

Testes de cointegração para os vértices da curva de juros e da curva de crédito ANBIMA

ARTHUR SONNTAG KUCHENBECKER

O trabalho mostra que existem evidências de uma relação de cointegração entre os diferentes vértices da curva de juros brasileira, representada pelas taxas negociadas no mercado de contratos futuros de DI1, o que corrobora com a Hipótese das Expectativas. Além disso, há indícios de que as taxas formadas pela aplicação dos spreads de crédito apurados diariamente pela ANBIMA também cointegram com os vértices da curva de juros. Esta relação corrobora com a hipótese de que no longo prazo não há formação segmentada de preços no mercado brasileiro de títulos privados (mais especificamente no mercado de debêntures). Adaptando os testes para o período mais recente, é possível perceber uma mudança no comportamento dos agentes de mercado, possivelmente motivada por uma redução histórica no nível das taxas de juros brasileiras.

JEL: C12, C58, G12

Keywords: Curvas de Crédito, Spread, Cointegração, Taxas de Juros

Seguindo a metodologia exposta em Hall, Anderson e Granger (1992), o presente trabalho busca explicar o comportamento de longo prazo do prêmio de risco cobrado na negociação de títulos de dívida privada brasileiros.

A primeira sessão explica a estrutura a termo das taxas de juros e a chamada Hipótese das Expectativas (HE), de que a taxa de juros de longo prazo é dada pela média das taxas de juros de curto prazo esperadas, somadas a um prêmio de risco fixo.

Nas sessões 2 e 3, são apresentados o arcabouço teórico utilizado por Hall, Anderson e Granger (1992) e os testes de cointegração utilizados são introduzidos

para replicar o resultado considerando vértices da curva de juros brasileira. Com isso, conclui-se que as relações encontradas valem também para o mercado nacional.

A quarta sessão desenvolve o conceito de marcação a mercado e a importância desta tarefa para a administração de carteiras de investimento, além de detalhar as curvas de *spread* de crédito divulgadas diariamente pela ANBIMA, apresentando as séries utilizadas nos testes realizados. As sessões 5 e 6 mostram os resultados e as hipóteses sugeridas para embasá-los.

A sétima e última sessão expõe novos testes considerando uma amostra de

dados mais recentes, propondo que possivelmente ocorreu uma mudança no comportamento dos agentes em um mercado com taxas de juros historicamente baixas. Ao final são apresentadas últimas considerações.

1. A Estrutura a Termo da Taxa de Juros e a Hipótese das Expectativas

Para a compreensão completa do trabalho de Hall, Anderson e Granger (1992) e da Hipótese das Expectativas (HE), é necessário o entendimento da chamada Estrutura a Termo da Taxa de Juros (ETJT).

Uma apresentação concisa desta estrutura a tempo contínuo é dada por Adams e Van Deventer (1994), que resumem a ETJT às três relações detalhadas a seguir.

$$(1) \quad P(t) = e^{-ty(t)}$$

$$(2) \quad y(t) = \frac{1}{t} \int_0^t f(s) ds$$

$$(3) \quad f(t) = y(t) + ty'(t)$$

Em que $P(t)$ é o preço unitário do ativo no tempo t ; $y(t)$ é a taxa de juros continuamente composta do tempo inicial até o tempo t ; e $f(t)$ é a taxa de juros instantânea no tempo t , também denominada taxa *forward*.

Para trazer este entendimento à notação utilizada por Hall, Anderson e Granger (1992), fica definido que $R(k, t)$ é a taxa de juros contratada em t , por um período k , ou seja, com

vencimento em $t + k$; e $F(k, t)$ é a taxa instantânea, contratada em t , com vencimento no período $t + k$, ou taxa *forward* contratada em t para o período $t + k$.

Por definição, temos que $R(1, t) = F(1, t)$. Além disso, adaptando a equação (2), temos a seguinte relação.

$$(4) \quad R(k, t) = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k F(j, t)$$

Na prática, a taxa $F(j, t)$ não é igual à taxa $R(1, t + j - 1)$ realizada, o que faz com que investidores tenham que considerar suas expectativas a respeito de $R(1, t + j - 1)$ para tomar decisões de investimento. A relação entre $F(j, t)$ e $R(1, t + j - 1)$, portanto, é dada por.

$$(5) \quad F(j, t) = E_t[R(1, t + j - 1)] + s(j, t)$$

Em que E_t denota a esperança dada a informação existente em t e $s(j, t)$ é o *spread*, ou o prêmio pela falta de liquidez ao longo do período j .

