >= HMC && k <= HMT.

A esta altura, temos 3 pontos na rota, exemplificados na figura 4. Se existe tempo de espera associado ao ponto *i,* É determinado valor mPush = menor dentre todos os HMT(x) – st(x) com x ⊂ {1,..,i-1}. Este será o valor máximo que os pontos anteriores a *i* poderão ser empurrados para reduzir o tempo de espera em i, sem invalidar a rota até então construída. Em seguinda, o valor mPush é aplicado a todos os pontos antes de i. Empurrando os tempos de serviço.

Figura 2. Demonstração dos limites extrapolados.

Ao inserir um novo ponto de saída ou chegada de um carona,

Em vez de o algoritmo se apoiar nos operadores de empurrão para frente e para traz da hora de serviço de atendimento dos caronas.

## 3.1 Seção 1

Teste de uma tabela:

Tabela 1. Tabela sem sentido.

|  |  |
| --- | --- |
| Título Coluna 1 | Título Coluna 2 |
| X | Y |
| X | W |

# 

# 4 Capítulo 4

## 4.1 Seção 1

Teste de símbolo:

λ

## 4.2 Seção 2

Teste de abreviaturas:

UFRN

DIMAp

# 6 Considerações finais

As considerações finais formam a parte final (fechamento) do texto, sendo dito de forma resumida (1) o que foi desenvolvido no presente trabalho e quais os resultados do mesmo, (2) o que se pôde concluir após o desenvolvimento bem como as principais contribuições do trabalho, e (3) perspectivas para o desenvolvimento de trabalhos futuros. O texto referente às considerações finais do autor deve salientar a extensão e os resultados da contribuição do trabalho e os argumentos utilizados estar baseados em dados comprovados e fundamentados nos resultados e na discussão do texto, contendo deduções lógicas correspondentes aos objetivos do trabalho, propostos inicialmente.

# Referências

SOLOMON, M. Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints. *Operations Research 35* (1987), 254-265.

BAKER, E. An Exact Algorithm for the Time-Constrained Traveling Salesman Problem. *Opns.Res.* 31,938-945, 1983.

Jaw, J.; Odoni, A.; Psaraftis, H.; Wilson, N. A heuristic algorithm for the multi-vehicle advance request dial-a-ride problem with time windows. *Transportation Research Part B: Methodological* 20, 3, 243-257,1986.

N. A. Agatz; A. L. Erera; M. W. Savelsbergh; X. Wang. Dynamic ride-sharing: A simulation study in metro Atlanta. *Transportation Research Part B: Methodological*, vol. 45, no. 9, pp. 1450 – 1464, 2011.

Nelson D. Chan; Susan A. Shaheen, Ridesharing in North America: Past, Present, and Future

Herbawi; W. Weber, M. A Genetic and Insertion Heuristic algorithm for solving the dynamic ridemathing problem with time windows. *WCCI 2012 . IEEE World Congress on Computational Intelligence*, June, 10-15, 2012 - Brisbane, Australia.

R. Jorgensen, Dial-a-ride, *Ph.D. dissertation*, Technical University of Denmark, 2002.

Agatz, N.; Erera, A.; Savelsbergh, M.; Wang, X. Sustainable passenger transportation: Dynamic ride-sharing. *Tech. rep*., Erasmus Research Inst. of Management (ERIM), Erasmus Uni., Rotterdam, 2010.

DETRAN, Departamento Nacional de Trânsito, Dados da frota de veículos por ano*.* *http://www.denatran.gov.br/frota.htm*, 2016.

# 

# APÊNDICE A – Melhor Solução para a instância RM\_698L15

Dado o tamanho impraticável da solução completa de uma execução do algoritmo NSGA-II melhorado para a menor das intâncias (RM\_698L15). Apenas o indivíduo com o melhor número de combinações de caronas é apresentado abaixo. Cada linha contém dois grupos de inteiros. O primeiro representa a sequência de pontos de embarque e desembarque (marcados com o caractere "+" ou "-", respectivamente). Para a instância com 250 motoristas, qualquer valor x+ ou x- maior de 249 é um ponto de carona. Qualquer ponto x+ ou x- menor que 250 é um ponto do motorista e aparece apenas no início e fim de cara rota.

