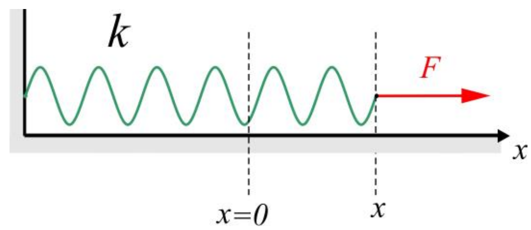
REPREZENTAREA GRAFICĂ A DATELOR EXPERIMENTALE

În cadrul laboratorului de Fizică se vor prelucra date experimentale în formalismul unor modele teoretice în vederea determinării unor mărimi fizice adiționale. De obicei acesta implică realizarea de reprezentări grafice ale datelor experimentale. Reprezentările grafice se pot realiza ***fie folosind hârtie milimetrică fie folosind un software dedicat*** (Matlab, Python etc.)

Mărimile fizice se reprezintă grafic în mod obișnuit folosind coordonate carteziene (rectangulare). Axa orizontală (*Ox*) se numește *abscisă* iar cea verticală (*Oy*) se numește *ordonată.*

Să presupunem că am efectuat un experiment în care am determinat forța elastică în funcție de alungire pentru un resort.

În urma experimentului am obținut următoarele date experimentale:



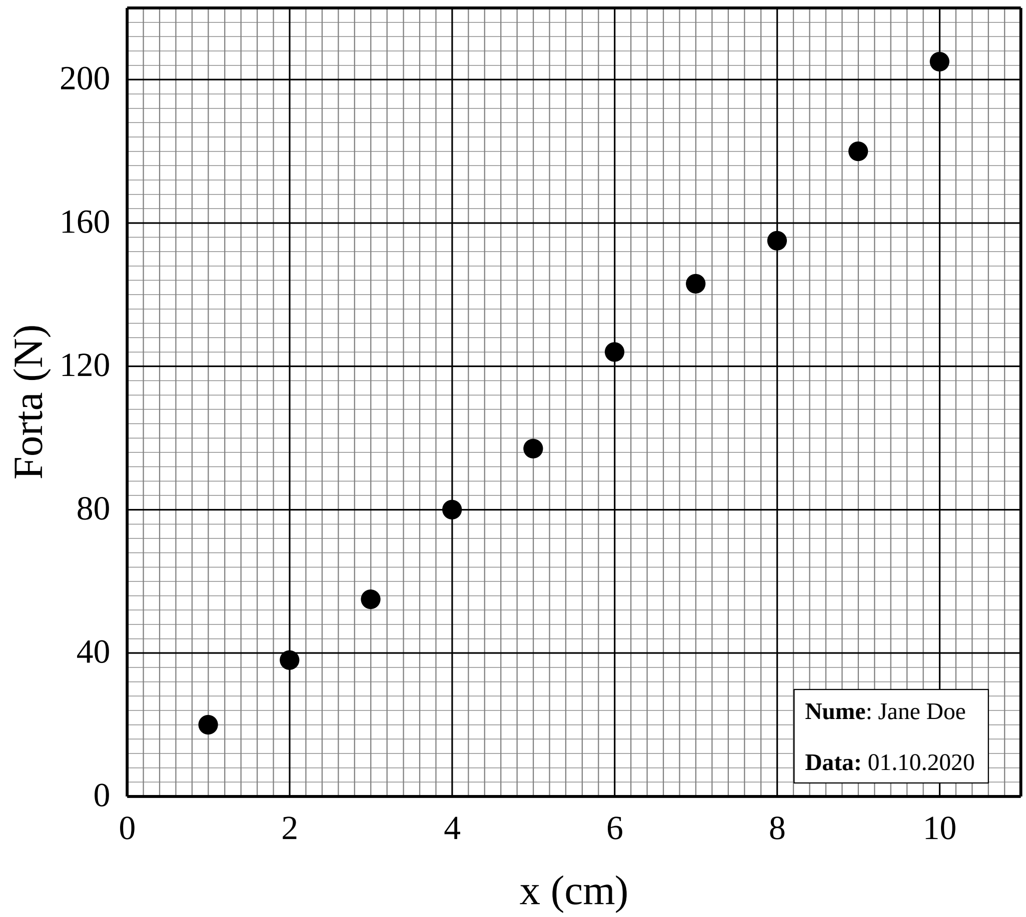
x (cm)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
F (N)	20	38	55	80	97	124	143	155	180	205

Pe pagina următoare se poate **observa graficul reprezentat corect pe hârtie milimetrică**.