Substituindo (5) em (4), temos:

$$(6) \quad R(k, t) = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k E_t[R(1, t + j - 1)] + S(k, t)$$

Em que

$$(7) \quad S(k, t) = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k s(j, t)$$

Esta equação indica que as taxas de juros de diferentes maturidades se movem em conjunto. Segundo Hall,

Anderson e Granger (1992), a Hipótese das Expectativas pura afirma que $S(k, t)$ é zero, enquanto versões mais brandas falam sobre constância deste prêmio ao longo do tempo.

Embora traga uma informação valiosa, a equação (6) ainda não é totalmente útil para estudos empíricos a respeito dos movimentos de taxas de juros, principalmente devido ao fato de que nenhum dos elementos do lado direito é diretamente mensurável. Além disso, a evidência empírica aponta para o fato de que as taxas de juros são melhor modeladas como processos $I(1)$, não sendo, portanto, séries estacionárias (Anderson et al., 1990). Isso demanda um tratamento especial para testar a HE, o que será apresentado na próxima sessão.

2. Cointegração no contexto da ETTJ

Uma série $X(t)$ é dita integrada de ordem d caso seja necessário tomar d diferenças antes de se obter um processo estacionário. Esta propriedade é denotada por $X(t) \sim I(d)$.

Como dito na sessão anterior, é comumente aceito que séries de taxas de juros são bem descritas por processos $I(1)$, i.e. possuem raiz unitária. Dado que uma série vetorial $X(t)$ possui representação $I(1)$, por vezes é possível encontrar vetores a_1, a_2, \dots, a_i , tais que as combinações lineares $a'_i X(t)$ são estacionárias, i.e. $I(0)$ (Campbell e Shiller, 1988; Engle e Granger, 1987)

Nestes casos, diz-se que $X(t)$ apresenta uma relação de cointegração, a_1, a_2, \dots, a_i são so vetores de cointegração e $\text{span}(a_1, a_2, \dots, a_i)$ é denominado espaço de cointegração.

Assumindo que as taxas de juros são processos integrados de ordem 1, a pos-

sibilidade de que os diferentes vértices da curva $(R(k, t))$ sejam cointegrados é melhor compreendida pelo rearranjo da equação (6):

$$(8) \quad R(k, t) - R(1, t) = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k E_t[R(1, t + j - 1)] + S(k, t) - R(1, t)$$

$$(9) \quad R(k, t) - R(1, t) = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k E_t[R(1, t + j - 1)] + S(k, t) - E_t[R(1, t)] - S(1, t)$$

$$(10) \quad R(k, t) - R(1, t) = \frac{1}{k} (E_t[R(1, t)] + E_t[R(1, t + 1)] + E_t[R(1, t + 2)] + \dots + E_t[R(1, t + k - 1)]) + S(k, t) - E_t[R(1, t)] - S(1, t)$$

$$(11) \quad R(k, t) - R(1, t) = \frac{1}{k} (E_t[R(1, t)] - E_t[R(1, t)] + E_t[R(1, t + 1)] - E_t[R(1, t)] + E_t[R(1, t + 2)] - E_t[R(1, t)] + \dots + E_t[R(1, t + k - 1)] - E_t[R(1, t)] + [S(k, t) - S(1, t)])$$

$$(12) \quad R(k, t) - R(1, t) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=1}^i (E_t[R(1, t+j)] - E_t[R(1, t+j-1)]) + [S(k, t) - s(1, t)]$$

Definindo $\Delta R(k, s) = R(k, s) - R(k, s-1)$ e sabendo que $s(1, t) = 0$, temos a seguinte equação demonstrada por Hall, Anderson e Granger (1992).

$$(13) \quad R(k, t) - R(1, t) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=1}^i (E_t[\Delta R(1, t+j)]) + S(k, t)$$

Se a HE está correta, e as séries $R(k, t)$ apresentam raiz unitária, temos, da equação (13), que os diferentes vértices da ETTJ apresentam relação de cointegração com $R(1, t)$, i.e. $[R(k, t) - R(1, t)]$ é uma série estacionária.