O segundo grupo de inteiros são os horários de serviço de cada um dos pontos do primeiro grupo. Contabilizados em minutos à partir de 00:00 hora do dia em questão.

Indivíduo 1:

0+ 425+ 425- 418+ 418- 0- 472.00; 496.00; 498.00; 498.00; 500.00; 508.00;

1+ 682+ 682- 364+ 616+ 616- 364- 411+ 411- 601+ 601- 1- 855.00; 915.00; 917.00; 930.00; 930.00; 933.00; 933.00; 954.00; 956.00; 968.00; 970.00; 997.00;

2+ 352+ 352- 2- 525.00; 599.45; 602.33; 611.30;

3+ 287+ 287- 301+ 539+ 301- 539- 3- 615.00; 637.00; 642.00; 668.00; 668.00; 673.00; 673.00; 718.00;

4+ 557+ 336+ 336- 557- 556+ 556- 4- 955.00; 985.00; 985.00; 988.94; 988.94; 992.94; 996.94; 1025.94;

5+ 279+ 279- 5- 825.00; 839.00; 844.00; 895.00;

6+ 471+ 505+ 500+ 505- 500- 471- 6- 855.00; 855.00; 904.00; 906.00; 917.00; 917.00; 929.00; 929.00;

7+ 422+ 422- 484+ 641+ 484- 641- 7- 349.00; 378.00; 380.00; 382.00; 410.00; 410.00; 412.00; 414.00;

8+ 349+ 349- 554+ 554- 8- 1035.00; 1057.00; 1060.00; 1098.53; 1102.14; 1105.35;

9+ 648+ 647+ 319+ 542+ 319- 542- 648- 647- 9- 1035.00; 1067.00; 1067.00; 1067.00; 1067.00; 1071.00; 1071.00; 1071.00; 1071.00; 1105.00;

10+ 668+ 668- 697+ 697- 649+ 649- 10- 865.00; 868.00; 871.00; 879.00; 880.00; 897.00; 901.00; 926.00;

11+ 265+ 264+ 529+ 265- 264- 529- 344+ 344- 11- 1263.00; 1268.00; 1268.00; 1268.00; 1273.00; 1273.00; 1273.00; 1284.00; 1287.00; 1322.00;

12+ 304+ 304- 467+ 467- 609+ 609- 463+ 463- 12- 1035.00; 1075.00; 1079.00; 1083.00; 1084.00; 1085.00; 1086.00; 1086.00; 1087.00; 1102.00;

13+ 412+ 412- 656+ 656- 13- 415.00; 439.00; 441.00; 456.00; 475.00; 476.00;

14+ 406+ 406- 653+ 653- 14- 845.00; 873.00; 875.00; 886.00; 888.00; 901.00;

15+ 477+ 311+ 312+ 311- 312- 477- 15- 772.00; 772.00; 815.00; 819.00; 819.00; 823.00; 834.00; 822.00;

16+ 420+ 420- 16- 355.00; 379.00; 381.00; 412.00;

17+ 686+ 686- 338+ 338- 455+ 455- 560+ 560- 261+ 261- 17- 900.00; 932.00; 934.00; 936.00; 939.00; 948.00; 950.00; 952.00; 955.00; 959.00; 964.00; 961.00;

18+ 565+ 565- 384+ 384- 442+ 442- 18- 908.00; 925.00; 928.00; 945.00; 948.00; 972.00; 974.00; 969.00;

19+ 378+ 378- 19- 423.00; 435.00; 438.00; 468.00;

20+ 569+ 362+ 362- 569- 567+ 567- 20- 888.00; 917.00; 917.00; 899.55; 899.42; 902.42; 905.42; 930.90;

21+ 21- 930.00; 971.40;

22+ 396+ 396- 448+ 448- 401+ 401- 22- 985.00; 1012.00; 1014.00; 1014.00; 1016.00; 1019.00; 1021.00; 1032.00;

23+ 363+ 363- 441+ 441- 23- 1035.00; 1055.00; 1058.00; 1060.00; 1062.00; 1082.00;