Ca reguli generale:

- i) graficul trebuie să aibă titlu;
- ii) trebuie să fie trecut pe grafic numele celui care a realizat graficul precum și data;
- iii) scalele celor două axe trebuie alese în așa fel încât graficul să fie ușor de reprezentat și de citit;
- iv) scalele celor două axe trebuie alese în așa fel încât graficul să acopere cea mai mare parte a hârtiei milimetrice;
- v) pe cele două axe trebuie indicate mărimile reprezentate și unitățile de măsură;
- vi) punctele experimentale nu trebuie conectate cu linii.

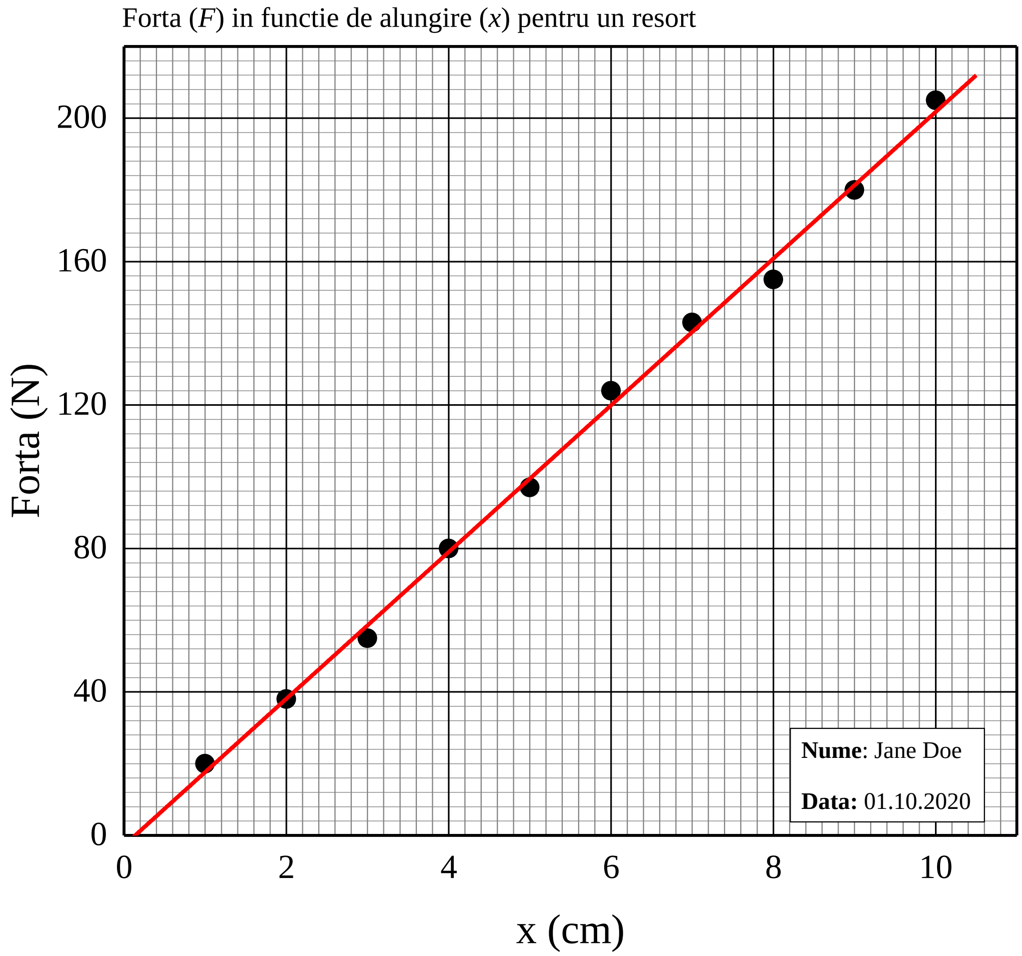
Forta (F) in functie de alungire (x) pentru un resort