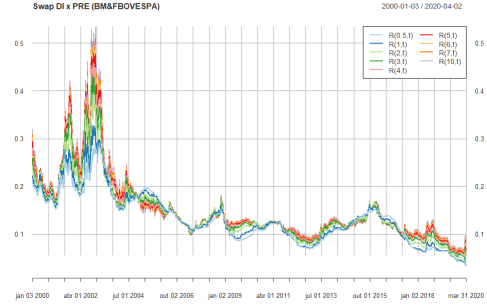
A construção acima tem implicações maiores do que apenas a relação entre $R(k, t)$ e $R(1, t)$. Pelas definições de cointegração, vetor de cointegração e espaço de cointegração, é fácil ver que a equação (13) implica que quaisquer dois vértices da curva de juros apresentam uma relação de cointegração. De outro modo, dado um vetor $X(t) = [R(1, t), R(k_1, t), R(k_2, t), \dots, R(k_n, t)]$ temos que o posto do espaço de cointegração, gerado pelos diferentes vetores a_1, a_2, \dots, a_n é $(n-1)$ (Hall, Anderson e Granger, 1992).

3. Testando para cointegração entre os vértices da curva

Dois procedimentos distintos são amplamente aceitos na literatura para

testar a existência de cointegração entre séries temporais: (i) Teste de Engle-Granger (1987); e (ii) Teste de Johansen (1988).

Serão apresentados a seguir os detalhes dos dois procedimentos, em conjunto com os resultados para 9 vértices da curva de juros brasileira: 6 meses, 1 ano, 2 anos, 3 anos, 4 anos, 5 anos, 6 anos, 7 anos e 10 anos. As séries possuem dados diários de 01/01/2000 até 02/04/2020, as informações foram extraídas do site da B3, taxas referenciais BM&FBOVESPA (DI x PRE). Dados não informados foram interpolados.



(i) Teste de Engle-Granger

O teste de Engle-Granger segue, basicamente, a definição de cointegração. A hipótese nula (H_0) é inexistência de cointegração.

Em primeiro lugar é necessário testar se as séries envolvidas são integradas de mesma ordem. Para isso utilizam-se testes de raiz unitária como (a) Augmented-Dickey-Fuller e (b) Philips-Perron (Said e Dickey, 1984; Fuller 1985; Dickey, Bell e Miller, 1986; Phillips e Perron, 1988).

Segue uma breve explicação dos dois testes.

(a) Augmented-Dickey-Fuller

O teste consiste na análise da seguinte regressão linear:

$$(14) \quad \Delta y(t) = \beta_0 + \beta_1 t + \delta y(t-1) + \sum_{i=1}^n \alpha_i \Delta y(t-i) + \epsilon_t$$

Em que β_0 é o intercepto (*drift*) β_1 é o coeficiente de tendência (*trend*), δ é o coeficiente que determina a presença de raiz unitária, n é o número de lags utilizados no teste, α_i é o coeficiente do lag i e ϵ_t é o erro (ruído branco).

A hipótese nula $H_0 : \delta = 0$ é rejeitada quando o valor da estatística t é menor que os valores críticos tabelados através de simulação Monte Carlo. Neste caso temos evidências de que a série é estacionária.

A estatística t é dada por:

$$(15) \quad t = \frac{\hat{\delta}}{se(\hat{\delta})}$$

Na análise das séries dos vértices da curva de juros brasileira, o teste ADF foi realizado considerando 10 regressões (lags de 0 a 9) para cada um dos três tipos de regressão derivados da equação (14):

- *No Drift/No Trend* (ND/NT): em que $\beta_0 = \beta_1 = 0$;
- *Drift/No Trend* (D/NT): em que $\beta_1 = 0$; e
- *Drift/Trend* (D/T): em que todos os parâmetros de (14) são considerados.

A tabela de resultados foi construída de modo que cada par (*linha, coluna*) mostra o menor e o maior p-valor encontrado dentre as 10 regressões analisadas para cada tipo de teste (conforme detalhado acima).

TABELA 1—RESULTADOS DO TESTE ADF PARA OS VÉRTICES DA CURVA DE JUROS

Vértice	ND/NT	D/NT	D/T
PRE6M	0.102; 0.138	0.640; 0.761	0.456; 0.592
PRE1A	0.115; 0.168	0.556; 0.609	0.306; 0.438
PRE2A	0.118; 0.169	0.388; 0.497	0.139; 0.369
PRE3A	0.099; 0.168	0.260; 0.420	0.076; 0.392
PRE4A	0.092; 0.161	0.202; 0.341	0.076; 0.345
PRE5A	0.086; 0.153	0.171; 0.256	0.076; 0.267
PRE6A	0.081; 0.145	0.156; 0.225	0.074; 0.225
PRE7A	0.080; 0.142	0.112; 0.184	0.073; 0.213
PRE10A	0.075; 0.133	0.060; 0.157	0.035; 0.179

Os resultados do teste, em geral, não oferecem evidências suficientes para rejeitar a hipótese de raiz unitária das séries. Vale observar, no entanto, que os p-valores ficam menores quanto maior a maturidade das taxas, sendo que para o teste que considera nenhum lag, a existência de um intercepto e de uma tendência (D/T), na análise da série PRE10A, foi calculado um p-valor de 0.035.

