

MAC0499
Trabalho de Formatura Supervisionado
Proposta de Monografia

Arthur Gabriel de Santana
Supervisor: Ernesto G. Birgin

22 de Abril de 2018

1 Tema de estudo

Dados um conjunto aberto Ω e um conjunto finito de pontos geradores $\{P_i\}_{i=1}^k \in \Omega$, um diagrama de Voronoi [1] é um conjunto de regiões $\{V_i\}_{i=1}^k$ tais que:

$$V_i = \{x \in \Omega \mid \|x - P_i\| < \|x - P_j\|, \forall j \neq i\}$$

Uma tesselação centroidal de Voronoi (TCV) é uma forma particular de diagrama de Voronoi em que os pontos geradores coincidem com os centros de massa. São conhecidas aplicações de TCVs em compressão de imagens, quadraturas, métodos de diferença finitas, alocação de recursos, biologia celular, estatística e comportamento territorial de animais [2].

2 Objetivos

Um dos algoritmos mais utilizados para o cálculo de TCVs é o algoritmo de Lloyd, um algoritmo iterativo de ponto fixo criado na Bell Labs, em 1957, para a quantização ótima de sinais analógicos [3].

Neste trabalho, pretendemos estudar e implementar o algoritmo de Lloyd no \mathbb{R}^2 . Se houver tempo, estudaremos a aplicação de algoritmos clássicos de otimização a variações de interesse no cálculo de equações diferenciais.

3 Atividades já realizadas

- Estudo do algoritmo de Lloyd, descrito no artigo original [3];
- Estudo do algoritmo de Fortune [4] para o cálculo de diagramas de Voronoi no \mathbb{R}^2 , descrito em de Berg et al [5];
- Implementação (parcial) do algoritmo de Fortune.

4 Cronograma

O cronograma abaixo é bastante otimista. Podem ocorrer mudanças significativas caso o estudo de outros temas se faça necessário.

- Maio: finalização do algoritmo de Fortune, implementação do cálculo dos centros de massa e do relaxamento de Lloyd;
- Junho-Julho: estudo de uma biblioteca de diferenciação automática e adaptação do código para cálculo automático do gradiente do relaxamento de Lloyd;
- Agosto: aplicação de algoritmos clássicos de otimização a variações de TCVs;
- Setembro/Outubro: finalização da monografia;
- Novembro: preparação do poster e da apresentação.

Referências

- [1] Du, Qiang; Faber, Vance; Gunzburger, Max (1999), “Centroidal Voronoi Tessellations: Applications and Algorithms”, *SIAM Review*, 41 (4): 637–676, doi:10.1137/S0036144599352836.
- [2] Du, Qiang; Emelianenko, Maria; Ju, Lili (2006), “Convergence of the Lloyd algorithm for computing centroidal Voronoi tessellations”, *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 44: 102–119, doi:10.1137/040617364.
- [3] Lloyd, Stuart P. (1982), “Least squares quantization in PCM”, *IEEE Transactions on Information Theory*, 28 (2): 129–137, doi:10.1109/TIT.1982.1056489.
- [4] Steven Fortune (1986), “A sweepline algorithm for Voronoi diagrams”, *Proceedings of the second annual symposium on Computational geometry*, Yorktown Heights, New York, United States, pp.313–322, ISBN 0-89791-194-6, ACM Digital LibrarySpringerLink
- [5] de Berg, Mark; van Kreveld, Marc; Overmars, Mark; Schwarzkopf, Otfried (2000), “Computational Geometry (2nd revised ed.)”, Springer-Verlag, ISBN 3-540-65620-0 Section 7.2: Computing the Voronoi Diagram: pp.151–160.