În continuare o să **prelucrăm datele în cadrul unui model teoretic** numit legea lui Hooke. Această lege ne spune că pentru alungiri nu prea mari ale resortului forța elastică este proporțională cu alungirea:

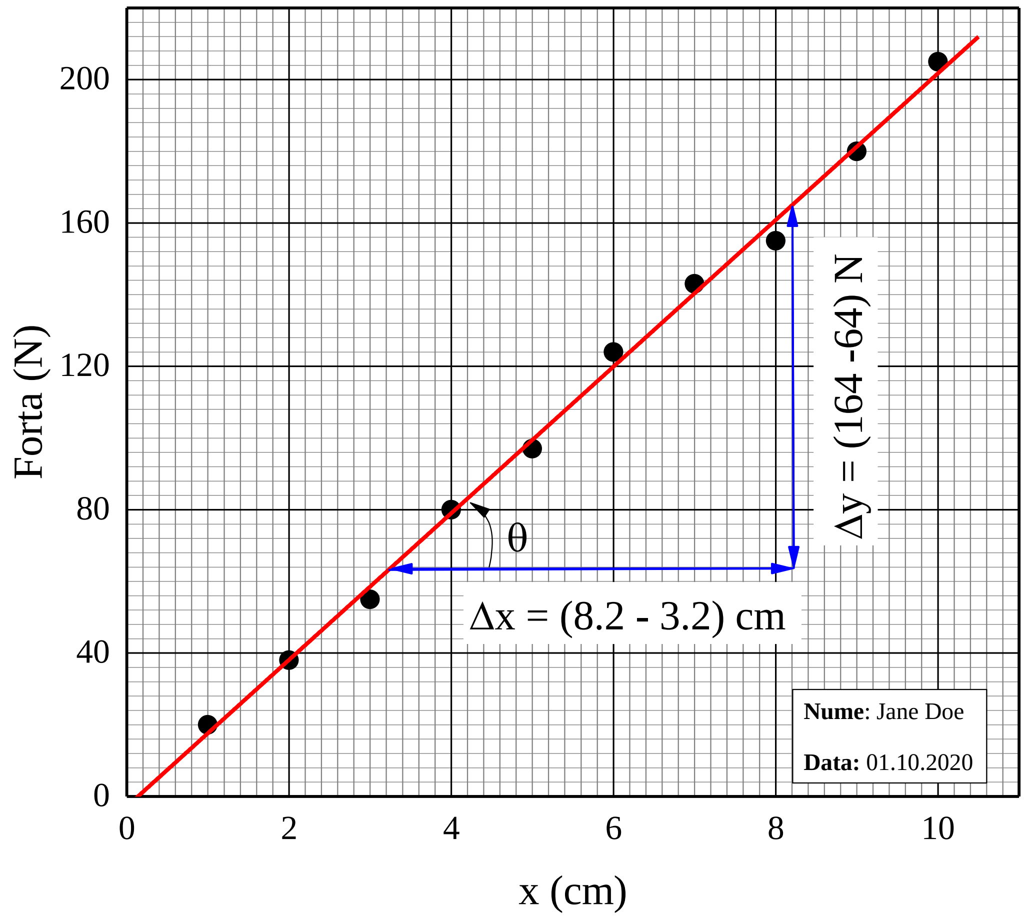
$$F = kx$$

unde k se numește este o mărime caracteristică resortului și se numește ***constanta elastică a resortului, mărime pe care vrem să o determinăm***. Observăm că legea lui Hooke implică o dependență liniară a lui F în funcție de x. Din graficul nostru observăm că punctele experimentale se așază aproximativ pe o dreaptă. Abaterile de la de la legea teoretică pot fi datorate erorilor experimentale sau datorate faptului că modelul teoretic este doar aproximativ valid sau este valid numai pe anumite intervale. O să considerăm modelul valid și o să trasăm o ***dreaptă care să ne aproximeze cât mai bine datele experimentale***. Această dreaptă nu reprezintă altceva decât legea lui Hooke: $F = kx$. În graficul de mai jos această dreaptă este reprezentată cu roșu.