(b) Philips-Perron

Assim como o ADF, o teste de Philips-Perron é uma generalização do teste de Dickey-Fuller, para o caso em que os erros ϵ_t são correlacionados e possivelmente heterocedásticos (Hamilton, 1994)

O teste é realizado com os mesmos tipos de regressão demonstradas para o teste ADF (ND/NT, D/NT e D/T). A explicação detalhada das estatísticas utilizadas (Z_δ e Z_t) foge do escopo da apresentação atual, mas vale ressaltar que elas dependem do estimador de autocovariância de ϵ_t .

Os resultados são apresentados na

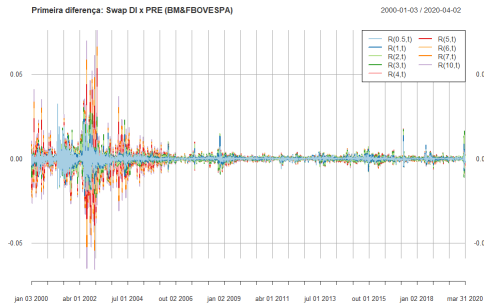
tabela abaixo, com os p-valores calculados considerando a distribuição da estatística Z_δ . O número de lags utilizados é padronizado pela função $\text{floor}(4(n/100)^{1/4})$, sendo igual a 10 para o tamanho de amostra utilizado.

TABELA 2—RESULTADOS DO TESTE PP PARA OS VÉRTICES DA CURVA DE JUROS

Vértice	ND/NT	D/NT	D/T
PRE6M	0.447	0.703	0.508
PRE1A	0.424	0.522	0.338
PRE2A	0.393	0.384	0.196
PRE3A	0.366	0.289	0.145
PRE4A	0.346	0.239	0.128
PRE5A	0.330	0.193	0.097
PRE6A	0.316	0.160	0.087
PRE7A	0.308	0.128	0.079
PRE10A	0.289	0.091	0.063

Da mesma forma que ocorreu para o teste ADF, os resultados do teste de Philips-Perron não oferecem evidências significativas de que as séries PRE6M, PRE1A, PRE2A, PRE3A e PRE4A são estacionárias. Para as maturidades mais longas, entretanto, os testes que utilizam as regressões com *drift* e *trend* rejeitam a hipótese de raiz unitária para o nível de significância de 90%.

Ao tomar a primeira diferença das séries, a hipótese de raiz unitária é rejeitada para todos os testes realizados, e as séries passam a apresentar o seguinte formato.



Com base na análise realizada, foram encontradas evidências suficientes de que as séries das taxas de juros brasileiras

são integradas de ordem 1 (com possível exceção para as séries das maturidades mais longas).

Concluídos os testes de raiz unitária para as séries de interesse, o procedimento de Engle-Granger continua pela análise da seguinte regressão:

$$(16) \quad y(t) = \beta_0 + \beta_1 t + \delta x(t) + \epsilon_t$$

Em que $y(t)$ e $x(t)$ são as séries para as quais se quer testar para cointegração; β_0 e β_1 são (novamente) o intercepto e o parâmetro de tendência; e δ é o parâmetro de cointegração. Caso os resíduos desta regressão $\hat{\epsilon}_t$ sejam uma série estacionária, diz-se que $y(t)$ e $x(t)$ mantêm entre si uma relação de cointegração (Davidson e MacKinonn, 2004).

Os seguintes pares de séries foram checados utilizando o teste de Engle-Granger:

- PRE1A x PRE6M;
- PRE2A x PRE1A;
- PRE3A x PRE1A; e
- PRE4A x PRE1A;

Para todos os pares, o p-valor dos testes ADF e PP aplicado nos resíduos das regressões - conforme equação (16) - foi menor que 0.01, rejeitando a hipótese de raiz unitária para o nível de confiança de 99%. Em outras palavras, há evidências muito fortes para afirmar que os resíduos são estacionários, que as séries são cointegradas e que, portanto, a Hipótese das Expectativas é empiricamente aceita analisando os dados do mercado de juros brasileiro.

