Relatório Parcial para o TCC Resumo do artigo do Lloyd (1982)

Arthur Gabriel de Santana

15 de Março de 2018

Introdução 1

Um dos algoritmos mais utilizados para o cálculo de Tesselações Centroidais de Voronoi é o algoritmo de Lloyd[2], proposto em 1957 em manuscrito interno da Bell Labs e publicado oficialmente em 1982[1].

O algoritmo de Lloyd foi originalmente desenvolvido para a quantização de sinais analógicos, problema que definiremos abaixo.

2 Pulse-Code Modulation

O teorema da amostragem de Shannon-Nyquist afirma que um sinal $s \colon \mathbb{R} \mapsto$ \mathbb{R} que possua apenas componentes de frequência menor que W pode ser recuperado perfeitamente a partir de um conjunto de amostras $s(t_i)$, onde $t_j = \frac{\jmath}{2W}, j \in \mathbb{Z}$, através da fórmula:

$$s(t) = \sum_{j} s(t_j)K(t - t_j)$$

com $K(t)=\frac{\sin 2\pi Wt}{2\pi Wt}$. Considere agora uma partição finita $\{Q_1,Q_2,\ldots,Q_v\}$ de $\mathbb R$ e um conjunto de representantes $\{q_1, q_2, \ldots, q_v\}$, com $q_i \in Q_i$, $i = 1, 2, \ldots, v$. Seja γ a função que associa cada $x \in \mathbb{R}$ ao índice i da partição $Q_i \ni x$.

Na modulação por código de pulsos (do inglês pulse-code modulation, ou PCM), recuperamos o sinal utilizando os representantes de cada classe, transmitindo apenas $\gamma(s(t_i)), j \in \mathbb{Z}$:

$$r(t) = \sum_{j} q_{\gamma(s(t_j))} K(t - t_j)$$

4 Algoritmo

Referências

- [1] Lloyd, Stuart P. (1982), "Least squares quantization in PCM", IEEE Transactions on Information Theory, 28 (2): 129–137, doi:10.1109/TIT.1982.1056489.
- [2] Du, Qiang; Emelianenko, Maria; Ju, Lili (2006), "Convergence of the Lloyd algorithm for computing centroidal Voronoi tessellations", SIAM Journal on Numerical Analysis, 44: 102–119, doi:10.1137/040617364.