În continuare folosind această dreaptă o să determinăm constanta resortului. Din legea lui Hooke observăm că ***panta dreptei*** este constanta resortului ($F = kx$ este o lege liniară de tip $f(x) = ax + b$, pentru care panta este coeficientul din fața lui x). Panta unei drepte este egală cu tangenta unghiului pe care dreapta îl face cu abscisa (Ox), adică cu raportul dintre două intervale $\Delta y/\Delta x$. Pentru a calcula panta o să alegem două puncte de pe dreaptă (*atenție, nu trebuie să fie puncte experimentale*) a căror coordonate să fie ușor de citit și o să construim intervalele Δy și Δx, ca în exemplul de mai jos.

Forta (*F*) in functie de alungire (*x*) pentru un resort



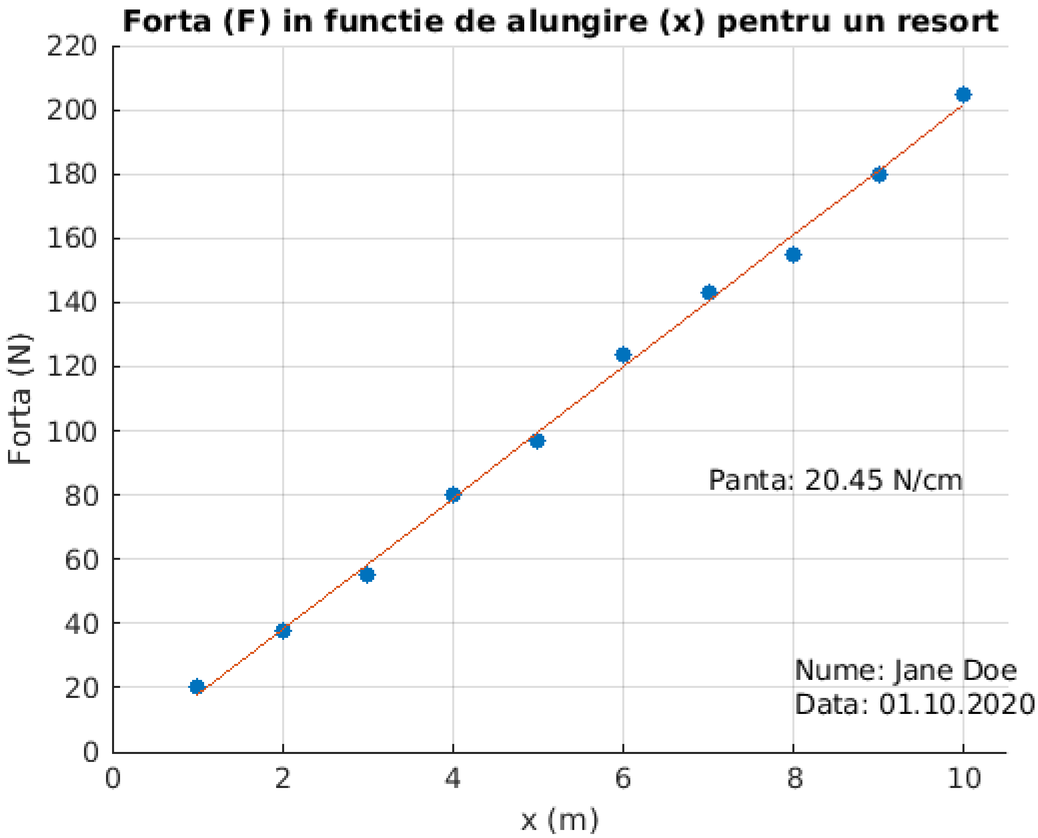
Panta dreptei o să fie:$\tan\theta = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{100\ N}{5\ cm} = 20\ N/cm$ (atenție, panta are unitate de măsură).