(i) Teste de Johansen

O teste de Johansen é explicado com detalhes por Johansen (1988). No âmbito deste trabalho, serão apresentados apenas os conceitos e a intuição que embasam a metodologia utilizada.

Em particular, é necessário considerar um modelo $VAR(p)$ (*Vector Autoregressive*) geral, conforme abaixo.

$$(17) \quad X(t) = \mu + A_1 X(t-1) + \dots + A_p X(t-p) + w_t$$

Em que μ é o vetor com a média das séries de $X(t)$; A_1, \dots, A_p são as matrizes com os coeficientes para cada lag da série; e w_t é um ruído gaussiano multivariado com média zero.

Diferenciando as séries é possível construir um $VECM$ (*Vector Error Correction Model*):

$$(18) \quad \Delta X(t) = \mu + A X(t-1) + \Gamma_1 \Delta X(t-1) + \dots + \Gamma_p \Delta X(t-p) + w_t$$

Em que A é a matriz de coeficientes do primeiro lag da série; e $\Gamma_1, \dots, \Gamma_p$ são as matrizes com os coeficientes para cada lag da diferença das séries.

O teste possui hipótese nula $H_0 : A = 0$, ou seja, não há cointegração. Na prática, o processo consiste em um conjunto de testes sequenciais para o posto da matriz A (denotado por r). Testa-se, portanto, desde $r = 0$ até $r = n - 1$, em que n é o número de séries avaliadas.

Caso sejam rejeitadas as hipóteses de que $[r = 0, r = 1, \dots, r = i - 1]$, admite-se que existem evidências para afirmar que $i - 1$ séries são cointegradas quando o teste não rejeita a hipótese de que $r = i$.

Para os dados avaliados (9 séries dos vértices da curva de juros brasileira), o resultado do teste foi o seguinte:

TABELA 3—RESULTADOS DO TESTE JOHANSEN PARA OS VÉRTICES DA CURVA DE JUROS

H0	Teste	10pct	5pct	1pct
$r \leq 8$	2.85	6.50	8.18	11.65
$r \leq 7$	17.76	12.91	14.90	19.19
$r \leq 6$	62.50	18.90	21.07	25.75
$r \leq 5$	99.33	24.78	27.14	32.14
$r \leq 4$	147.11	30.84	33.32	38.78
$r \leq 3$	183.83	36.25	39.43	44.59
$r \leq 2$	200.01	42.06	44.91	51.30
$r \leq 1$	288.64	48.43	51.07	57.07
$r = 0$	423.37	54.01	57.00	63.37

A hipótese de que $r \leq 7$ é rejeitada ao nível de confiança de 5%, o que oferece evidências suficientes de que existem 8 diferentes vetores de cointegração para as 9 séries analisadas.

4. As curvas de crédito ANBIMA

Apresentada a metodologia utilizada por Hall, Anderson e Granger (1992), e replicados os resultados para o mercado nacional, o trabalho segue para entender o comportamento de longo prazo do *spread* de crédito privado brasileiro.

Seguindo o mesmo raciocínio por trás do cálculo do preço unitário, dado na equação (1), temos que o preço de um ativo de renda fixa qualquer (a taxas discretamente compostas) é dado pela seguinte equação.

$$(19) \quad P(k, t) = \frac{F(k, t)}{(1 + D(k, t))}$$

Em que $P(k, t)$ é o valor presente do ativo; $F(k, t)$ é o valor futuro, dado pela composição das taxas contratadas do período t até $t + k$; e $D(k, t)$ é a taxa de desconto utilizada. Esta taxa de desconto é composta pela taxa livre de risco