24+ 410+ 410- 590+ 590- 24- 920.00; 923.00; 925.00; 925.00; 927.00; 967.00;

25+ 596+ 419+ 596- 419- 595+ 595- 25- 880.00; 915.00; 915.00; 917.00; 917.00; 919.00; 921.00; 929.00;

26+ 283+ 283- 26- 706.00; 726.00; 731.00; 756.00;

27+ 27- 1025.00; 1062.30;

28+ 28- 1095.00; 1130.40;

29+ 394+ 394- 29- 995.00; 1005.00; 1007.00; 1039.00;

30+ 325+ 325- 30- 575.00; 592.00; 596.00; 614.00;

31+ 31- 471.00; 504.70;

32+ 32- 397.00; 430.70;

33+ 440+ 440- 599+ 599- 33- 825.00; 843.00; 845.00; 847.00; 849.00; 865.00;

34+ 391+ 391- 370+ 570+ 570- 370- 34- 1035.00; 1035.00; 1037.00; 1050.00; 1050.00; 1053.00; 1053.00; 1074.00;

35+ 35- 1305.00; 1337.80;

36+ 319+ 319- 36- 1055.00; 1075.00; 1079.00; 1097.00;

37+ 37- 1020.00; 1051.70;

38+ 591+ 594+ 591- 594- 414+ 592+ 592- 414- 38- 805.00; 830.00; 830.00; 832.00; 832.00; 832.00; 832.00; 834.00; 834.00; 846.00;

39+ 39- 900.00; 931.00;

40+ 427+ 427- 423+ 423- 483+ 483- 40- 713.00; 730.00; 732.00; 732.00; 734.00; 743.00; 773.80; 748.00;

41+ 389+ 389- 409+ 409- 41- 833.00; 854.00; 856.00; 858.00; 860.00; 873.00;

42+ 302+ 302- 42- 1005.00; 1022.00; 1027.00; 1044.00;

43+ 674+ 674- 675+ 380+ 380- 675- 43- 930.00; 958.00; 961.00; 961.00; 961.00; 964.00; 964.00; 967.00;

44+ 640+ 640- 44- 1085.00; 1099.00; 1101.00; 1118.00;

45+ 663+ 663- 670+ 670- 45- 550.00; 569.00; 574.00; 574.00; 577.00; 584.00;

46+ 655+ 388+ 388- 655- 46- 975.00; 977.00; 982.00; 984.00; 1002.00; 1008.00;

47+ 47- 800.00; 828.20;

48+ 48- 403.00; 431.10;

49+ 400+ 400- 49- 1005.00; 1035.00; 1037.00; 1039.00;

50+ 460+ 460- 681+ 681- 50- 825.00; 827.00; 828.00; 833.00; 835.00; 859.00;

51+ 51- 1230.00; 1257.10;

52+ 571+ 570+ 570- 571- 52- 1035.00; 1054.79; 1054.79; 1057.79; 1057.79; 1061.90;

53+ 430+ 430- 443+ 443- 53- 745.00; 753.00; 755.00; 755.00; 756.64; 775.64;

54+ 54- 1020.00; 1046.20;

55+ 684+ 684- 694+ 694- 55- 665.00; 679.00; 681.00; 681.00; 682.00; 696.00;

56+ 56- 405.00; 429.50;

57+ 57- 1215.00; 1239.40;

58+ 602+ 602- 58- 962.00; 966.00; 968.00; 990.00;

59+ 404+ 404- 59- 1040.00; 1064.00; 1066.00; 1068.00;

60+ 623+ 623- 60- 580.00; 605.00; 606.00; 608.00;

61+ 61- 1185.00; 1208.10;

62+ 254+ 254- 62- 785.00; 803.00; 809.00; 809.00;

63+ 63- 740.00; 762.60;

64+ 64- 598.00; 620.40;

65+ 65- 975.00; 997.30;

66+ 457+ 457- 66- 514.00; 532.00; 534.00; 543.00;

67+ 691+ 691- 666+ 666- 67- 945.00; 947.00; 948.00; 960.00; 963.00; 970.00;

