Facultatea de Automatică şi Calculatoare
Examen la Analiză Matematică
Ianuarie 2024, Subiectul I

1. Să se studieze natura seriei $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{an+1}{2n-1}\right)^n$, $a>0$.
2. Fie funcţia $f(x)=\frac{\arctan x}{1-x^2}$, $x\in\mathbb{R}\setminus\{-1,1\}$. Să se determine $f'(0)$.
   Să se dezvolte funcţia f în serie de puteri ale lui x.
3. Fie funcţia $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$, $f(x,y)=x^5+y^5-10(x+y)^2$.
   a) Să se determine ecuaţia normalei la suprafaţa $(S): z=f(x,y)$ în punctul $A(1,1,-38)$.
   b) Să se determine punctele de extrem local ale funcţiei f. Admite funcţia f extreme globale?
4. Fie $g:(0,\infty)\to\mathbb{R}$ o funcţie de clasă $\mathcal{C}^2$ şi
   $$f(x,y)=g(\sqrt{x^2+y^2}),\quad \forall x,y>0$$
   Să se determine f astfel încât $\Delta f(x,y)=0,\quad \forall x,y>0$.

Facultatea de Automatică şi Calculatoare
Examen la Analiză Matematică
Ianuarie 2024, Subiectul II

1. Să se studieze natura seriei $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(n-1)!(n+1)!}{(2n)!}a^n$, $a>0$.
2. Dezvoltaţi în serie de puteri ale lui x funcţia $f(x)=\frac{e^x+e^{-x}}{2}$, $x\in\mathbb{R}$.
   Calculaţi suma seriei $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(4n)!}$.
3. Fie funcţia $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}$, $f(x,y,z)=x^2+y^2+z^2-4z$.
   a) Să se determine ecuaţia planului tangent la suprafata $(S): f(x,y,z)=0$ în punctul $A(\sqrt{2},1,1)$.
   b) Să se determine punctele de extrem global ale funcţiei f cu legătura $x^2+y^2+z^2+4x-2y+4\le 0$.
4. Fie funcţia $f(x,y)=g(x^3-3xy^2)$, $g\in\mathcal{C}^2(\mathbb{R})$, $(x,y)\in\mathbb{R}^2$. Să se determine f astfel încât
   $$\Delta f(x,y)=18(x^2+y^2)^2,\quad \forall (x,y)\in\mathbb{R}^2.$$

Facultatea de Automatică şi Calculatoare
Examen la Analiză Matematică
Ianuarie 2024, Subiectul III

1. Să se studieze natura seriei $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{(\ln n)^a}{n\sqrt{n}}$, $a \in \mathbb{R}$.

2. Să se determine mulţimea de convergenţăşi suma seriei
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(n+1)(2n+3)} x^{2n+2}.$$

3. Fie funcţia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x, y) = x^5 + y^5 - 40xy$.
   a) Să se determine ecuaţia planului tangent la suprafata $(S) : z = f(x, y)$ în punctul $A(1, -1, 40)$.
   b) Să se determine punctele de extrem local ale funcţiei f. Admite funcţia f extreme globale?

4. Fie $a, b \in \mathbb{R}^*$, $g : [0, \infty) \to \mathbb{R}$ o funcţie de clasă $\mathcal{C}^1$, şi funcţia
$$f(x, y) = (ax + by)g(x^2 + y^2), \quad \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2.$$
Să se determine f astfel ca
$$x f'_x(x, y) + y f'_y(x, y) = f(x, y), \quad \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2.$$

Facultatea de Automatică şi Calculatoare
Examen la Analiză Matematică
Ianuarie 2024 Subiectul IV

1. Să se studieze natura seriei $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{a(a+1)\cdots(a+n-1)}{n!} \cdot \frac{1}{n^2}$, $a > 0$.

2. Fie funcţia $f(x) = \ln(1+2x-3x^2)$, $x \in (-\frac{1}{3}, 1)$. Să se determine $f'(0)$.
   Să se dezvolte funcţia f în serie de puteri ale lui x.

3. Fie funcţia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x, y) = x^2 + y^2 - 4x + 2y$.
   a) Să se determine ecuaţia planului tangent la suprafata $(S) : z = f(x, y)$ în punctul $A(2, 1, -1)$.
   b) Să se determine punctele de extrem global ale funcţiei f cu legătura $x^2 + y^2 + 4x + 8y + 19 \leq 0$.

4. Fie funcţia $f(x, y) = g(x^2 - y^2)$, $g \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R})$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
   Să se determine f astfel încât
$$\Delta f(x, y) = x^4 - y^4, \quad \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2.$$