$(R(k, t))$ e por outra parcela denominada *spread* de risco de crédito (aqui denotada por $S(k, t)$) de forma que temos a seguinte relação:

$$(20) \quad (1 + D(k, t)) = (1 + R(k, t))(1 + S(k, t))$$

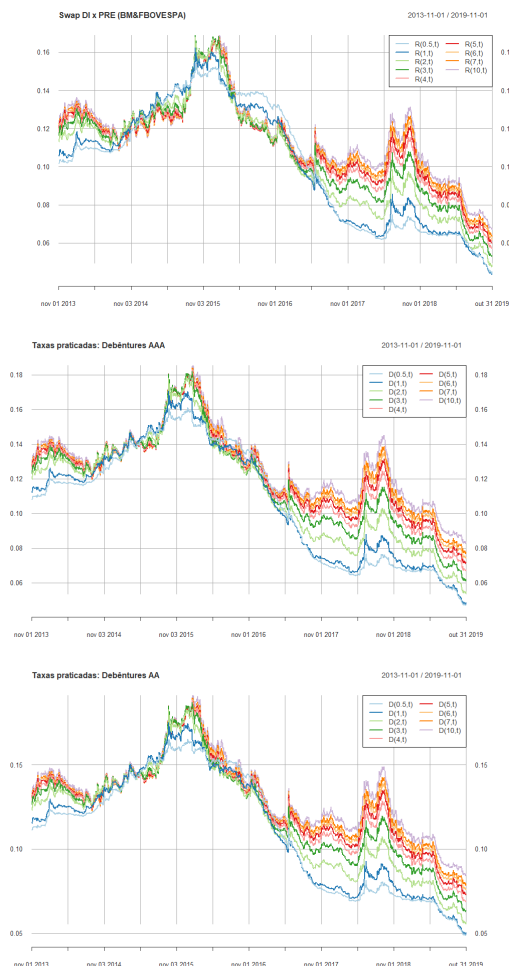
Por definição, temos que o preço do ativo no tempo t depende da correta determinação deste *spread* de risco de crédito. Além disso, temos que $D(k, t)$, aqui denominado vértice k da curva de crédito, representa a taxa praticada na negociação e na emissão de títulos de dívida privada (mais especificamente debêntures).

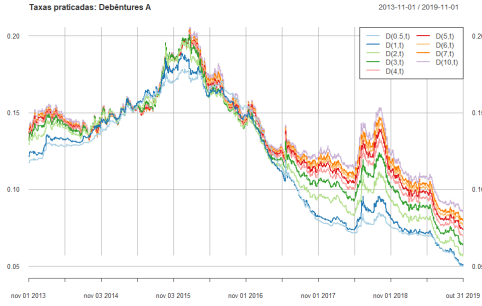
Dada a importância da tarefa de precificação na correta administração de carteiras de investimentos, que depende desta prática tanto para evitar distorções nas decisões de compra e venda, quanto para fazer com que a cota de um fundo (por exemplo) reflita as condições atuais de mercado, evitando transferências de riquezas entre cotistas, a Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiros e de Capitais (ANBIMA) divulga diariamente os preços praticados no mercado de crédito privado. Com base nestes preços, também são calculadas e divulgadas as chamadas curvas de *spread* de crédito, que representam a estrutura a termo deste *spread* $S(k, t)$, considerando os *ratings* das emissões.

Estas curvas são calculadas utilizando o modelo Nelson e Siegel (1987) reduzido, conforme proposto por Diebold, Li e Yue (2008). Tanto os valores utilizados na presente análise quanto os detalhes da metodologia estão expostos na página da própria instituição (ANBIMA, 2016).

Aplicando a equação (20), utilizando os *spreads* informados pela ANBIMA e as taxas de juros extraídas do site da B3, tem-se os mesmos 9 vértices utilizados até agora para as taxas $D(k, t)$, segregadas por *rating* (AAA, AA e A).

Segue representação gráfica das séries:





5. Análise de cointegração

Pela simples análise gráfica, é perceptível que as séries se movem em conjunto. Os resultados dos testes de cointegração são demonstrados abaixo.

Seguindo o procedimento exposto anteriormente, são verificadas as evidências de que as séries $D(k, t)$ apresentam raiz unitária (como é o caso para as séries $R(k, t)$). Um resumo dos resultados dos testes de Philips-Perron estão na tabela a seguir.

TABELA 4—RESULTADOS DO TESTE PP PARA OS VÉRTICES DA CURVA DE CRÉDITO [2013-11-01 ATÉ 2020-04-01]

Série	ND/NT	D/NT	D/T
AAA6m	0.596	0.986	0.931
AA6m	0.598	0.988	0.939
A6m	0.599	0.988	0.938
AAA1a	0.590	0.978	0.891
AA1a	0.593	0.980	0.904
A1a	0.594	0.981	0.909
AAA10a	0.647	0.597	0.564
AA10a	0.645	0.631	0.601
A10a	0.642	0.723	0.669

Rejeitada a hipótese de estacionariedade das séries, o teste de Engle-Granger será demonstrado considerando o período composto pelos dias 01/11/2013 até 01/11/2019, para os seguintes pares $[D(k, t), R(k, t)]$:

- AAA6M x PRE6M;
- AAA1A x PRE1A;

- AAA10A x PRE10A;
- AA6M x PRE6M;
- AA1A x PRE1A;
- AA10A x PRE10A;
- A6M x PRE6M;
- A1A x PRE1A;
- A10A x PRE10A;

As séries dos resíduos da equação (16) apresentam evidências de que são estacionárias ao nível de confiança de 99% para todos os pares analisados.