68+ 68- 795.00; 816.80;

69+ 69- 997.00; 1018.40;

70+ 70- 752.00; 773.00;

71+ 642+ 642- 71- 1085.00; 1093.00; 1095.00; 1111.00;

72+ 72- 563.00; 583.80;

73+ 73- 972.00; 992.70;

74+ 74- 1068.20; 1091.63;

75+ 485+ 485- 75- 1419.00; 1419.00; 1440.00; 1440.00;

76+ 76- 626.00; 645.80;

77+ 559+ 339+ 558+ 558- 339- 559- 77- 1000.00; 1019.00; 1019.00; 1019.00; 1022.00; 1022.00; 1022.00; 1024.00;

78+ 692+ 692- 78- 430.00; 433.00; 431.24; 453.24;

79+ 79- 635.00; 654.40;

80+ 80- 975.00; 993.90;

81+ 81- 795.00; 813.50;

82+ 82- 725.00; 743.30;

83+ 83- 467.00; 485.20;

84+ 84- 860.00; 878.10;

85+ 85- 945.00; 963.10;

86+ 689+ 689- 610+ 610- 86- 925.00; 926.00; 927.00; 942.00; 943.00; 948.00;

87+ 87- 563.77; 583.00;

88+ 486+ 486- 88- 926.00; 926.00; 944.00; 944.00;

89+ 89- 855.00; 872.30;

90+ 90- 301.00; 318.30;

91+ 91- 642.00; 659.20;

92+ 639+ 639- 92- 1185.00; 1195.00; 1197.00; 1204.00;

93+ 687+ 687- 93- 870.00; 873.00; 874.00; 892.00;

94+ 94- 900.00; 916.60;

95+ 95- 698.00; 714.60;

96+ 487+ 487- 96- 660.00; 660.00; 677.00; 677.00;

97+ 97- 945.00; 961.20;

98+ 488+ 488- 98- 705.00; 705.00; 722.00; 722.00;

99+ 538+ 538- 99- 895.00; 895.00; 899.00; 912.00;

100+ 466+ 466- 100- 990.00; 1000.00; 1001.00; 1010.00;

101+ 465+ 465- 101- 584.00; 587.00; 588.00; 603.00;

102+ 102- 345.00; 360.50;

103+ 103- 407.00; 422.50;

104+ 104- 975.00; 990.40;

105+ 373+ 373- 105- 720.00; 727.00; 730.00; 740.00;

106+ 106- 795.00; 810.30;

107+ 107- 1215.00; 1229.60;

108+ 108- 1125.00; 1139.60;

109+ 109- 915.00; 929.30;

110+ 490+ 490- 110- 562.00; 562.00; 577.00; 577.00;

111+ 111- 645.00; 659.20;

112+ 491+ 491- 112- 525.00; 525.00; 540.00; 540.00;

113+ 461+ 461- 113- 960.00; 965.00; 966.00; 976.00;

114+ 114- 611.00; 625.10;

115+ 115- 1187.00; 1201.00;

116+ 573+ 573- 116- 1046.00; 1049.00; 1052.00; 1065.00;

117+ 117- 655.00; 668.70;

118+ 118- 1016.00; 1029.40;

119+ 119- 915.00; 928.40;

120+ 120- 1095.00; 1108.30;

121+ 121- 1070.00; 1083.20;

122+ 122- 865.00; 878.00;

123+ 646+ 646- 123- 1029.00; 1037.00; 1044.00; 1044.00;

124+ 124- 915.00; 927.60;

125+ 125- 950.00; 962.60;

126+ 126- 855.00; 867.30;

127+ 493+ 493- 127- 1021.00; 1021.00; 1034.00; 1034.00;

128+ 128- 940.00; 952.10;

129+ 129- 855.00; 867.00;

130+ 130- 855.00; 869.00;

131+ 496+ 495+ 496- 495- 131- 675.00; 675.00; 675.00; 687.00; 687.00; 687.00;

132+ 132- 735.00; 746.60;

133+ 133- 446.00; 460.00;

134+ 134- 1110.00; 1124.00;

135+ 135- 436.00; 447.20;

