

# Cinematica bidimensională: Aruncarea sub un unghi

Mișcarea unui corp într-un plan poate fi descompusă pe două direcții ortogonale. Mișcarea pe fiecare dintre aceste direcții se efectuează independent și poate fi descrisă de propriile sale ecuații. Un exemplu al unei astfel de mișcări este ilustrat în Figura de mai jos și reprezintă aruncarea unui corp sub un unghi în câmp gravitațional. În viața de zi cu zi ați întâlnit astfel de situații la aruncarea unei pietre sub un unghi,

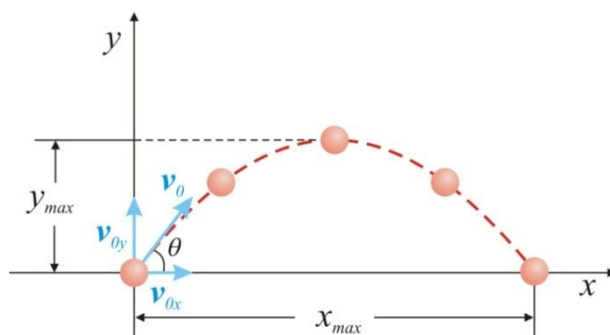


Fig. Reprezentarea schematică a aruncării unui corp sub un unghi.

degajarea unei mingi de către portar la fotbal, urmărind traiectoria jetului de apă al unei fântâni arteziene etc. Toate mișcările enumerate mai sus presupun imprimarea unei viteze inițiale,  $v_0$ , orientată sub un anumit unghi  $\theta$ , unui corp. Mișcarea în plan la aruncarea sub un unghi este caracterizată de câteva mărimi fizice specifice: înălțimea maximă atinsă,  $y_{max}$ , bătaia, adică distanța orizontală maximă străbătută,  $x_{max}$ , timpul de zbor, adică timpul petrecut de corp în aer,  $t_{zbor}$ .

1. Cum credeți că afectează variația modulul lui  $v_0$ , înălțimea maximă,  $y_{max}$ , respectiv bătaia,  $x_{max}$ , atinse de corp în mișcarea sa (crește, scade sau rămâne constantă dacă  $|v_0|$  crește) ?

2. Cum credeți că afectează unghiul sub care este aruncat corpul, înălțimea maximă,  $y_{max}$ , respectiv bătaia,  $x_{max}$ , atinse de corp în mișcarea sa (crește, scade sau rămâne constantă dacă  $\theta$  crește) ?

3. Ce fel de mișcare execută corpul pe axa  $Oy$ ?
- a. Uniformă (viteza = constantă)
  - b. Uniform variată (acclerația = constantă)
  - c. Alta (variază atât viteza cât și accelerația)
4. Ce fel de mișcare execută corpul pe axa  $Ox$ ?
- d. Uniformă (viteza=constantă)
  - e. Uniform variată (acclerația = constantă)
  - f. Alta (variază atât viteza cât și accelerația)
5. Care este accelerația corpului pe parcursul mișcării? (Se neglijează forțele de frecare cu aerul)

6. Care este viteza corpului de-a lungul axei  $Oy$  în punctul de înălțime maximă? Dar accelerația în punctul respectiv?

7. Cum credeți că va fi orientată viteza și care va fi modulul ei la momentul în care corpul lovește solul?

# Cinematica bi-dimensională: Aruncarea sub un unghi

## Obiective

Pe parcursul acestei lucrări veți construi pe graficul de mișcare a unui corp aruncat sub un unghi. Construcția graficului sa va face prin măsurători directe ale poziției corpului în funcție de timp, cu ajutorul programului *Tracker* realizat de către Douglas Brown. Odată obținut graficul de mișcare se va descompune pe cele două direcții de mișcare ale corpului. Rezultatele obținute vor fi modelate teoretic, iar pe baza modelelor se vor extrage informații cu privire la mărimile fizice ce descriu mișcarea corpurilor: accelerație, viteză, poziție. În urma efectuării lucrării de laborator veți putea să:

1. Construiți graficul de mișcare al unui corp prin măsurare directă.
2. Descompuneți o mișcare bidimensională pe două direcții și să modelați ecuațiile de mișcare corespunzătoare.
3. Interpretați ecuațiile de mișcare pentru a extrage informații relevante mișcării.
4. Înțelegeți conceptul de diagramă de mișcare și să construiți calitativ diagrame de mișcare pentru mișcarea uniformă, respectiv uniform variată.