Os resultados do teste de Johansen estão na tabela abaixo:

TABELA 5—RESULTADOS DO TESTE JOHANSEN PARA OS PARES $[D(k, t), R(k, t)]$

Maturidade	$r = 0$	10pct	5pct	1pct
6 meses (AAA)	20.28	12.91	14.90	19.19
1 ano (AAA)	7.16	12.91	14.90	19.19
10 anos (AAA)	12.20	12.91	14.90	19.19
6 meses (AA)	8.28	12.91	14.90	19.19
1 ano (AA)	18.70	12.91	14.90	19.19
10 anos (AA)	12.67	12.91	14.90	19.19
6 meses (A)	15.38	12.91	14.90	19.19
1 ano (A)	25.89	12.91	14.90	19.19
10 anos (A)	17.34	12.91	14.90	19.19

Para as séries das taxas de debêntures classificadas com rating A, os resultados são mais categóricos em rejeitar $H_0 : A = 0$. Para as debêntures classificadas com rating AAA, as séries com maturidade de 1 ano e 10 anos não rejeitam a hipótese com nível de significância de 90%; e para as debêntures classificadas com rating AA, são as séries com maturidade de 6 meses e 10 anos que apresentam este resultado. As demais séries rejeitam H_0 com pelo menos 90% de confiança.

De maneira geral, existem evidências de que as séries dos vértices da curva de juros e da curva de crédito cointegram.

As hipóteses apresentadas para explicar este resultado são expostas a seguir.

6. Hipótese de tendência comum

Uma interpretação alternativa para a cointegração entre séries temporais é a de que estas são representações diferentes de um mesmo processo estocástico. Como demonstrado por Stock e Watson (1988), quando existem $(n-p)$ vetores de cointegração linearmente independentes, para um conjunto de n séries $I(1)$, então cada uma destas n séries pode ser expressa como uma combinação linear de p fatores comuns de raiz unitária e um único componente $I(0)$.

Aplicando este resultado ao contexto atual, podemos interpretar que os movimentos nas taxas de juros e nas taxas praticadas no mercado de debêntures derivam de um mesmo componente $I(0)$. Em outras palavras os choques e inovações nas séries de preço do mercado de crédito privado dependem dos mesmos eventos ocorridos que impactam no mercado de juros.

Este resultado corrobora com a hipótese de que a taxa Selic e as expectativas futuras relativas à mudanças na taxa Selic, representadas pelas taxas negociadas no contratos derivativos de futuro de DI1, são responsáveis também pela formação de preços no mercado brasileiro de capitais. Ou seja, por mais que possam haver oscilações importantes no curto prazo, o mercado tende a praticar um *spread* estacionário sobre a taxa livre de risco (CDI/Selic).

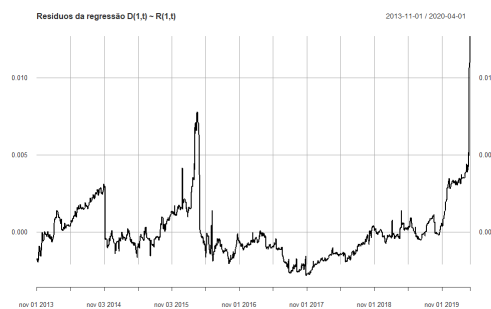
Uma possível explicação para isso é a alta dependência das carteiras de investidores brasileiros ao nível da taxa livre de risco, que buscam sempre

retornos indexados ao CDI. Aliando isso ao fato de que nos últimos anos a taxa básica esteve sempre em patamares considerados altos, temos que os rendimentos dos demais mercados de títulos se tornaram muito dependentes dos movimentos desta.

7. Nova relação

Outra hipótese formulada no presente trabalho é de que a relação de cointegração não se mantém para o período de novembro de 2019 até hoje. Com taxas de juros reais historicamente baixas, é possível que o CDI não seja mais considerado um bom indexador para as carteiras de investimento, fazendo com que o mercado de crédito privado tenha se tornado relativamente independente, reagindo de maneira distinta a momentos de incerteza como o atual (causado pela pandemia de COVID-19).