Iar constanta resortului $k = \tan\theta = 20\frac{N}{cm} = 2\times 10^3\frac{N}{m}$.

În continuare o să reprezentăm grafic datele experimentale și o să calculăm panta dreptei care aproximează datele experimentale folosind Matlab (https://www.mathworks.com/academia/tah-portal/universitatea-tehnica-din-cluj-napoca-31428158.html).

Codul îl puteți găsi mai jos și se explică singur sau pe MST (Hooke.m):

```
% definim doi vectori care contin alungirea si forta

x = [1 2 3 4 5 6 7 8 9 10]; % alungirea resortului in cm
F = [20 38  55  80  97  124 143 155 180 205]; % Forta elastica in N

figure(1); % graficul 1
scatter(x,F,'filled'); % reprezinta grafic folosind scatter
grid on;

xlim([0 10.5]);
ylim([0 220]);
xlabel('x (m)');
ylabel('Forta (N)');

title('Forta (F) in functie de alungire (x) pentru un resort');
txt = {'Nume: Jane Doe','Data: 01.10.2020'}; % de scris pe grafic
text(8,20,txt);% scriu pe grafic

% Pentru a gasi dreapta care aproximeaza cel mai bine punctele
% experimentale o sa folosim polyfit
(https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/polyfit.html).
% Aceasta functie calculeaza coeficientii unui polinom de gradul n care ne
aproximeaza
% cel mai bine datele experimentale. In cazul nostru o sa alegem n = 1
doearece
% dorim sa aproximam datele cu o dreapta (polinom de gradul 1)

P = polyfit(x,F,1); % fiteaza (aproximeaza) datele cu un polinom de gradul 1

Ffit = P(1)*x+P(2); % P(1) este panta iar P(2) este interesectia cu ordonata

hold on;
plot (x,Ffit) % reprezinta grafic dreapta

panta  = num2str(P(1),'%.2f'); % transform float to string
txt = {"Panta: " + panta + " N/cm" }; % de scris pe grafic
text(7,85,txt); % scriu pe grafic
```



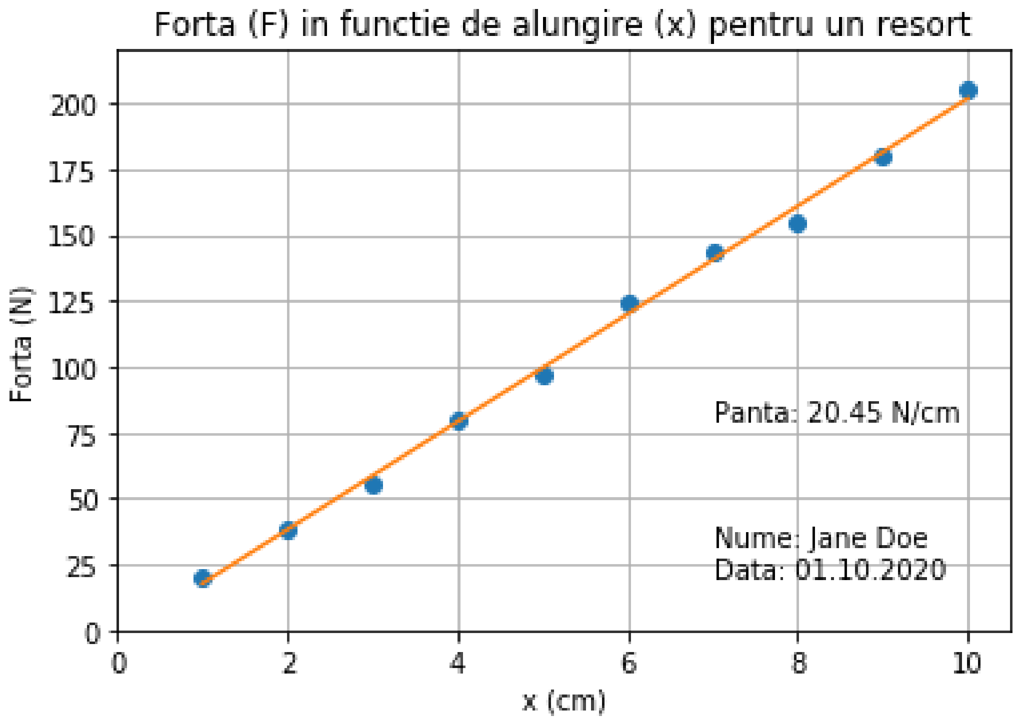
Forta (F) in functie de alungire (x) pentru un resort
Forta (N)
x (m)
0
20
40
60
80
100
120
140
160
180
200
220
0
2
4
6
8
10
Panta: 20.45 N/cm
Nume: Jane Doe
Data: 01.10.2020