136+ 499+ 498+ 497+ 499- 497- 498- 136- 885.00; 885.00; 885.00; 885.00; 897.00; 897.00; 897.00; 897.00;

137+ 137- 1020.00; 1031.10;

138+ 138- 595.00; 606.00;

139+ 501+ 501- 139- 950.00; 950.00; 961.00; 961.00;

140+ 505+ 505- 140- 890.00; 891.75; 902.75; 902.75;

141+ 141- 975.00; 985.80;

142+ 142- 753.00; 763.70;

143+ 502+ 502- 143- 775.00; 775.00; 786.00; 786.00;

144+ 503+ 504+ 504- 503- 144- 588.00; 588.00; 588.00; 599.00; 599.00; 599.00;

145+ 145- 755.00; 765.60;

146+ 146- 895.00; 905.50;

147+ 147- 466.00; 476.50;

148+ 148- 855.00; 865.50;

149+ 149- 979.00; 989.30;

150+ 506+ 506- 150- 1216.00; 1216.00; 1227.00; 1227.00;

151+ 151- 1150.00; 1160.20;

152+ 152- 885.00; 895.20;

153+ 153- 780.00; 790.20;

154+ 154- 1129.00; 1139.20;

155+ 155- 580.00; 590.00;

156+ 507+ 507- 156- 1235.00; 1235.00; 1245.00; 1245.00;

157+ 508+ 508- 157- 1065.00; 1065.00; 1075.00; 1075.00;

158+ 158- 1325.00; 1335.00;

159+ 159- 915.00; 924.90;

160+ 416+ 416- 160- 503.00; 503.00; 505.00; 514.00;

161+ 509+ 509- 161- 1035.00; 1035.00; 1045.00; 1045.00;

162+ 162- 1305.00; 1314.80;

163+ 163- 905.00; 914.70;

164+ 164- 445.00; 454.70;

165+ 165- 763.00; 772.50;

166+ 166- 847.00; 856.50;

167+ 167- 1030.00; 1039.50;

168+ 168- 915.00; 924.40;

169+ 169- 475.00; 484.40;

170+ 510+ 510- 170- 793.00; 793.00; 803.00; 803.00;

171+ 171- 1065.00; 1074.30;

172+ 403+ 403- 172- 1055.00; 1058.00; 1060.00; 1067.00;

173+ 173- 1095.00; 1104.10;

174+ 174- 825.00; 834.10;

175+ 175- 660.00; 669.10;

176+ 637+ 637- 176- 1125.00; 1125.00; 1134.00; 1134.00;

177+ 177- 1035.00; 1044.00;

178+ 178- 915.00; 923.80;

179+ 179- 886.00; 894.80;

180+ 180- 1105.00; 1113.80;

181+ 181- 555.00; 563.70;

182+ 511+ 511- 182- 608.00; 608.00; 617.00; 617.00;

183+ 183- 690.00; 698.50;

184+ 512+ 512- 184- 1036.00; 1036.00; 1045.00; 1045.00;

185+ 185- 855.00; 863.40;

186+ 186- 765.00; 773.40;

187+ 187- 485.00; 493.30;

188+ 188- 675.00; 683.20;

189+ 189- 1035.00; 1043.20;

190+ 296+ 296- 190- 523.00; 524.00; 528.00; 533.00;

191+ 191- 1006.00; 1014.00;

192+ 192- 1230.00; 1238.00;

193+ 193- 460.00; 468.00;

194+ 194- 1183.00; 1190.90;

195+ 195- 1008.00; 1015.90;

196+ 196- 930.00; 937.90;

197+ 197- 480.00; 487.80;

198+ 198- 995.00; 1002.80;

199+ 199- 975.00; 982.70;

200+ 513+ 514+ 514- 513- 200- 690.00; 690.00; 690.00; 698.00; 698.00; 698.00;

201+ 201- 1165.00; 1172.40;

202+ 270+ 270- 202- 945.00; 950.00; 955.00; 955.00;

203+ 203- 1125.00; 1132.40;

204+ 204- 945.00; 952.30;

205+ 205- 720.00; 727.30;

206+ 206- 1155.00; 1162.20;