A série abaixo mostra os resíduos da regressão (16) para as séries $R(1,t)$ e $D(1,t)$ - AAA, de 01/11/2013 até 01/04/2020.



Devido ao comportamento explosivo observado no final da série, não é possível verificar a existência de estacionariedade dos resíduos (como ocorre para o período até 01/11/2019). Mais especificamente, o menor p-valor para a hipótese nula de raiz unitária do teste

ADF é 0.483, na regressão sem *drift*, sem *trend* e considerando 7 lags de diferenças.

O resultado exposto, para as séries de maturidade 1 ano é replicado para todos os outros vértices, sendo possível concluir que quando o período de 01/11/2019 até 01/04/2020 é considerado, não se verifica a relação de cointegração entre a curva de juros e a curva de crédito.

8. Considerações finais

O presente trabalho buscou apresentar o arcabouço teórico utilizado por Hall, Anderson e Granger (1992) e os resultados de cointegração que suportam a Hipótese das Expectativas na ETTJ. Por outro lado, os mesmos testes de cointegração foram aplicados para verificar a existência desta relação entre os vértices da curva de juros e da curva de crédito brasileiras.

Os resultados encontrados corroboram com a hipótese de que não existe (para o período de 01/11/2013 até 01/11/2019) formação de preços no mercado de crédito privado segmentada do mercado de juros.

Entretanto, quando são considerados na amostra o período de 01/11/2019 até 01/04/2020 (no qual foi observado um forte movimento de reprecificação dos títulos privados) o resultado muda por completo, não havendo mais evidências para a relação de cointegração. A suposição apresentada é de que isto pode ser indício de uma nova relação entre os preços praticados no mercado de debêntures e os movimentos na taxa de juros livre de risco, que vem experimentando níveis historicamente baixos.

Referências

- Adams, Kenneth J, e Donald R Van Deventer.** 1994. "Fitting yield curves and forward rate curves with maximum smoothness." *Journal of Fixed Income*, 4(1): 52–62.
- ANBIMA.** 2016. "Curvas de Crédito."
- Anderson, Heather M, CWG Granger, Anthony David Hall, et al.** 1990. "Treasury Bi;; Yield Curves And Cointegration."
- Campbell, John Y, e Robert J Shiller.** 1988. "Interpreting cointegrated models." *Journal of Economic Dynamics and Control*, 12(2-3): 505–522.
- Davidson, Russell, e James G MacKinnon.** 2004. *Econometric theory and methods*. Vol. 5, Oxford University Press New York.
- Dickey, David A, William R Bell, e Robert B Miller.** 1986. "Unit roots in time series models: Tests and implications." *The American Statistician*, 40(1): 12–26.
- Diebold, Francis X, Canlin Li, e Vivian Z Yue.** 2008. "Global yield curve dynamics and interactions: a dynamic Nelson–Siegel approach." *Journal of Econometrics*, 146(2): 351–363.
- Engle, Robert F, e Clive WJ Granger.** 1987. "Co-integration and error correction: representation, estimation, and testing." *Econometrica: journal of the Econometric Society*, 251–276.
- Fuller, Wayne A.** 1985. "1 Nonstationary autoregressive time series." *Handbook of statistics*, 5: 1–23.
- Hall, Anthony D, Heather M Anderson, e Clive WJ Granger.** 1992.

“A cointegration analysis of treasury bill yields.” *The review of Economics and Statistics*, 116–126.

Hamilton, James D. 1994. *Time series analysis*. Vol. 2, Princeton New Jersey.

Johansen, Søren. 1988. “Statistical analysis of cointegration vectors.” *Journal of economic dynamics and control*, 12(2-3): 231–254.

Nelson, Charles R, e Andrew F Siegel. 1987. “Parsimonious modeling of yield curves.” *Journal of business*, 473–489.

Phillips, Peter CB, e Pierre Perron. 1988. “Testing for a unit root in time series regression.” *Biometrika*, 75(2): 335–346.

Said, Said E, e David A Dickey. 1984. “Testing for unit roots in autoregressive-moving average models of unknown order.” *Biometrika*, 71(3): 599–607.

Stock, James H, e Mark W Watson. 1988. “Testing for common trends.” *Journal of the American statistical Association*, 83(404): 1097–1107.