În continuare o să reprezentăm grafic datele experimentale și o să calculăm panta dreptei care aproximează datele experimentale folosind Python (https://www.scipy.org/)

Puteți rula Python-online la https://trinket.io/embed/python3/a5bd54189b

Codul îl puteți găsi mai jos și se explică singur sau pe MST (Hooke.py):

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np


# definim doi vectori care contin alungirea si forta

x = np.array([1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10]);
# alungirea resortului in cm

F = np.array([20, 38, 55, 80, 97, 124, 143, 155, 180, 205]);
# Forta elastica in N

P = np.polyfit(x,F,1);
# fiteaza (aproximeaza) datele cu un polinom de gradul 1


Ffit = P[0]*x + P[1];
# P[0] este panta iar P[1] este interesectia cu ordonata

plt.plot(x, F,'o', x ,Ffit,'-')
# reprezinta datele experimetale si dreapta fitata

plt.title('Forta (F) in functie de alungire (x) pentru un resort')
plt.xlabel('x (cm)')
plt.ylabel('Forta (N)')

plt.grid(True)

plt.xlim((0,10.5))
plt.ylim((0,220))

txt = 'Nume: Jane Doe \nData: 01.10.2020'; # de scris pe grafic
plt.text(7,20,txt);# scriu pe grafic


txt = 'Panta: ' + str('{:.2f}'.format(P[0])) + ' N/cm'; # de scris pe grafic
plt.text(7,80,txt);# scriu pe grafic

plt.show()
```



<u>Observație</u>. Funcțiile *polyfit* din Matlab sau Python folosesc *metoda celor mai mici pătrate* pentru a găsi parametri funcției model (liniare în cazul nostru) care ne aproximează cel mai bine datele experimentale. Setul de date experimentale conține perechi de date de tipul (x_i, y_i), unde x_i este variabila independentă iar y_i estre variabila dependentă, iar $i = 1, 2, \dots., n$. Funcția model a cărei parametri trebuie determinați este de tipul $f(x, P)$, unde P este un vector ce conține parametri ajustabili care trebuie determinați astfel încât funcția model să ne aproximeze cât mai bine datele experimentale. Pentru aceasta se definesc rezidurile ca și $r_i = y_i - f(x_i, P)$, adică diferența dintre valoarea experimentală și valoarea prezisă de funcția model. Metoda celor mai mici pătrate presupune optimizarea parametrilor prin minimizarea sumei pătratelor rezidurilor $S = \sum_{i=1}^{n} r_i^2$. Minimizarea sumei se realizează de obicei folosind algoritmi consacrați de tipul *steepest descent*.

În cazul nostru funcția model este de tip $f(x, P) = P[0]x + P[1]$, iar parametri care se optimizează sunt $P[0]$ și $P[1]$.