## Teorie

Mișcarea în câmp gravitațional a unui corp la aruncarea acestuia sub un anumit unghi reprezintă un exemplu de mișcare compusă. Dacă unui corp i se imprimă o viteză inițială,  $v_0$ , orientată la un anumit unghi față de orizontală, acesta va executa o mișcare atât pe verticală, axa  $Oy$ , cât și pe orizontală, axa  $Ox$ . Mișcarea pe verticală, axa  $Oy$ , este o mișcare *uniform variată* a cărei accelerație este accelerația gravitațională,  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ . Viteza inițială pe direcția  $y$  este  $v_{0y} = v_0 \sin \theta$ . Legile mișcării pe axa  $Oy$  vor fi:

$$y(t) = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (1)$$

$$v_y(t) = v_{0y} - gt \quad (2)$$

Datorită faptului ca pe axa  $Ox$  nu există nicio forță care să acționeze asupra corpului, dacă

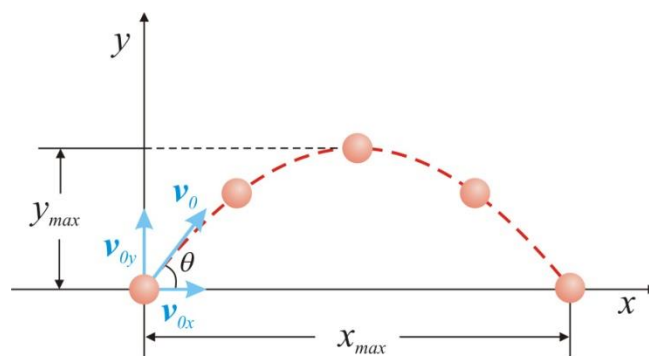


Fig. 1 Reprezentarea schematică a aruncării unui corp sub un unghi.


neglijăm frecarea cu aerul, rezultă că accelerația corpului pe această direcție este zero. Astfel, mișcarea de-a lungul lui  $Ox$  este o *mișcare uniformă*. În consecință legile mișcării vor fi:

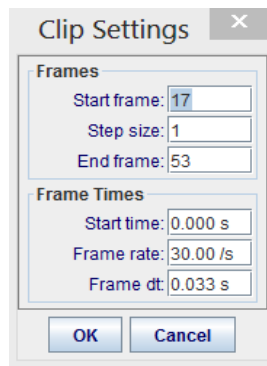
$$x(t) = v_{0x}t, \quad (1)$$

$$v_x(t) = v_{0x} \cdot \quad (2)$$



În acest caz  $v_{0x} = v_0 \cos \theta$  și reprezintă viteza inițială și, de asemenea, viteza de deplasare pe direcția  $Ox$ .

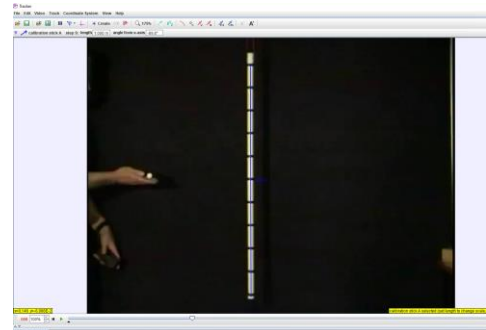
### Procedura experimentală


1. Deschideți fișierul video "BallTossOut.mov" (*File* → *Import* → *Video...*). Acesta se găsește în directorul *videos*.
2. Specificați porțiunea din fișier pe care doriți să o analizați. Definirea cadrului de început și a cadrului final se face prin poziționarea săgeților negre în pozițiile dorite pe bara de progres a clipului.
3. Pentru a putea studia dependența de timp a mișcării este necesar să cunoaștem intervalul de timp dintre două cadre. Aceasta informație o putem afla apăsând butonul *Clip Settings* . Informațiile despre clip vor fi afișate într-o fereastră ca cele prezentate mai jos.

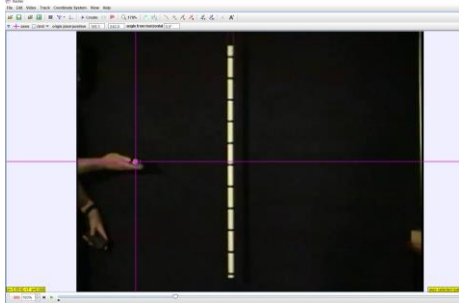



4. Informațiile cu privire la poziția obiectului studiat se pot obține doar după ce în prealabil s-a făcut o calibrare a distanței. Acest lucru se face prin

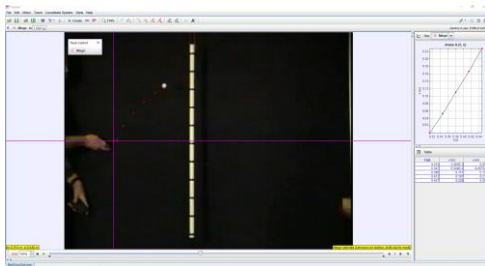
măsurarea unui obiect de lungime cunoscută și specificarea lungimii acestuia. Pentru efectuarea acestei operațiuni se apasă butonul *Show, hide or create calibration tools*  → *New* → *Calibration Stick*. După crearea uneltei de calibrare se poziționează capetele acestuia la capetele obiectului pe care se face calibrarea, printr-un click stânga și poziționare în punctul dorit. Specificarea lungimii se face printr-un click stânga pe căsuța de text și introducerea valorii lungimii cunoscute. Lungimea trebuie exprimată în metri. În cazul experimentului nostru fiecare segment al tijei verticale pe care se face calibrarea are 10 cm. Apăsați din nou butonul , pentru a ascunde unealta de calibrare, fără ca aceasta să se piardă.



