

Solução da Lista 7 - Backpropagation

Disciplina: Inteligência Artificial

Objetivo: Calcular manualmente, passo a passo, uma única iteração do algoritmo Backpropagation para uma rede neural que tenta aprender o comportamento lógico do XOR, com entrada (1, 0) e saída desejada (1).

1. Estrutura da Rede

A rede neural possui a seguinte arquitetura:

- **Camada de Entrada:** 2 neurônios (x_1, x_2)
- **Camada Oculta:** 2 neurônios (h_1, h_2)
- **Camada de Saída:** 1 neurônio (y)

A função de ativação utilizada para todas as camadas é a **Sigmóide**. A **Taxa de Aprendizado (learning rate)** é de **0.5**.

Pesos e Bias Iniciais

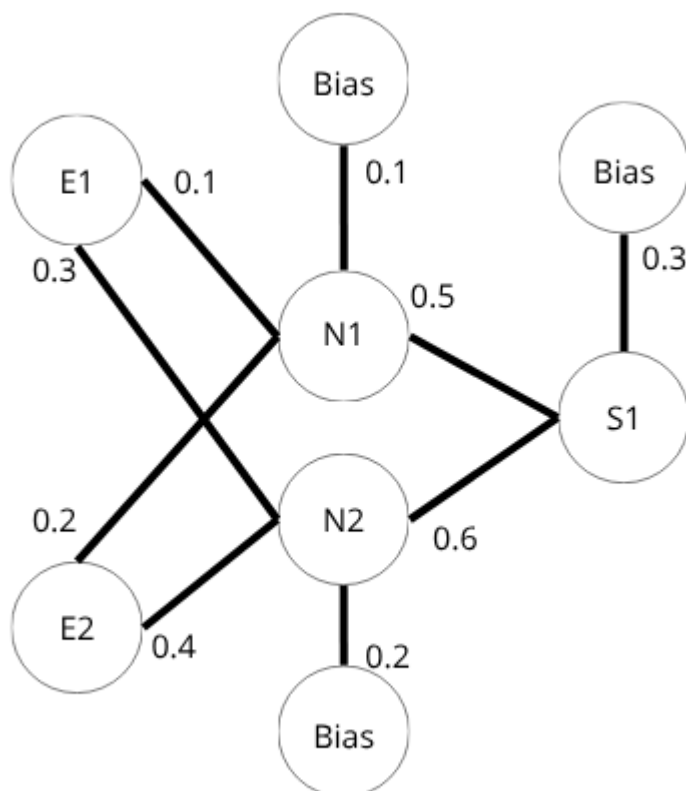
Conexão	Peso Inicial
w_{11} ($x_1 \rightarrow h_1$)	0.10
w_{21} ($x_2 \rightarrow h_1$)	0.20
w_{12} ($x_1 \rightarrow h_2$)	0.30
w_{22} ($x_2 \rightarrow h_2$)	0.40

Neurônio Oculto	Bias Inicial
b_{h1}	0.10
b_{h2}	0.20

Conexão	Peso Inicial
v1 ($h1 \rightarrow y$)	0.50
v2 ($h2 \rightarrow y$)	0.60

Neurônio de Saída	Bias Inicial
by	0.30

Entrada: $x_1 = 1$, $x_2 = 0$ **Saída Desejada:** $y_{\text{desejado}} = 1$



2. Propagação Direta (Forward Pass)

Cálculos para a Camada Oculta

A função de ativação Sigmóide é dada por $f(x) = 1 / (1 + e^{(-x)})$.

Neurônio h1:

- **Cálculo da entrada líquida para h1:** $(1 * 0.10) + (0 * 0.20) + 0.10 = 0.2000$
- **Aplicação da função sigmóide:** $1 / (1 + e^{(-0.2000)}) = 0.5498$

Neurônio h2:

- **Cálculo da entrada líquida para h2:** $(1 * 0.30) + (0 * 0.40) + 0.20 = 0.5000$
- **Aplicação da função sigmóide:** $1 / (1 + e^{(-0.5000)}) = 0.6225$

Cálculos para a Camada de Saída

Neurônio y:

- **Cálculo da entrada líquida para y:** $(0.5498 * 0.50) + (0.6225 * 0.60) + 0.30 = 0.9484$
- **Aplicação da função sigmóide:** $1 / (1 + e^{(-0.9484)}) = 0.7208$

3. Cálculo dos Erros (Backpropagation)

A derivada da função Sigmóide é dada por $f'(x) = x * (1 - x)$, onde x é a saída da função Sigmóide.

Erro do Neurônio de Saída (y)

- **Cálculo do erro do neurônio de saída:** $1 - 0.7208 = 0.2792$
- **Derivada da sigmóide para a saída y:** $0.7208 * (1 - 0.7208) = 0.2013$
- **Cálculo do delta para y:** $0.2792 * 0.2013 = 0.0562$

Erro dos Neurônios da Camada Oculta (h1, h2)

Neurônio h1:

- **Erro propagado para h1:** $0.0562 * 0.50 = 0.0281$
- **Derivada da sigmóide para a saída de h1:** $0.5498 * (1 - 0.5498) = 0.2475$
- **Cálculo do delta para h1:** $0.0281 * 0.2475 = 0.0070$

Neurônio h2:

- **Erro propagado para h2:** $0.0562 * 0.60 = 0.0337$
- **Derivada da sigmóide para a saída de h2:** $0.6225 * (1 - 0.6225) = 0.2350$
- **Cálculo do delta para h2:** $0.0337 * 0.2350 = 0.0079$

4. Ajuste dos Pesos

A fórmula para ajuste dos pesos é: Novo Peso = Peso Atual + (Taxa de Aprendizado * Delta * Entrada). Para o bias, a entrada é considerada 1.

Ajuste dos Pesos da Camada Oculta para a Camada de Saída

- **Novo v1:** $0.50 + (0.5 * 0.0562 * 0.5498) = 0.5154$
- **Novo v2:** $0.60 + (0.5 * 0.0562 * 0.6225) = 0.6175$
- **Novo by:** $0.30 + (0.5 * 0.0562 * 1) = 0.3281$

Ajuste dos Pesos da Camada de Entrada para a Camada Oculta

- **Novo w11:** $0.10 + (0.5 * 0.0070 * 1) = 0.1035$
- **Novo w21:** $0.20 + (0.5 * 0.0070 * 0) = 0.2000$
- **Novo bh1:** $0.10 + (0.5 * 0.0070 * 1) = 0.1035$
- **Novo w12:** $0.30 + (0.5 * 0.0079 * 1) = 0.3040$
- **Novo w22:** $0.40 + (0.5 * 0.0079 * 0) = 0.4000$
- **Novo bh2:** $0.20 + (0.5 * 0.0079 * 1) = 0.2040$

Resumo dos Pesos e Bias Ajustados

Conexão	Peso Ajustado
w11 (x1 → h1)	0.1035
w21 (x2 → h1)	0.2000
w12 (x1 → h2)	0.3040
w22 (x2 → h2)	0.4000

Neurônio Oculto	Bias Ajustado
bh1	0.1035
bh2	0.2040

Conexão	Peso Ajustado
v1 ($h1 \rightarrow y$)	0.5154
v2 ($h2 \rightarrow y$)	0.6175

Neurônio de Saída	Bias Ajustado
by	0.3281