207+ 207- 1260.00; 1267.10;

208+ 661+ 661- 208- 1135.00; 1136.00; 1144.00; 1144.00;

209+ 209- 495.00; 502.10;

210+ 210- 495.00; 502.10;

211+ 469+ 469- 211- 615.00; 620.00; 621.00; 624.00;

212+ 515+ 515- 212- 415.00; 415.00; 422.00; 422.00;

213+ 213- 1155.00; 1161.80;

214+ 214- 865.00; 871.70;

215+ 517+ 517- 215- 1373.00; 1373.00; 1380.00; 1380.00;

216+ 216- 1350.00; 1356.60;

217+ 217- 1025.00; 1031.60;

218+ 218- 755.00; 761.60;

219+ 219- 599.00; 605.60;

220+ 220- 885.00; 891.50;

221+ 462+ 462- 221- 506.00; 507.00; 508.00; 515.00;

222+ 382+ 581+ 382- 581- 222- 1005.00; 1006.00; 1006.00; 1009.00; 1009.00; 1014.00;

223+ 223- 632.00; 638.40;

224+ 519+ 520+ 520- 519- 224- 865.00; 865.00; 865.00; 872.00; 872.00; 872.00;

225+ 225- 785.00; 791.40;

226+ 226- 945.00; 951.30;

227+ 227- 785.00; 791.20;

228+ 228- 698.00; 704.20;

229+ 229- 575.00; 581.20;

230+ 620+ 620- 230- 1235.00; 1235.00; 1242.00; 1242.00;

231+ 231- 650.00; 656.10;

232+ 232- 840.00; 846.10;

233+ 233- 975.00; 981.00;

234+ 521+ 521- 234- 425.00; 425.00; 432.00; 432.00;

235+ 235- 1155.00; 1160.90;

236+ 236- 1100.00; 1105.90;

237+ 237- 772.00; 777.80;

238+ 238- 445.00; 450.80;

239+ 239- 833.00; 838.80;

240+ 240- 670.00; 675.70;

241+ 241- 930.00; 935.70;

242+ 242- 828.00; 833.60;

243+ 243- 1140.00; 1145.50;

244+ 244- 685.00; 690.50;

245+ 245- 615.00; 620.50;

246+ 246- 700.00; 705.50;

247+ 522+ 522- 247- 1245.00; 1245.00; 1251.00; 1251.00;

248+ 248- 705.00; 710.40;

249+ 249- 505.00; 510.40;

ANEXO A – Estruturas de dados utilizadas

Para facilitar a revisão em trabalhos futuros, abaixo é descriminado as estruturas de dados implementadas para os algoritmos dessa pesquisa. O código está escrito em ANSI C. Os comentários foram removidos para melhorar a legibilidade:

/\*Driver or Rider\*/

**typedef** **struct** Request{

bool driver;

bool matched;

**int** id\_rota\_match;

**int** id;

**double** request\_arrival\_time;

**double** service\_time\_at\_source;

**double** service\_time\_at\_delivery;

**double** pickup\_location\_longitude;

**double** pickup\_location\_latitude;

**double** delivery\_location\_longitude;

**double** delivery\_location\_latitude;

**double** pickup\_earliest\_time;

**double** pickup\_latest\_time;

**double** delivery\_earliest\_time;

**double** delivery\_latest\_time;

**int** matchable\_riders;

**struct** Request \*\* matchable\_riders\_list;

}Request;

**typedef** **struct** Service{

Request \*r;

**double** service\_time;

bool is\_source;

**int** offset;//distance between pickup and delivery spots.

}Service;

**typedef** **struct** Route{

Service \*list;

**int** capacity;

**int** length;

**int** id;

}Route;

**typedef** **struct** Individual{

Route \* cromossomo;

**int** size;

**double** objetivos[4];

**double** objective\_function;

**int** id;

}Individual;

**typedef** **struct** Population{

**int** id\_front;

Individual \*\*list;

**int** size;

**int** max\_capacity;

}Population;

**typedef** **struct** Fronts{

**int** size;

**int** max\_capacity;

Population \*\*list;

}Fronts;