5. Alegerea sistemului de coordonate se face prin apăsarea butonului *Show or hide coordinate the axes* . Pentru a modifica poziția originii axelor de coordonate faceți click stânga pe origine și mutați-o în poziția dorită. Sensul pozitiv al axei  $Ox$  este indicat de linia scurtă prezentă pe una din axe. Orientarea sistemului de referință se poate realiza făcând click stânga pe axe și rotindu-le.



6. Identificarea poziției corpului în diferitele cadre se face apăsarea butonului *Create new track*  *Create* → *Point mass*, iar apoi prin combinația *Shift* + click stânga la poziția corpului. Aceasta acțiune se repetă pentru toate cadrele selectate. Pe măsura ce se face localizarea obiectului, în dreapta ecranului se completează automat tabelul poziție ( $x$ ,  $y$ ) - timp ( $t$ ) al mișcării, pe baza căruia se va face analiza mișcării. Totodată este reprezentat automat graficul  $x(t)$ . Pentru a modifica mărimea fizică reprezentată, se face click stânga pe mărimea fizică curentă, în cazul acesta  $x$ , și se alege una din mărimile afișate mai jos.



7. Pentru descrierea mișcării în cazul aruncării unui corp sub un unghi vom determina accelerația, legea vitezei și ecuația de mișcare a corpului pe cele două direcții. Pentru aceasta vom reprezenta pe rând pozițiile,  $x$ ,  $y$  și vitezele  $v_x$ ,  $v_y$ , respectiv accelerațiile în funcție de timp.

- ☐  $x$ : position x-component
- ☒  $y$ : position y-component
- ☐  $r$ : position magnitude
- ☐  $\theta$ : position angle
- ☐  $v_x$ : velocity x-component
- ☐  $v_y$ : velocity y-component
- ☐  $v$ : velocity magnitude
- ☐  $\theta_v$ : velocity angle
- ☐  $a_x$ : acceleration x-component
- ☐  $a_y$ : acceleration y-component
- ☐  $a$ : acceleration magnitude

8. După fiecare reprezentare vom face click dreapta de graficul obținut și selectăm funcția *Analyze*. Aceasta va deschide o nouă fereastră, *Data Tool*. În interiorul ferestrei putem efectua regresia datelor cu o funcție selectată din meniul *Fit Name*. Odată efectuată regresia se notează legea obținută în Raportul de Laborator.
9. Pe baza informațiilor obținute, trebuie determinate: timpul de zbor al obiectului, înălțimea maximă atinsă, bătaia corpului, viteza corpului și unghiul sub care a fost aruncat.

Nume \_\_\_\_\_ Grupa \_\_\_\_\_ Data \_\_\_\_\_

# *Cinematica bidimensională: Aruncarea sub un unghi*

---

## *Raport de Laborator*

**Scop:** Descrierea mișcării unui corp aruncat sub un unghi.

### 1. Legile mișcării

Mișcarea pe axa  $Ox$ :

$x(t) =$  \_\_\_\_\_ (m)

$v_x(t) =$  \_\_\_\_\_ (m/s)

$a_x(t) =$  \_\_\_\_\_ (m/s<sup>2</sup>)

Mișcarea pe axa  $Oy$ :

$y(t) =$  \_\_\_\_\_ (m)

$v_y(t) =$  \_\_\_\_\_ (m/s)

$a_y(t) =$  \_\_\_\_\_ (m/s<sup>2</sup>)

Nume \_\_\_\_\_ Grupa \_\_\_\_\_ Data \_\_\_\_\_

2. Mărimi fizice relevante mișcării:

*timpul de zbor ( $t_z$ ) = \_\_\_\_\_ (s)*

*viteza inițială a corpului ( $v_0$ ) =  $\sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2}$  = \_\_\_\_\_ (m/s)*

*unghiul de aruncare ( $\theta$ ): \_\_\_\_\_ (°)*

*înălțimea maxima atinsa ( $y_{max}$ ): \_\_\_\_\_ (m)*

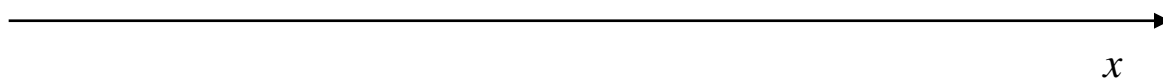
*bătaia ( $x_{max}$ ): \_\_\_\_\_ (m)*

*Ecuația traiectoriei mingii  $y(x)$ : \_\_\_\_\_ (m)*

Nume \_\_\_\_\_ Grupa \_\_\_\_\_ Data \_\_\_\_\_

3. Construiți diagramele de mișcare ale corpului pe  $Ox$ , respectiv  $Oy$  (la cădere) folosind legile de mișcare determinate mai sus. Pentru a construi diagramele de mișcare se reprezintă poziția corpului pe axa  $Ox$  și respectiv  $Oy$  la intervale de timp fixe.

$\Delta t =$  \_\_\_\_\_ (s)



$\Delta t =$  \_\_\_\_\_ (s)

